

E s t a d í s t i c a l l l p a r a l n

J o s e D a n i e l R a m i r e z S o t o 2 0 2 3
j d r 2 1 6 2 @ c o l u m b i a . e d u

Agenda

anuncios varios

Tarea 2 entrega lunes 24 de Abril (Preguntas)

modelos de analitica (machine learning - ML) Super

Regresión logística

Matemática de la regresión logística

DeepDive, Gradiente descendiente

Árboles

Árboles simples

GMB

Logistic Regression, Deep

Utilizando los datos de 2 exámenes para predecir si el estudiante es mayor si el modelo tiene menos errores en los datos de entrenamiento

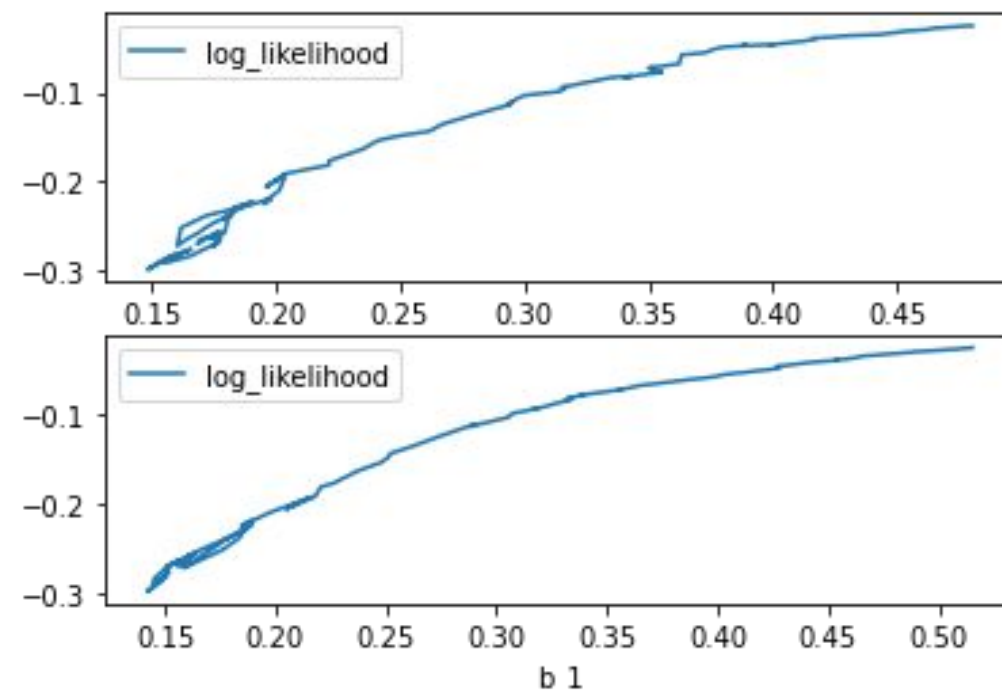
$$y = \frac{1}{(1 + e^{-(b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_0)})}$$

Cada dato : $p(y = "c" | \text{experimentos}) = p(y_1 = "C") * p(y_2 = "C")$

$$p(y = 1 | d) = 1/n \prod_{i=1}^n (1 - p(y))^{1-y} \cdot (p(y))^y$$

$$l = \prod_{i=1}^n \left(1 - \frac{1}{(1 + e^{-(b_1 x + b_2 x_2 + b_0)})}\right)^{(1-y)} * \left(\frac{1}{(1 + e^{-(b_1 x + b_2 x_2 + b_0)})}\right)^y$$

$$\log(l) = \sum_{i=1}^n \left[(1 - y) \log\left(1 - \frac{1}{(1 + e^{-(b_1 x + b_2 x_2 + b_0)})}\right) + y \log\left(\frac{1}{(1 + e^{-(b_1 x + b_2 x_2 + b_0)})}\right) \right]$$



Bernoulli, $\mu = p$ var = $p(1-p)$
 $P[X = x] = p^x (1 - p)^{1-x} \quad x = 0, 1$

Logistic Regression, Deep

$$\frac{dl}{db_1} = \frac{dl}{du} \frac{du}{db_1}$$

$$\frac{dl}{db_1} = y \log([1 + e^{-(b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_0)}]^{-1}) + (1 - y) \log\left(\frac{e^{-(b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_0)}}{1 + e^{-(b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_0)}}\right)$$

$$= -x_1 - (1 + e^{-(b_1 x_1 + b_2 x_2 + c)})^{-1} (e^{-(b_1 x_1 + b_2 x_2 + c)})(-x_1) + yx_1$$

