02. Mesures et incertitudes

Incertitudes de répétabilité (Type A)

– L'évaluation de type A consiste à estimer l'incertitude en effectuant une série de mesures et en réalisant un traitement statistique. La valeur mesurée retenue est la moyenne des mesures, et l'écart-type renseigne sur la dispersion des résultats.

– Valeur mesurée :

$$x = \bar{x} = x_{moy} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}.$$

– L'écart-type d'échantillon — le plus adéquat en pratique expérimentale — est noté s, s_x (variable précisée), s_{n-1} ou encore σ_{n-1}. Sa notation peut varier, mais il ne faut pas le confondre avec l'écart-type de population σ ou σ_x.
Il se calcule généralement avec une calculatrice, un tableur ou en Python.

– L'incertitude-type est alors donnée par :

$$u(x) = \frac{s_x}{\sqrt{n}}.$$

– Pour définir un intervalle de confiance, on calcule l'incertitude élargie $U(x)$ à l'aide d'un facteur d'élargissement k (généralement $k = 2$) qui dépent en principe de n et du niveau de confiance choisi :

$$U(x) = k \cdot u(x).$$

Pour $k = 1$ on parle d'incertitude type. On choisit souvent $k = 2$ pour un niveau de confiance d'environ 95%.

Incertitudes sur mesure unique (Type B)

– Pour un appareil analogique avec une lecture unique, l'incertitude pour un intervalle de confiance à 95% est éstimée à partir de la valeur d'une graduation g ;

$$U(x) = \frac{2g}{\sqrt{12}}.$$

– Pour un niveau de confiance de 95%, l'incertitude liée à une lecture double est estimée à :

$$U(x) = \frac{2\sqrt{2} \cdot g}{\sqrt{12}}.$$

– Lorsque la notice d'un appareil fournie une tolérance $\pm t$, l'incertitude pour un niveau de confiance à 95% est estimée à :

$$U(x) = \frac{2t}{\sqrt{3}}.$$

Lorsque la précision de l'appareil est donneé sous la forme $n\% \pm m$, t peut aussi se determiner en multipliant le résultat de la mesure par $n\%$ puis en ajoutant m fois la dernière puissance de 10 affichée par l'appareil.

– Lorsque la valeur x se situe dans un intervalle, on prendra comme incertitude pour un niveau de confiance à 95% :

$$U(x) = \frac{x_{max} - x_{min}}{\sqrt{3}}.$$

Incertitudes composées

- Si une mesure est affectée par plusieurs sources d'erreurs, l'incertitude globale est la somme quadratique des incertitudes de chaque source :

$$U(x)^2 = U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots$$

- Cas d'une somme ou d'une différence du type $G = \alpha A \pm \beta B$:

$$U(G)^2 = (\alpha \cdot U(A))^2 + (\beta \cdot U(B))^2.$$

- Cas d'un produit ou d'un quotient du type $G = k \cdot A^\alpha \cdot B^\beta$:

$$\left(\frac{U(G)}{G}\right)^2 = \left(\alpha\frac{U(A)}{A}\right)^2 + \left(\beta\frac{U(B)}{B}\right)^2.$$

Expression et acceptabilité du résultat

- Par convention, le résultat d'un mesurage s'écrit ainsi :

$$X = x \pm U(x).$$

  L'incertitude élargie $U(x)$ est écrite avec deux chiffres significatifs et la valeur mesurée x est ajustée pour que son dernier chiffre significatif soit à la même position décimale que celui de $U(x)$.

- La précision d'une mesure est évaluée par son incertitude relative $\frac{U(x)}{x}$, qui doit être la plus faible possible.
- L'écart relatif permet de comparer le résultat de la mesure à une valeur attendue.

$$\epsilon = \frac{|x - x_{ref}|}{x_{ref}}.$$

- Pour comparer une mesure à une valeur de référence x_{ref}, on calcule l'écart normalisé, ou z-score. Il permet de statuer sur la compatibilité des deux valeurs en se basant sur les incertitudes-types.

$$z = \frac{|x - x_{ref}|}{u(x)}.$$

  La mesure est jugée compatible avec la valeur de référence si $z < 2$.