4 Circuits linéaires du premier ordre

Régimes

– Le régime transitoire correspond à l'intervalle de temps durant lequel la grandeur étudiée évolue. Lorsqu'elle se stabilise, on parle de régime permanent ou régime établi.

– Pour estimer la durée du régime transitoire, on utilise souvent le temps de réponse à 5 %, qui est l'instant à partir duquel la grandeur étudiée ne s'écarte plus de 5 % de sa valeur finale.

Équations différentielles du premier ordre

Cette section s'intéresse à la réponse temporelle d'un circuit du premier ordre soumis à une sollicitation brusque. On étudie alors l'évolution de grandeurs physiques telles que la tension aux bornes d'un condensateur ou le courant dans une bobine.

Établissement

– Utiliser la loi des mailles pour établir la relation globale entre les tensions du circuit.

– Appliquer la loi d'Ohm pour le conducteur ohmique afin de lier tension et courant.

– Intégrer la loi fondamentale du condensateur ou de la bobine, qui fait intervenir la dérivée temporelle de la grandeur étudiée et mène à l'équation différentielle.

Résolution

– Mettre l'équation sous sa forme canonique pour identifier la constante de temps τ et la valeur finale en régime permanent F_∞ :

$$\frac{df(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} f(t) = \frac{F_\infty}{\tau} \qquad \text{ou} \qquad f(t) + \tau \frac{df(t)}{dt} = F_\infty.$$

– Indiquer la solution $f_1(t)$ de l'équation différentielle homogène (sans second membre) :

$$f_1(t) = Ce^{-t/\tau}.$$

– Déterminer la solution particulière $f_2(t)$, qui est une constante égale à la valeur finale :

$$f_2(t) = F_\infty.$$

– Écrire la solution générale de l'équation différentielle comme la somme des deux précédentes :

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) = Ce^{-t/\tau} + F_\infty.$$

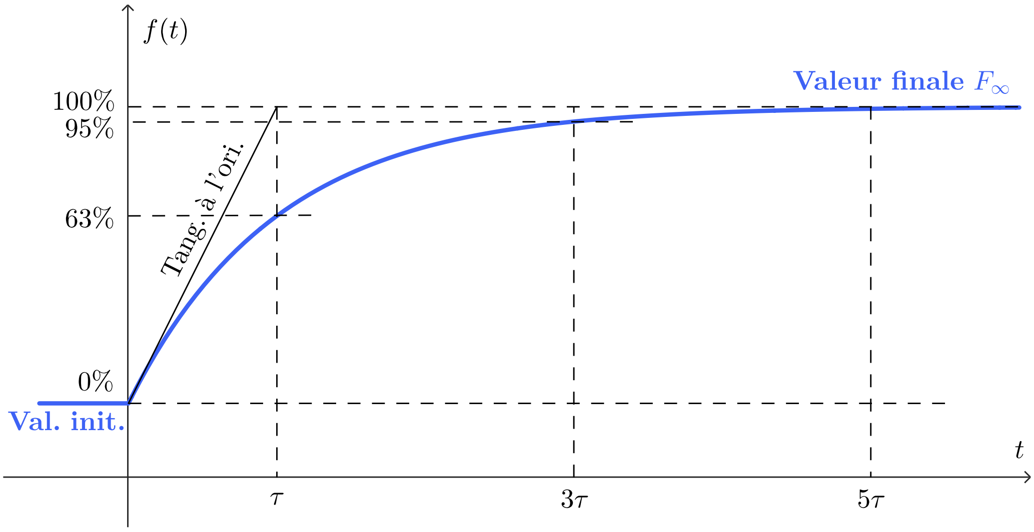
– Utiliser les conditions initiales, généralement à $t = 0$, pour déterminer la constante C.
Ex. 1 : $f(0) = 0$, alors $Ce^0 + F_\infty = 0$, d'où $C = -F_\infty$.
Ex. 2 : $f(0) = 2$, alors $Ce^0 + F_\infty = 2$, d'où $C = 2 - F_\infty$.

– Écrire la solution finale :

$$f(t) = Ce^{-t/\tau} + F_\infty.$$

Dans le cas des exemples précédents,
Ex. 1 : $f(t) = -F_\infty e^{-t/\tau} + F_\infty$, i.e. $f(t) = F_\infty(1 - e^{-t/\tau})$.
Ex. 2 : $f(t) = (2 - F_\infty)e^{-t/\tau} + F_\infty$.

Tracé de la solution



- La tangente à l'origine de la courbe coupe l'asymptote horizontale (valeur finale F_∞) à l'instant $t = \tau$. Cette propriété permet une détermination graphique de la constante de temps et réciproquement.
- La réponse du système atteint des pourcentages clés de sa variation totale à des multiples de τ :
  - À $t = \tau$, la grandeur atteint 63 % de sa valeur finale.
  - À $t = 3\tau$, la grandeur atteint 95 % de sa valeur finale (fin du régime transitoire).
  - À $t = 5\tau$, la grandeur atteint 99 % de sa valeur finale.
- Ces caractéristiques sont valables pour une grandeur croissante (charge, établissement du courant) comme pour une grandeur décroissante (décharge, rupture du courant).

Aspect énergétique

- En appelant P_G la puissance fournie par le générateur, P_J la puissance dissipée par le résistor, et E l'énergie emmagasinée dans le condensateur ou la bobine, on établit la relation suivante :

$$P_G = \frac{dE}{dt} + P_J.$$