

Proyecto 3: "Biofábrica prototipada de procesos de extracción y bioproductos para industrias avícola, cosmética y de alimentos" PA 253 - Informe III - Etapa III

Autor
Juan David Argüello Plata
Ingeniero Mecánico

Revisado por
Jairo René Martínez Morales
Químico PhD.

Universidad Industrial de Santander
Facultado de Ingenierías Físicomecánicas
Escuela de Ingeniería Mecánica
Maestría en Ingeniería Mecánica
2020

Índice

Introducción	2
1. Sistema de molienda	3
1.1. Análisis cinemático	4
1.2. Impacto	7
2. Método de elementos discretos - DEM	8
2.1. Detección de una colisión	9
3. Simulación numérica	10
3.1. Primera iteración	11
3.2. Segunda iteración	13
3.3. Tercera iteración	15
4. Resultado	17
5. Análisis de resultados y conclusiones	18

Índice de figuras

1. Dinámica interna del molino.	3
2. Cinemática de una bola (análisis simplificado).	4
3. Tendencia de distribución del material.	5
4. Trayectoria de una bola sobre el molino.	6
5. Comparación entre metodologías de análisis de partículas para una esfera suave deformada en un plano: situación física real (izquierda), modelo analizado con el método de elementos finitos (centro) y modelo con el método de elementos discretos (derecha)	8
6. Detección de colisión entre partículas.	9
7. Geometría de una aleta.	10
8. Resultados iniciales de la primera iteración.	11
9. Valor de la energía cinética máxima, por tipo de bola, en el tiempo.	12
10. Resultados iniciales de la segunda iteración.	13
11. Valor de la energía cinética máxima, por tipo de bola, en el tiempo.	14
12. Resultados iniciales de la tercera iteración.	15
13. Valor de la energía cinética máxima, por tipo de bola, en el tiempo.	16
14. Simulación con el material a pulverizar.	17
15. Diseño funcional del molino.	18

Introducción

En el presente documento se presentan los resultados del estudio dinámico realizado al sistema de molienda, evaluando y optimizando parámetros como: energía de impacto, distribución de energía de impacto por tipo de bola y velocidad de las bolas antes del impacto empleando como parámetros de entrada la geometría de las aletas, el tamaño de las bolas y la velocidad de rotación del molino.

1. Sistema de molienda

Durante la etapa de diseño funcional del molino de bolas, se definieron las siguientes dimensiones y parámetros operacionales:

- Volumen de $0,633 [m^3]$.
- Diámetro de $0,813 [m]$.
- Longitud de $1,22 [m]$.
- Velocidad de rotación de $37,5 [rpm]$.
- Potencia mínima de operación $3,36 [hp]$.

Se realizó una evaluación numérica para determinar la mejor configuración de las aletas del molino y tamaños de bola (ver Figura 7) que garanticen la mayor efectividad posible, a través de la evaluación de la *energía de impacto* de las bolas y su *distribución* sobre el molino. Para ello, se desarrollará una simulación numérica, empleando el método¹ de elementos discretos (DEM), validada mediante una metodología teórica simplificada.

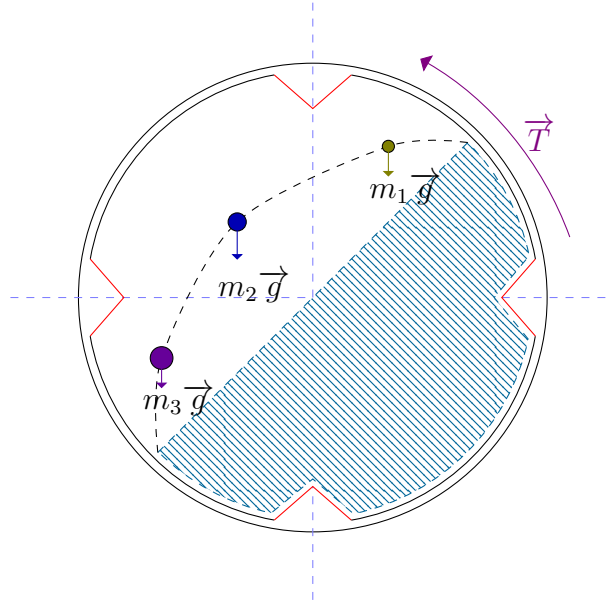


Figura 1: Dinámica interna del molino.

¹Los métodos numéricos son teoremas matemáticos que permiten describir la naturaleza de diferentes fenómenos de carácter físico-químico. Son ampliamente usados en ingeniería como metodologías predictivas durante el proceso de diseño funcional y mecánico.

1.1. Análisis cinemático

La trayectoria de las bolas es uno de los parámetros que determina la eficiencia del proceso de trituración, debido a la magnitud de la fuerza y posición del impacto. Este se trata de un análisis simplificado, se desprecia el diámetro y el coeficiente de fricción de las bolas, entre otros parámetros, como se aprecia en la Figura 2.

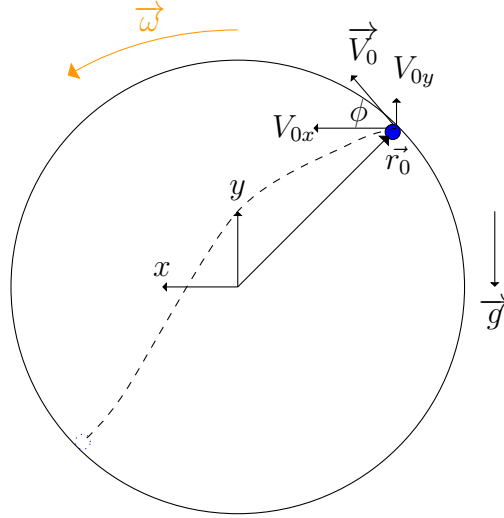


Figura 2: Cinemática de una bola (análisis simplificado).

De la Figura 2, \vec{V}_0 es la velocidad inicial, ϕ es el ángulo en el que se distribuye el material a triturar durante el funcionamiento del molino, ω es la velocidad angular, \vec{r}_0 es el vector posición inicial y \vec{g} es el vector aceleración de la gravedad.

