Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano

variantoo do r

Ramsey

T.R. para 2-conjunto

T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz Teorema de Schur

(mod p)

Teorema da

Compacidade

Referências

Teoria de Ramsey Uma introdução aos seus princípios

Jair Donadelli

Centro de Matemática, Computação e Cognição Universidade Federal do ABC jair.donadelli@ufabc.edu.br

> COPAM 2018 12-14/NOV

Princípio das gavetas Número cromático

do plano Variantes do P

Teoremas o

Ramsey
T.R. para 2-conjuntos

T.R. para k-conjuntos
T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema de Schur Fermat (mod p) Idempotente em semigrupo finito Teorema da

Teorema do final feliz

Compacidade

Referências

- Esta apresentação http://professor.ufabc. edu.br/~jair.donadelli/copam-slides.pdf
- Notas de aula http://professor.ufabc.edu.br/ ~jair.donadelli/copam-texto.pdf

Pontos históricos

gavetas

Número cromático

do plano
Variantes do PG

Ramsey
T.R. para 2-conjuntos
T.R. para k-conjuntos

Aplicações

Teorema de Schur Fermat (mod p) Idempotente em semigrupo finito Teorema da sequência monótona

Compacidade

Pontos históricos

Princípio das gavetas Número cromático do plano Variantes do PG

3 Teoremas de Ramsey T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

4 Aplicações

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Último teorema de Fermat modp
Idempotente em semigrupo finito
Teorema da sequência monótona

- 5 Compacidade
- 6 Referências

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey T.R. para 2-conjunt

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feli
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

Sumário

- 1 Pontos históricos
- 2 Princípio das gavetas Número cromático do plano Variantes do PG
- 3 Teoremas de Ramsey
 T.R. para k-conjuntos
 T.R. infinitário
- 4) Aplicações
 Teorema do final feliz
 Teorema de Schur
 Último teorema de Fermat modp
 Idempotente em semigrupo fin

Teorema da sequência monótona

- 6 Compacidade
- 6 Referências

Princípio da

Número cromático

Variantes do F

Teoremas o

Ramsey

T.R. para 2-conjun

- T.R. para k-conjunto
- I.H. Infinitari

A -- 11 -- -- =

Teorema do final feliz Teorema de Schur Fermat (mod p)

semigrupo finito
Teorema da

Compacida

Poforôncias

Breve linha do tempo I

- 1892 David Hilbert, em conexão com as investigações sobre a irredutibilidade das funções racionais, provou um resultado do tipo Ramsey conhecido hoje como o lema do cubo de Hilbert.
- 1916 **Issai Schur**, numa prova para versão modular da conjectura de Fermat, provou que se os números inteiros positivos são finatamente coloridos, então uma classe de cor contém uma solução de x + y = z.

Princípio da

Número cromático do plano Variantes do PG

Variantes do P

Ramsey

T.R. para 2-conjunt

T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

Breve linha do tempo II

- 1927 Bartel Leendert van der Waerden prova o teorema de van der Waerden sobre progressões aritméticas, o qual generaliza o lema do cubo de Hilbert. Van der Waerden não contribuiu mais para a teoria de Ramsey.
- 1930 Frank Plumpton Ramsey estudava um problema de decisão na lógica proposicional quando provou o teorema de Ramsey como um resultado auxiliar. Curiosamente, seu resultado principal ficou esquecido.

Número cromático do plano

Variantes do P

Teoremas d Ramsey

T.R. para 2-conjunt

T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do Schur Fermat (mod p) Idempotente em semigrupo finito Teorema da sequência monótona

Compacidade

Referências

Breve linha do tempo III

- 1935 **Richard Rado**, na sua tese de doutoramento Studien zur Kombinatorik, escrita sob orientação de Schur e em vários trabalhos subsequentes, unificou e estendeu os resultados de Hilbert, Schur e Van der Waerden.
- 1935 Paul Erdős e George Szekeres redescobrem o teorema de Ramsey quando tentavam resolver um problema de geometria. Erdős foi o grande incentivador da teoria.

Princípio das

Número cromático do plano

Variantes do P

Teoremas de Ramsev

T.R. para 2-conjunt

T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

sequencia monoton

Compacidade

Breve linha do tempo IV

- 1960 Alfred W. Hales e Robert I. Jewett revelaram o núcleo combinatório do teorema de Van der Waerden sobre progressões aritméticas. É um dos teoremas mais importantes da teoria.
- 1971 Ronald L. Graham e Bruce L. Rothschild ampliaram o resultado de Hales—Jewett de maneira notável.

Princípio da

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas d Ramsey

T.R. para 2-conjunto T.R. para k-conjunto

T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da
sequência monótona

Compacidade

Referências

Breve linha do tempo V

1977 **Jeff Paris** e **Leo Harrington** mostraram um Teorema do tipo Ramsey que foi o primeiro exemplo "natural" do Teorema da Incompletude de Gödel, isto é, um teorema que não é demonstrável na aritmética de Peano, mas que é facilmente demonstrável na teoria dos conjuntos.

1998 William T. Gowers recebeu a medalha Fields por seus resultados em análise funcional e combinatória, em particular, alguns resultados de análise funcional foram obtidos por métodos da teoria da Ramsey.

Princípio das gavetas

Número cromático do plano

Variantes do P

Teoremas Ramsey

T.R. para 2-conjuntos

T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito

sequência monótona

Referências

 $\mathbb{N} = \{\,1,2,\dots\}$

$$[n] = \{1, 2, \dots, n\}$$

r-coloração do conjunto não vazio $\mathcal O$

$$\phi:\mathcal{O}\to [r]$$

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjunt

I.H. Infinitario

Aplicaçõe

Teorema de Schur Fermat (mod p) Idempotente em semigrupo finito

Compacidade

Defevêncies

Sumário

- Pontos históricos
- Princípio das gavetas Número cromático do plano Variantes do PG
- 3 Teoremas de Ramsey
 T.R. para k-conjuntos
 T.R. infinitário
 - Aplicações
 Teorema do final feliz
 Teorema de Schur
 Último teorema de Fermat modp
 Idempotente em semigrupo finito
 Teorema da sequência monótona
- 6 Compacidade
- 6 Referências



Princípio das gavetas

Número cromático do plano

Teoremas d

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Anlicaçõe

Teorema do final fel
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

Princípio das gavetas

(PG) Em qualquer r-coloração de n > r objetos existem pelo menos 2 objetos da mesma cor.

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos
T.R. para k-conjuntos

Anlicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da
sequência monótona

Compacidade

Referências

Se o plano é colorido com 2 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1?

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsev

T.R. para 2-conjuntos

T.R. para k-conjunto T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz Teorema de Schur Fermat (m o d p) Idempotente em semigrupo finito

Compacidade

Referências

Exemplo 1

Se o plano é colorido com 2 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1? *Sim*

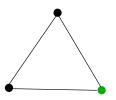


Figura: triângulo equilátero de lado 1

Uma 2-coloração dos 3 vértices implica 2 da mesma cor.

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos
T.R. para k-conjuntos

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da
sequência monótona

Compacidade

Referências

Se o plano é colorido com 3 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1?

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

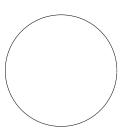
Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(m o d p)
Idempotente em semigrupo finito
Teorema da
sequiência monotona

Compacidade

Referências

Se o plano é colorido com 3 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1?



Circunferência de raio $\sqrt{3}$.

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsev

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. para k-conjunto T.R. infinitário

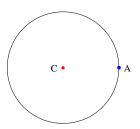
Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referência

Se o plano é colorido com 3 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1?



C (centro) e A com cores distintas, senão tem corda de comprimento 1 Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

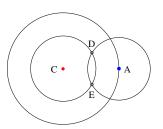
Anlicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

Se o plano é colorido com 3 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1?



Circunferências de raio 1 em A e em C.

