

Chapitre 10

Fonctions linéaires et affines

I. Fonction linéaire

1) Expression algébrique

Définition :

La fonction qui, à un nombre x fait correspondre le nombre ax (où a est un nombre fixé) est appelée **fonction linéaire**.

On la note $f: x \mapsto ax$

L'**image** de x par la fonction f est le nombre ax .

On a donc $f(x)=ax$

Exemple :

La fonction qui, à un nombre x , fait correspondre son triple est une fonction linéaire.

x	-2
$3x$	-6

On la note $f: x \mapsto 3x$

$$f(-2)=3 \times (-2) = -6$$

L'**image** de -2 par f est -6.

Un **antécédent** de -6 par f est -2.

2) Tableau de proportionnalité

Un **tableau de valeurs** associé à une fonction linéaire $f(x)=ax$ est un tableau de **proportionnalité** car on multiplie la 1^{ère} ligne par un nombre, toujours le même : le coefficient a .

Exemple :

En utilisant la fonction $f: x \mapsto 3x$

x	2	8	10
$3x$	$f(2)=3 \times 2=6$	$f(8)=f(4 \times 2)=4 \times f(2)=4 \times 6=24$	$f(10)=f(2+8)=f(2)+f(8)=6+24=30$

Propriété :

Soit f une fonction linéaire :

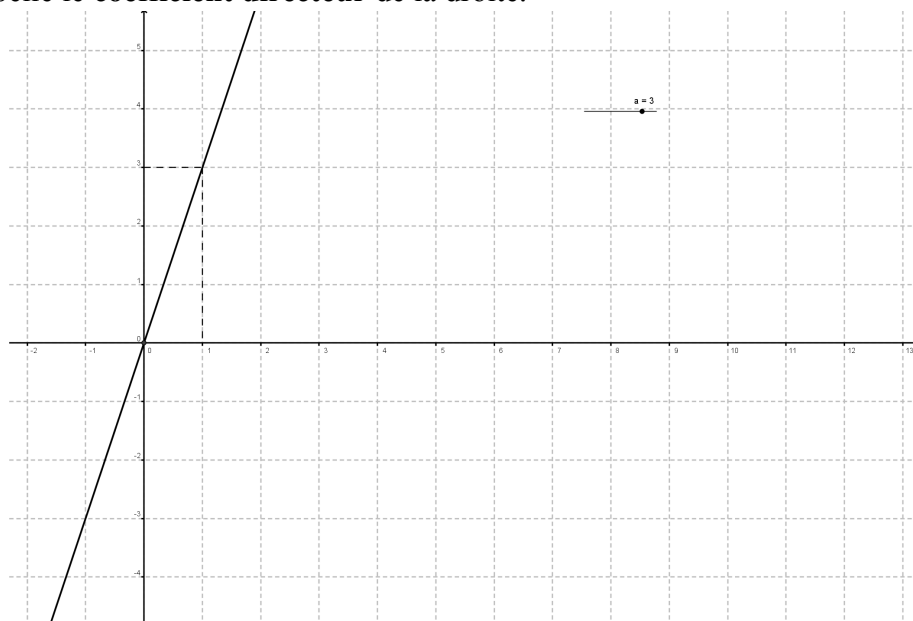
pour tout nombre x_1, x_2, k .

$$f(k \times x_1) = k \times f(x_1) \quad \text{et} \quad f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

3) Représentation graphique

La **représentation graphique** d'une fonction linéaire $f: x \mapsto ax$ est une **droite** passant par l'**origine** du repère.

- a s'appelle le **coefficient directeur** de la droite.



II. Fonction affine

1) Expression algébrique

Définition :

La fonction qui, à un nombre x , fait correspondre le nombre $ax+b$ (où a et b sont des nombres fixés) est appelée **fonction affine**.

On la note $f: x \mapsto ax+b$

L'**image** de x par la fonction f est le nombre $ax+b$

On a donc $f(x)=ax+b$.

Exemple :

La fonction qui, à un nombre x , associe son triple augmenté de 5 est une fonction affine.

x	4
$3x$	12
$3x+5$	17

On la note $f: x \mapsto 3x+5$

$$f(4)=3 \times 4+5=17$$

L'**image** de 4 par f est 17.

Un **antécédent** de 17 par f est 4.

Remarque :

Une fonction linéaire $f: x \mapsto ax$ est une fonction affine particulière pour laquelle $b = 0$.

2) Proportionnalité des accroissements

Propriété :

Soit f une fonction affine définie par $f(x)=ax+b$.

Il y a **proportionnalité entre les accroissements** de $f(x)$ et les accroissements de x .

$$f(x_2) - f(x_1) = a \times (x_2 - x_1)$$

Exemple :

En utilisant la fonction $f: x \mapsto 3x+5$

	+ 6		+ 4
x	2	8	12
$3x+5$	11	29	$29 + 12 = 41$
	+ 18		$\frac{4 \times 18}{6} = +12$

On a :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \quad \text{avec} \quad x_2 \neq x_1$$

Exemple :

Soit une fonction affine f telle que $f(3)=9$ et $f(5)=13$

On a donc :

$$a = \frac{f(3) - f(5)}{3 - 5} = \frac{9 - 13}{3 - 5} = \frac{-4}{-2} = 2 \quad \text{donc} \quad f(x) = 2x + b$$

et $f(3) = 9 = 2 \times 3 + b$ donc $b = 9 - 6 = 3$

Ainsi on obtient :

$$f(x) = 2x + 3$$

3) Représentation graphique

La représentation graphique d'une fonction affine $f: x \mapsto ax+b$ est une **droite**.

- a s'appelle le **coefficient directeur** de la droite.
- b s'appelle l'**ordonnée à l'origine** de la droite.