Sabiendo que el valor de la aceleración en la componente vertical a_y es la gravedad y asumiendo que la aceleración horizontal tiene un valor constante, e igual a cero ($a_x = 0$), se tiene lo siguiente:

$$\vec{a} = -g\hat{j} \quad (1)$$

Sabiendo que la aceleración es la variación de la velocidad con respecto al tiempo, se tiene que:

$$\vec{V} = V_{0x}\hat{i} + (V_{0y} - gt)\hat{j} \quad (2)$$

De igual manera, siendo la velocidad la variación de la posición con respecto al tiempo:

$$\vec{r} = (-x_0 + V_{0x}t)\hat{i} + \left(y_0 + V_{0y}t - \frac{gt^2}{2}\right)\hat{j} \quad (3)$$

La velocidad angular ω tiene un valor de $3,93 \text{ (rev/s)}$ y el radio del molino r es de $0,4065[m]$, de modo que el valor de la velocidad inicial es de $1,6[m/s]$. Para una trituración óptima, se requiere que el ángulo de distribución sea de 45° , de modo que:

$$V_{0x} = V_0 \cos \phi \rightarrow V_{0x} = 1,13[m/s]$$

$$V_{0y} = V_0 \sin \phi \rightarrow V_{0y} = 1,13[m/s]$$

$$\vec{V}_0 = 1,13\hat{i} + 1,13\hat{j}[m/s] \quad (4)$$

De igual manera, el vector posición inicial queda de la siguiente forma:

$$x_0 = r_0 \cos \phi \rightarrow x_0 = 0,29[m]$$

$$y_0 = r_0 \sin \phi \rightarrow y_0 = 0,29[m]$$

$$\vec{r}_0 = 0,29\hat{i} + 0,29\hat{j}[m] \quad (5)$$

Para definir la trayectoria del material dentro del molino, es necesario conocer el tiempo que tarda en realizar su recorrido. Para conocer el tiempo, se debe conocer la posición en donde cae.

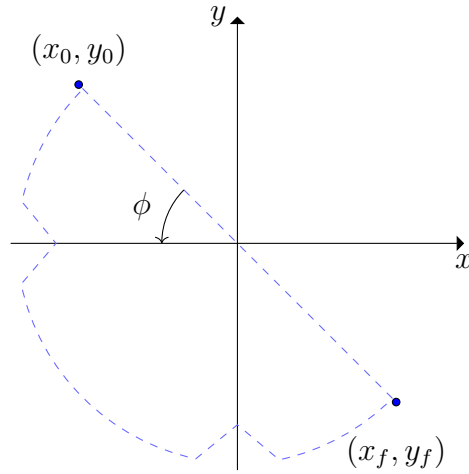


Figura 3: Tendencia de distribución del material.

De la Figura 10, la distribución del material está dada por la siguiente relación matemática:

$$y(t_f) = -\tan \phi x_f t_f \quad (6)$$

Relacionando las Ecuaciones 5 y 6, se obtiene:

$$t_f^2 - \frac{2(V_{0y} + V_{0x} \tan \phi)}{g} t_f - \frac{2}{g} (y_0 - x_0 \tan \phi) = 0 \quad (7)$$

Relacionando las Ecuaciones 4, 5 y 7 t_f toma valores de $-0,14[s]$ y $0,43[s]$; de modo que una bola llega al punto de impacto en **0,43[s]**. La relación entre la posición vertical y con respecto a la posición horizontal x se puede apreciar en la Ecuación 8.

$$y(x) = r \sin \phi + \left(r + \frac{x}{\cos \phi} \right) \sin \phi - \frac{g \left(r + \frac{x}{\cos \phi} \right)^2}{2\omega^2 r^2} \quad (8)$$

La posición de una bola durante la etapa de molienda se puede observar en la Figura 4.

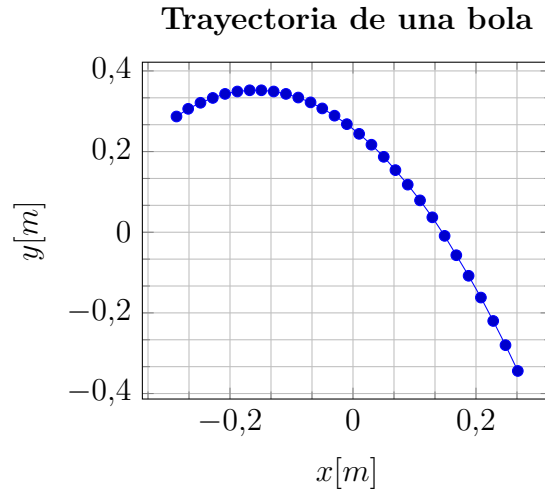


Figura 4: Trayectoria de una bola sobre el molino.

1.2. Impacto

La frecuencia de impacto de las bolas está definido por la Ecuación 9.

$$f_i = N_{bi}RPS \quad f_i \in N \quad (9)$$

Dónde N_{bi} es el número de bolas, del tipo de bola i que hay en el molino y RPS es el número de revoluciones por segundo del molino. La frecuencia de impacto debe ser un número natural.

Las distribuciones de la energía de impacto por bola se calcula de acuerdo a lo planteado en la Ecuación 10.

$$Dist_i = \left(\frac{I_i}{\sum_{j=1}^{N_{tb}} I_j} \right) * 100 \quad (10)$$

Dónde $Dist_i$ corresponde a la distribución de la energía de impacto del tipo de bola i sobre el molino e I_i a la energía de impacto de todas las bolas de tipo i .

2. Método de elementos discretos - DEM

El método de elementos discretos (DEM) es un método que modela fuerzas interpartícula basadas en parámetros de elasticidad y la superposición de partículas no deformadas, que se entiende como la cantidad de deformación necesaria para que puedan, físicamente, ocupar el espacio en su actual configuración. Requiere de seis grados de libertad en cuerpos rígidos: tres en dos dimensiones y seis en tres dimensiones.

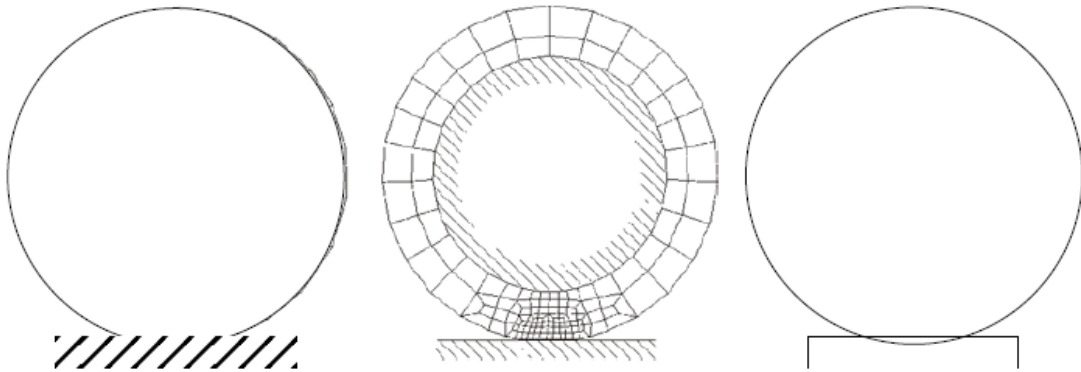


Figura 5: Comparación entre metodologías de análisis de partículas para una esfera suave deformada en un plano: situación física real (izquierda), modelo analizado con el método de elementos finitos (centro) y modelo con el método de elementos discretos (derecha)

El principio de este método es el de computar las fuerzas proporcionales a la superposición geométrica de las partículas empleadas. Para partículas esféricas, o circulares, las fuerzas involucradas son de tipo central; a diferencia de otras configuraciones geométricas, debido a que deben caracterizar las fuerzas en la forma ‘débil’ y ‘fuerte’.