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjunt

T.R. infinitário

Aplicaçõ

Teorema do final feli Teorema de Schur Fermat (mod p) Idempotente em semigrupo finito Teorema da

Compacidade

Referência

Se o plano é colorido com 3 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1? *Sim*



Dos 4 pontos 3-coloridos, 2 que distam 1 devem ter a mesma cor. (por hipótese A e C têm cores distintas)

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano

Teoremas de Ramsey T.R. para 2-conjuntos

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

sequência monótona

Compacidade

Referências

Uma pausa no PG pra falar de um problema legal.

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

Grafos e nº cromático

Se o plano é colorido com 2 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1? *Sim*:

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. para k-conjunto T.R. infinitário

Aplicaçõe

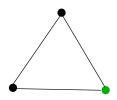
Teorema do final feliz Teorema de Schur Fermat (mod p) Idempotente em semigrupo finito Teorema da sequência monótona

Compacidade

Reference

Grafos e nº cromático

Se o plano é colorido com 2 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1? *Sim*:



O **grafo** completo com 3 vértices tem **número cromático** 3. Pode ser realizado no plano com arestas de comprimento 1.

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. para k-conjunto T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

Grafos e nº cromático

Se o plano é colorido com 3 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1? *Sim:*

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de

T.R. para 2-conjuntos
T.R. para k-conjuntos

T.R. para k-conjunt T.R. infinitário

Aplicaço

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

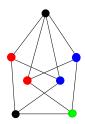
Compacidade

Poforôn

Grafos e nº cromático

Se o plano é colorido com 3 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1? *Sim:*

Alternativamente



O grafo de Moser tem número cromático 4.

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Anlicaçõe

Teorema do final feliz Teorema de Schur Fermat (mod p)

Idempotente em semigrupo finito Teorema da

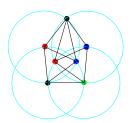
Compacidade

Referênci

Grafos e nº cromático

Se o plano é colorido com 3 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1? *Sim:*

Alternativamente



Pode ser realizado no plano com arestas de comprimento 1.

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz Teorema de Schur Fermat (mod p) Idempotente em semigrupo finito

Compacidade

Referências

Se o plano é colorido com 4 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1?

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Aplicaçõ

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Se o plano é colorido com 4 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1? **Sim**. Aubrey de Grey (abril 2018) mostrou um grafo com mais que 1500 vértices (usou computador).

Princípio das gavetas

Número cromático

do plano Variantes do PG

Ramsey
T.R. para 2-conjuntos

T.R. para k-conjunt T.R. infinitário

Anligações

Teorema do final feliz Teorema de Schur

Idempotente em semigrupo finito

Compacidade

Referências

Se o plano é colorido com 4 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1? **Sim**. Aubrey de Grey (abril 2018) mostrou um grafo com mais que 1500 vértices (usou computador).

Se o plano é colorido com 5 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1?

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsev

T.R. para 2-conjuntos

T.R. para k-conjunto T.R. infinitário

Aplicações Teorema do final feliz

Teorema de Schur Fermat (mod p)

semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

Problemas

Se o plano é colorido com 4 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1? **Sim**. Aubrey de Grey (abril 2018) mostrou um grafo com mais que 1500 vértices (usou computador).

Se o plano é colorido com 5 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1?

Se o plano é colorido com 6 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1?

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos
T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Aplicações Teorema do final

(mod p)
Idempotente em semigrupo finito

sequência monótona

Compacidade

Referênc

Problemas

Se o plano é colorido com 4 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1? **Sim**. Aubrey de Grey (abril 2018) mostrou um grafo com mais que 1500 vértices (usou computador).

Se o plano é colorido com 5 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1?

Se o plano é colorido com 6 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1?

Se o plano é colorido com 7 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1?

Princípio das gavetas

Número cromático

T.R. para 2-conjuntos

Teorema do final feliz

Problemas

Se o plano é colorido com 4 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1? **Sim**. Aubrey de Grey (abril 2018) mostrou um grafo com mais que 1500 vértices (usou computador).

Se o plano é colorido com 5 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1?

Se o plano é colorido com 6 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1?

Se o plano é colorido com 7 cores, existem 2 pontos de mesma cor que distam 1? Nem sempre!!

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsev

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Aplicaçõ

Teorema do final feliz Teorema de Schur Fermat (mod p) Idempotente em semigrupo finito

Compacidade

Poforôncias

Ladrilhamento com 7 cores

Existe uma 7-coloração do plano sem 2 pontos que distam 1 da mesma cor



Considere ladrilhamento com hexágonos regulares de diâmetro 0.9.

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas d

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

Anlicaçõe

Teorema do final Teorema de Schu Fermat

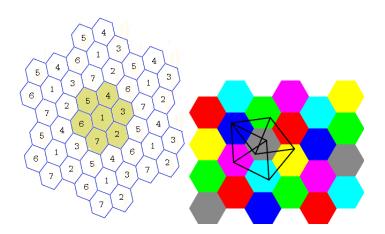
(mod p)
Idempotente em

Teorema da seguência monótona

Compacidade

Referências

Ladrilhamento com 7 cores



Variantes do l

Teoremas d

T.R. para 2-conju

T.R. para k-T.R. infinitá

Anlicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito

Compacidade

Número cromático do plano

Problema de Hadwiger-Nelson, 1950

Qual é o menor número $\chi(\mathbb{R}^2)$ de cores necessárias para colorir o plano euclidiano de modo que não existam dois pontos da mesma cor que distam 1?

$$5 \leqslant \chi(\mathbb{R}^2) \leqslant 7$$
.

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey T.R. para 2-conjuntos

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da
sequência monótona

Compacidade

Referências

Fim da pausa, voltemos ao PG

Fermat
(mod p)
Idempotente em semigrupo finito

Compacidade

Referências

Princípio das gavetas

Generalizado

Teorema (Princípio das Gavetas generalizado (PGg))

Para quaisquer naturais r e t_1, t_2, \ldots, t_r vale o seguinte. Em toda r-coloração de

(PGg)
$$(t_1-1)+(t_2-1)+\cdots+(t_r-1)+1$$

(ou mais) objetos, há pelo menos t_i objetos monocromáticos da cor i, para algum $i \in [r]$.

Número cromático

Variantes do PG

Teorema do final feliz

Princípio das gavetas Generalizado

Teorema (Princípio das Gavetas generalizado (PGg))

Para quaisquer naturais r e $t_1, t_2, ..., t_r$ vale o seguinte. Em toda r-coloração de

(PGg)
$$(t_1-1)+(t_2-1)+\cdots+(t_r-1)+1$$

(ou mais) objetos, há pelo menos ti objetos monocromáticos da cor i, para algum $i \in [r]$.

Corolário (Princípio das Gavetas generalizado (PGg))

Em toda r-coloração de n objetos há $\lceil \frac{n}{r} \rceil$ objetos da mesma cor.

Número cromático do plano

Variantes do PG

Teoremas d Ramsey

T.R. para 2-conjuntos
T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Teorema do final feliz

Fermat (mod p)
Idempotente em semigrupo finito

Composidado

Referências

Princípio das gavetas Infinitário

Teorema (Princípio das gavetas infinitário)

Em toda r-coloração de $\mathbb N$ existe um subconjunto $A\subseteq \mathbb N$ infinito e monocromático.

Número cromático do plano

Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para k-conjunt

T.R. infinitário

Teorema do Schur

Fermat
(mod p)
Idempotente em semigrupo finito

Compacidade

Referências

Princípio das gavetas Ordenado

Teorema (Princípio das gavetas ordenado)

Toda sequência de $\mathfrak{m}\mathfrak{n}+1$ números reais possui uma subsequência crescente de $\mathfrak{m}+1$ termos ou uma subsequência decrescente $\mathfrak{n}+1$ termos.

