

# DM3: Conception et utilisation d'un SAT-solver

## 1 Conception du SAT-solver

### Q10.

Soit  $n$  le nombre d'opérateur.

Dans la configuration  $(\dots((a_0|a_1)|a_2)|\dots)|a_n$ , il y a bien  $n$  opérateur.

De plus, la complexité de l'algorithme dans cette configuration est

$$\begin{aligned}C_n &= C_{n-1} + C_0 + \Theta(n) \\&\geq C_{n-1} + nA \\&\geq C_0 + \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)A \\&= \Omega(n^2)\end{aligned}$$

Donc dans le pire cas, la complexité est au moins en  $\Omega(n^2)$ .

Pour améliorer la fonction il faut passer par une variable intermédiaire puis trier la liste.

### Q11.(Bonus)

Dans la nouvelle fonction, on a

$$\begin{aligned}C_n &= \Theta(n) + \Theta(n \log(n)) \\&= \Theta(n \log(n))\end{aligned}$$

### Q19.

Dans la configuration  $\sim (\dots(\sim T)\dots)$ , la complexité de l'algorithme dans cette configuration est

$$\begin{aligned}C_n &= C_{n-2} + \Theta(n) \\&= \Theta(n^2)\end{aligned}$$

### Q20.(Bonus)

Dans la nouvelle fonction, on simplifie les enfants avant le noeud.

La complexité est

$$\begin{aligned}C_n &= C_i + C_{n-1-i} + \Theta(1), \quad i \in [0, n-1] \\&= \Theta(n)\end{aligned}$$

### Q25.

## Q26.(Bonus)

Le satsolver spécialisé en FNC a été implémenter dans "fnc\_solver.ml". De plus, la propagation unitaire a été rajouter.

En terme d'efficacité, le satsolver en FNC est meilleur que le simple. En effet, dans la résolution du problème a n dames (voir 2<sup>nd</sup> partie), le satsolver en FNC permet de résoudre plus de dames et en moins de temps.

## 2 Résolution de problèmes

### Q31.

La formule  $\bigwedge_{1 \leq i < j \leq n} (\neg a_i \vee \neg a_j)$  est sous FNC.

Pour  $n$  variables différentes, la formule contient  $\frac{n(n-1)}{2}$  variables.

### Q38.

La taille de la formule de "gen\_formule\_n\_dames" est

$$\begin{aligned} C_n &= C_{\text{ligne}}(n) + C_{\text{col}}(n) + C_{\text{diag}}(n) + \Theta(1) \\ &= nE_x(n) + nE_p(n) + 2 \sum_{i=-n+2}^{n-2} E_p(|n-i|) + \Theta(n) \end{aligned}$$

Avec  $E_x$  la fonction "exactement\_une" et  $E_p$  "au\_plus\_une".

Or  $nE_x(n) = \Theta(n^3)$ ,  $nE_p(n) = \Theta(n^3)$  et  $2 \sum_{i=-n+2}^{n-2} E_p(|n-i|) \leq 4nE_p(n) = O(n^3)$ ,

$$\begin{aligned} C_n &= \Theta(n^3) + \Theta(n^3) + O(n^3) + \Theta(n) \\ &= \Theta(n^3) \end{aligned}$$

### Q40.

Pour le problème a 5 dames, on obtient

```
1 ~/DM3/problemes$ ./fnc_solver 5_dames.txt
2 La formule est sous FNC.
3 La formule est satisfiable en assignant 1 aux variables suivantes et 0 aux autres :
4 X_0_4
5 X_1_2
6 X_2_0
7 X_3_3
8 X_4_1
9 Temps d'exécution : 0.001377 s
```

Soit encore

	0	1	2	3	4
0			X		
1					X
2		X			
3				X	
4	X				

Pour le problème a 8 dames, on obtient

```
1 ~/DM3/problemes$ ./fnc_solver 8_dames.txt
2 La formule est sous FNC.
3 La formule est satisfiable en assignant 1 aux variables suivantes et 0 aux autres :
4 X_0_7
```

```

5 | X_1_3
6 | X_2_0
7 | X_3_2
8 | X_6_6
9 | X_5_1
10 | X_4_5
11 | X_7_4
12 | Temps d'exécution : 0.005287 s

```

Soit encore

	0	1	2	3	4	5	6	7
0			X					
1						X		
2				X				
3		X						
4								X
5					X			
6							X	
7	X							

Et pour le problème a 3 dames, on obtient

```

1 | ~/DM3/programmes$ ./fnc_solver 3_dames.txt
2 | La formule est sous FNC.
3 | La formule est insatisfiable.
4 | Temps d'exécution : 0.000985 s

```