

I. 선물과 옵션의 차이 및 옵션 포지션 (선물/옵션 50% 대비)

1. 선물계약 대비 옵션계약의 특징

구분	선물 계약 (Futures)	옵션 계약 (Options)
의무/권리	매입자와 매도자 모두 의무 를 지님	매입자는 권리를 , 매도자는 의무 를 지님
비용 발생	매입자/매도자 모두 비용이 발생 하지 않음	매입자는 옵션프리미엄을 지급해야 함
위험 부담	기초자산의 가격 상승/하락에 따른 위험을 모두 부담	유리한 위험만 취하고 불리한 위험을 제거할 수 있음
가격 변동성 베팅	기초자산 가격 변동성 변화에 영향을 받지 않음 [4, 7; 2, 15]	기초자산 가격 변동성의 증가로부터 이익을 얻을 수 있어 변동성 베팅(volatility betting)이 가능함 [4, 8; 2, 16]
이득 패턴	선형(linear) 이득 패턴 [4, 10; 2, 19]	비선형(non-linear) 이익 패턴 [4, 10; 2, 21]
손실 위험	손실이 무제한일 수 있음	옵션 매입자의 최대 손실은 옵션프리미엄으로 제한됨
증거금	당사자 모두 납부해야 함	의무를 지닌 매도자만 증거금을 납부해야 함

2. 기초자산 예측에 따른 옵션 포지션

옵션 계약은 기초자산의 **가격 변동성 증가**로부터 이익을 얻을 수 있습니다.

예측 유형	가격 상승 예측	가격 하락 예측	변동성 증가 예측	변동성 감소 예측
포지션	콜옵션 매입 또는 풋옵션 매도	풋옵션 매입 또는 콜옵션 매도	콜옵션 매입, 풋옵션 매입	콜옵션 매도, 풋옵션 매도

참고: 콜옵션 매입 시 현금 유출(프리미엄)은 확정되지만 현금 유입은 불확실합니다. 풋옵션 매도 시 현금 유입(프리미엄)은 확정되지만 현금 유출(계약 이행)은 불확실합니다.

II. 옵션의 가치 결정 요인 및 범위

1. 옵션 가격의 구성 (내재가치와 시간가치)

옵션의 가격(옵션프리미엄)은 **내재가치(intrinsic value)**와 **시간가치(time value)**의 합으로 이루어집니다.

- **내재가치:** 권리를 즉시 행사할 때의 가치와 0 중에서 큰 값입니다.
 - **내재가치는 내가격(In-The-Money; ITM)일 때만 양(+)**의 값으로 존재합니다.
 - 콜옵션의 내재가치: $\$Max(S_0 - K, 0)$
 - 풋옵션의 내재가치: $\$Max(K - S_0, 0)$

- **시간가치:** 옵션을 계속 보유할 때 주가의 변동성, 무위험이자율, 만기 등에 의해 추가로 얻을 수 있는 가치를 의미합니다.

2. 옵션 가격의 범위 (상한/하한)

- **콜옵션 가격의 일반적 범위:** 콜옵션의 가치는 항상 0보다 크거나 같으며, 기초자산 자체의 가격(S_0)보다 클 수는 없습니다. ($0 \leq C_0 \leq S_0$)
- **풋옵션 가격의 일반적 범위:** 풋옵션의 가치는 항상 0보다 크거나 같으며, 행사가격(K)보다 클 수는 없습니다. ($0 \leq P_0 \leq K$)

3. 옵션 가격 결정 요인 요약

옵션의 가치를 결정하는 주요 요인은 크게 **옵션 계약 특성** (행사가격, 만기)과 **기초자산 및 시장 특성** (현재 주식 가격, 변동성, 무위험이자율)으로 나눌 수 있습니다.