Teorema da sequência monótona

Compacidade

Referências

Princípio das gavetas Probabilístico

Teorema (Princípio das gavetas probabilístico)

Numa r-coloração ao acaso de $n \leqslant r$ objetos a probabilidade com que exista pelo menos dois objetos da mesma cor é maior que

$$1 - \exp\left(-\frac{n(n-1)}{2r}\right).$$

Compacidade

Referências

Princípio das gavetas Probabilístico

Teorema (Princípio das gavetas probabilístico)

Numa r-coloração ao acaso de $n \leqslant r$ objetos a probabilidade com que exista pelo menos dois objetos da mesma cor é maior que

$$1 - \exp\left(-\frac{n(n-1)}{2r}\right).$$

O conhecido paradoxo dos aniversários é o caso n=23 e r=365 na equação acima, a probabilidade é > 0.5.

J Donadelli

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjunt
T.R. para k-conjunt

Anlicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(m o d p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referência

Sumário

- 1 Pontos históricos
- 2 Princípio das gavetas Número cromático do plano Variantes do PG
- 3 Teoremas de Ramsey
 T.R. para k-conjuntos
 T.R. infinitário
 - 4 Aplicações
 Teorema do final feliz
 Teorema de Schur
 Último teorema de Fermat modp
 Idempotente em semigrupo finito
 Teorema da sequência monótona
- 6 Compacidade
- 6 Referências



Compacidade

Referências

k-subconjunto é um subconjunto de cardinalidade k.

$$\begin{pmatrix} V \\ k \end{pmatrix} = \{ U \subset V : |U| = k \}$$
$$2^{V} = \bigcup_{k=0}^{|V|} {V \choose k}$$

esse último é o conjunto das partes de V.

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos

T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõ

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

T. Ramsey para 2-conjuntos

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

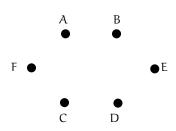
Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

T. Ramsey para 2-conjuntos



Teoremas de Ramsey

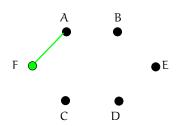
T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõ

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da
sequência monótona

Oompadiaaa

T. Ramsey para 2-conjuntos

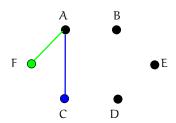


Número cromático

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

Teorema do final feliz (mod p)

T. Ramsey para 2-conjuntos

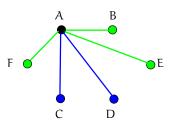


Número cromático

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

Teorema do final feliz (mod p)

T. Ramsey para 2-conjuntos



Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

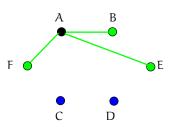
T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

T. Ramsey para 2-conjuntos



Teoremas de Ramsey

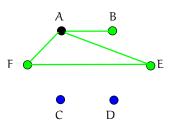
T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõ

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da
seguência monótona

Compacidade

T. Ramsey para 2-conjuntos



Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

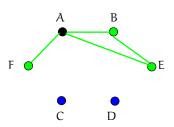
Anlicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

T. Ramsey para 2-conjuntos



Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

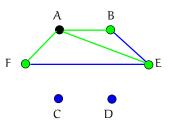
Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

T. Ramsey para 2-conjuntos



Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

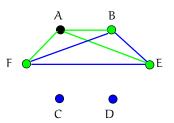
Aplicaço

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da
sequiência monótona

Compacidade

Referências

T. Ramsey para 2-conjuntos



Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

Aulioneãos

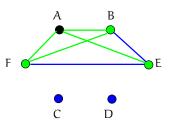
Aplicaço

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da
sequência monótona

Compacidade

Referências

T. Ramsey para 2-conjuntos



Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

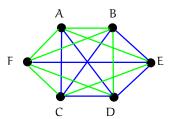
Aplicaço

Teorema do final feliz Teorema de Schur Fermat (mod p) Idempotente em semigrupo finito Teorema da

Compacidade

Referências

T. Ramsey para 2-conjuntos



J Donadelli

Pontos históricos

Princípio das gavetas Número cromático

do plano Variantes do PO

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Aplicaçõ

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)

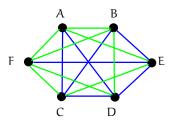
Idempotente em semigrupo finito Teorema da

Compacidad

Referências

T. Ramsey para 2-conjuntos

Entre quaisquer seis (ou mais) usuários do *facebook*, há sempre três deles amigos entre si ou há três deles desconhecidos entre si.



Com 5 usuários, não é verdade.

J Donadelli

Pontos históricos

Princípio da:

Número cromático do plano

Teoremas de

Ramsey
T.R. para 2-conjuntos

T.R. para k-conjuntos

A 11 ~

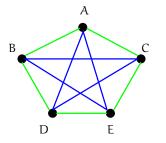
Teorema do final feliz Teorema de Schur Fermat

Idempotente em semigrupo finito Teorema da

Compacidade

Compacidade

T. Ramsey para 2-conjuntos



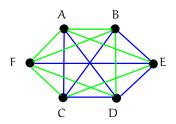


Figura: com 5 pessoas é possível que não haja 3 mutuamente amigos (arestas verdes) nem 3 mutuamente desconhecidos (arestas azuis). Com 6 pessoas essa configuração é impossível, sempre haverá 3 mutuamente amigos ou 3 mutuamente desconhecidos

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos
T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Teorema do final f Teorema de Schu Fermat

Idempotente em semigrupo finito Teorema da seguência monótona

Compacidade

Referências

T. R., 2-conjuntos 2-coloridos

Teorema

Dados naturais $t_1, t_2 \geqslant 2$, existe um natural n tal que para todo conjunto V de cardinalidade $|V| \geqslant n$ vale o seguinte.

Para qualquer 2-coloração de $\binom{V}{2}$ existem $i \in [r]$ e um t_i -subconjunto $X \subseteq V$ com $\binom{X}{2}$ monocromático da cor i.

do plano

Variantes do P

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Teorema do final fe Teorema de Schur Fermat (mod p) Idempotente em semigrupo finito

Compacidade

Compacidade

Referências

T. R., 2-conjuntos 2-coloridos

Teorema

Dados naturais $t_1, t_2 \ge 2$, existe um natural n tal que para todo conjunto V de cardinalidade $|V| \ge n$ vale o seguinte.

Para qualquer 2-coloração de $\binom{V}{2}$ existem $i \in [r]$ e um t_i -subconjunto $X \subseteq V$ com $\binom{X}{2}$ monocromático da cor i.

O menor valor de $\mathfrak n$ para o qual o enunciado do teorema vale é o **número de Ramsey** $R(t_1,t_2)$. O teorema afirma que esse número está bem definido.

Referencias

T. R., 2-conjuntos 2-coloridos Demonstração

A demonstração é uma indução dupla em t_1 e t_2 .

Note que $R(t_1,t_2)=R(t_2,t_1)$.

Note que $R(2,t_2)=t_2$.

Assuma $t_1, t_2 \ge 3$ e $R(t_1 - 1, t_2)$, $R(t_1, t_2 - 1)$.

