Ejercicio 1 *[3 puntos]:*

Ajustar mediante una función de la forma

$$u(x) = \frac{a + bx + csen(x)}{1 + x^2 - d\cos(x)}$$

La siguiente tabla

x_i	1	2	3	4	5
y_i	2.2	0.8	0.5	0.4	0.3

Dibujar la gráfica del ajuste junto con los elementos de la tabla.
Dar los coeficientes del ajuste y el vector residuos $v = y_i - u(x_i)$.

Ejercicio 2 *[7 puntos]:*

Se va a resolver la ecuación

$$x + x^2 = \cos(x)$$

Mediante varios métodos iterativos.

¿Cuántas raíces tiene en el intervalo [-2, 2]? Dibujar la gráfica.

1. Aproximar una solución mediante el siguiente método comenzando en $x_0 = 1$

$$x_{n+1} = \frac{\cos(x_n)}{1 + x_n}$$

Se deben realizar tantas iteraciones hasta que la diferencia entre dos iteraciones consecutivas $e_n = |x_n - x_{n-1}|$ sea menor que 10^{-12}.

Dibujar la gráfica de e_n en el formato adecuado.
¿Qué tipo de convergencia (lineal/cuadrática) tiene el método?
Calcular un valor aproximado de K_1 que verifica la relación $e_{n+1} \approx K_1 e_n$

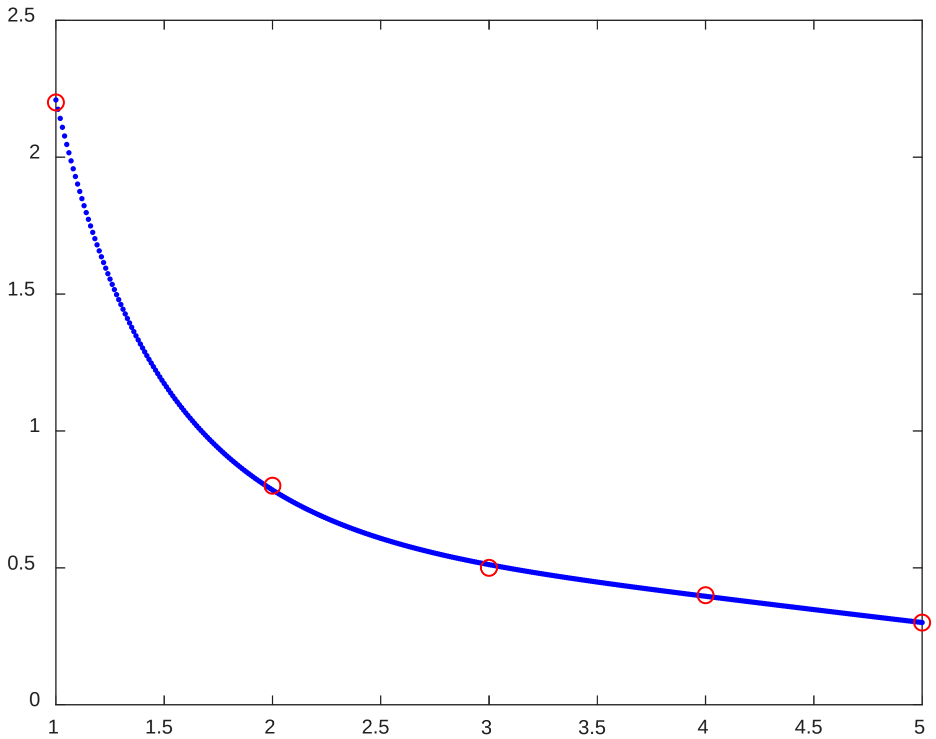
2. Aplicar ahora el método de Newton para calcular la misma raíz.
El error en cada iteración se va a aproximar por $e_n = |x_{n+1} - x_n|$.

Dibujar la gráfica de e_n en el formato adecuado.
¿La raíz calculada verifica la ecuación?
¿Qué tipo de convergencia (lineal/cuadrática) tiene el método?
Dibujar la gráfica de e_{n+1} / e_n^2 en el formato adecuado.

Calcular un valor aproximado de K_2 que verifica la relación $e_{n+1} \approx K_2 e_n^2$.
Arrancando en el vector x0=[-1 1], aplicar el método de Newton para calcular simultáneamente dos raíces de la ecuación.

