

01. Propagation d'un signal

Signaux

- Signal : grandeur physique dont la variation apporte une information.
- Signal périodique : signal qui se répète. Il est caractérisé par sa fréquence f , sa période T et sa pulsation ω .

$$f = \frac{1}{T}, \quad T = \frac{1}{f}, \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}.$$

- Valeur moyenne d'un signal périodique $s(t)$:

$$\langle s(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt = \frac{\text{Aire}}{\text{Période}}.$$

Un signal de valeur moyenne nulle est dit alternatif.

- Valeur efficace : valeur continue qui restitue la même puissance qu'un signal alternatif.

$$S_{\text{eff}} = \sqrt{\langle s(t)^2 \rangle}.$$

- Signal sinusoïdal :

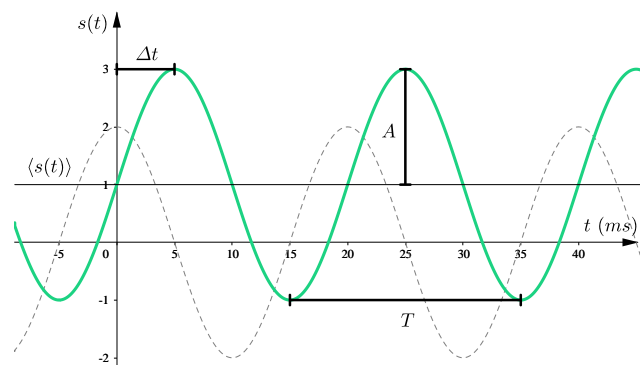
$$s(t) = \langle s(t) \rangle + A \cos(\omega t + \varphi),$$

Déphasage :

$$|\varphi_{\text{rad}}| = \frac{2\pi \Delta t}{T}, \quad |\varphi^\circ| = \frac{360 \Delta t}{T}.$$

$\varphi > 0$: signal en avance.

$\varphi < 0$: signal en retard.



Il est également possible de décrire le signal alternatif avec une fonction sinus. Seule la phase à l'origine diffère : \cos commence à son maximum, \sin commence à zéro en croissant. Le choix dépend simplement de la convention retenue pour le signal de référence.

- Valeur efficace d'un signal sinusoïdal **alternatif** :

$$S_{\text{eff}} = \frac{S_{\text{max}}}{\sqrt{2}}.$$

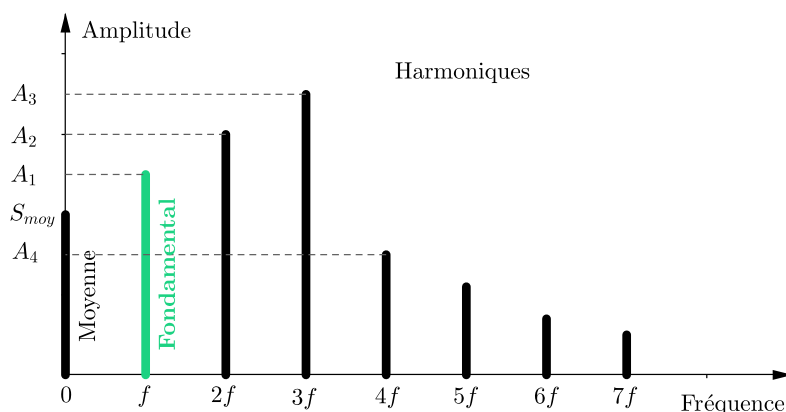
Spectres

- Théorème de Fourier : tout signal périodique peut se décomposer en la somme de sa valeur moyenne et d'une infinité de fonctions sinusoïdales, dont les fréquences sont des multiples de la fréquence fondamentale.

$$s(t) = \langle s(t) \rangle + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t + \varphi_n).$$

- Spectre d'un signal périodique : représentation graphique des amplitudes A_n des différentes composantes sinusoïdales en fonction de leur fréquence $f_n = n \cdot f_1$.

La valeur moyenne est représentée au rang 0. Le fondamental, de même fréquence que le signal, correspond au rang 1. Les autres composantes sont les harmoniques, de rang n .