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

T. R., 2-conjuntos 2-coloridos Demonstração

 $R(t_1,t_2)\leqslant n \text{ onde }$

$$n-1 = (R(t_1-1,t_2)-1) + (R(t_1,t_2-1)-1) + 1$$

Número cromático do plano

Teoremas de

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Aplicações
Teorema do final feliz

Teorema de Schur Fermat (mod p) Idempotente em semigrupo finito

sequencia monotona

Compacidade

Referencias

T. R., 2-conjuntos 2-coloridos Demonstração

 $R(t_1,t_2)\leqslant n \text{ onde }$

$$n-1 = (R(t_1-1,t_2)-1) + (R(t_1,t_2-1)-1) + 1$$

Em n-1 vértices com ''cores'' azul ou verde ou $R(t_1-1,t_2)$ são azuis ou $R(t_1,t_2-1)$ são verdes

Compacidade

D (^ :

T. R., 2-conjuntos 2-coloridos Demonstração

 $R(t_1,t_2)\leqslant n \text{ onde }$

$$n-1 = (R(t_1-1,t_2)-1) + (R(t_1,t_2-1)-1) + 1$$

Em n-1 vértices com ''cores'' azul ou verde ou $R(t_1-1,t_2)$ são azuis ou $R(t_1,t_2-1)$ são verdes

Se $R(t_1-1,t_2)$ são azuis olhe para as cores nas arestas entre eles. Há t_1-1 com todas as arestas azuis ou t_2 com todas as arestas verdes

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas d Ramsey

T.R. para 2-conjuntos

T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

T. R., 2-conjuntos 2-coloridos Demonstração

 $R(t_1,t_2)\leqslant n \text{ onde }$

$$n-1 = (R(t_1-1,t_2)-1) + (R(t_1,t_2-1)-1) + 1$$

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(m o d p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da
sequência monótona

Compacidade

Referências

T. R., 2-conjuntos 2-coloridos Demonstração

 $R(t_1,t_2)\leqslant n \text{ onde }$

$$n-1 = (R(t_1-1,t_2)-1) + (R(t_1,t_2-1)-1) + 1 \\$$

 ϕ 2-coloração de $\binom{V}{2}$ onde |V|=n.

Referência

T. R., 2-conjuntos 2-coloridos Demonstração

 $R(t_1,t_2)\leqslant n \text{ onde }$

$$n-1 = (R(t_1-1,t_2)-1) + (R(t_1,t_2-1)-1) + 1$$

 ϕ 2-coloração de $\binom{V}{2}$ onde |V|=n.

Escolhe um ν , 2-colore $V\setminus\{\nu\}$ a partir da ϕ e usa PGg em n-1 objetos.

Umas das parte ou tem t_i -subconjunto procurado ou tem $(t_{i\pm 1}-1)$ -subconjunto que unido com $\{\nu\}$ dá o $t_{i\pm 1}$ -subconjunto procurado.

J Donadelli

Número cromático

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

(mod p) semigrupo finito

Teorema da sequência monótona

números de Ramsey R(s, r)

rs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2		2	3	4	5	6	7	8	9	10
3			6	9	14	18	23	28	36	40-42
4				18	25 ^[5]	36-41	49-61	59 ^[10] _84	73-115	92-149
5					43-48	58-87	80-143	101-216	133-316	149 ^[10] _442
6						102-165	115 ^[10] _298	134 ^[10] _495	183-780	204–1171
7							205-540	217-1031	252-1713	292-2826
8								282-1870	329-3583	343-6090
9									565-6588	581-12677
10										798-23556

Teorema do final feliz (mod p)

números de Ramsey R(t,t)

Sabemos que

$$2^{t/2} < R(t,t) < \frac{4^t}{\sqrt{t}}$$

Erdős conjectura que

$$\lim_{t\to\infty} R(t,t)^{1/t}$$

existe.

Princípio das gavetas

Número cromático

do plano Variantes do F

Variantes do F

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feli
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da
seguência monóton.

Compacidade

Referências

T. R., 2-conjuntos 3-coloridos

Em todo grupo com 17 (ou mais) pessoas, podemos encontrar três pessoas que se amam entre si, três que se odeiam entre si ou três que são indiferentes entre si.

J Donadelli

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano

variantes do P

Teoremas of Ramsey

T.R. para 2-conjuntos

T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final fel Teorema de Schur Fermat

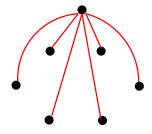
(mod p)
Idempotente em semigrupo finito

Teorema da seguência monótona

Compacidade

Referências

T. R., 2-conjuntos 3-coloridos



J Donadelli

Número cromático

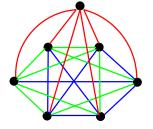
T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

(mod p)

semigrupo finito Teorema da

sequência monótona

T. R., 2-conjuntos 3-coloridos



Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos
T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Teorema do final feliz Teorema de Schur Fermat

(m o d p)
Idempotente em semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

T. R., 2-conjuntos r-coloridos

Teorema

Dados números naturais r e $t_1, \ldots, t_r \geqslant 2$, existe o menor natural $R(t_1, \ldots, t_r)$ tal que para todo conjunto V de cardinalidade pelo menos $R(t_1, \ldots, t_r)$ vale o seguinte.

Para toda r-coloração de $\binom{V}{2}$ existem $i \in [r]$ e um t_i -subconjunto $X \subseteq V$ com $\binom{X}{2}$ monocromático da cor $i \in [r]$.

J Donadelli

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático

do plano Variantes do P

variantes do Po

Ramsey

T.R. para 2-conjuntos

T.R. para k-conjuntos

I.I I. IIIIIIIIIIIIII

Aplicaçõe

Teorema do final feliz Teorema de Schur Fermat

(mod p)
Idempotente em semigrupo finito

sequência mon

Referência

T. R., 2-conjuntos r-coloridos Demonstração

A demonstração é análoga.

Tome V de cardinalidade

$$n = (R(t_1-1,t_2,\ldots,t_r)-1) + (R(t_1,t_2-2,\ldots,t_r)-1) + \cdots$$

$$+(R(t_1,\ldots,t_r-2)-1)+2$$

Fixe $v \in V$, e use o PGg nos n-1 outros vértices.

Número cromático

T.R. para k-conjuntos

sequência monótona

T. R., k-conjuntos r-coloridos

Teorema de Ramsey, 1930

Dados números naturais r, k e $t_1, \ldots, t_r \ge k$, existe o menor natural $R^{(k)}(t_1, \ldots, t_r)$ tal que para todo conjunto V de cardinalidade pelo menos $R^{(k)}(t_1, \ldots, t_r)$ vale o seguinte.

Para toda r-coloração de $\binom{V}{\nu}$ existem $i \in [r]$ e um t_i -subconjunto $X \subseteq V$ com $\binom{X}{k}$ monocromático da cor i. Número cromático do plano

Variantes do P

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos
T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz Teorema de Schur Fermat

(mod p)
Idempotente em semigrupo finito

sequência monóto

Compacidade

Referências

Notação "flecha"

"para qualquer r-coloração de $\binom{[n]}{k}$ existem i e um t_i -subconjunto $X\subseteq [n]$ com $\binom{X}{k}$ monocromático da cor i"

$$\mathbf{n} \to (\mathbf{t}_1, \dots, \mathbf{t}_r)_r^k$$

$$n \to (t)_r^k$$
 se $t_1 = t_2 = \cdots = t_r$.

T.R. para 2-conjuntos

T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito

sequência monótona

Compacidade

Referências

Notação flecha:

$$n \to (t_1, \dots, t_r)_r^k$$

 $n,r,k,t_1,\ldots,t_r\in\mathbb{N}$ são cardinalidades

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

Teorema do final feliz

Notação flecha:

$$n \to (t_1, \dots, t_r)_r^k$$

 $n, r, k, t_1, \ldots, t_r \in \mathbb{N}$ são cardinalidades

alvos monocromáticos de cada cor i

Número cromático do plano

Variantes do P

Teoremas de Ramsey T.R. para 2-conjuntos

T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz Teorema de Schur

(mod p)
Idempotente em

Teorema da

Compacidade

Referências

Notação flecha:

$$n \to (t_1, \dots, t_r)_r^k$$

$$n, r, k, t_1, \dots, t_r \in \mathbb{N}$$
 são cardinalidades

• alvos monocromáticos de cada cor i

$$n \longrightarrow (t_1, t_2, \dots, t_r) k$$

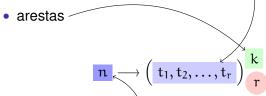
Teorema do final feliz

Notação flecha:

$$n \to (t_1, \dots, t_r)_r^k$$

 $n, r, k, t_1, \ldots, t_r \in \mathbb{N}$ são cardinalidades

alvos monocromáticos de cada cor i



• conjunto "universo"

Teorema do final feliz

Notação flecha:

$$n \to (t_1, \dots, t_r)_r^k$$

 $n, r, k, t_1, \ldots, t_r \in \mathbb{N}$ são cardinalidades

alvos monocromáticos de cada cor i



- conjunto "universo"
- cores

Anlicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em

sequência monótona

Compacidade

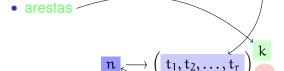
Referências

Notação flecha:

$$n \to (t_1, \dots, t_r)_r^k$$

 $n, r, k, t_1, \ldots, t_r \in \mathbb{N}$ são cardinalidades

• alvos monocromáticos de cada cor i



- conjunto "universo"
- cores

J Donadelli

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Aplicações

Teorema do final te
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em

Teorema da sequência monótor

Compacidade

Referências

Teorema de Ramsey infinitário

Teorema de Ramsey, 1930

Dados números naturais r e k, para qualquer r-coloração de $\binom{\mathbb{N}}{k}$ existem $\mathfrak{i} \in [r]$ e um subconjunto infinito $X \subseteq \mathbb{N}$ tal que $\binom{X}{k}$ monocromático da cor \mathfrak{i} .

