

Chapitre 8

Notions de fonction

I. Généralités

1) Notations et vocabulaire

Définition intuitive :

Une **fonction** f permet d'**associer**, à un nombre x , un nombre **unique** noté $f(x)$.
 x est appelé la **variable** et $f(x)$ est la valeur prise par la fonction f pour la valeur x .

On note :

$f: x \mapsto f(x)$ et on lit : « fonction f qui à x associe $f(x)$ ».

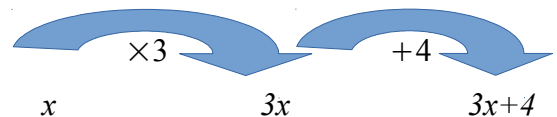
Exemples :

- Certains programmes de calcul, peuvent se formaliser par des fonctions

Soit f la fonction qui à x associe le nombre $3x+4$.

On note $f: x \mapsto 3x+4$

La fonction f est définie par $f(x)=3x+4$



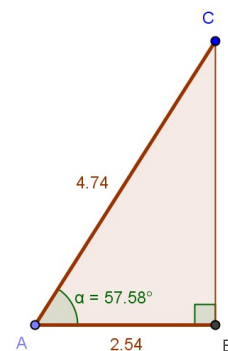
- Nous avons déjà rencontré de nombreux outils mathématiques qui peuvent se formaliser par des fonctions (la racine carrée, la puissance,... dépend du nombre choisi)

La racine carrée dépend, évidemment, du nombre choisi (la variable est le nombre x).

On la note \sqrt{x} .

Le cosinus dépend de l'angle : on peut donc définir la fonction cosinus (la variable est l'angle α).

On la note : $\cos(\alpha)$



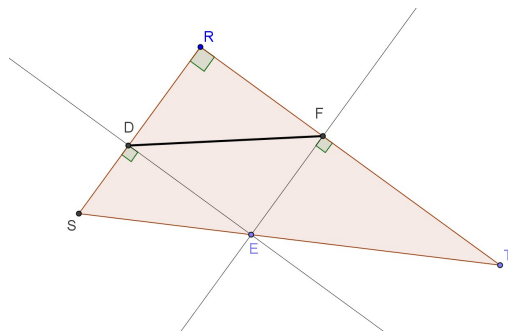
Dans le triangle ABC rectangle en B :

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC} = 0.54$$

- De nombreux problèmes de variations peuvent se formaliser par des fonctions.

Sur cet exemple la longueur du segment [DF] dépend de la position de E (donc de la longueur du segment [SE], par exemple).

Donc DF est une fonction de la variable SE.



- Dans certains domaines (notamment les sciences expérimentales), les relevés d'expérience permettent d'étudier les relations entre deux grandeurs.
Loi d'Ohm : après observation on constate que, dans un circuit électrique qui contient une résistance, la tension est fonction de l'intensité.

2) Image et antécédent

Définitions :

Soit une fonction $f : x \mapsto f(x)$

En posant $f(x) = y$, on dit que :

- le nombre $f(x)$, ou y , est **l'image** de x par la fonction f .
- x est **un antécédent** de y .

Exemples :

- Le tableau de valeurs ci-dessous donne les images de quelques nombre par la fonction f définie par :

$$f : x \mapsto x^2$$

x	-3	-2	0,5	1	1,5	3
$y=f(x)$	9	4	0,25	1	2,25	9

L'égalité $f(-2)=4$ signifie :

- 4 est l'image de -2 par la fonction f . (pour toute fonction, il existe au plus une image)
- -2 est un antécédent de 4. (ce n'est pas le seul : 2 est également un antécédent de 4)
- Dans le cas de la fonction $\cos(\alpha)$:
 - 0,5 est l'image de 60.
 - 45 est un antécédent de $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

3) Courbe représentative

Définition :

Dans un repère, la **courbe représentative** (ou **représentation graphique**), d'une fonction f est formée de tous les points M de **coordonnées** $(x ; y)$ avec $y=f(x)$, pour toutes les valeurs de x telles que $f(x)$ existe.

