Praktikum 09

Fitting data persamaan garis lurus (Regresi linier)

Regresi linier adalah sebuah model persamaan garis lurus yang memenuhi persamaan,

$$f(x) = a + bx \tag{1}$$

Jika didefinika fungsi objektif sebagai berikut,

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a - bx_i)^2 \tag{2}$$

Dengan melakukan optimasi fungsi objektif,

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \sum_{i=1}^{n} -2(y_i - a - bx_i) = 2\left(-\sum_{i=1}^{n} y_i + na + b\sum_{i=1}^{n} x_i\right) = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = \sum_{i=1}^{n} -2(y_i - a - bx_i)x_i = 2\left(-\sum_{i=1}^{n} x_i y_i + a\sum_{i=1}^{n} x_i + b\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) = 0 \tag{4}$$

Jika persamaan (3) dan (4) dibagi dengan 2n, maka akan diperoleh,

$$a + \bar{x}b = \bar{y} \tag{5}$$

$$a\bar{x} + \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right)b = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i \tag{6}$$

dengan menyelesaikan persamaan (5) dan (6) akan diperoleh,

$$a = \frac{\bar{y}\sum x_i^2 - \bar{x}\sum x_i y_i}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} \text{ dan } b = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

atau

$$b = \frac{\sum y_i(x_i - \bar{x})}{\sum x_i(x_i - \bar{x})} \text{dan } a = \bar{y} - \bar{x}b$$

Contoh Soal :

1. Tentukan S, a dan b sehingga f(x) = a + bx sesuai dengan data berikut,

X	0.0	1.0	2.0	2.5	3.0
Y	2.9	3.7	4.1	4.4	5.0

Buat kode program dengan tampilan sebagai berikut :

```
Command Window
     No         x         y        xy         x^2
      1         0       2.9         0           0
      2         1       3.7       3.7           1
      3         2       4.1       8.2           4
      4       2.5       4.4        11        6.25
      5         3         5        15           9
jumx =  8.5000
jumxy =  37.900
```

kode program tampilan tersebut adalah sebagai berikut :

```
clear all
clc
x=[0 1 2 2.5 3];
y=[2.9 3.7 4.1 4.4 5];
jumx=0;
jumxy=0;
disp('     No         x         y        xy         x^2');
for i=1:5
disp(sprintf("%8d %8d %8d %8d %8d", i,x(i),y(i),x(i)*y(i),x(i)*x(i)));
jumx=jumx+x(i);
jumxy=jumxy+x(i)*y(i);
end
jumx
jumxy
```

Dengan cara yang sama pada contoh soal,

1. Tentukan S, a dan b sehingga $f(x) = ax^b$ sesuai dengan data berikut,

X	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
Y	0.49	1.60	3.36	6.44	10.16

Gunakan persamaan linier $\ln(f(x)) = \ln(a) + b\ln(x)$ untuk menggantikan persamaan $f(x) = ax^b$.

2. Tentukan S, a dan b sehingga $\gamma(t) = ae^{-bt}$ sesuai dengan data berikut,

t	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5
γ	1.000	0.994	0.990	0.985	0.979	0.977	0.972	0.969	0.967	0.960	0.956	0.952

Gunakan persamaan linier $\ln(\gamma(t)) = \ln(a) - bt$ untuk menggantikan persamaan $\gamma(t) = ae^{-bt}$.