요인	콜옵션 가치 변화	풋옵션 가치 변화	주요 이론적 설명
행사가격 (K)	감소	증가	콜옵션: 매입 시 지급 금액이므로 높을수록 가치 감소. 풋옵션: 매도 시 받는 금액이므로 높을수록 가치 증가.
기초자산 가치 (S_0)	증가	감소	
만기 (T)	아메리칸: 증가 / 유로피언: 일관되지 않을 수 있음	아메리칸: 증가 / 유로피언: 일관되지 않을 수 있음	만기가 길수록 행사 기회가 많아지지만, 현금배당 등의 영향으로 유로피언 옵션은 일관되지 않을 수 있다 [14, 47; 18, 97].
변동성 (σ)	증가	증가	옵션은 유한책임 증권이므로, 변동성이 증가하더라도 옵션 매입 포지션은 유리한 변동(콜: 상승, 풋: 하락)만 가치에 영향을 미친다.
무위험이자율 (r)	증가	감소	콜옵션: 이자율 상승 시 행사가격의 현재가치가 작아져 매입자에게 유리하여 가치 증가. 풋옵션: 이자율 상승 시 행사가격의 현재가치가 작아져 매입자에게 불리하여 가치 감소.

III. 옵션의 결합과 합성 증권 (차익거래/포트폴리오 모형)

1. 풋-콜 패리티 (Put-Call Parity)

- **정의:** 기초자산, 만기, 행사가격이 모두 같은 유로피언 콜옵션과 풋옵션 프리미엄 사이에 성립하는 **일정한 균형 관계**를 의미합니다 [7, 2, 3; 8, 19, 20].
- **무위험 포트폴리오:** 주식 1주 매입, 유로피언 풋옵션 1개 매입, 유로피언 콜옵션 1개 매도 포지션을 결합하면 만기일 성과가 미래 주가 변동과 관계없이 항상 일정한 값, 즉 **행사가격(K)**을 가지는 **무위험 포트폴리오**가 구성됩니다 [7, 9, 10; 8, 14, 15].

- **무차익 조건:** 무위험 포트폴리오의 현재 투자액은 만기일 성과(K)를 무위험이자율로 할인한 현재가치 ($\$PV(K)$)와 같아야 합니다. (단, 배당 무시 시: $\$S_0 + P_0 - C_0 = PV(K)$)

2. 옵션을 이용한 합성 증권 (Synthetic Positions)

풋-콜 패리티 관계를 이용하면 주식, 선물, 채권 등의 금융상품을 옵션의 결합을 통해 복제할 수 있습니다.

- **합성 선물 매입 포지션:** 콜옵션 매입 - 풋옵션 매도
- **합성 주식 (Stock):** 1풋 매도, 1콜 매입, 무위험채권 매입 ($\$S_0 = -P_0 + C_0 + PV(K)$)
- **합성 무위험 채권 (Bond):** 1주식 매입, 1풋 매입, 1콜 매도 ($\$PV(K) = S_0 + P_0 - C_0$)

IV. 옵션 투자 전략 및 해지 (포트폴리오 해지/나비스프레드)

1. 해지 포지션 (위험 제거)

해지 포지션(hedge position)은 투자 손실 위험을 제거하기 위해 주식과 옵션을 결합하는 전략입니다.

- **방어적 풋 (Protective Put):**
 - **전략:** 주식 1주 매입 + 풋옵션 1개 매입.
 - **기능:** 주가 하락 시 손실을 풋옵션 행사가격(K) 이하로 하락하는 것을 방지해 주는 **보험 기능**을 가집니다. (만기일 성과는 주가 $\$S_T$ 가 K 보다 낮으면 K 로 제한됨).
- **방비 콜 (Covered Call):**
 - **전략:** 주식 1주 매입 + 콜옵션 1개 매도.
 - **특징:** 콜옵션 매도에 따른 주식 매도 의무가 보유 주식으로 커버(방비)됨을 의미하며, 주가 상승에 따른 이익의 폭은 줄어들지만 주가 하락에 따른 손실 폭이 감소합니다.

2. 스프레드 (Spread) 전략

스프레드(spread)는 종류가 같은 두 개 이상의 옵션을 결합하는 전략입니다.