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos
T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

T.R. infinitario

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)

Fermat (mod p)
Idempotente em semigrupo finito
Teorema da sequência monótona

Compacidade

Referên

Demonstração para k=2

$$\varphi: \binom{\mathbb{N}}{2} \to [r].$$

$$A_1 = \mathbb{N} e \alpha_1 = \min A_1$$
.

Suponha A_n definido e infinito, defina $a_n = \min A_n$.

Alguma cor i incide em a_n infinitas vezes

- A_{n+1} são os outros extremos em A_n $(A_n \supset A_{n+1})$
- pinte a_n com a cor i

Em a_1, a_2, \ldots alguma cor j ocorre infinitas vezes, seja Y os elementos dessa sequência da cor j.

 $\binom{Y}{2}$ monocromático por φ .

Número cromático do plano

Variantes do P

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz Teorema de Schur Fermat (m o d p)

semigrupo finito
Teorema da
seguência monótona

Compacidade

. .

Teorema de Ramsey infinitário

O caso geral, para k finito, sai por indução

$$\aleph_0 \longrightarrow (\aleph_0)_r^k$$

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Teorema do final feliz (mod p)

Infinitário ⇒ finitista

Para todo t

se
$$\aleph_0 \longrightarrow (\aleph_0)^k_r$$
 então $\aleph_0 \longrightarrow (t)^k_r$

Por compacidade (+ adiante), existe n

$$n \longrightarrow (t)_r^k$$

J Donadelli

Pontos históricos

Princípio da gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

Aplicações

Teorema de Schur Fermat (mod p) Idempotente em semigrupo finito Teorema da

Compacidade

Referências

Sumário

- Pontos históricos
- Princípio das gavetas Número cromático do plano Variantes do PG
- 3 Teoremas de Ramsey
 T.R. para k-conjuntos
 T.R. infinitário
- 4 Aplicações

Teorema do final feliz Teorema de Schur

Ultimo teorema de Fermat modp

Idempotente em semigrupo finito Teorema da sequência monótona

- Compacidade
- 6 Referências



Princípio das gavetas

Número cromático

do plano Variantes do F

Variantes do F

Teoremas de Ramsey

T.R. para k-conjuntos

A 11 ~

Aplicaçõe

Teorema do final feliz

Fermat (mod p)

Teorema da

Compacidade

Referências

Teorema do final feliz

Teorema (Erdős–Szekeres, 1935)

Para todo $n \ge 4$, existe um menor natural ES(n) tal que para quaisquer ES(n) pontos em posição geral no plano, existem n pontos que formam um polígono convexo.

Número cromático

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

Teorema do final feliz

(mod p) sequência monótona

Demonstração

Dado n, seja P pontos em posição geral t.g.

$$|P| \longrightarrow (5, n)_2^4$$

Deferêncies

Demonstração

Dado n, seja P pontos em posição geral t.q.

$$|P| \longrightarrow (5, n)_2^4$$

 $\phi(\{u,v,x,y\})=1$ se não são vértices de um quadrilátero convexo.

 $\phi(\{\,u,v,x,y\,\})=2 \text{ se s\~ao v\'ertices de um quadril\'atero convexo.}$

Referências

Demonstração

Dado n, seja P pontos em posição geral t.q.

$$|P| \longrightarrow (5, n)_2^4$$

 $\phi(\{u,v,x,y\})=1$ se não são vértices de um quadrilátero convexo.

$$\phi(\{\,u,\nu,x,y\,\})=2 \text{ se s\~ao v\'ertices de um quadril\'atero convexo}.$$

Do TR, (1) ou (2):

(1) 5-subconjunto U tal que
$$\binom{\mathrm{U}}{4}$$
 é monocr. cor 1

Referências

Demonstração

Dado n, seja P pontos em posição geral t.q.

$$|P| \longrightarrow (5, n)_2^4$$

 $\phi(\{\,u,\nu,x,y\,\})=1 \text{ se n\~ao s\~ao v\'ertices de um quadril\'atero convexo.}$

$$\phi(\{\,u,\nu,x,y\,\})=2$$
 se são vértices de um quadrilátero convexo.

Do TR, (1) ou (2):

(1) 5-subconjunto U tal que $\binom{\mathsf{U}}{4}$ é monocr. cor 1

não, pois quaisquer 5 em posição geral implica 4 em quadrilátero convexo! (prova?)

Referências

Demonstração

Dado n, seja P pontos em posição geral t.q.

$$|P| \longrightarrow (5, n)_2^4$$

 $\phi(\{\,u,\nu,x,y\,\})=1$ se não são vértices de um quadrilátero convexo.

 $\phi(\{\,u,\nu,x,y\,\})=2 \text{ se s\~ao v\'ertices de um quadril\'atero convexo}.$

Do TR, (1) ou (2):

(1) 5-subconjunto U tal que $\binom{\mathsf{U}}{4}$ é monocr. cor 1

não, pois quaisquer 5 em posição geral implica 4 em quadrilátero convexo! (prova?)

(2) n-subconjunto D tal que $\binom{D}{4}$ é monocr. cor 2.

Referêr

Demonstração

Dado n, seja P pontos em posição geral t.q.

$$|P| \longrightarrow (5, n)_2^4$$

 $\phi(\{u,v,x,y\})=1$ se não são vértices de um quadrilátero convexo.

 $\phi(\{\,u,\nu,x,y\,\})=2 \text{ se s\~ao v\'ertices de um quadril\'atero convexo}.$

Do TR, (1) ou (2):

(1) 5-subconjunto U tal que $\binom{\mathrm{U}}{4}$ é monocr. cor 1

não, pois quaisquer 5 em posição geral implica 4 em quadrilátero convexo! (prova?)

(2) n-subconjunto D tal que $\binom{D}{4}$ é monocr. cor 2.

 \implies n formam polígono convexo! (prova?)



Número cromático do plano

Variantes do P

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos
T.R. para k-conjuntos

T.R. para K-ci

Aplicaçõe

Teorema do final feliz

Fermat (mod p)

semigrupo finito Teorema da

Compacidade

Referências

Conjectura de Erdős-Szekeres

Conjectura

O menor número de pontos no plano para o teorema do final feliz valer é $ES(n) = 2^{n-2} + 1$.

Número cromático

T.R. para k-conjuntos

Teorema do final feliz Teorema de Schur

(mod p)

Teorema de Schur (1916)

Teorema

Dado $r \geqslant 1$, existe um menor $s(r) \in \mathbb{N}$ tal que em qualquer r-coloração de [s(r)] existe solução monocromática de x + y = z.

Número cromático

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

Teorema do final feliz Teorema de Schur

(mod p)

sequência monótona

Demonstração

Dado r, tome n tal que

$$n \longrightarrow (3)_r^2$$

e η uma r-coloração de [n].