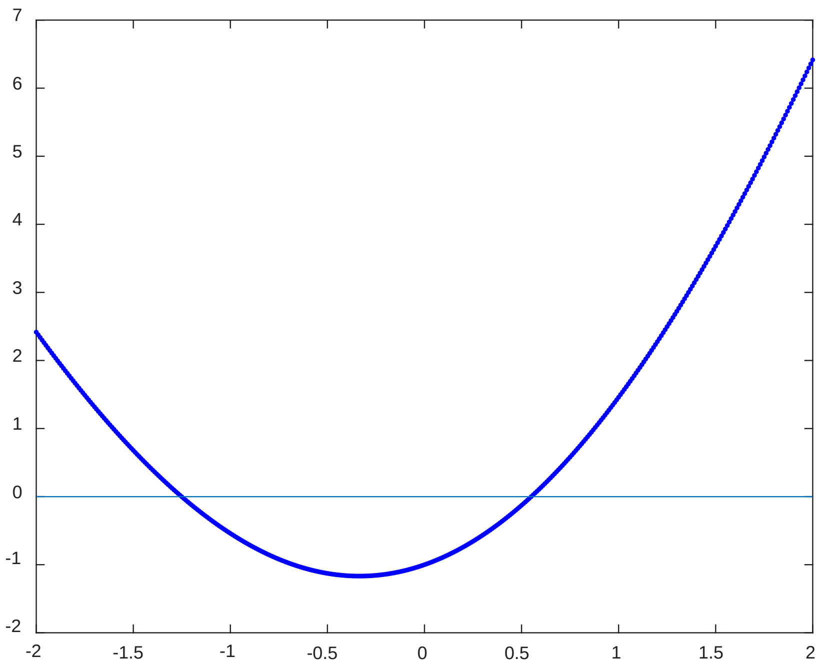
SOLUCIÓN

```
%Ejercicio 1

clear all
xi=1:5;xi=xi';
yi=[2.2 0.8 0.5 0.4 0.3]';
H=[xi.^0 xi sin(xi) cos(xi).*yi];b=yi+xi.^2.*yi;
c=H\b;
xx=1:0.01:5;
ux=(c(1)+c(2)*xx+c(3)*sin(xx))./(1+xx.^2-c(4)*cos(xx));
plot(xx,ux,'b.',xi,yi,'ro')
ui=(c(1)+c(2)*xi+c(3)*sin(xi))./(1+xi.^2-c(4)*cos(xi));
ri=yi-ui;
% los coeficientes del ajuste
c =
    3.6523
    0.6507
   -0.8770
    0.7146
% el vector residuos
ri =
   -0.0090
    0.0154
   -0.0119
    0.0039
   -0.0003
```

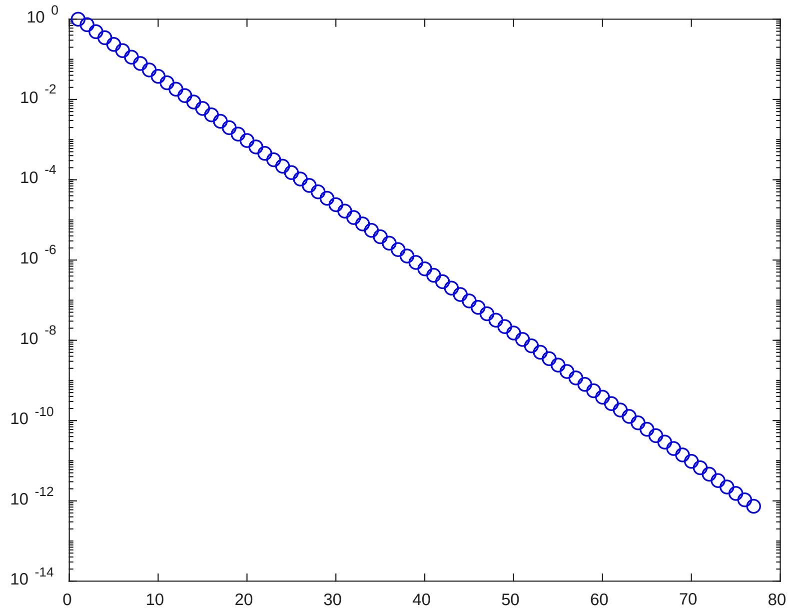


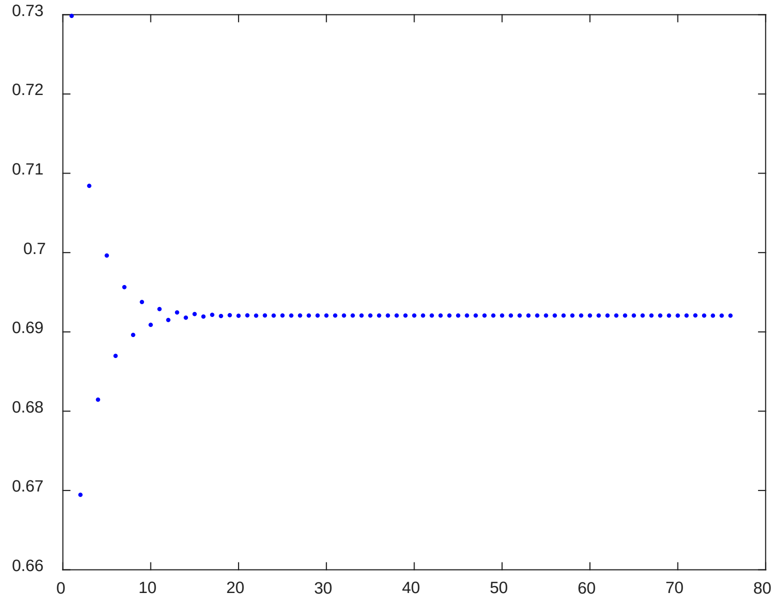
```
%Ejercicio 2

function [f fp]=fun3(x)
f=x+x.^2-cos(x);
fp=1+2*x+sin(x);
return
```