Exemples :

- Soit la fonction :

$$f: x \mapsto x^2 - 1$$

Dans un repère, la courbe représentative \mathcal{C}_f de f est constituée de tous les points M de coordonnées $(x ; y)$ tels que :

$$y = x^2 - 1$$

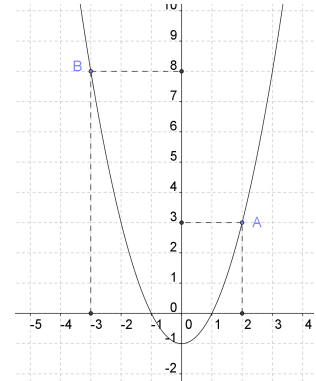
Le point A(2 ; 3) appartient à la courbe \mathcal{C}_f .

$$\text{car } f(2) = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

(on obtient l'ordonnée de A)

Soit le point B d'abscisse -3 appartenant à la courbe \mathcal{C}_f .

$$\text{Son ordonnée est : } f(-3) = (-3)^2 - 1 = 9 - 1 = 8$$



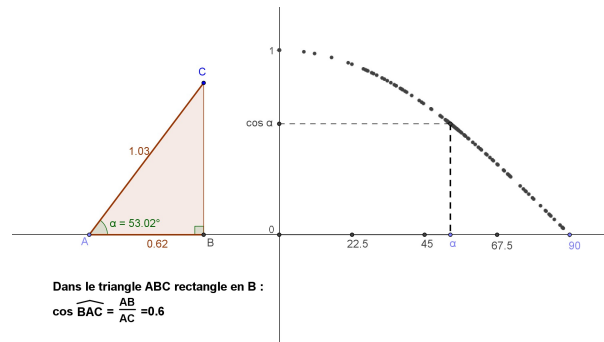
- Lorsque l'on peut déterminer l'image d'un nombre par une fonction, on peut alors tracer la courbe représentative de la fonction.

- Pour la fonction $\cos(\alpha)$:

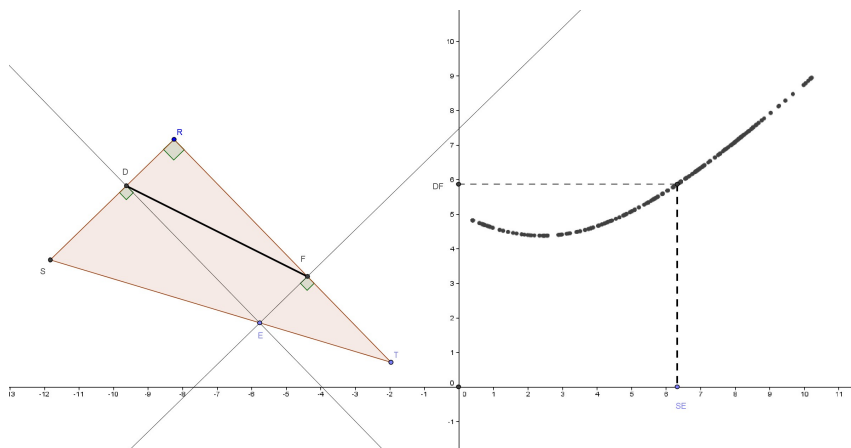
On peut, par le calcul d'un rapport, déterminer l'image de α et donc tracer la représentation graphique de $\cos(\alpha)$

Ce sont l'ensemble des points M(α , $\cos(\alpha)$).

