Ejercicio*:*

Se desea interpolar y aproximar de diferentes maneras la función $f(x)$ en los nodos $x_k = -1, 0, 1, 2$

$$f(x) = \frac{1}{1+x^4}$$

1. *[4 puntos]* Interpolar la función en los nodos mediante una combinación lineal $u(x)$ de las funciones $\{1, x, \cos(x/2), e^x\}$.

   Dibujar en un figura, a la izquierda, la gráfica de la función $f(x)$ junto con la función interpolada $u(x)$, en el soporte xx=-1:0.01:2, y los puntos donde se ha interpolado.

   Calcular el Error de interpolación $E = |f(x) - u(x)|$ en los puntos del soporte xx.
   Calcular el valor de x donde se alcanza el máximo del Error de interpolación.
   Dibujar en la misma figura anterior, a la derecha, la gráfica del Error de interpolación y el punto donde se alcanza el valor máximo.

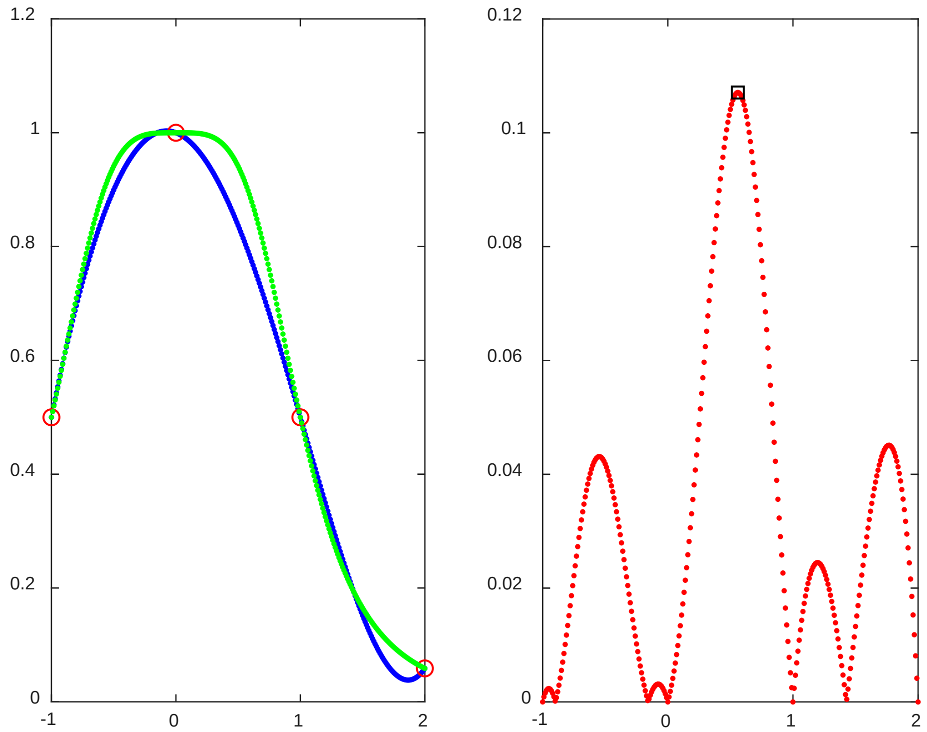
2. *[3 puntos]* Interpolar la función $f(x)$ en los nodos xk mediante un polinomio $p(x)$ de grado mínimo que verifica la condición adicional $p'(1) = -1$. Dibujar la gráfica de la función $f(x)$ junto con la función interpolada $p(x)$, en el soporte xx=-1:0.01:2, y los puntos donde se ha interpolado.

3. *[3 puntos]* Aproximar en sentido mínimos cuadrados la función f(x) en los nodos x_k mediante una función $v(x)$ combinación lineal de las funciones $\{1, \cos(x/2), sen(x/2)\}$. Dibujar la gráfica de la función $v(x)$ junto con la función $f(x)$ y los nodos.
   Dar la matriz del sistema sobredeterminado y la matriz de las ecuaciones normales.
   Calcular el vector residuos r y el Error=sum(r.^2). ¿En qué nodo/nodos se alcanza el máximo residuo?

