02 Mécanique newtonienne

Forces et interactions

- Il existe quatre interactions fondamentales qui régissent la physique :
  - l'interaction gravitationnelle, de portée infinie et dominante à l'échelle astronomique ;
  - l'interaction électromagnétique, de portée infinie et dominante à l'échelle atomique et humaine, responsable de la cohésion de la matière et des frottements ;
  - l'interaction forte, de portée très courte $\sim 10^{-14}$ m, responsable de la cohésion des noyaux ;
  - l'interaction faible, de portée très courte $\sim 10^{-18}$ m, qui intervient auprès des nucléons.
- Une force modélise l'action mécanique exercée par un système sur un autre. Elle est représentée par un vecteur $\vec{F}$ caractérisé par : une direction, un sens et une norme (intensité en Newton N).
- On distingue les forces de contact (nécessitant un contact physique, ex : tension, frottement) des forces à distance (champ de force, ex : poids, force électrique).

Interactions usuelles

- La force d'interaction gravitationnelle exercée par un point matériel M_1 sur M_2 (masses m_1, m_2) séparés d'une distance r est

$$\vec{F}_{1\to 2} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}_{12},$$

  avec $G = 6,67 \times 10^{-11}$ m^3.kg^{-1}.s^{-2} et $\vec{u}_{12}$ vecteur unitaire de 1 vers 2.
  Cas particulier : la force d'attraction gravitationnelle exercée par la Terre sur un objet ponctuel M de masse m s'appelle le poids et vérifie $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ (car $g = \frac{GM_t}{R_T^2}$).
- La force d'interaction électrostatique exercée par une particule de charge q_1 sur une autre de charge q_2 séparées d'une distance r est

$$\vec{F}_{1\to 2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_{12} = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_{12},$$

  où la permittivité du vide $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9}$ F/m et la constante de Coulomb $k = 9{,}0\times 10^9$ N·m^2·C^{-2}.
- Pour un fil inextensible de masse négligeable, la tension $\vec{T}$ est dirigée le long du fil, de l'objet vers le point d'attache. Si le fil n'est pas tendu, $\vec{T} = \vec{0}$.
- Soit un ressort de masse négligeable, de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. Si sa longueur est ℓ, il exerce une force de rappel

$$\vec{F} = -k(\ell - \ell_0)\vec{u},$$

  où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire orienté dans le sens de l'allongement.
- La réaction $\vec{R}$ d'un support solide se décompose en une composante normale $\vec{R}_n$ et une composante tangentielle $\vec{R}_t$ (force de frottement).
  Les lois de Coulomb (frottements solides) permettent de relier leurs normes via le coefficient de frottement f :
  - absence de glissement (statique) : $\|\vec{R}_t\| \leq f\|\vec{R}_n\|$;
  - glissement avéré (dynamique) : $\|\vec{R}_t\| = f\|\vec{R}_n\|$.

- La force de frottement fluide s'exerce sur un solide se déplaçant dans un fluide. C'est une force de freinage opposée au vecteur vitesse. On distingue le modèle linéaire (faibles vitesses, frottements visqueux) du modèle quadratique (grandes vitesses) :

$$\vec{F}_{fl} = -\lambda\vec{v} \;; \qquad\qquad \vec{F}_{fq} = -kv\vec{v}.$$

- La poussée d'Archimède est la force exercée par un fluide sur un volume immergé V. Elle est égale à l'opposé du poids du volume de fluide déplacé :

$$\vec{\Pi} = -\rho V\vec{g}.$$

Lois de Newton

- Dans un référentiel $\mathcal{R}$, le vecteur quantité de mouvement d'un point M de masse m est défini par la relation

$$\vec{p}_{M/\mathcal{R}} = m \cdot \vec{v}_{M/\mathcal{R}}.$$

- Première loi de Newton : principe d'inertie
  Il existe des référentiels privilégiés, appelés référentiels galiléens, dans lesquels un point matériel isolé, soumis à aucune force, est soit au repos, soit en mouvement rectiligne uniforme. C'est que

$$\vec{p}_{M/\mathcal{R}} = \vec{cte} \;; \qquad\qquad \frac{d\vec{p}_{M/\mathcal{R}}}{dt} = \vec{0}.$$

- Deuxième loi de Newton : principe fondamental de la dynamique
  Dans un référentiel galiléen,

$$\frac{d\vec{p}_{M/\mathcal{R}}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext\to M}.$$

  Dans le cas où la masse est constante, cette loi s'écrit :

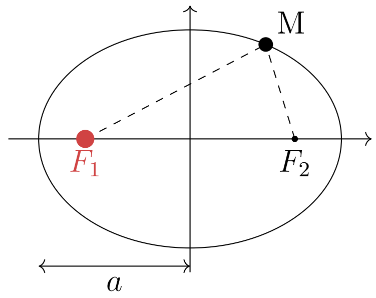
$$m\vec{a}_{M/\mathcal{R}} = \sum \vec{F}_{ext\to M}.$$

- Troisième loi de Newton : principe des actions réciproques
  Si un système A exerce une force sur un système B, alors B exerce simultanément sur A une force de même direction, de même intensité, mais de sens opposé :

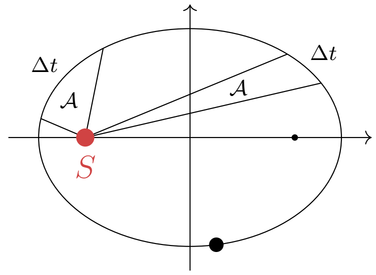
$$\vec{F}_{A\to B} = -\vec{F}_{B\to A}.$$

Lois de Kepler

- Première loi de Kepler : Loi des orbites
  Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire d'une planète est décrite par une orbite elliptique dont le Soleil occupe un des foyers.
- Notons que $F_1M + F_2M$ est constante.



- Deuxième loi de Kepler : Loi des aires
  Dans le référentiel héliocentrique, le segment reliant le centre du Soleil au centre de la planète balaie des aires égales pendant des durées égales.
- En effet, la vitesse de la planète n'est pas uniforme : elle est maximale au périhélie et minimale à l'aphélie.



- Troisième loi de Kepler : Loi des périodes
  Le carré de la période de révolution T est proportionnel au cube du demi-grand axe a de l'orbite. Le rapport ne dépend que de la masse de l'astre attracteur :

$$\frac{T^2}{a^3} = C, \quad C \in \mathbb{R}.$$

- Démontrons-le dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme.
  On considère une trajectoire circulaire de rayon R parcourue à vitesse constante v. La période s'exprime alors $T = \frac{2\pi R}{v}$.
  La deuxième loi de Newton appliquée à la planète de masse m tournant autour du soleil de masse M_S, projetée sur le vecteur normal (centripète), donne l'égalité entre la force gravitationnelle et le produit de la masse m par l'accélération normale a :

$$\frac{GM_S m}{R^2} = ma = m\frac{v^2}{R}.$$

  En élevant l'expression de la période au carré et en y substituant v^2, on retrouve la loi :

$$T^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{v^2} = \frac{4\pi^2 R^2}{\left(\frac{GM_S}{R}\right)} = \frac{4\pi^2 R^3}{GM_S}, \qquad \text{i.e.} \qquad \frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S}.$$