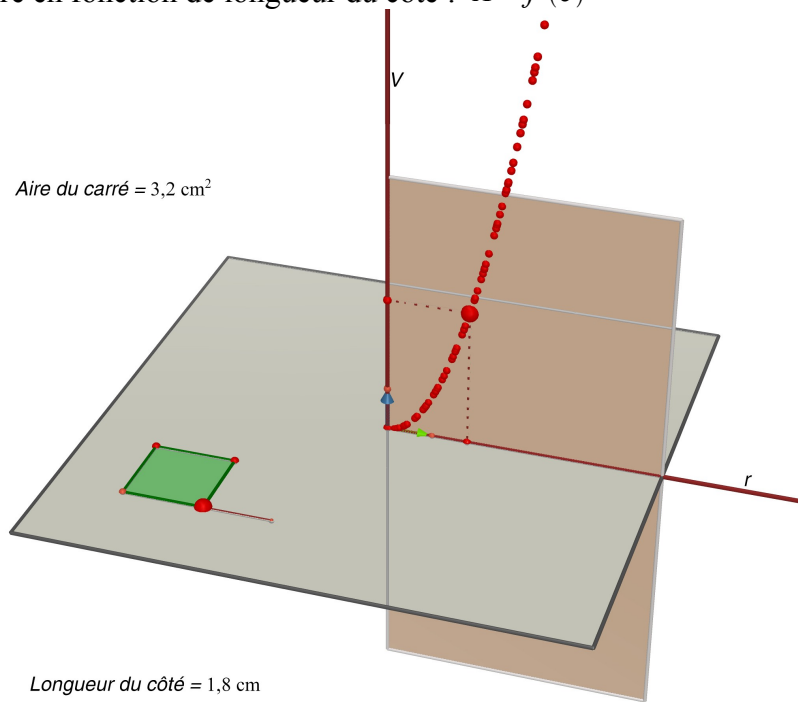
On se limite donc à $0 \leq \alpha \leq 90$.



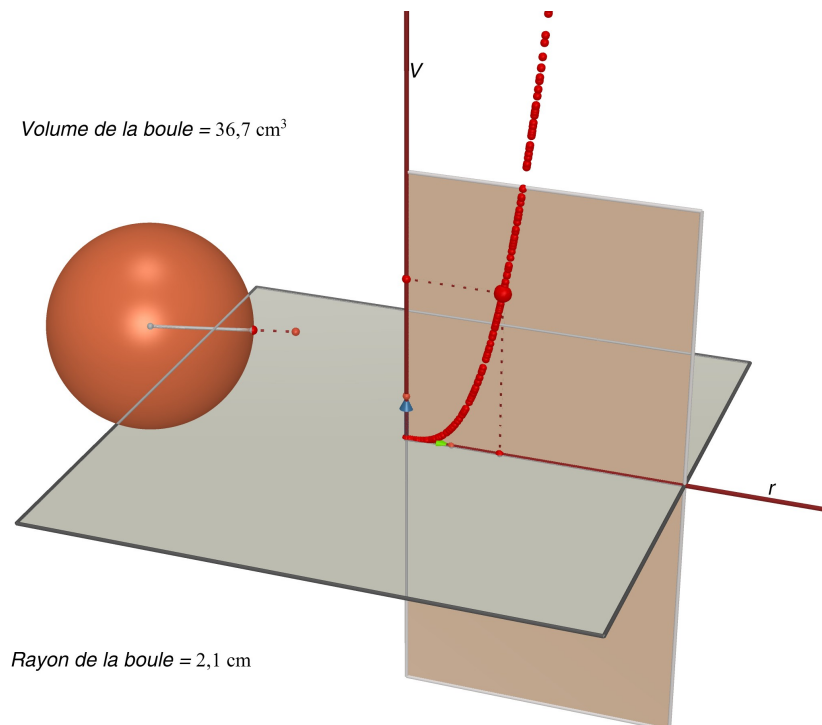
- Représentation graphique de la variation de DF en fonction de SE :