Teorema do final feliz Teorema de Schur

Demonstração

Dado r, tome n tal que

$$n \longrightarrow (3)_r^2$$

e η uma r-coloração de $[\mathfrak{n}].$ Defina $\phi: \binom{\lfloor \mathfrak{n} \rfloor}{2} \to [r]$

$$\phi(\{\,i,j\,\})=\eta(|j-i|)$$

Referências

Demonstração

Dado r, tome n tal que

$$n \longrightarrow (3)^2_r$$

e η uma r-coloração de [n]. Defina $\phi: \binom{[n]}{2} \to [r]$

$$\phi(\{\,\mathfrak{i},\mathfrak{j}\,\})=\eta(|\mathfrak{j}-\mathfrak{i}|)$$

Para toda 2-coloração φ existe $\binom{\{a,b,c\}}{2}$ monocromático.

Referências

Demonstração

Dado r, tome n tal que

$$n \longrightarrow (3)_r^2$$

e η uma r-coloração de [n]. Defina $\phi: \binom{[n]}{2} \to [r]$

$$\phi(\{\,i,j\,\})=\eta(|j-i|)$$

Para toda 2-coloração φ existe $\binom{\{a,b,c\}}{2}$ monocromático.

S.p.g. a < b < c, logo

$$x = b - a$$
, $y = c - b$, $z = c - a$

é solução de x + y = z.



Princípio das gavetas

Número cromático

do plano

Variantes do P

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos
T.R. para k-conjuntos

I.H. Infinitario

Aplicaçõe

Teorema do final feliz Teorema de Schur

Fermat (mod p)

Teorema da

Compacidade

Referências

Fermat \pmod{p}

Teorema

Para todo $m \ge 1$ e todo primo p suficientemente grande, a equação $x^m + y^m \equiv z^m \pmod{p}$ tem solução não trivial.

Referên

Sejam $\mathfrak{m} \in \mathbb{N}$, $\mathfrak{p} > \mathfrak{s}(\mathfrak{m})$ primo e \mathfrak{g} um gerador de $\mathbb{Z}_{\mathfrak{p}}^*$.

 $x \in \mathbb{Z}_p^*$ e $x = g^k$ então $\phi(x) = k \text{ mod } m$

 $p-1\geqslant s(\mathfrak{m}),$ pelo teorema de Schur, há uma solução monocromática de x+y=z.

Ou seja, existem naturais a, b, c

$$g^{\alpha m+r}+g^{bm+r}=g^{cm+r}$$

 $imes g^{-r}$ resulta $g^{\mathfrak{a}\mathfrak{m}} + g^{\mathfrak{b}\mathfrak{m}} = g^{\mathfrak{c}\mathfrak{m}}$ em \mathbb{Z}_p .

De $x = g^a$, $y = g^b$ e $z = g^c$, temos $x^m + y^m = z^m$ em \mathbb{Z}_p .

Princípio das gavetas

Número cromático

do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey T.R. para 2-conjuntos

T.R. para k-conjuntos
T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz Teorema de Schur Fermat (mod p)

Idempotente em semigrupo finito

Teorema da seguência mond

Compacidade

Referências

Um conjunto S munido de uma operação binária $*: S \times S \to S$ associativa é chamado **semigrupo**.

Principio das gavetas

Número cromático

do plano Variantes do PO

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Teorema do final feliz

Teorema de Schur Fermat (mod p)

Idempotente em semigrupo finito

Teorema da seguência monót

Compacidade

Referências

Um conjunto S munido de uma operação binária $*: S \times S \rightarrow S$ associativa é chamado **semigrupo**.

Exemplos: \mathbb{N} com a soma e \mathbb{N} com o produto usuais são dois exemplos de semigrupos

gavetas

Número cromático

do plano Variantes do P

Teoremas o

T.R. para 2-conjuntos
T.R. para k-conjuntos

T.R. para k-conjunto T.R. infinitário

Teorema do final feliz

Fermat (mod p)

semigrupo finito Teorema da

Teorema da sequência monóto

Compacidade

Referencias

Um conjunto S munido de uma operação binária $*: S \times S \rightarrow S$ associativa é chamado **semigrupo**.

Exemplos: $\mathbb N$ com a soma e $\mathbb N$ com o produto usuais são dois exemplos de semigrupos

Exercício: Mostre que $\mathbb N$ com $\mathrm{mdc}: \mathbb N \times \mathbb N \to \mathbb N$ (o *maior divisor comum*) é um semigrupo.

Número cromático

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

Teorema do final feliz (mod p)

Idempotente em semigrupo finito

sequência monótona

Idempotente

(S,*) um semigrupo. Um idempotente é $x \in S$ tal que

$$x * x = x$$

Princípio da gavetas

Número cromático do plano

variantes do i

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos
T.R. para k-conjuntos

Anligação

Teorema do final feli Teorema de Schur Fermat (mod p)

Idempotente em semigrupo finito

Teorema da seguência monótona

Compacidade

Referências

Teorema

Todo semigrupo (S,*) com S finito tem idempotente.

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz Teorema de Schur Fermat (mod p)

Idempotente em semigrupo finito

Teorema da seguência monótona

Compacidade

Referências

$$\begin{split} & \text{Sejam } t \in \mathbb{N} \text{ t.q. } t \longrightarrow (3)^2_{|S|} \\ & \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_t) \text{ uma } t\text{-upla qualquer com } x_i \in S. \end{split}$$

Número cromático

T.R. para 2-conjuntos

T.R. para k-conjuntos

Idempotente em semigrupo finito

sequência monótona

Sejam $t \in \mathbb{N}$ t.q. $t \longrightarrow (3)_{|S|}^2$ $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_t)$ uma t-upla qualquer com $x_i \in S$.

$$\begin{split} \phi: \binom{[n]}{2} &\to S \text{ a } |S|\text{-coloração: } \forall i < j \\ \phi(\{x_i, x_j\}) &= x_{i+1} * x_{i+2} * \cdots * x_j \in S \end{split}$$

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey T.R. para 2-conjuntos

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz Teorema de Schur Fermat

Idempotente em semigrupo finito

sequência monótona

Compacidade

Referências

Sejam $t \in \mathbb{N}$ t.q. $t \longrightarrow (3)^2_{|S|}$ $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_t)$ uma t-upla qualquer com $x_i \in S$.

$$\begin{split} \phi: \binom{[n]}{2} &\to S \text{ a } |S|\text{-coloração: } \forall i < j \\ \phi(\{x_i, x_j\}) &= x_{i+1} * x_{i+2} * \cdots * x_j \in S \end{split}$$

se
$$\binom{\{i,j,k\}}{2}$$
 é monocromático $(i < j < k)$

$$x_{i+1} * x_{i+2} * \cdots * x_j = x_{j+1} * x_{j+2} * \cdots * x_k = x_{i+1} * x_{i+2} * \cdots * x_k$$

Número cromático

Teorema do final feliz

Idempotente em semigrupo finito

Demonstração

Sejam $t \in \mathbb{N}$ t.q. $t \longrightarrow (3)_{|S|}^2$ $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_t)$ uma t-upla qualquer com $x_i \in S$.

$$\begin{split} \phi: \binom{[n]}{2} &\to S \text{ a } |S|\text{-coloração: } \forall i < j \\ &\phi(\{x_i, x_j\}) = x_{i+1} * x_{i+2} * \cdots * x_j \in S \end{split}$$

se
$$\binom{\{i,j,k\}}{2}$$
 é monocromático (i $< j < k$)

$$\underbrace{x_{i+1} * x_{i+2} * \cdots * x_j}_{x_{i+1} * x_{i+2} * \cdots * x_i} = x_{j+1} * x_{j+2} * \cdots * x_k}_{x_{i+1} * x_{i+2} * \cdots * x_i} = x_{i+1} * x_{i+2} * \cdots * x_k}$$