Una simulación que emplea este método numérico, normalmente se rige bajo los siguientes pasos:

1. Detección de colisión entre partículas.
2. Creación de una nueva interacción y determinación de diferentes propiedades, entre ellas la rigidez.

Para interacciones ya existentes:

1. Evaluación de deformación.
2. Computación del esfuerzo basada en la deformación.
3. Aplicación de fuerzas en la interacción entre partículas.

2.1. Detección de una colisión

La detección *exacta* de colisión entre dos partículas requiere de un alto costo computacional. Tomando una pareja de cuerpos i y j y su colisión ‘exacta’ (en el sentido de precisión admisible por la implementación numérica) presentadas en los puntos P_i y P_j la detección procede en los siguientes dos puntos:

1. Detección de colisión rápida usando puntos aproximados \tilde{P}_i y \tilde{P}_j ; siendo estas preconstrucciones en el modo que características individuales P_i y P_j satisfacen la siguiente condición mostrada en la Ecuación 11.

$$\forall x \in R^3 : x \in P_i \rightarrow x \in \tilde{P}_i \quad (11)$$

De igual manera para P_j . El predicado aproximado se conoce como ‘volumen límite’, siguiendo lo siguiente:

$$(\tilde{P}_i \cap \tilde{P}_j) = \emptyset \rightarrow (P_i \cap P_j) = \emptyset \quad (12)$$

2. Al filtrar las colisiones imposibles mediante la Ecuación 12, algoritmos de detección de mayor costo computacional pueden ser implementados al filtrar falsas parejas de colisión restantes, como se observa en la Figura 6.

$$(\tilde{P}_i \cap \tilde{P}_j) \neq \emptyset \wedge (P_i \cap P_j) = \emptyset \quad (13)$$

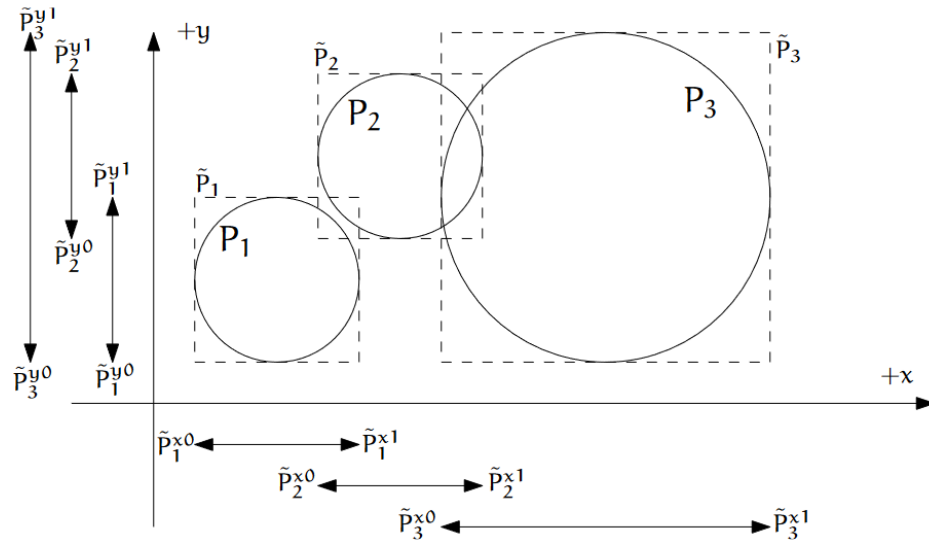


Figura 6: Detección de colisión entre partículas.

3. Simulación numérica

El material seleccionado, tanto para el molino como las bolas, es acero A36. Las propiedades del material, empleadas para el desarrollo de la simulación numérica, se pueden apreciar en el Cuadro 1.

Parámetro	Valor
Coeficiente de Poisson (ν)	0,27
Densidad (ρ)	7850 [kg/m^3]
Módulo de Young (E)	250 [MPa]
Coeficiente de restitución	0,9
Coeficiente de fricción estática (μ)	0,15
Coeficiente de fricción rotacional	0,09

Cuadro 1: Propiedades del acero A36.

La simulación se inicia con cuatro tipos de partículas, como se muestra en el Cuadro 2.

Diámetro	Nº partículas	Material	Vol. unit. [m^3]	Masa unit. [kg]	Mom. de iner. [$kg m^2$] ^a
7[cm]	117	Acero A36	$1,79 \cdot 10^{-4}$	1,41	$6,9 \cdot 10^{-4}$
4[cm]	627	Acero A36	$3,35 \cdot 10^{-5}$	0,26	$4,16 \cdot 10^{-5}$
2,5[cm]	2567	Acero A36	$8,18 \cdot 10^{-6}$	$6,42 \cdot 10^{-2}$	$4,01 \cdot 10^{-6}$
100[μm]	$102 \cdot 10^9$	Arena de río	$5,23 \cdot 10^{-13}$	$7,85 \cdot 10^{-10}$	$3,14 \cdot 10^{-22}$

Cuadro 2: Información sobre las partículas de la simulación.

^aPor tratarse de cuerpos esféricos, los momentos de inercia en x , y y z presentan el mismo valor.

El objetivo de esta simulación es encontrar la mejor distribución de energía de las bolas sobre el molino variando los siguientes parámetros: tamaño e inclinación de la aleta, como se muestra en la Figura 7.