전략	특징	행사가격/만기
강세스프레드 (Bull Spread)	주가 상승 예상 시 이익을 얻으며, 손실 및 이익이 모두 제한됨.	만기 동일, 낮은 K_1 옵션 매입, 높은 K_2 옵션 매도
약세스프레드 (Bear Spread)	주가 하락 예상 시 이익을 얻으며, 손실 및 이익이 모두 제한됨.	만기 동일, 높은 K_2 옵션 매입, 낮은 K_1 옵션 매도
나비스프레드 (Butterfly Spread)	주가 변동성 감소 예상 시 적절한 전략. 만기 일 주가가 중심 행사가격(K_2)과 크게 차이 나지 않을 때 이익을 얻음.	만기 동일, 세 가지 행사가격(K_1, K_2, K_3) 옵션 사용. K_1 과 K_3 옵션 매입, K_2 옵션 2개 매도.
캘린더 스프레드 (Calendar Spread)	시간가치 차이를 이용하여 이익을 얻는 전략. 수평스프레드 또는 시간스프레드라고도 함.	행사가격 동일, 만기만 다름. 만기가 짧은 옵션 매도, 긴 옵션 매입.

3. 콤비네이션 (Combination) 전략

콤비네이션(combination)은 동일한 주식에 대한 콜옵션과 풋옵션을 동시에 매도하거나 매입하는 전략입니다.

- **스트래들 (Straddle):** 행사가격과 만기일이 같은 콜/풋옵션을 매입하는 전략으로, 기초자산 가격이 크게 변동할 것으로 예상되나 방향이 불확실할 때 사용.
- **스트랭글 (Strangle):** 만기일은 같으나 행사가격이 서로 다른 콜/풋옵션을 매입하는 전략으로, 미래 주가가 큰 폭으로 변동할 때 이익을 얻을 수 있음.

4. 포트폴리오 보험 (Portfolio Insurance)

- **정의:** 주가가 상승하는 경우 이익은 그대로 취하나, 하락하면 손실을 일정 수준으로 제한하는 전략입니다.
- **기본 형태:** 주식과 풋옵션을 매입하는 방어적 풋이 가장 단순한 형태에 해당합니다.
- **한계 극복:** 방어적 풋은 최소가치가 행사가격으로 제한되는 한계가 있어, 이를 해결하기 위해 방어적 풋과 무위험 채권을 결합하여 원하는 포트폴리오 만기일 가치의 최저수준(**Target Floor Value, F**)을 정할 수 있습니다.
- **실무 활용:** 풋옵션을 직접 매입하는 비용이 많이 들기 때문에, 주가지수선물을 이용하여 풋옵션을 복제하는 전략이 실무적으로 유리합니다.

V. 옵션 가격 결정 모형 이론 (이항옵션가격 결정모형)

1. 옵션 가격 결정의 기본 아이디어

- 옵션가격 결정의 기본 아이디어는 선물계약과 유사하게 **복제(replication)**와 **차익거래(arbitrage)**를 이용하는 것입니다.
- 선물과 달리 옵션은 권리를 부여하므로, 옵션 가격을 결정하기 위해서는 **기초자산의 가격이 어떻게 변하는지 모형화해야** 하며, 특히 **변동성을 모형화하지 않고서는 가치 평가가 어렵습니다.**

2. 이항옵션가격결정모형 (BOPM)의 특징

- **개발자:** Cox, Ross, and Rubinstein.
- **가정:** 주가가 이산적(discrete)으로 변하며 그 변동이 두 가지(상승 또는 하락)로 한정되어 **이항분포(binomial distribution)**를 따른다는 가정하에 도출됩니다.
- **장점:** 복제를 이용한 옵션가격결정의 기본구조를 명확하게 보여주며, **아메리칸 옵션의 조기 행사를 쉽게 고려할 수 있어 이해하기 쉽습니다.**
- **확장:** 기간을 충분히 늘릴 경우 만기일에 나타날 수 있는 경우의 수가 증가하며, 이항모형으로 계산한 옵션가격은 블랙-숄즈 모형으로 계산한 옵션가격에 수렴합니다.
- **접근 방법:** 옵션 가격을 결정하는 세 가지 방법은 모두 같은 결과를 제시합니다.
 - **(무위험) 헤지포트폴리오 방법 (Riskless Hedge Portfolio Method)**
 - **복제포트폴리오 방법 (Replicating Portfolio Method)**
 - **위험중립가치평가 방법 (Risk-Neutral Probability Method)**
- **가격 결정의 특징 (헤지포트폴리오 방법):**
 - 옵션가격은 만기일에서 현재 시점으로 역산하는 **backwards induction** 방법을 활용합니다 [45, 79, 80; 50, 6].
 - 옵션가격을 결정하는 변수에 **주가가 상승할 실제 확률(\$q\$)**은 포함되지 않습니다.

