

Planification de la production d'une ligne d'assemblage de smartphones

1 Description

Votre entreprise assemble des smartphones pour le compte d'un grand groupe international au logo fruitier. Votre carnet de commande est parfaitement connu plusieurs mois à l'avance, mais présente néanmoins une forte variabilité, en raison notamment des périodes de fêtes de fin d'année. Votre objectif consiste à optimiser le planning de fabrication de votre entreprise, tout en optimisant l'utilisation de ses ressources humaines.

Votre entreprise planifie sa production sur un horizon de T semaines. Pour chaque semaine s , on dispose de la quantité à produire **demande(s)** (où $1 \leq s \leq T$). La production d'un smartphone requiert

- ◊ une certaine liste de matériaux (puces, composants, boîtiers, etc.), dont vous possédez d'une quantité suffisante (coût de stockage nul et réapprovisionnement permanent) ; chaque smartphone produit entraîne un coût en matériaux égal à **cout_materiaux**,
- ◊ l'assemblage par un ouvrier, nécessitant **duree_assemblage** minutes par smartphone.

Votre entreprise dispose actuellement d'un certain nombre d'ouvriers **nb_ouvriers**, payés à un salaire horaire **cout_horaire**. Chaque ouvrier est rémunéré à la semaine, constituée de cinq jours. Un ouvrier peut consacrer au maximum sept heures par jour à l'assemblage de smartphones (car certaines autres tâches de rangement, d'entretien ou de maintenance occupent le reste de son temps).

Afin de faire face à la variabilité de son carnet de commande, votre entreprise dispose de plusieurs options :

- ◊ Il est possible de constituer un stock de smartphones assemblés, par exemple durant les périodes creuses ; néanmoins, le stockage d'un smartphone durant une semaine entraîne un coût unitaire de stockage de **cout_stockage**
- ◊ Il est possible de livrer votre client une semaine en retard ; ceci entraîne néanmoins un surcoût de **cout_retard** par smartphone. Un retard de deux semaines ou plus n'est pas permis.
- ◊ Il est possible de demander des heures supplémentaires aux ouvriers. Chaque heure supplémentaire coûte **cout_heure_sup**, et un ouvrier peut en effectuer au plus **nb_max_heure_sup** par semaine. Les fractions d'heures supplémentaires sont autorisées.
- ◊ En cas de nécessité absolue, il est possible de sous-traiter une partie de la production à un autre producteur ; celui-ci exige un montant (élevé) de **cout_sous_traitant** par smartphone, et peut vous fournir au maximum **nb_max_sous_traitant** smartphones par semaine.
- ◊ Il est possible d'engager des ouvriers supplémentaires au début de chaque semaine (tout personne engagée l'est pour la durée complète de la semaine), ce qui occasionne un coût d'embauche de **cout_embauche** par ouvrier (coût est comptabilisé une fois, et s'ajoute à celui du salaire). De même, il est également possible de procéder à des licenciements, au coût de **cout_licenciement** par ouvrier. Enfin, la capacité de votre ligne d'assemblage limite le nombre d'ouvriers à un maximum de **nb_max_ouvriers**.

Sachant que le stock initial de votre entreprise est égal à **stock_initial** unités, et qu'un stock identique doit être reconstitué à la fin de l'horizon de planification, comment planifier votre production et gérer vos ressources humaines de façon à satisfaire la demande prévue tout en minimisant l'ensemble des coûts de votre ligne d'assemblage ?

2 Questions

2.1 Modélisation et implémentation de la ligne d'assemblage simple

Pour cette première partie, on ignore la possibilité d'embaucher ou de licencier (on travaille à personnel constant).

- Question 1 Donnez une formulation linéaire (continue, sans variables entières) du problème de la planification de la ligne d'assemblage à personnel constant. Décrivez successivement variables, contraintes et fonction objectif. A ce stade, le fait de ne pas imposer l'intégralité des variables vous paraît-il problématique ?
- Question 2 Démontrez que, sous certaines hypothèses raisonnables, il est possible de garantir que votre modèle linéaire continu admette toujours une solution entière, c'est-à-dire ne comportant que des quantités produites entières chaque semaine. L'une de ces hypothèses est l'intégralité de la demande chaque semaine ; quelles sont les autres ?
Conseil : reformulez comme un problème de flot.
- Question 3 Implémentez sous MATLAB ce modèle linéaire continu, et calculez la solution correspondant aux données fournies sur icampus (utilisez la fonction `linprog`). Commentez l'allure de la solution obtenue.
- Question 4 Décrivez une procédure permettant, avec le moins de nouveaux calculs possibles, d'évaluer les conséquences sur la fonction objectif d'une petite variation de la demande prévue. Plus précisément, analysez l'effet du remplacement du vecteur `demande` par le vecteur `demande + epsilon * delta_demande` où `delta_demande` est un vecteur de perturbation sur la demande, et `epsilon` est un paramètre scalaire dont la valeur est faible.
- Question 5 Testez sous MATLAB la procédure du point précédent avec les données fournies. Comparez ensuite la prédiction obtenue par cette procédure avec la valeur obtenue en résolvant à nouveau complètement le modèle, et ce pour un échantillon de valeurs du paramètre `epsilon` comprises entre 0 et 1 (par exemple `0:.1:1`). Commentez (éventuellement en vous aidant d'un graphique).
- Question 6 Décrivez (sans l'implémenter) l'adaptation qu'il serait nécessaire à apporter au modèle si le coût de l'heure supplémentaire pris en compte était variable. Plus concrètement, considérez qu'après la première heure supplémentaire (facturée au coût horaire `cout_heure_sup` standard), chaque heure supplémentaire (éventuellement) est facturée à un coût horaire supérieur de 5% à celui de l'heure supplémentaire précédente. Est-il toujours possible de formuler (ou reformuler) le problème sous forme linéaire ? Expliquez. Et que se passerait-il si le coût horaire des supplémentaires *diminuait* lorsque le nombre d'heure prestées augmente ? Justifiez.

2.2 Modélisation et implémentation de la ligne d'assemblage avec gestion du personnel

- Question 7 Donnez à présent une formulation linéaire (continue, sans variables entières) du problème de la planification de la ligne d'assemblage incluant le gestion du personnel, en vous basant sur le modèle déjà construit à la Question 1. Décrivez successivement variables, contraintes et fonction objectif.
- Question 8 Implémentez sous MATLAB ce modèle linéaire continu, et calculez la solution correspondant aux données fournies sur icampus. Commentez l'allure de la solution obtenue, et comparez à la

solution du modèle simplifié. Commentez également l'intégralité des variables de la solution ; celle-ci présente-t-elle un aspect problématique ?

Question 9 Résolvez à nouveau ce modèle en imposant à présent l'intégralité des variables pour lesquelles c'est absolument indispensable (utilisez la fonction `intlinprog`). Commentez l'allure de la solution obtenue, et comparez aux solutions obtenues précédemment.

2.3 Critique

Question 10 Critiquez les modèles proposés dans ce projet. Sont-ils réalistes ? Des approximations ont-elles été faites et, si oui sont-elles justifiées ? Quelles améliorations pourriez-vous proposer (sans rentrer dans les détails), avec quel impact potentiel sur la résolution du problème.