

Chapitre 3

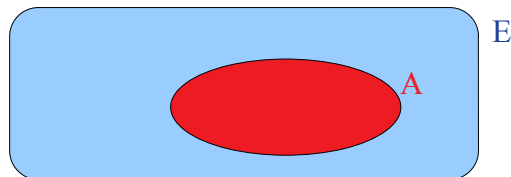
Information chiffrée

I. Proportion et pourcentage

1) Proportion

Définitions :

- Une **population** est un ensemble d'individus ou d'éléments.
- Son nombre d'individus ou d'éléments est appelé **effectif** de la population.
- Une **sous-population** A d'une population E est une partie des individus de E.



Exemple :

L'ensemble des jeunes Français âgés de 16 ans est une sous-population de l'ensemble de la population française.

Définition :

La proportion p d'une sous-population A par rapport à une population E est le quotient $p = \frac{n_A}{n_E}$, où n_A est l'effectif de A et n_E l'effectif de E.

Exemple :

D'après l'INSEE, au 1^{er} janvier 2018, la population française comptait 67 186 638 habitants.

Les jeunes Français âgés de 16 ans étaient 852 710.

Comme $p = \frac{852\,710}{67\,186\,638} \simeq 0,0127$, les jeunes Français âgés de 16 ans représentaient environ 1,27 % de la population française.

Remarques :

- Une proportion est un nombre réel compris entre 0 et 1
- Une proportion peut s'exprimer sous forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage.

Propriété :

Si une sous-population A représente une proportion p d'une population E d'effectif n_E , alors l'effectif de A est égal à $n_A = p \times n_E$.

Exemple :

Au 1^{er} janvier 2018, les femmes représentaient 51,58% de la population française.

$$\frac{51,58}{100} \times 67\,186\,638 = 0,5158 \times 67\,186\,638 \simeq 34\,654\,868 \quad \text{à l'unité près.}$$

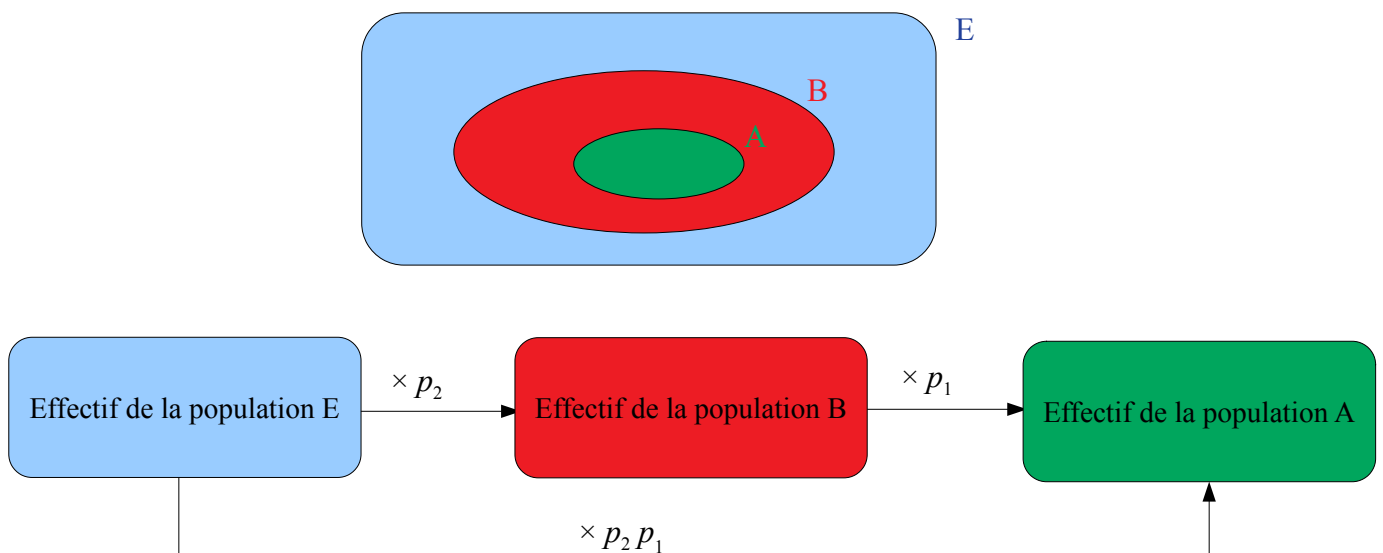
Au 1^{er} janvier 2018, le nombre de femmes françaises était d'environ 34 654 868.