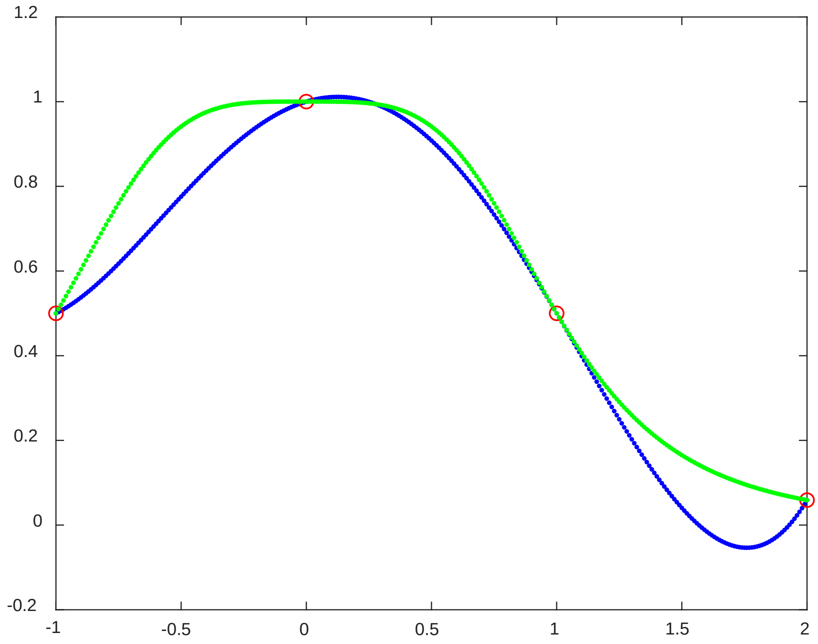
SOLUCIÓN

```
function y=funf(x)
y=1./(1+x.^4);
end
```

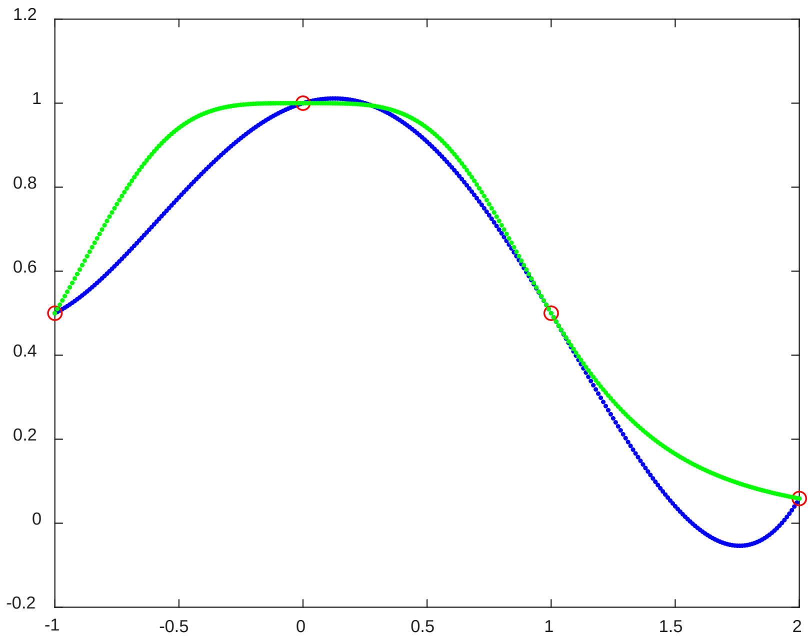
```
clear all
%apartado 1
xk=[-1:2]';yk=funf(xk);;xx=-1:0.01:2;
H=[xk.^0 xk cos(xk/2) exp(xk)];c=H\yk;
ux=c(1)+c(2)*xx+c(3)*cos(xx/2)+c(4)*exp(xx);
subplot(121);plot(xx,ux,'b.',xk,yk,'ro',xx,funf(xx),'g.');
E=abs(funf(xx)-ux);
[m i]=max(E);
subplot(122);plot(xx,E,'r.',xx(i),m,'sk');
```




```
%apartado 2
% p(x)=a+bx+cx^2+dx^3+ex^4
% p'(1)=-1, b+2c+3d+4e=-1
% p(x)=a+(-1-2c-3d-4e)x+cx^2+dx^3+ex^4
% p(x)+x=a+(-2x+x^2)c+(-3x+x^3)d+(-4x+x^4)e
H=[xk.^0 -2*xk+xk.^2 -3*xk+xk.^3 -4*xk+xk.^4];b=yk+xk;
c=H\b;
px=-xx+c(1)+(-2*xx+xx.^2)*c(2)+(-3*xx+xx.^3)*c(3)+(-
4*xx+xx.^4)*c(4);
figure;plot(xx,px,'b.',xk,yk,'ro',xx,funf(xx),'g.');
```




```
%Otra forma:
% p(x)=a+bx+cx^2+dx^3+ex^4 tiene que interpolar los 4 nodos y
además
% verificar la ecuación  b+2c+3d+4e=-1 que añadimos en la
última fila
H=[xk.^0 xk.^1 xk.^2 xk.^3 xk.^4];
H=[H;[0 1 2 3 4]];b=[yk;-1]
c=H\b;
px=c(1)+c(2)*xx+c(3)*xx.^2+c(4)*xx.^3+c(5)*xx.^4;
figure;plot(xx,px,'b.',xk,yk,'ro',xx,funf(xx),'g.');
```




```
%apartado 3
H=[xk.^0 cos(xk/2) sin(xk/2)];b=yk;
```