- Aire du carré en fonction de longueur du côté : $A = f(c)$

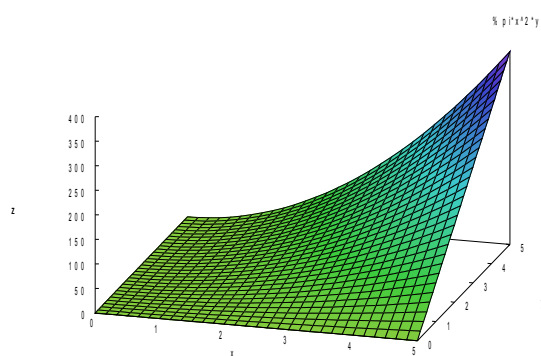
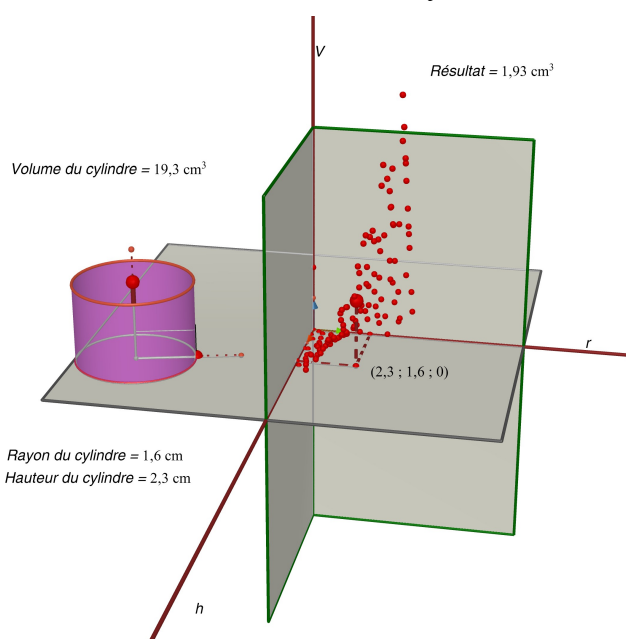


- Volume de la boule en fonction du rayon : $V = f(r)$



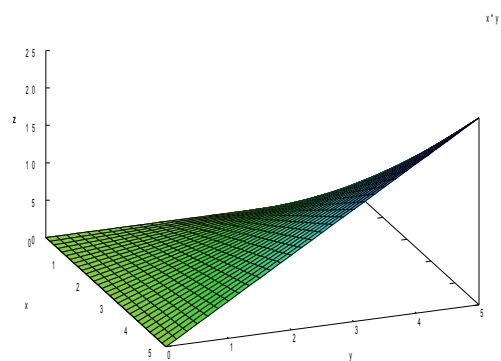
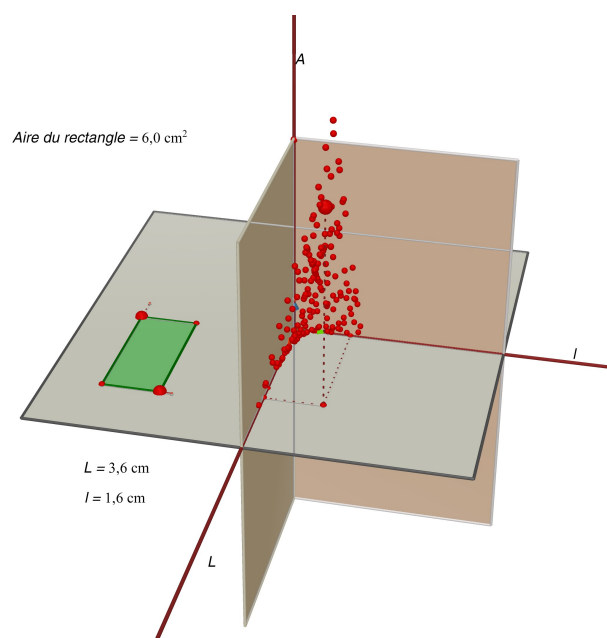
- Représentation graphique d'une **fonction de deux variables** :

Volume du cylindre en fonction du rayon et de la hauteur.



$$V=f(r,h)$$

Aire du rectangle



$$A=f(l,L)$$

II. Détermination d'une fonction

1) Par une formule littérale

On peut calculer **précisément** les valeurs de $f(x)$ pour les valeurs envisagées du nombre x .