2) Proportion de proportion

Propriété :

A et B sont deux sous-populations d'une population E telles que A est incluse dans B et B incluse dans E.

Si p_1 est la proportion de A dans B et p_2 la proportion de B dans E, alors la proportion de A dans E est le produit $p_1 \times p_2$.



Exemple :

Dans l'ensemble E de la population française, on note A l'ensemble des jeunes Françaises âgées de moins de 16 ans et B l'ensemble des femmes françaises.

Les jeunes femmes âgées de moins de 16 ans représentaient 19,63 % de la population féminine au 1^{er} janvier 2018.

On sait que $p_A = 0,1963$ et $p_B = 0,5158$.

$$p_A \times p_B = 0,1963 \times 0,5158 \approx 0,101252$$

L'ensemble des Françaises âgées de moins de 16 ans représentaient environ 10,13 % de la population française au 1^{er} janvier 2018.

II. Taux d'évolution

On appelle V_i la **valeur initiale** d'une grandeur et V_f sa **valeur finale**, toutes deux positives, suite à une évolution.

1) Variation

Définitions :

- La **variation absolue** de V_i à V_f est la différence $V_f - V_i$.
- La **variation relative** (ou **taux d'évolution t**) de V_i à V_f est le quotient $\frac{V_f - V_i}{V_i}$.

Remarques :

- Si $t > 0$, alors il s'agit d'une **augmentation** de la grandeur.
- Si $t < 0$, alors il s'agit d'une **diminution** de la grandeur.

Exemple :

Le nombre d'utilisateurs quotidien de l'application Tik Tok est passé de 40 millions à 150 millions dans les six premiers mois de l'année 2018.

La variation absolue du nombre d'utilisateurs de cette application est $150 - 40 = 110$.

Le taux d'évolution t correspondant est égal à $\frac{150-40}{40} = \frac{11}{4} = 2,75$, soit une augmentation de 275 %.

2) Coefficient multiplicateur

Propriété :

t désigne un nombre réel strictement supérieur à -1.

Une évolution de taux t se traduit par la formule :

$$V_f = (1 + t) \times V_i$$

Définition :

Le nombre $CM = 1 + t$ est appelé le **coefficient multiplicateur** de V_i à V_f .

Exemples :

- Au 1^{er} janvier 2000, la population de l'Irlande était de 3 848 776 habitants.

Elle a augmenté de 24,8 % entre 2000 et 2018.

On a $V_i = 3\,848\,776$ et $CM = 1 + \frac{24,8}{100} = 1,248$.

$$V_f = 3\,848\,776 \times 1,248 = 4\,803\,272$$

La population de l'Irlande au 1^{er} janvier 2018 était de 4 803 272 habitants.

- Pendant les fêtes, le prix d'un drone avait diminué de 10 %.

Ce drone coûtait alors 1 080 €.

On a $V_f = 1\,080$ et $CM = 1 + \left(-\frac{10}{100}\right) = 0,9$.

Le prix initial de ce drone était $V_i = 1080 \div 0,9 = 1\,200$, soit 1 200 €.

Remarque :

Un coefficient multiplicateur n'a pas d'unité.

Propriétés :

- Si $CM > 1$, alors l'évolution est une **augmentation** ou une **hausse**.
- Si $CM < 1$, alors l'évolution est une **diminution** ou une **baisse**.
- Si $CM = 1$, alors l'évolution est **stable**.

