

Chapitre 5

Équations

I. Définitions

Définition :

Une **égalité** dans laquelle un nombre inconnu est remplacé par une lettre s'appelle une **équation**.

Définition :

Résoudre cette équation, c'est trouver toutes les **valeurs** numériques que l'on peut donner à cette **inconnue** pour que l'**égalité soit vraie**.

II. Résolution d'une équation

Pour **résoudre** une **équation**, on utilise les deux règles suivantes :

Propriété :

Une équation a les mêmes solutions que toutes les équations obtenues en **ajoutant** (ou en retranchant) un **même nombre** aux **deux membres** de l'équation.

Propriété :

Une équation a les mêmes solutions que toutes les équations obtenues en **multipliant** (ou en divisant) par un **même nombre**, non nul, les **deux membres** de l'équation.

III. Équation de la forme $A \times B = 0$

Lorsqu'une équation se présente sous la forme d'un produit de facteurs égal à zéro, il ne faut surtout pas développer ce produit mais utiliser les règles suivantes.

Propriété :

Si un produit est nul, alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Propriété :

Si l'un des facteurs d'un produit est nul alors ce produit est nul.

Les solutions de l'équation $A \times B = 0$ seront les solutions des équations $A=0$ et $B=0$

Exemple :Résoudre l'équation $(2-3x)(4x+8)=0$ Le produit $(2-3x)(4x+8)$ est nul lorsque :

$$2-3x=0$$

ou

$$4x+8=0$$

On résout ces équations :

$$\begin{aligned}2-3x &= 0 \\2-3x-2 &= 0-2 \\-3x &= -2 \\-\frac{1}{3}\times-3x &= -\frac{1}{3}\times-2 \\x &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4x+8 &= 0 \\4x+8-8 &= 0-8 \\4x &= -8 \\\frac{1}{4}\times4x &= \frac{1}{4}\times-8 \\x &= -2\end{aligned}$$

Vérifications :

pour $x=\frac{2}{3}$:

$$\left(2-3\times\frac{2}{3}\right)\left(4\times\frac{2}{3}+8\right)=0\times\left(\frac{8}{3}+8\right)=0$$

pour $x=-2$:

$$(2-3\times-2)(4\times-2+8)=(2+6)\times0=0$$

Conclusion : $\frac{2}{3}$ et -2 sont les solutions de l'équation.