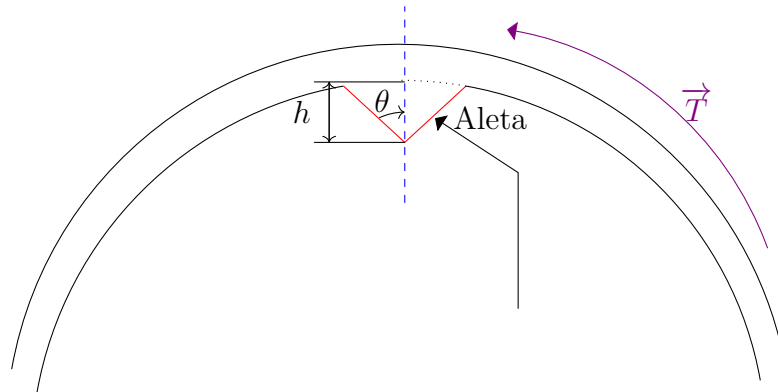
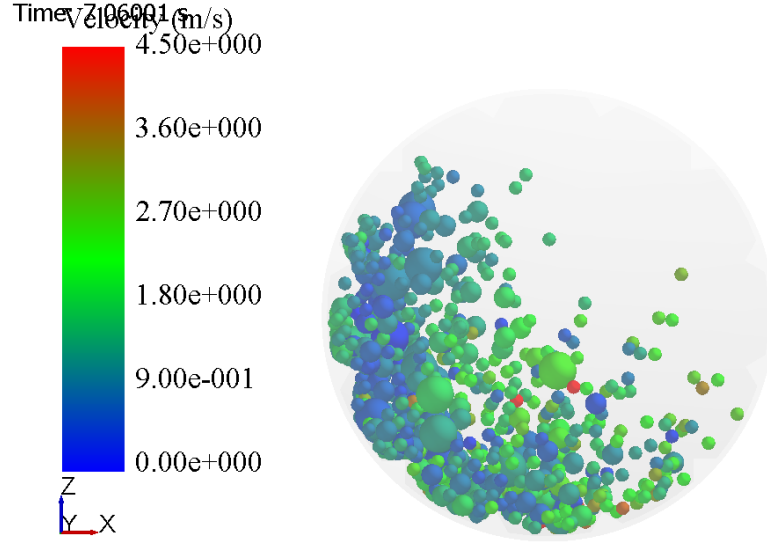


Figura 7: Geometría de una aleta.

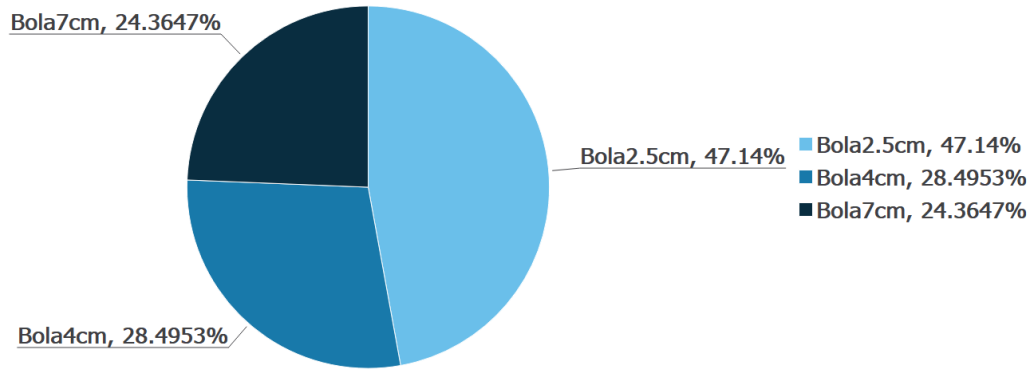
De la Figura 7, h es la altura de la aleta y θ es el ángulo de inclinación de la misma, como se aprecia en la Figura.

3.1. Primera iteración

Para la primera iteración, se emplearon 12 aletas con $h = 30[mm]$ de altura y $\theta = 45[^\circ]$ de ángulo interno (ver Figura 7); bolas de $2,5[cm]$, $4[cm]$ y de $7[cm]$. Al realizar la simulación numérica, se obtuvieron los siguientes resultados:



(a) Perfil de velocidades durante la molienda.



(b) Distribución de la energía de impacto por tipo de bola.

Figura 8: Resultados iniciales de la primera iteración.

De la Figura 8, se puede apreciar que las esferas de menor diámetro ($2,5[cm]$) tienden a alcanzar velocidades de hasta $4,5[m/s^2]$ de magnitud. La distribución de la energía de impacto tiende a ser mayor, para esta configuración, por parte de las bolas de menor tamaño con un $47,1\%$, seguido por las bolas de $4[cm]$ con un porcentaje del $28,5\%$ y, finalmente, las bolas de $7[cm]$, que presentan una distribución del $24,4\%$ de la energía de impacto transmitida.