Exemples :

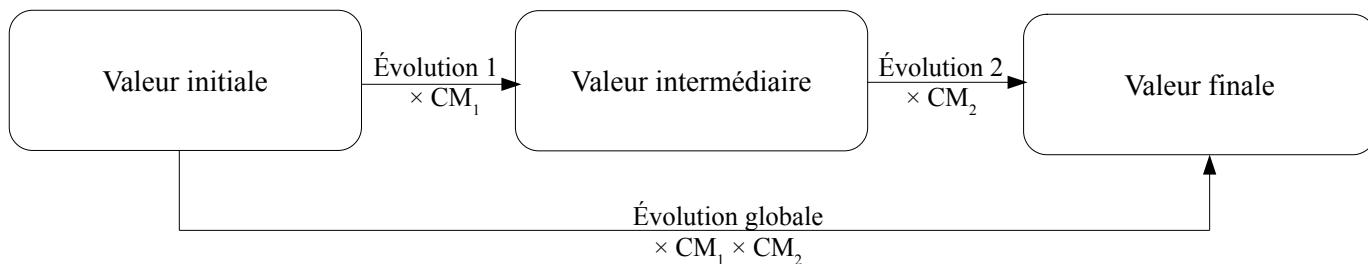
- 0,75 est le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 25 %.
- 1,23 est le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 23 %.

III. Évolutions successives et réciproques

1) Évolutions successives

Propriété :

Si une quantité subit deux évolutions successives de coefficients multiplicateurs CM_1 et CM_2 , alors l'**évolution globale** admet pour coefficient multiplicateur $CM_G = CM_1 \times CM_2$.



Définition :

Le **taux d'évolution global** est le taux t_G pour passer de la valeur initiale à la valeur finale et
 $t_G = CM_G - 1$.

Exemple :

Le prix du beurre sur le marché de Rungis a subi une baisse de 24 % entre septembre 2017 et janvier 2018, puis une hausse de 15 % entre janvier et août 2018.

$$t_1 = -24 \% \text{ donc } CM_1 = 1 - \frac{24}{100} = 0,76 \text{ et } t_2 = +15 \% \text{ donc } CM_2 = 1 + \frac{15}{100} = 1,15.$$

Le coefficient multiplicateur global est $CM_G = 0,76 \times 1,15 = 0,874$.

Le taux d'évolution global est $t_G = 0,874 - 1 = -0,126 = -12,6 \%$.

Ainsi le prix du beurre a baisse de 12,6 % entre septembre 2017 et août 2018.

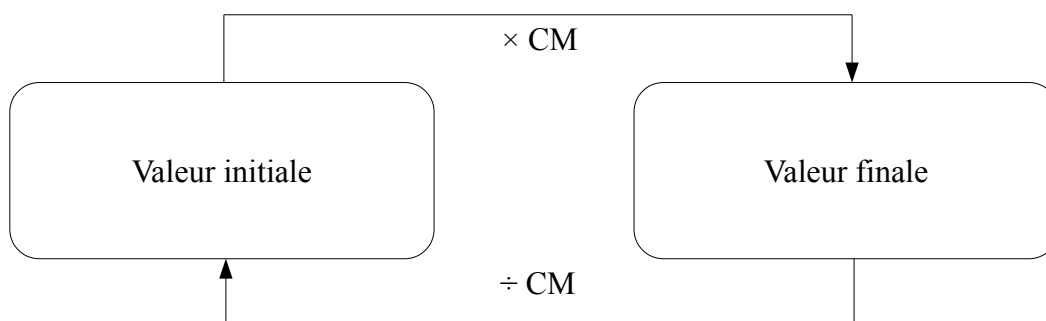
Remarques :

- Le coefficient multiplicateur global ne dépend pas de l'ordre des évolutions successives.
- De façon équivalente $CM_G = t_G + 1$.
- Le taux d'évolution global n'est **pas égal** à la somme des taux d'évolutions successives.

2) Évolution réciproque

Propriété :

Si une évolution d'une valeur V_i à une valeur V_f a un coefficient multiplicateur égal à CM , alors l'**évolution réciproque** de V_f à V_i a un coefficient multiplicateur égal à $CM' = \frac{1}{CM}$.



Définition :

Le **taux d'évolution réciproque** est égal à $t' = CM' - 1 = \frac{1}{CM} - 1$.

Exemple :

Le prix du beurre a augmenté de 15 % entre janvier 2018 et août 2018.

Le taux d'évolution associé est $t = 0,15$, d'où $CM = 1,15$.

Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est $CM' = \frac{1}{1,15} \approx 0,8696$.

Le taux d'évolution réciproque est donc $t' = \frac{1}{1,15} - 1 \approx -0,1304$.

À partir du mois d'août 2018, il faut que le prix du beurre baisse de 13,04 % environ pour revenir au prix du mois de janvier 2018.