- 옵션 가격은 항상 **무위험 상태(hedge state)**에서 유도되므로, 그 평가 과정은 **투자자의 위험선호 형태와 무관합니다.**

3. 블랙-숄즈 옵션가격결정모형 (BSM)의 특징

- 개발자:** Fischer Black and Myron Scholes (Merton 포함하여 BSM 모형으로 불리기도 함).
- 기본 가정:**
 - 주가는 **기하적 브라운 운동(GBM)**으로 변하며, 주가는 점프하지 않고 **연속적으로 변화**하며 미래의 주가는 **대수정규분포(lognormal distribution)**를 따릅니다.
 - 옵션은 **유로피언 옵션**이며, 만기일까지 배당을 지급하지 않습니다.
 - 거래비용과 세금은 없고, 무위험 차익거래 기회는 존재하지 않으며, 무위험이자율은 일정하다고 가정합니다.
- 논리:** 콜옵션의 무위험 복제포트폴리오를 기초자산과 무위험채권으로 구성하고, 이 포트폴리오의 가치와 콜옵션의 가치가 같아야 차익거래를 피할 수 있다는 논리입니다.
- 옵션 가격 결정 5요인:** BSM 공식에 따라 옵션의 가치를 결정하는 요인은 현재의 주가(S_0), 행사가격 (K), 만기(T), 무위험이자율(r), 그리고 **주가변동성(σ)**의 다섯 가지입니다.
- 헤지비율 (델타):** BSM 모형에서의 콜옵션 헤지비율은 $N(d_1)$ 이며, 이는 **주가 변화에 대한 옵션 가격의 민감도**를 나타냅니다. 풋옵션의 헤지비율은 $-[1-N(d_1)]$ 입니다.

4. 내재변동성 (Implied Volatility)

- 옵션 가격은 변동성 베팅으로 간주되며, 옵션의 시장 가격에는 미래 변동성에 대한 시장의 공통된 의견이 반영됩니다.
- 내재변동성**은 옵션의 시장 가격에 내재된 변동성을 의미하며, 이는 과거 자료로부터 추정된 변동성보다 더 정확한 것으로 알려져 있습니다.

5. 아메리칸 옵션의 조기 행사 조건

- 이항모형을 이용하여 아메리칸 옵션의 가격을 산출할 때는 만기일에서부터 역행하면서 **기간마다 옵션을 행사하는 것이 최적인지 판단합니다.**
- 무배당 콜옵션:** 기초자산이 배당을 지급하지 않는 경우, 아메리칸 콜옵션의 가치는 만기까지 보유하는 것이 조기 행사보다 가치가 있으므로 **유로피언 콜옵션의 가치와 동일합니다** ($C_0^A = C_0$) [23, 46, 50; 55, 53, 54].
- 배당 지급 시 콜옵션 조기 행사 조건:** 아메리칸 콜옵션이 조기 행사할 수 있으려면 **낮은 이자율, 높은 배당금, 낮은 변동성 조건**이 성립해야 합니다.
- 배당 지급 시 풋옵션 조기 행사 조건:** 아메리칸 풋옵션이 조기 행사할 수 있으려면 **높은 이자율, 낮은 배당금, 낮은 변동성 조건**이 성립해야 합니다 [25, 77-82; 26, 85-90].
- 조기 행사 프리미엄:** 배당을 지급하지 않는 경우에도 $P_0^A \geq P_0$ 이므로, 아메리칸 풋옵션의 가치는 유로피언 풋옵션의 가치보다 높으며, 이 차이를 **조기 행사에 따른 프리미엄(early exercise premium)**이라고 합니다 [26, 91; 56, 68-71].