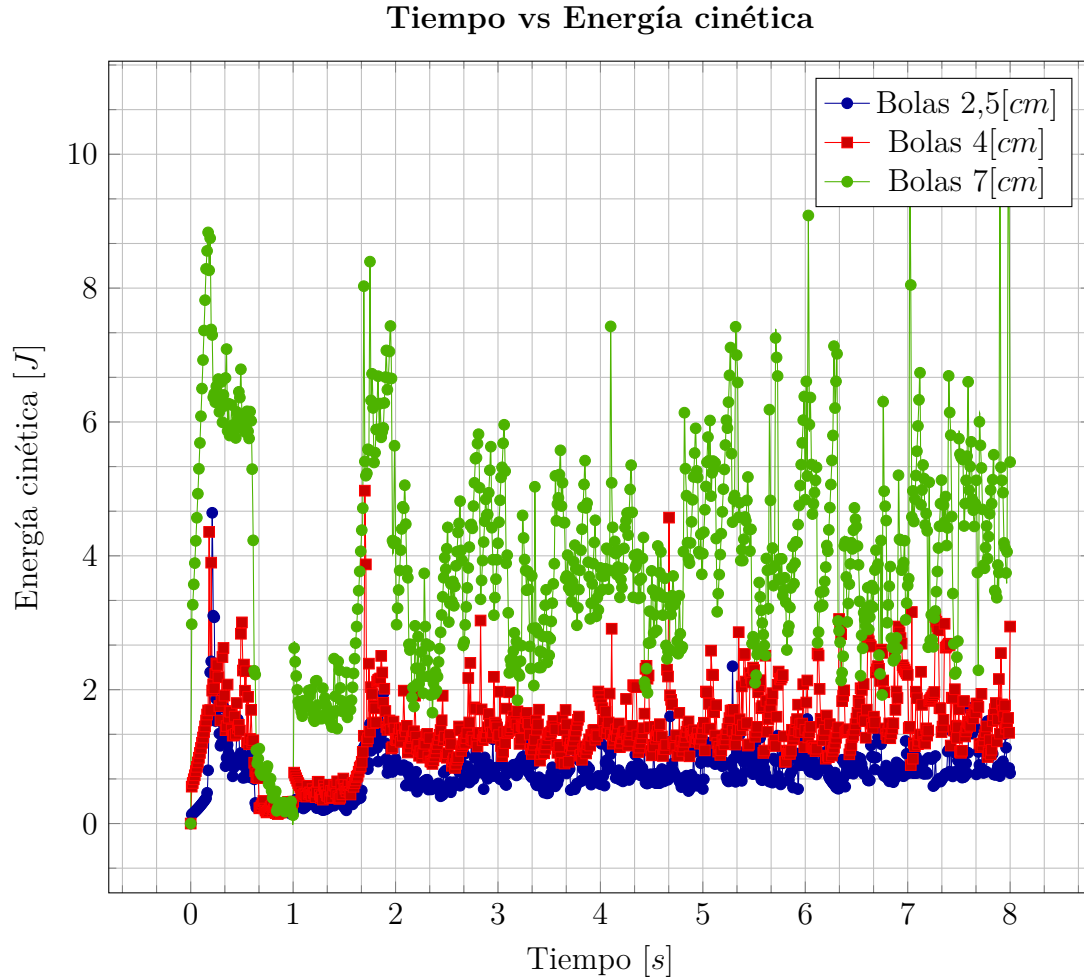


Figura 9: Valor de la energía cinética máxima, por tipo de bola, en el tiempo.

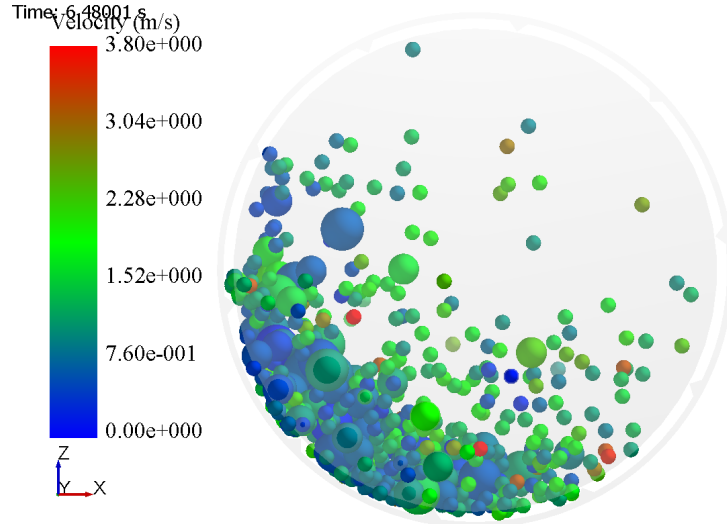
En la Figura 9, se observa el valor de la energía cinética máxima, antes de la colisión, dónde se observa que la energía transmitida por las esferas de 7[cm] tiende a ser cerca del doble de las transmitidas por las de 2,5[cm]; y que la energía cinética de las bolas de 2,5[cm] y las de 4[cm] no presenta una diferencia considerable (cerca de 0,5[J] de diferencia).

La etapa de *movimiento parabólico* de las bolas duró, en promedio, 0,41[s]; arrojando un **error de simulación** del 4,65 % (comparándolo con el valor de 0,43[s] calculado en la sección 1.1).

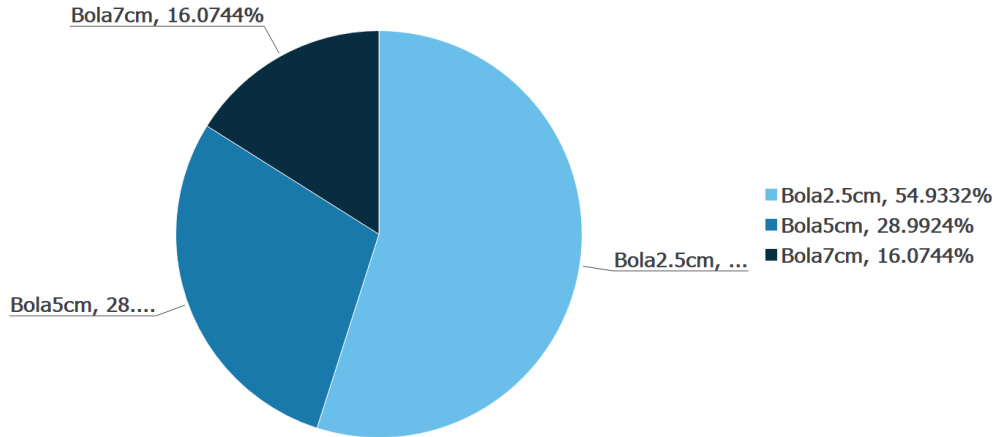
Con base a los resultados mostrados en las Figuras 8 y 9, se observa que las bolas de 4[cm] no representan un *aporte considerable* en el desempeño del molino, por lo que se cambiarán por esferas de 5[cm] en futuros análisis.

3.2. Segunda iteración

Con base en los resultados obtenidos en la sección 3.1, se realizó una simulación con los siguientes datos: 10 aletas de $h = 10[mm]$ y $\theta = 45[^\circ]$; bolas de $2,5[cm]$, $5[cm]$ y $7[cm]$. Obteniendo los resultados mostrados a continuación.



(a) Perfil de velocidades durante la molienda.



(b) Distribución de la energía de impacto por tipo de bola.

Figura 10: Resultados iniciales de la segunda iteración.

De la Figura 10, se puede apreciar que las esferas de menor diámetro ($2,5[cm]$) tienden a alcanzar velocidades de hasta $3,8[m/s^2]$ de magnitud. La distribución de la energía de impacto tiende a ser mayor, para esta configuración, por parte de las bolas de menor tamaño con un $54,93\%$, seguido por las bolas de $5[cm]$ con un porcentaje del $28,99\%$ y, finalmente, las bolas de $7[cm]$, que presentan una distribución del $16,07\%$ de la energía de impacto transmitida.

