Задание 1.

Приближение функций и численное дифференцирование.

1. Составить программу вычисления
$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k(x), x \in [a, b], b < 1)$
с заданной точностью ε (см. варианты).
2. Найти производную $f'(x)$ аналитически и составить программу вычисления $f'(x)$ с заданной точностью ε.
3. Составить таблицу значений $f_i = f(x_i)$ в точках $x_i = a + ih, i = \overline{0,5}$,
$h = 0.1, a = 0.1$.
4. Пользуясь таблицей, полученной в п. 3, вычислить значения кусочно-линейной интерполянты $P_1(x) = C_0 + C_1 x$ в узлах $x_i^* = x_i + \frac{h}{2}, i = \overline{0,4}$.
5. Вычислить погрешность полученных значений в узлах $x_i^* = x_i + \frac{h}{2}$,
$i = \overline{0,4}$., используя программы п.1 и п.4, $z_(x_i^*) = |f(x_i^*) - P_1(x_i^*)|$.
6. Пользуясь таблицей, полученной в п.3, вычислить значения первых разностных производных f_x, $f_{\overline{x}}$, $f_{\dot{x}}$ в узлах $x_i = a + ih, i = \overline{1,4}$.
7. Вычислить погрешность разностных производных, используя программы п.2 и п. 6. $z(x) = |f'(x_i) - f(x_i)|$, $z(x) = |f'(x_i) - f_{\overline{x}}(x_i)|$, $z(x) = |f'(x_i) - f_{\dot{x}}(x_i)|$.

Варианты:
...
15. $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{2^{2k+1}(2k+1)!}$
...

Задание 2.

Численное интегрирование.

8. Найти приближенное значение интеграла,
$J(x) = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, где $F(x)$ - первообразная, по методу трапеций (или Симпсона), указанному в задании, с заданной точностью $\varepsilon = 10^{-4}$. Шаг h в формулах численного интегрирования выбирать по следующему правилу: по заданному n определить $h = \frac{b-a}{2n}$ вычислить приближенное значение интеграла $J_n(f)$ по методу трапеций (Симпсона), затем уменьшить шаг h в два раза, т.е. вычислить $J_{2n}(f)$ с шагом $h_1 = \frac{b-a}{2n} = \frac{h}{2}$.
Вычисления продолжать до тех пор, пока $\left|\frac{J_n(f) - J_{2n}(f)}{J_{2n}(f)}\right| < \varepsilon$.

9. Вычислить погрешность $R_{2n}(f) = \left|\frac{J_n(f) - J_{2n}(f)}{J_{2n}(f)}\right| < \varepsilon$, где $J_{2n}(f)$ - приближенное значение , полученное по методу трапеций (Симпсона), $J(f)$ - точное значение интеграла, полученное с помощью первообразной функции. Подинтегральная функция в задании 2 берется из вариантов задания 1, но бесконечный ряд заменяется полиномом, т.е. $f(x) = \sum_{k=0}^{m} a_k(x)$ (m задается преподавателем).

Задание 3.

Решение системы линейных уравнений.

10. Решить систему линейных уравнений с помощью одного из следующих методов : а) метода Гаусса (прямого метода)
б) простой итерации, в) метода Зейделя.
г) метод верхней релаксации В методах б), в), г) вычисления продолжать до тех пор, когда $\max\limits_{1\leqslant i\leqslant N}\left|\frac{x_i^{(k+1)}-x_i^{(k)}}{x_i^{(k+1)}}\right| < \varepsilon$ ($\varepsilon = 0.0001$, N - порядок системы, $k = 0, 1, 2, ...$).
11. Убедиться в правильности найденного решения, подставив его в исходную систему.

Варианты:
...

15. $\begin{cases} 7x_1 + 0.6x_2 + 0.5x_3 = 55.1 \\ 0.6x_1 + 6x_2 + 0.4x_3 = 42.2 \\ 0.5x_1 + 0.4x_2 + 6x_3 = 30.9 \end{cases}$

...

Задание 4.

Решение нелинейных уравнений.

12. Найти приближенное значение корня x_n с заданной точностью
$\varepsilon = 0.0001$, если известно начальное значение x_0, с помощью одного из следующих методов:
а) простой итерации;
б) Ньютона;
в) деления отрезка пополам.
Итерационный процесс продолжать до тех пор, пока $\left|\frac{x_n - x_{n-1}}{x_n}\right| < \varepsilon$.
13. Определить невязку $r_n = f(x_n)$

Варианты:
...
15. $x - ln(e^{-x} - 3x + 14) = 0, x_0 = 1.9$
...