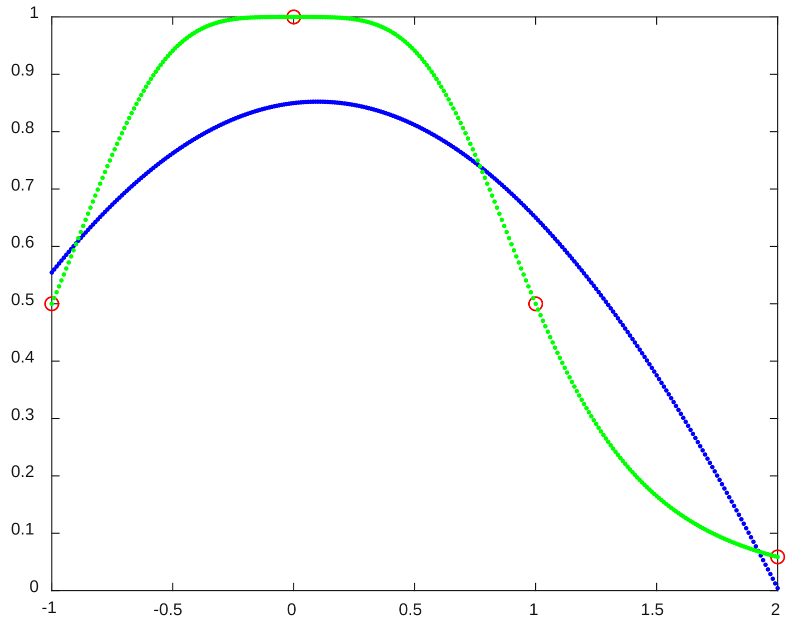
```
c=H\b;
vx=c(1)+cos(xx/2)*c(2)+sin(xx/2)*c(3);
figure;plot(xx,vx,'b.',xk,yk,'ro',xx,funf(xx),'g.');
r=H*c-b,Error=sum(r.^2)

r =

   0.0545
  -0.1502
   0.1502
  -0.0545

Error =
   0.0510
```

El máximo residuo se alcanza en los nodos 0 y 1.



La matriz del sistema sobredeterminado es la matriz H:

1.0000	0.8776	-0.4794
1.0000	1.0000	0
1.0000	0.8776	0.4794
1.0000	0.5403	0.8415

La matriz del sistema de ecuaciones normales es H'*H:

4.0000	3.2955	0.8415
3.2955	2.8322	0.4546
0.8415	0.4546	1.1678