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey T.R. para 2-conjuntos

T.R. para k-conjur T.R. infinitário

Aplicações

Teorema do final feliz

Teorema de Schur Fermat

Idempotente em semigrupo finito

Teorema da sequência monótor

Compacidade

Referencia

Demonstração

 $\begin{array}{l} \text{Sejam } t \in \mathbb{N} \text{ t.q. } t \longrightarrow (3)^2_{|S|} \\ \mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_t) \text{ uma t-upla qualquer com } x_i \in S. \end{array}$

$$\begin{split} \phi: \binom{[n]}{2} &\to S \text{ a } |S|\text{-coloração: } \forall i < j \\ \phi(\{x_i, x_j\}) &= x_{i+1} * x_{i+2} * \cdots * x_j \in S \end{split}$$

se
$$\binom{\{i,j,k\}}{2}$$
 é monocromático (i $< j < k$)

$$\underbrace{x_{i+1} * x_{i+2} * \cdots * x_j}_{x_{i+1} * x_{i+2} * \cdots * x_j} = x_{j+1} * x_{j+2} * \cdots * x_k}_{x_{i+1} * x_{i+2} * \cdots * x_j * x_{j+1} * x_{j+2} * \cdots * x_k} = x_{i+1} * x_{i+2} * \cdots * x_k$$

portanto
$$(x_{i+1} * x_{i+2} * \cdots * x_j)^2 = x_{i+1} * x_{i+2} * \cdots * x_j$$
.

Princípio das gavetas

Número cromático

do plano

Variantes do F

Teoremas d Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz Teorema de Schur Fermat (mod p)

Teorema da seguência monótona

Compacidade

Referências

Teorema da sequência monótona

Teorema

Toda sequência de números reais admite subsequência monótona.

Ramsey

T.R. para 2-conjunto T.R. para k-conjunto

T.R. infinitário

Teorema do final fe Teorema de Schur Fermat (mod p)

semigrupo finito
Teorema da
seguência monótona

Compacidade

Referências

 $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequência de números reais.

2-colorimos o par n < m cor 1 sse $x_n < x_m$

Do TR Infinitário existe Y infinito cujos pares são monocromáticos.

Se cor 1, Y são índices de subsequência (estritamente) crescente.

Se cor 2, Y são índices de subsequência decrescente.

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey T.R. para 2-conjunto

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feli
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referênci:

Sumário

- 1 Pontos históricos
- Princípio das gavetas Número cromático do plano Variantes do PG
- Teoremas de Ramsey T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário
- 4 Aplicações

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Último teorema de Fermat modp
Idempotente em semigrupo finito
Teorema da sequência monótona

- **5** Compacidade
 - 6 Referências



Compacidade

Referências

Princípio de compacidade

Uma técnica útil em Teoria de Ramsey

O problema de determinar o número cromático do plano é o problema de determinar o número cromático do grafo

$$\begin{split} V &= \mathbb{R}^2 \\ E &= \left\{ \left\{ x, y \right\} \in \mathbb{R}^2 : d(x, y) = 1 \right. \right\} \end{split}$$

Aplicaçõ

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

Princípio de compacidade

Uma técnica útil em Teoria de Ramsey

O problema de determinar o número cromático do plano é o problema de determinar o número cromático do grafo

$$V = \mathbb{R}^2$$

$$E = \left\{ \{x, y\} \in \mathbb{R}^2 : d(x, y) = 1 \right\}$$

Porém, é suficiente saber o número cromático do grafo dos subgrafos finitos (i.e., |V| finito).

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

Princípio de compacidade

Teorema

Um grafo G tem número cromático no máximo ${\bf r}$ se, e somente se, todo subgrafo finito de G tem número cromático no máximo ${\bf r}$.

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos

T.R. infinitário

Aplicaçõ

Teorema do final fel Teorema de Schur Fermat (mod p)

Idempotente em semigrupo finito Teorema da seguência monóto

Compacidade

Poforôncias

Princípio de compacidade

Teorema

Um grafo G tem número cromático no máximo r se, e somente se, todo subgrafo finito de G tem número cromático no máximo r.

Demonstração.

- 1 G finito
- 2 G infinito enumerável (s.p.g. $V = \mathbb{N}$)
- 3 G infinito

O "somente se" é imediato. Basta provar o "se". O item 1 também é imediato

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsev

T.R. para 2-conjunt

T.R. para k-conjunto T.R. infinitário

Anlicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

Dem. para G infinito enumerável.

Suponha que todo subgrafo finito tem $\chi\leqslant r,$ em particular, para todo $n\in\mathbb{N}$

$$\phi_n : [n] \to [r]$$
 (boa coloração)

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano

Teoremas de

Ramsey

T.R. para 2-conjun T.R. para k-conjun

I.n. IIIIIIIIIIIII

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em

Compacidade

Referências

Dem. para G infinito enumerável.

Suponha que todo subgrafo finito tem $\chi\leqslant r,$ em particular, para todo $n\in\mathbb{N}$

$$\phi_n : [n] \to [r]$$
 (boa coloração)

• c_1 cor que ocorre infinitas vezes em $\{\phi_1(1),\phi_2(1),\ldots\}$

Número cromático

Teorema do final feliz

Compacidade

Dem. para G infinito enumerável.

Suponha que todo subgrafo finito tem $\chi \leqslant r$, em particular, para todo $n \in \mathbb{N}$

$$\phi_n:[n]\to[r] \qquad \text{(boa coloração)}$$

- c_1 cor que ocorre infinitas vezes em { $\varphi_1(1), \varphi_2(1), \dots$ }
- $I_1 = \{ n \ge 2 : \varphi_n(1) = c_1 \}$

Número cromático

Teorema do final feliz

Compacidade

Dem. para G infinito enumerável.

Suponha que todo subgrafo finito tem $\chi \leqslant r$, em particular, para todo $n \in \mathbb{N}$

$$\phi_n:[n]\to[r] \qquad \text{(boa coloração)}$$

- c_1 cor que ocorre infinitas vezes em { $\varphi_1(1), \varphi_2(1), \dots$ }
- $I_1 = \{ n \ge 2 : \varphi_n(1) = c_1 \}$
- Se c_i e I_i estão definidos

Número cromático

Teorema do final feliz

sequência monótona

Compacidade

Dem. para G infinito enumerável.

Suponha que todo subgrafo finito tem $\chi \leqslant r$, em particular, para todo $n \in \mathbb{N}$

$$\phi_n : [n] \to [r]$$
 (boa coloração)

- c_1 cor que ocorre infinitas vezes em { $\varphi_1(1), \varphi_2(1), \dots$ }
- $I_1 = \{ n \ge 2 : \varphi_n(1) = c_1 \}$
- Se c_i e I_i estão definidos
 - c_{i+1} cor que ocorre infinitas vezes em $\{ \varphi_{n}(j+1) : n \in I_{i} \}$

4日 → 4周 → 4 目 → 4 目 → 9 Q P

Número cromático

Teorema do final feliz

sequência monótona Compacidade

Dem. para G infinito enumerável.

Suponha que todo subgrafo finito tem $\chi \leqslant r$, em particular, para todo $n \in \mathbb{N}$

$$\phi_n : [n] \to [r]$$
 (boa coloração)

- c_1 cor que ocorre infinitas vezes em { $\varphi_1(1), \varphi_2(1), \dots$ }
- $I_1 = \{ n \ge 2 : \varphi_n(1) = c_1 \}$
- Se c_i e I_i estão definidos
 - c_{i+1} cor que ocorre infinitas vezes em $\{ \varphi_{n}(j+1) : n \in I_{i} \}$
 - $I_{i+1} = \{ n \ge j+2 : \varphi_n(1) = c_1, \dots, \varphi_n(j+1) = c_{j+1} \}$

Número cromático

Teorema do final feliz

sequência monótona Compacidade

Dem. para G infinito enumerável.