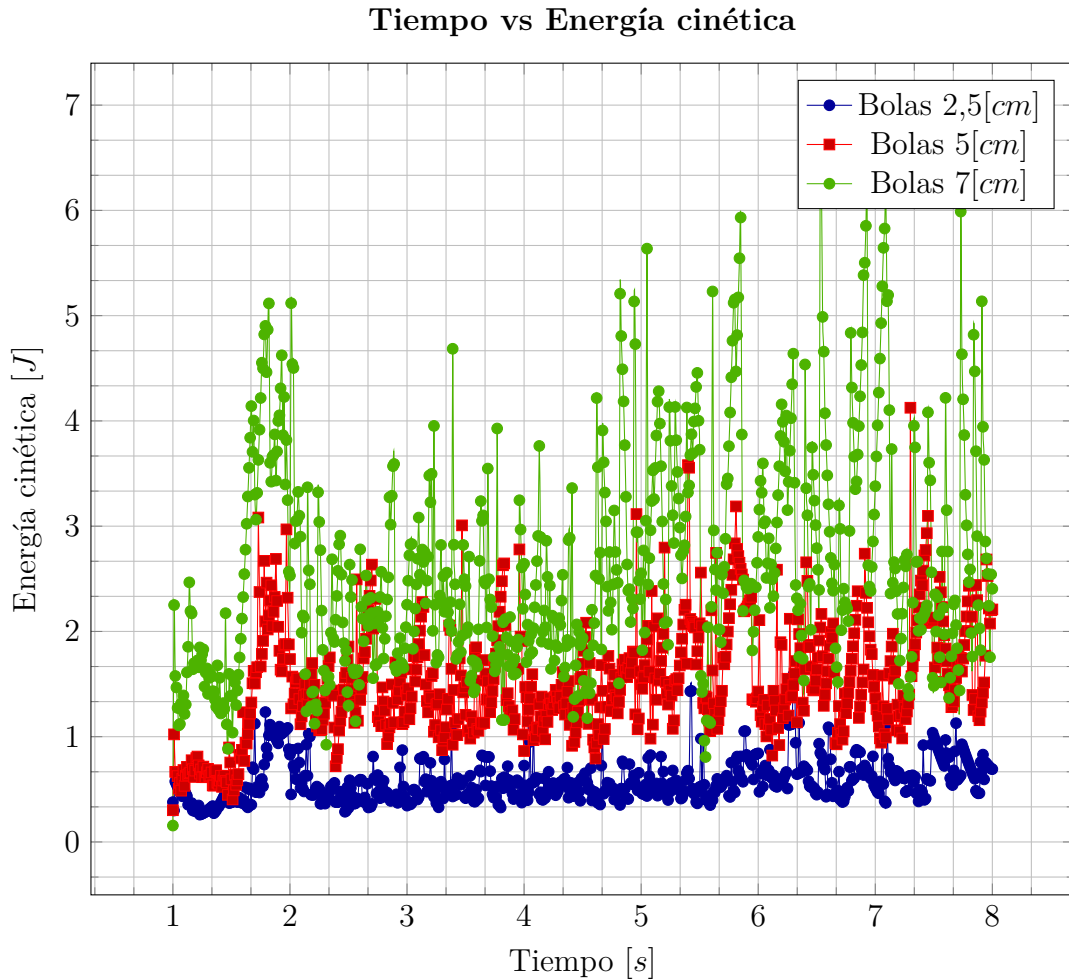


Figura 11: Valor de la energía cinética máxima, por tipo de bola, en el tiempo.

Al igual que en la Figura 9, en la Figura 11 se observa el valor de la energía cinética máxima antes de la colisión, dónde se detalla que la energía transmitida por las esferas de 7[cm] tiende a ser más del doble de las transmitidas por las de 2,5[cm]. A diferencia de la Figura 9, la distribución de la energía de impacto por tipo de bola es más clara, presentando diferencias apreciables entre sí, de más del 50 %. Sin embargo, los valores máximos de energía son significativamente inferiores con esta configuración; lo que permite concluir que las bolas de 5[cm] confieren mayor eficiencia a la molienda, pero se reduce la efectividad debido a la geometría de las aletas.

La etapa de *movimiento parabólico* de las bolas duró, en promedio, 0,39[s]; arrojando un **error de simulación** del 9,3 % (comparándolo con el valor de 0,43[s] calculado en la sección 1.1).

3.3. Tercera iteración

Con base en los resultados obtenidos en la sección 3.2, se desarrolló una simulación con los siguientes parámetros: 10 aletas de $h = 40[mm]$ y $\theta = 30[^\circ]$; bolas de $7[cm]$, $5[cm]$ y $2,5[cm]$.

