

## 2 Mesures et incertitudes

### Incertitudes de répétabilité (Type A)

- L'évaluation de type A consiste à estimer l'incertitude en effectuant une série de mesures et en réalisant un traitement statistique. La valeur mesurée retenue est la moyenne des mesures, et l'écart-type renseigne sur la dispersion des résultats.
- Valeur mesurée :  

$$x = \bar{x} = x_{moy} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}.$$
- L'écart-type d'échantillon — le plus adéquat en pratique expérimentale — est noté  $s$ ,  $s_x$  (variable précisée),  $s_{n-1}$  ou encore  $\sigma_{n-1}$ . Sa notation peut varier, mais il ne faut pas le confondre avec l'écart-type de population  $\sigma$  ou  $\sigma_x$ .  
 Il se calcule généralement avec une calculatrice, un tableur ou en Python.
- L'incertitude-type est alors donnée par :

$$u(x) = \frac{s_x}{\sqrt{n}}.$$

- Pour définir un intervalle de confiance, on calcule l'incertitude élargie  $U(x)$  à l'aide d'un facteur d'élargissement  $k$  (généralement  $k = 2$ ) qui dépend en principe de  $n$  et du niveau de confiance choisi :

$$U(x) = k \cdot u(x).$$

Pour  $k = 1$  on parle d'incertitude type. On choisit souvent  $k = 2$  pour un niveau de confiance d'environ 95%.

### Incertitudes sur mesure unique (Type B)

- Pour un appareil analogique avec une lecture unique, l'incertitude pour un intervalle de confiance à 95% est estimée à partir de la valeur d'une graduation  $g$  ;

$$U(x) = \frac{2g}{\sqrt{12}}.$$

- Pour un niveau de confiance de 95%, l'incertitude liée à une lecture double est estimée à :

$$U(x) = \frac{2\sqrt{2} \cdot g}{\sqrt{12}}.$$

- Lorsque la notice d'un appareil fournit une tolérance  $\pm t$ , l'incertitude pour un niveau de confiance à 95% est estimée à :

$$U(x) = \frac{2t}{\sqrt{3}}.$$

Lorsque la précision de l'appareil est donnée sous la forme  $n\% \pm m$ ,  $t$  peut aussi se déterminer en multipliant le résultat de la mesure par  $n\%$  puis en ajoutant  $m$  fois la dernière puissance de 10 affichée par l'appareil.

- Lorsque la valeur  $x$  se situe dans un intervalle, on prendra comme incertitude pour un niveau de confiance à 95% :

$$U(x) = \frac{x_{max} - x_{min}}{\sqrt{3}}.$$

## Incertitudes composées

- Si une mesure est affectée par plusieurs sources d'erreurs, l'incertitude globale est la somme quadratique des incertitudes de chaque source :

$$U(x)^2 = U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots$$

- Cas d'une somme ou d'une différence du type  $G = \alpha A \pm \beta B$  :

$$U(G)^2 = (\alpha \cdot U(A))^2 + (\beta \cdot U(B))^2.$$

- Cas d'un produit ou d'un quotient du type  $G = k \cdot A^\alpha \cdot B^\beta$  :

$$\left(\frac{U(G)}{G}\right)^2 = \left(\alpha \frac{U(A)}{A}\right)^2 + \left(\beta \frac{U(B)}{B}\right)^2.$$

## Expression et acceptabilité du résultat

- Par convention, le résultat d'un mesurage s'écrit ainsi :

$$X = x \pm U(x).$$

L'incertitude élargie  $U(x)$  est écrite avec deux chiffres significatifs et la valeur mesurée  $x$  est ajustée pour que son dernier chiffre significatif soit à la même position décimale que celui de  $U(x)$ .

- La précision d'une mesure est évaluée par son incertitude relative  $\frac{U(x)}{x}$ , qui doit être la plus faible possible.
- L'écart relatif permet de comparer le résultat de la mesure à une valeur attendue.

$$\epsilon = \frac{|x - x_{ref}|}{x_{ref}}.$$

- Pour comparer une mesure à une valeur de référence  $x_{ref}$ , on calcule l'écart normalisé, ou z-score. Il permet de statuer sur la compatibilité des deux valeurs en se basant sur les incertitudes-types.

$$z = \frac{|x - x_{ref}|}{u(x)}.$$

La mesure est jugée compatible avec la valeur de référence si  $z < 2$ .