Suponha que todo subgrafo finito tem $\chi \leqslant r$, em particular, para todo $n \in \mathbb{N}$

$$\phi_n : [n] \to [r]$$
 (boa coloração)

- c_1 cor que ocorre infinitas vezes em { $\varphi_1(1), \varphi_2(1), \dots$ }
- $I_1 = \{ n \ge 2 : \varphi_n(1) = c_1 \}$
- Se c_i e I_i estão definidos
 - c_{i+1} cor que ocorre infinitas vezes em $\{ \varphi_{n}(j+1) : n \in I_{i} \}$
 - $I_{i+1} = \{ n \ge j+2 : \varphi_n(1) = c_1, \dots, \varphi_n(j+1) = c_{j+1} \}$
- $\phi: \mathbb{N} \to [r]$ dada por $\phi(i) = c_i$

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano

Variantes do I

Teoremas of Ramsey

T.R. para 2-conjuntos
T.R. para k-conjuntos

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

Passos para dem. G infinito.

 $\textbf{1} \ [r] \ com topologia discreta e \ [r]^V \ com topologia produto é compacto$

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de

T.R. para 2-conjunt

T.R. para k-conjunto T.R. infinitário

Anlicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(m o d p)
Idempotente em semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

- 2 $U \subseteq V$ finito $e \varphi : U \rightarrow [r]$

$$F_{U}^{\varphi} = \left\{ f \in [r]^{V} : f|_{U} = \varphi \right\} \quad e \quad F_{U} = \bigcup_{\varphi \text{ boa}} F_{U}^{\varphi}$$

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsev

T.R. para 2-conjunt

T.R. para k-conjunto T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final fel
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

Passos para dem. G infinito.

- $\textbf{1} \ \, [r] \ \, \text{com topologia discreta e} \ \, [r]^V \ \, \text{com topologia produto} \\ \, \text{\'e compacto}$
- 2 $U \subseteq V$ finito $e \varphi : U \rightarrow [r]$

$$F_{U}^{\varphi}=\left\{\,f\in\left[r\right]^{V}:f|_{U}=\varphi\,\right\}\quad\text{e}\quad F_{U}=\bigcup_{\varphi\text{ boa}}F_{U}^{\varphi}$$

(a) F_{U}^{Φ} é um aberto básico da topologia produto

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjunto T.R. para k-conjunto

T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em

Compacidade

Referências

- **2** $U \subseteq V$ finito $e \varphi : U \rightarrow [r]$

$$F_{U}^{\varphi}=\left\{\,f\in\left[r\right]^{V}:f|_{U}=\varphi\,\right\}\quad\text{e}\quad F_{U}=\bigcup_{\varphi\text{ boa}}F_{U}^{\varphi}$$

- (a) F_{U}^{Φ} é um aberto básico da topologia produto
- (b) $F_u \neq \emptyset$

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjunt T.R. para k-conjunt

T.R. para k-conjunte T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito

Teorema da sequência monóton

Compacidade

Referências

- $\textbf{1} \ \, [r] \ \, \text{com topologia discreta e} \ \, [r]^V \ \, \text{com topologia produto} \\ \, \text{\'e compacto}$
- 2 $U \subseteq V$ finito $e \varphi : U \rightarrow [r]$

$$F_{U}^{\varphi} = \left\{ f \in [r]^{V} : f|_{U} = \varphi \right\} \quad \text{e} \quad F_{U} = \bigcup_{\Phi \text{ boa}} F_{U}^{\varphi}$$

- (a) F_{U}^{Φ} é um aberto básico da topologia produto
- (b) $F_u \neq \emptyset$
- (c) Fu é fechado

Pontos históricos

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de

Ramsey

T.R. para k-conjunto

Aplicaçõe

Teorema do final feliz Teorema de Schur

(mod p)

Idempotente em

Teorema da seguência monótor

Compacidade

Referências

- 2 $U \subseteq V$ finito e $\varphi : U \rightarrow [r]$

$$F_{U}^{\varphi}=\left\{\,f\in\left[r\right]^{V}:f|_{U}=\varphi\,\right\}\quad\text{e}\quad F_{U}=\bigcup_{\varphi\text{ boa}}F_{U}^{\varphi}$$

- (a) F_{U}^{Φ} é um aberto básico da topologia produto
- (b) $F_u \neq \emptyset$
- (c) F_u é fechado
- (d) se $U \subset W$ então $F_W \subset F_U$

Número cromático

Teorema do final feliz

Compacidade

- 1 [r] com topologia discreta e [r] com topologia produto é compacto
- 2 $U \subseteq V$ finito $e \varphi : U \rightarrow [r]$

$$F_{U}^{\varphi}=\left\{\,f\in\left[r\right]^{V}:f|_{U}=\varphi\,\right\}\quad\text{e}\quad\ F_{U}=\bigcup_{\varphi\text{ boa}}F_{U}^{\varphi}$$

- (a) F_{11}^{Φ} é um aberto básico da topologia produto
- (b) $F_{11} \neq \emptyset$
- (c) Fu é fechado
- (d) se $U \subset W$ então $F_W \subset F_{11}$
- 3 $F_{U_1} \cap F_{U_2} \cap \cdots \cap F_{U_n} \supset F_{U_1 \cup U_2 \cup \cdots \cup U_n} \neq \emptyset$, portanto

$$\bigcap_{\mathsf{U} \text{ finito}} \mathsf{F}_{\mathsf{U}} \neq \emptyset.$$

Pontos históricos

Princípio das

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de

Ramsey
TB. para 2-conjur

T.R. para k-conjunt

Anligação

Teorema do final

Teorema de Schur Fermat

Idempotente em semigrupo finito

Teorema da sequência mo

Compacidade

Referências

- 1 [r] com topologia discreta e $[r]^V$ com topologia produto é compacto
- **2** $U \subseteq V$ finito $e \varphi : U \rightarrow [r]$

$$F_{U}^{\varphi}=\left\{\,f\in\left[r\right]^{V}:f|_{U}=\varphi\,\right\}\quad\text{e}\quad F_{U}=\bigcup_{\varphi\text{ boa}}F_{U}^{\varphi}$$

- (a) F_{II}^{Φ} é um aberto básico da topologia produto
- (b) $F_u \neq \emptyset$
- (c) F_u é fechado
- (d) se $U \subset W$ então $F_W \subset F_U$
- 3 $F_{U_1} \cap F_{U_2} \cap \cdots \cap F_{U_n} \supset F_{U_1 \cup U_2 \cup \cdots \cup U_n} \neq \emptyset$, portanto

$$\bigcap_{U \text{ finito}} F_U \neq \emptyset.$$

Pontos históricos

Princípio da gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjuntos T.R. para k-conjuntos T.R. infinitário

Aplicaçõe

Teorema do final fe
Teorema de Schur
Fermat
(mod p)
Idempotente em
semigrupo finito
Teorema da

Compacidade

Referências

Sumário

- 1 Pontos históricos
- 2 Princípio das gavetas Número cromático do plano Variantes do PG
- Teoremas de Ramsey
 T.R. para k-conjuntos
 T.R. infinitário
- 4 Aplicações

Teorema do final feliz
Teorema de Schur
Último teorema de Fermat modp
Idempotente em semigrupo finito
Teorema da sequência monótona

- **5** Compacidade
- 6 Referências

Princípio das gavetas

Número cromático do plano Variantes do PG

Teoremas de Ramsey

T.R. para 2-conjunto T.R. para k-conjunto T.R. infinitário

Aplicações
Teorema do final feliz

Teorema de Schur Fermat (mod p) Idempotente em semigrupo finito Teorema da

sequência monótona

Compacidade

Referências

- Graham RL, Rothschild BL, Spencer JH (1980) Ramsey theory, John Wiley & Sons Inc.
- Landman BM, Robertson A (2004) Ramsey theory on the integers, Student mathematical library, American Mathematical Society.
- Prömel HJ (2013) Ramsey theory for discrete structures, Springer Publishing Company.