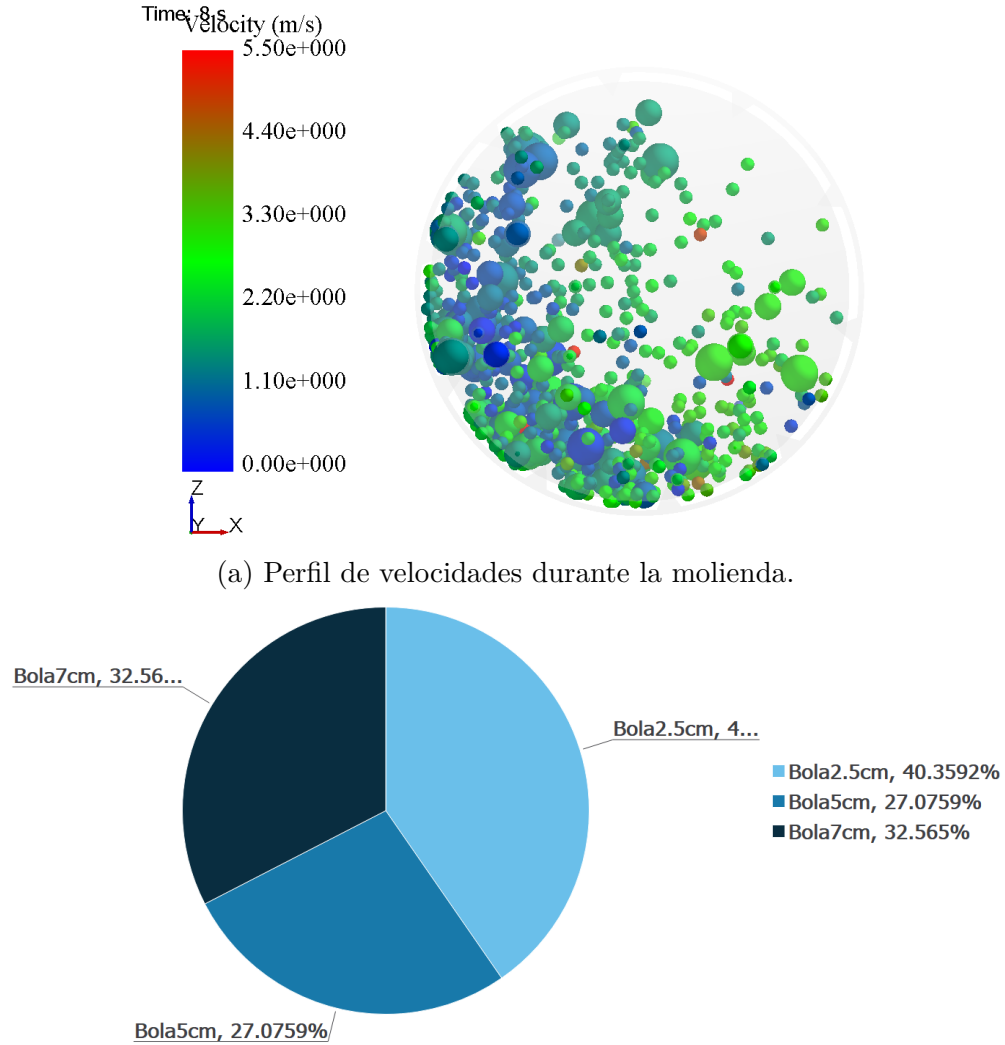


Figura 12: Resultados iniciales de la tercera iteración.

En la Figura 12, se puede apreciar que las esferas de $2,5[cm]$ continúan alcanzando las mayores velocidades, llegando con esta configuración hasta los $5,5[m/s^2]$ de magnitud. La distribución de la energía de impacto tiende a ser más equitativa que en las iteraciones anteriores, donde las bolas de menor tamaño presentan un $40,35\%$ de distribución, seguido por las bolas de $7[cm]$ con un porcentaje

del 32,56 % y, finalmente, las bolas de 5[cm], que presentan una distribución del 27,08 % de la energía de impacto transmitida.

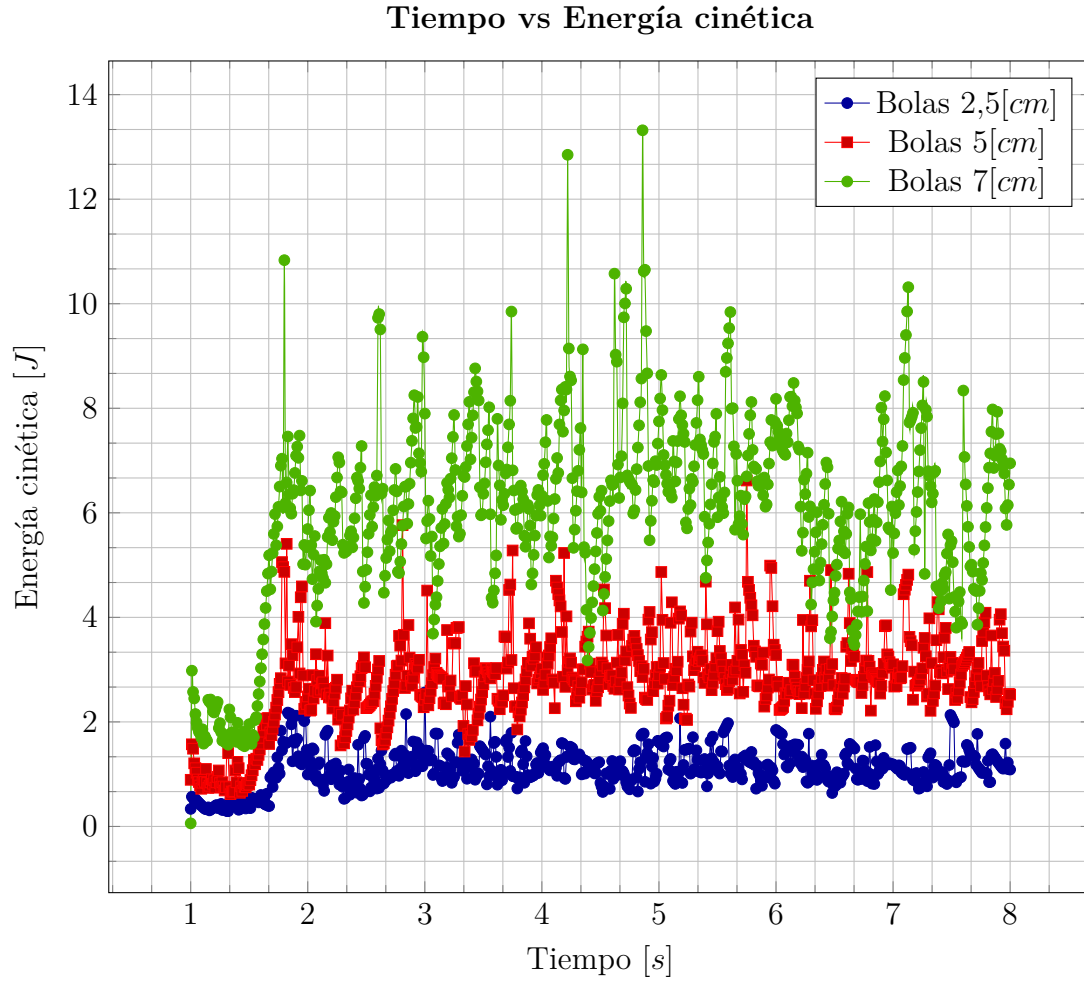
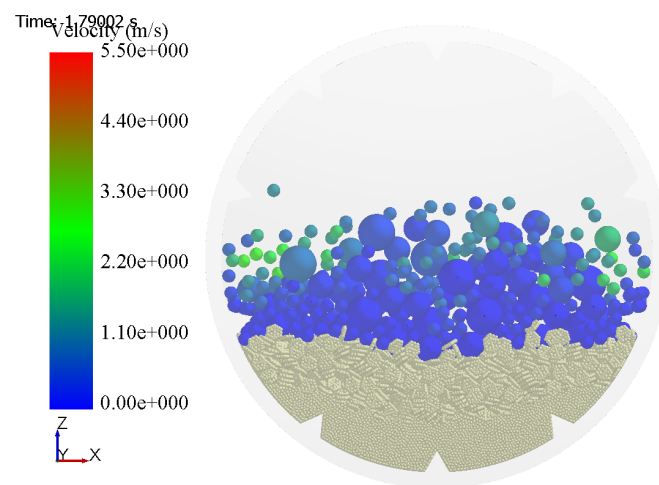


Figura 13: Valor de la energía cinética máxima, por tipo de bola, en el tiempo.