Exemple :

Soit la fonction $f : x \mapsto x(x-1)$

$$f(-5) = -5(-5-1) = -5 \times (-6) = 30$$

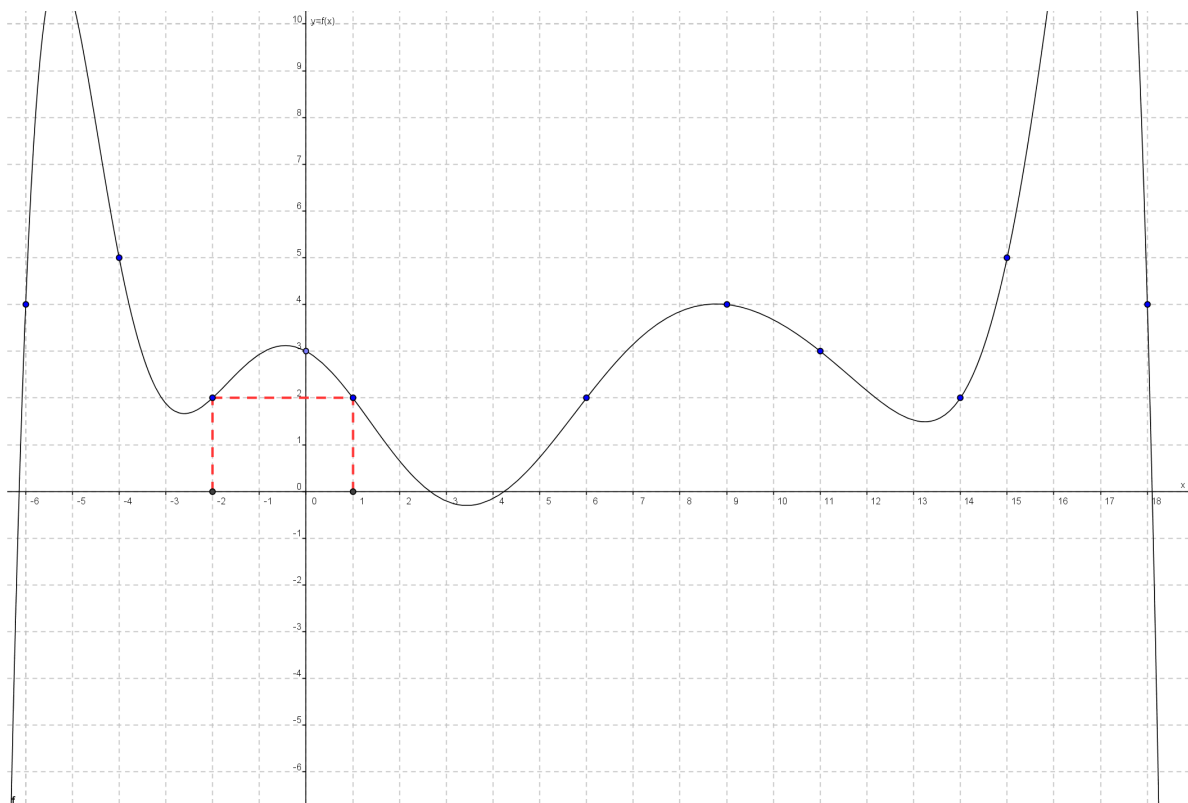
2) Par sa courbe représentative

On peut déterminer des **valeurs approchées** de l'image d'un nombre donné ou des antécédents d'un nombre par cette fonction.

Exemple :

La courbe tracée ci-dessous représente une fonction f .

- L'image de 0 est 3
- Les nombres 1 et -2 sont des antécédents de 2.



3) Par un tableau de valeurs

Un tableau de valeurs permet de connaître les valeurs prises par une fonction f pour **certaines valeurs** de la variable.

Exemple :

Le tableau ci-dessous donne quelques valeurs de la pression atmosphérique P , en hectopascal (hPa) en fonction de l'altitude a (en km).

a (en km)	0	1	2	3	5	7	8	10	15	20
P (en hPa)	1000	900	800	700	550	410	360	260	130	55

On peut représenter graphiquement la fonction

$$P : a \mapsto P(a)$$

Pression atmosphérique en fonction de l'altitude