1.
```
clear all
xx=-2:0.01:2;
plot(xx,fun3(xx),'b.',xx,0*xx)
```




```
% La ecuación tiene 2 raices en el intervalo [-2, 2].

clear all
x(1)=1;e(1)=1;k=1;
while e(k) > 1e-12
    x(k+1)=cos(x(k))/(1+x(k));
    e(k+1)=abs(x(k+1)-x(k));
    k=k+1;
end
fun3(x(end))
semilogy(e,'bo')
figure;plot(e(2:end)./e(1:end-1),'b.')
```



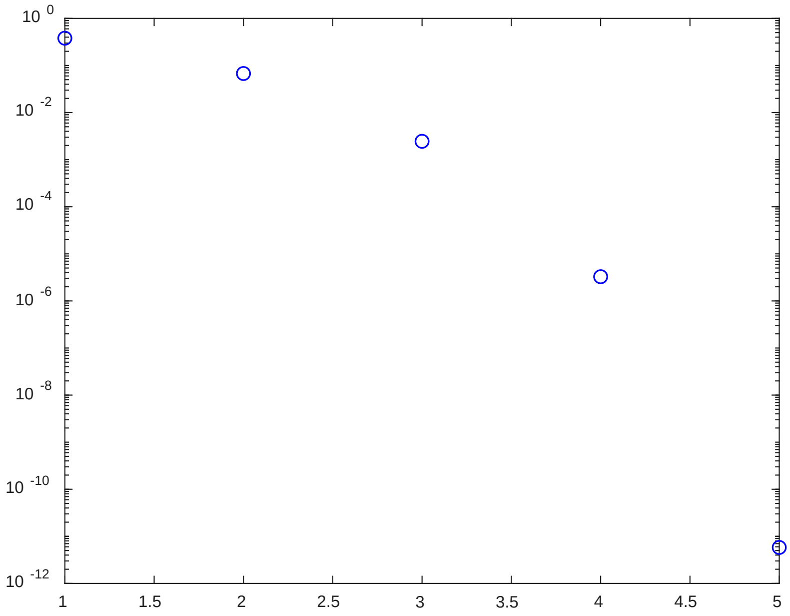


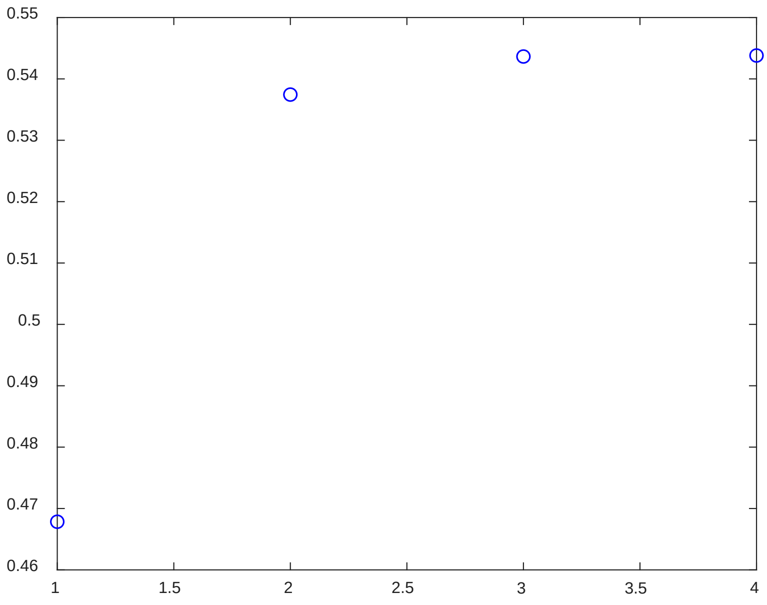
Como se puede observar en las gráficas, la convergencia es lineal y K1=0.69.

2.

```
clear all
x(1)=1;
for k=1:5
    [f fp]=fun3(x(k));
    x(k+1)=x(k)-f/fp;
end
fun3(x(end))
e=abs(x(2:end)-x(1:end-1));
semilogy(e,'bo');
figure;plot(e(2:end)./(e(1:end-1).^2),'bo')
```

```
ans =

     0
% La raíz calculada verifica la ecuación.
```





Como se puede observar en las gráficas, la convergencia es cuadrática y K2=0.54.

```
clear all
x0=[-1 1];N=5;
x=x0; % arrancamos en x0
for k=1:N % N iteraciones
[fs fps]=fun3(x); % Evaluación función y derivada
x = x - fs./fps; % Iteración de Newton
end
```

```
x,
fun3(x)

x =

   -1.2512    0.5500


ans =

   1.0e-15 *

    0.2220         0
```

Las dos raíces de la ecuación son -1.2512 y 0.5500.