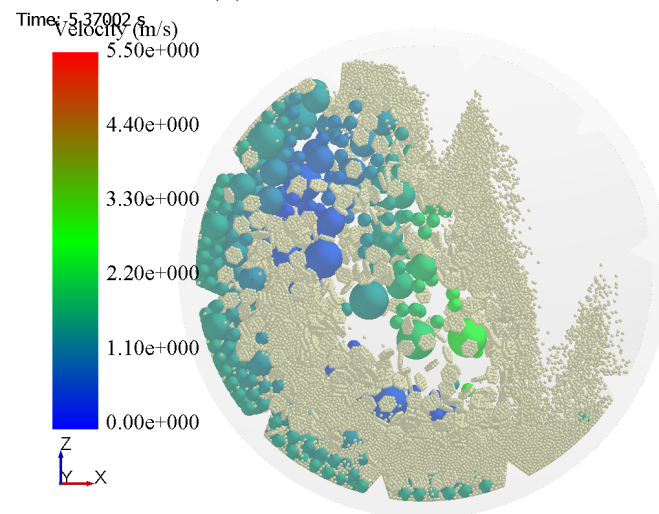
En la Figura 13, se aprecia el valor de la energía cinética máxima antes de la colisión. Comparándola con los resultados anteriores, se observa una mayor energía de impacto y una mejor distribución entre los diferentes tipos de bola, lo que hace de esta alternativa, no sólo la más eficiente, sino también la más efectiva.

4. Resultado

Conociendo la distribución geométrica de las aletas que mejor distribución de energía y mayor magnitud de energía de impacto por tipo de bola produce, se desarrolló una nueva simulación numérica con el material a pulverizar (agente dispersante y material vegetal) para detallar la forma en cómo se distribuye el material durante la etapa de molienda. La proporción de llenado, en términos volumétricos, es la siguiente: 20 % lo ocupan las bolas del molino, 16 % el material vegetal y el 14 % el agente dispersante.



(a) Material a moler.



(b) Molienda.

Figura 14: Simulación con el material a pulverizar.

5. Análisis de resultados y conclusiones

De las iteraciones desarrolladas, la configuración de aletas que mejor desempeño obtuvo fue la tercera (10 aletas de $h = 40[mm]$, $\theta = 30[^\circ]$ y bolas de: $7[cm]$, $5[cm]$ y $2,5[cm]$; como se observa en la Figura 15), debido a que obtuvo la mayor energía cinética media y la distribución de energía de impacto más equitativa durante la etapa de molienda. Como se observa en la Figura 14, este sistema cumple el objetivo requerido por la planta de extracción debido a que las esferas de $7[cm]$ y $5[cm]$ presentan la energía suficiente para disminuir el tamaño de partícula de tallos y ramas, mientras que las bolas de $2,5[cm]$ lograrán pulverizar el material por debajo de los $250[\mu m]$.

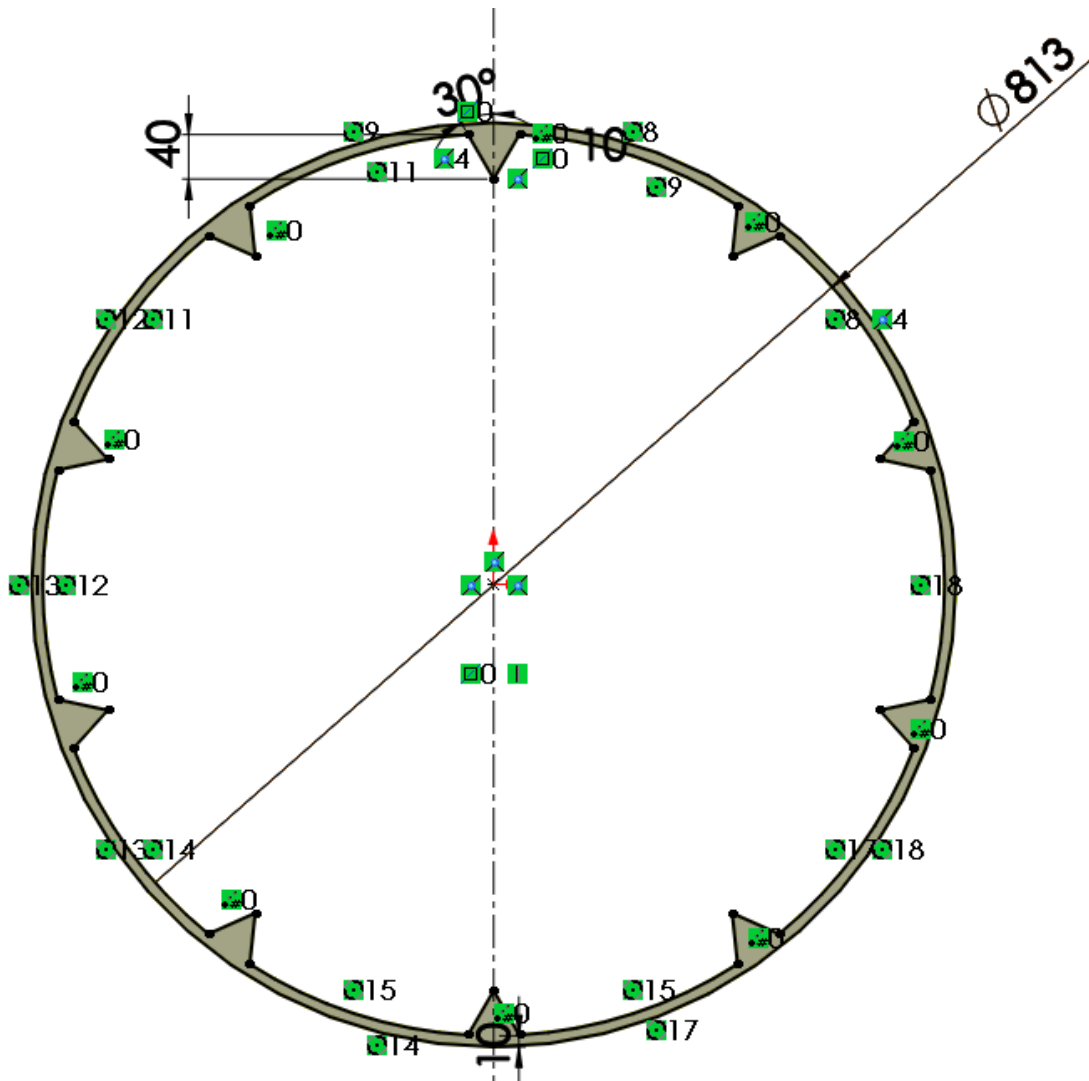


Figura 15: Diseño funcional del molino.