- Spectre d'un signal quelconque : il n'est plus constitué de raies de fréquences particulières mais occupe toute la bande de fréquences. C'est un spectre continu.

Ondes progressives

- Onde : perturbation locale qui se propage sans déplacement global de matière, en transportant de l'énergie à une vitesse appelée célérité, qui dépend des propriétés du milieu.

$$c = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

- Onde transversale : perturbation perpendiculaire à la direction de propagation (ex. corde).
Onde longitudinale : perturbation parallèle à la direction de propagation (ex. son).
- Double périodicité d'une onde périodique : en un point fixe, la perturbation se répète dans le temps ; à un instant donné, la forme de l'onde se répète dans l'espace.

$$s(x, t + T) = s(x, t), \quad s(x + \lambda, t) = s(x, t).$$

La longueur d'onde λ est la distance parcourue par l'onde pendant une période T :

$$\lambda = c \cdot T = \frac{c}{f}.$$

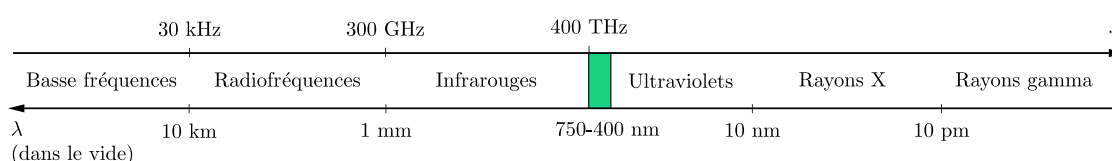
- Une expression (parmi tant d'autres) d'une onde sinusoïdale progressive en un point d'abscisse x , à l'instant t :

$$s(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi), \quad \text{avec} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}.$$

Le nombre d'onde k est l'analogue dans l'espace de la pulsation temporelle ω .

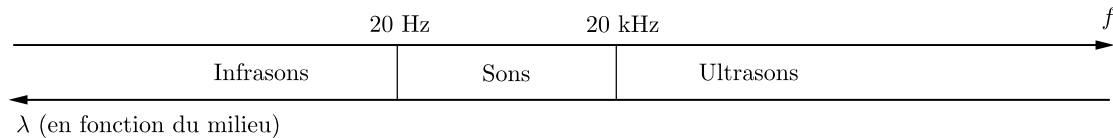
Pour une onde se propageant dans le sens des x décroissants, le signe devant k ou x est inversé.

- Spectre électromagnétique :



La lumière visible par l'œil humain s'étend de 400 nm (violet) à 750 nm (rouge) environ.

- Spectre acoustique :



Le domaine des sons audibles pour l'humain va de 20 Hz à 20 kHz.

Interférences

- Principe de superposition : lorsque deux ondes se rencontrent en un point, leurs elongations s'additionnent.
- Condition d'interférence : les ondes doivent être cohérentes (même fréquence et déphasage constant).
- Différence de marche : différence de distance parcourue par les deux ondes.

$$\delta = d_2 - d_1.$$

- La différence de marche induit un déphasage entre les deux ondes :

$$\varphi_{2/1} = 2\pi \frac{\delta}{\lambda}.$$

- Interférences constructives : l'amplitude est maximale (ondes en phase).

$$\delta = p \cdot \lambda \quad (p \in \mathbb{Z}).$$

- Interférences destructives : l'amplitude est minimale (ondes en opposition de phase).

$$\delta = \left(p + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad (p \in \mathbb{Z}).$$

- Interfrange : distance séparant les milieux de deux franges brillantes (ou sombres) consécutives. Si a est la distance entre les fentes et D la distance à l'écran :

$$i = \frac{\lambda D}{a}.$$

Diffraction

- Phénomène : étalement des directions de propagation d'une onde au passage d'une ouverture ou d'un obstacle de largeur $a \leq \lambda$.
- Écart angulaire : demi-angle (en radians) de la tache centrale :

$$\theta \approx \sin \theta = \frac{\lambda}{a}.$$

- Avec la largeur ℓ de la tache centrale sur un écran à la distance D :

$$\theta \approx \tan \theta = \frac{\ell}{2D}.$$