

El problema de tres cuerpos en la superficie esférica

Jesus Prada

Advisor: PhD Alonso Botero

Universidad de los Andes, Departamento de Física

Marzo 9, 2016

Introducción

Introducción

Motivación

Tabla de contenidos de la Tesis

Avances

El problema de 3 cuerpos en el plano

El problema de una partícula bajo el campo magnético
monopolar

References

Introducción

Introducción

Motivación

Tabla de
contenidos de la
Tesis

Avances

El problema de 3
cuerpos en el plano

El problema de una
partícula bajo el
campo magnético
monopolar

References

- ▶ El problema de N cuerpos trata de estudiar las trayectorias que seguirían N partículas interactuando con fuerzas externas e internas, teniendo en cuenta la información de las condiciones iniciales.
- ▶ Es de interés para la comprensión de la mecánica clásica. Fue así como Poincaré planteó las bases de la teoría del caos. [1]

- ▶ Para $N \geq 3$ los sistemas son en general no integrables. Varios casos son integrables pero involucran Fuerzas poco realistas [2].
- ▶ Alonso Botero et al. demostraron en [3] la integrabilidad de un caso de tres partículas cargadas en el plano.
- ▶ El caso incluye potenciales centrales y puede ser tomado como modelo de electrones para estudiar el efecto Hall clásico y cuántico.

- Los modelos de efecto Hall no se interesan en la física interna y se trabajan sobre superficies sin borde[4].
- La motivación principal es extender el análisis en [3] al análogo caso de la esfera.

- ▶ Introduction
 - ▶ Motivación
- ▶ The three body problem on the plane
 - ▶ The definition of the problem
 - ▶ The canonical transformation of the guiding centres
 - ▶ Integration of the system
 - ▶ Analysis of the motion
- ▶ The problem of a charged particle in the magnetic field of a monopole
 - ▶ Definition of the Lagrangian
 - ▶ The symmetries and its conserved quantities
 - ▶ Important quantities in the Hamiltonian formalism
- ▶ The three body problem on the sphere
 - ▶ The definition of the problem
 - ▶ Integrability of the system
 - ▶ Analysis of the movement of the guiding centres

- ▶ Quantum analysis of the three body problem in the plane
 - ▶ The spinorial representation
 - ▶ The Schwinger oscillator and the angular momentum representation
- ▶ The quantum three body problem on the sphere
- ▶ Conclusions

Dadas las simetrías del problema se deduce que la trayectoria está restringida a un cono:

$$\mathbb{J} = \vec{x} \times \vec{\pi} + eg\hat{x} = m\vec{x} \times \dot{\vec{x}} + eg\hat{x}$$

$$\begin{aligned} \|\vec{J}\|^2 &= \|\mathbb{L}\|^2 + (gc)^2 \\ \|\mathbb{L}\| &= ct \\ \cos \theta &= \frac{\vec{J} \cdot \hat{x}}{\|\vec{J}\|} = \sqrt{\frac{(gc)^2}{\|\mathbb{L}\|^2 + (gc)^2}} \end{aligned} \tag{1}$$

Lo cual, junto a la restricción de la esfera, dice que la partícula describe movimiento circular uniforme alrededor del centro guía definido por \mathbb{J} . Más aún, en el formalismo Hamiltoniano dicho \mathbb{J} satisface las relaciones Poisson de un momento angular canónico [7].

- [1] Henri Poincaré.

Remarques sur une expérience de m. birkeland.

Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences de Paris, 123:530–533, 1896.

- [2] Francesco Calogero.

Classical many-body problems amenable to exact treatments: solvable and/or integrable and/or linearizable... in one-, two-, and three- dimensional space.

Lecture notes in physics. Monographs m66. Springer, 1 edition, 2001.

p. 471-493.

- [3] A. Botero and F. Leyvraz.

The two-dimensional three-body problem in a strong magnetic field is integrable.

[4] A. Schlief.

Estructuras de enredamiento en el efecto Hall cuántico fraccionario.

B.s. thesis, Universidad de los Andes, 2013.

p. 69-122.

[5] Florian Scheck.

Mechanics: From Newton's Laws to Deterministic Chaos.

Graduate Texts in Physics. Springer-Verlag Berlin Heidelberg,
5 edition, 2010.

p. 160.

[6] T. Kawai M. Ikeda and H. Yoshida.

Magnetic monopole, vector potential and gauge
transformation.

Lettere al Nuovo Cimento, 227-235:530–533, 1977.

[7] F. D. M. Haldane.

Fractional quantization of the hall effect: A hierarchy of incompressible quantum fluid states.

Physical Review Letters, 51:605–608, 1983.

Introducción

Introducción

Motivación

Tabla de
contenidos de la
Tesis

Avances

El problema de 3
cuerpos en el plano

El problema de una
partícula bajo el
campo magnético
monopolar

References