

Matlab 14-15 for dummies : problème 7

Zone de stabilité des méthodes de Gear

On peut montrer que la région de stabilité de ces méthodes *contient l'entière de l'axe réel négatif* pour un ordre $n \leq 6$. Ces méthodes semblent donc convenir particulièrement bien à la résolution de problèmes scalaires raides. On se propose -ici- de calculer ces fameuses zones de stabilité.

Les méthodes de Gear d'ordre un à quatre sont définies par :

$$U_{i+1} = U_i + h F_{i+1}$$

$$U_{i+1} = \frac{1}{3} (-U_{i-1} + 4U_i) + \frac{2h}{3} F_{i+1}$$

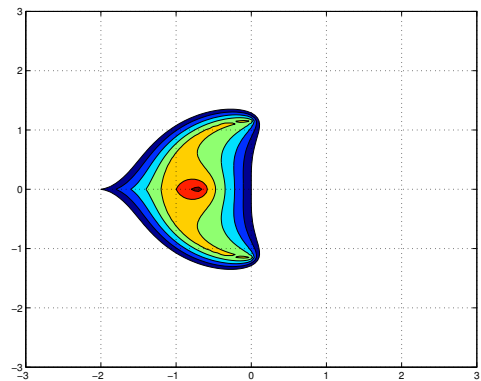
$$U_{i+1} = \frac{1}{11} (2U_{i-2} - 9U_{i-1} + 18U_i) + \frac{6h}{11} F_{i+1}$$

$$U_{i+1} = \frac{1}{25} (-3U_{i-3} + 16U_{i-2} - 36U_{i-1} + 48U_i) + \frac{12h}{25} F_{i+1}$$

A titre d'exemple, nous avons obtenu la zone de stabilité d'une méthode d'Adams à pas multiples avec ce petit programme dans l'exercice 60 :

```
[x,y]=meshgrid([-3:0.05:3],[-3:0.05:3]);
z = x+i*y;
b = (0.5 + z/2 + 3 * z.^2 /8);
c = z.^2/4;
f1 = abs(b - sqrt(b.^2 - c));
f2 = abs(b + sqrt(b.^2 - c));
figure;
contourf(x,y,-max(f1,f2),[-1:0.1:0]);
grid;
```

$$\begin{cases} P_{i+1} = U_i + \frac{h}{2} \left(-f(X_{i-1}, U_{i-1}) + 3f(X_i, U_i) \right) \\ U_{i+1} = U_i + \frac{h}{2} \left(f(X_i, U_i) + f(X_{i+1}, P_{i+1}) \right) \end{cases}$$



On vous demande de :

1. Calculer les coefficients des méthodes de Gear d'ordre cinq et six : cela peut à nouveau se faire avec un crayon ou un bic, avant d'aller vous précipiter sur votre ordinateur !
2. Ecrire une fonction `[alpha] = GearStability(x,y,n)` qui fournit le module du facteur d'amplification pour tout point du plan complexe $h\lambda$ dont on fournit les valeurs réelles et imaginaires dans les matrices `x` et `y` de même taille. L'indice n est l'ordre de la méthode de Gear considérée : on se limitera aux cas $0 < n < 7$. La matrice `alpha` aura la taille des matrices `x` et `y`.
3. Un petit programme `matlab7_test` vous est bien évidemment fourni par une équipe didactique toujours aussi attentive.
4. Votre fonction (avec les éventuelles sous-fonctions que vous auriez créées) sera incluse dans un unique fichier `GearStability.m`, sans y adjoindre le programme de test fourni ! Cette fonction devra être soumise via le web avant le **mardi 9 décembre à 23h59** : ce travail est individuel et sera évalué. Pour permettre une correction plus aisée, ne pas inclure les commandes `clc` et `close all` dans votre fonction `GearStability`.
5. Bonus : pour ceux qui ne savent vraiment pas à quoi passer leurs longues soirées d'hivers, on peut généraliser la fonction afin qu'elle fournisse le résultat pour n'importe quel n positif (sans exagérer toutefois, car le temps de calcul risque de devenir un peu prohibitif à un certain moment !)

Bon travail à tous :-)