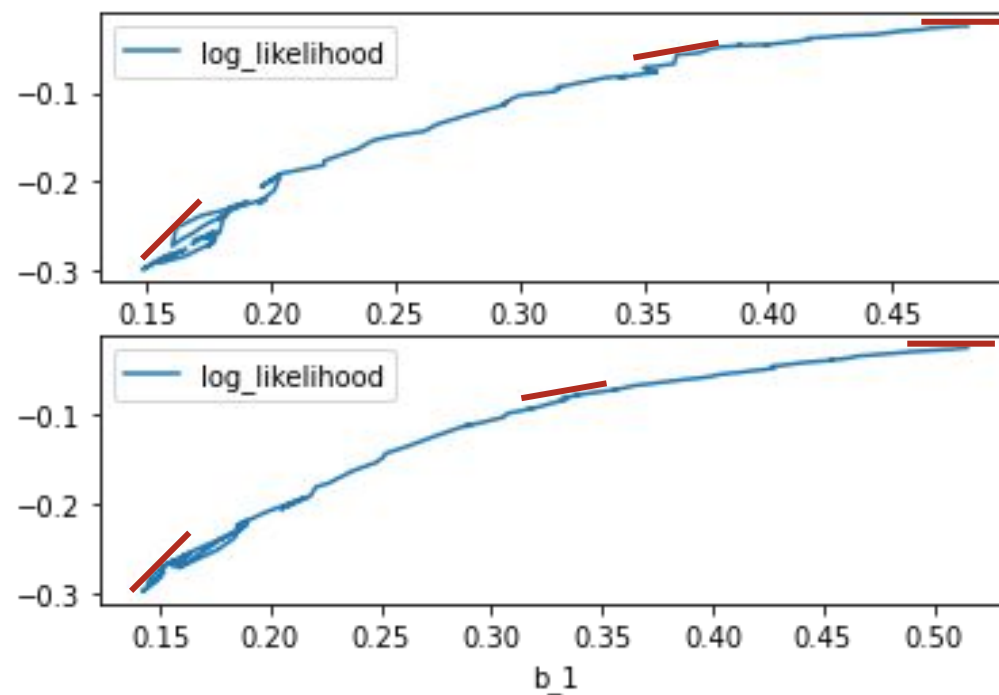
$$= -x_1 - (-x_1) \left(\frac{1}{1 + e^{(b_1 x_1 + b_2 x_2 + c)}} \right) + yx_1$$

$$= -x_1 - (-x_1) \left(\frac{1}{1 + e^{(b_1 x_1 + b_2 x_2 + c)}} \right) + yx_1$$

$$= \frac{-x_1 + x_1 + x_1 e^{(b_1 x_1 + b_2 x_2 + c)}}{1 + e^{(b_1 x_1 + b_2 x_2 + c)}} + yx_1$$

$$= x_1 \left(y - \frac{e^{(b_1 x_1 + b_2 x_2 + c)}}{1 + e^{(b_1 x_1 + b_2 x_2 + c)}} \right)$$

$$\frac{dl}{db_1} = x_1 \left(y - \frac{1}{1 + e^{-(b_1 x_1 + b_2 x_2 + c)}} \right)$$



Iterar sobre los datos pa

Algorithm 21 GRADIENTDESCENT($\mathcal{F}, K, \eta_1, \dots$)

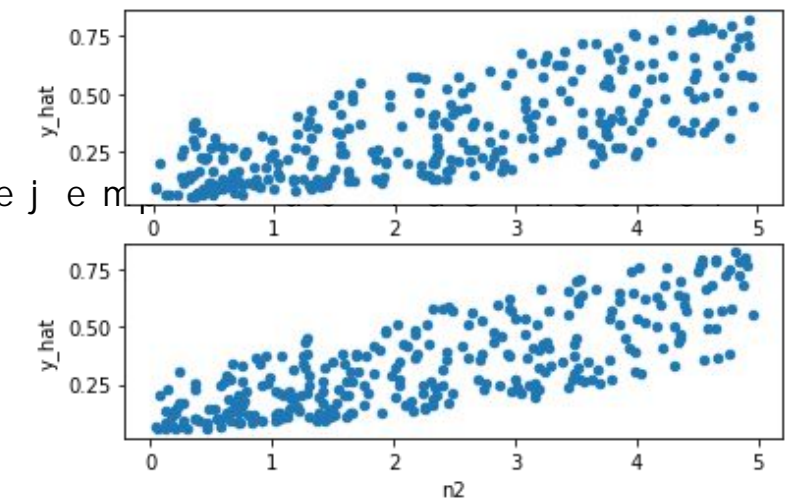
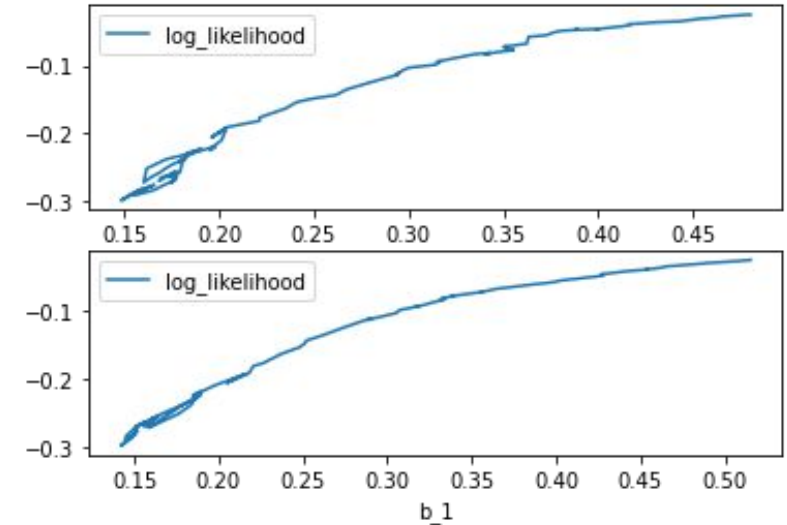
```

1:  $\mathbf{z}^{(0)} \leftarrow \langle 0, 0, \dots, 0 \rangle$  // initialize variable we are optimizing
2: for  $k = 1 \dots K$  do
3:    $\mathbf{g}^{(k)} \leftarrow \nabla_{\mathbf{z}} \mathcal{F}|_{\mathbf{z}^{(k-1)}}$  // compute gradient at current location
4:    $\mathbf{z}^{(k)} \leftarrow \mathbf{z}^{(k-1)} - \eta^{(k)} \mathbf{g}^{(k)}$  // take a step down the gradient
5: end for
6: return  $\mathbf{z}^{(K)}$ 

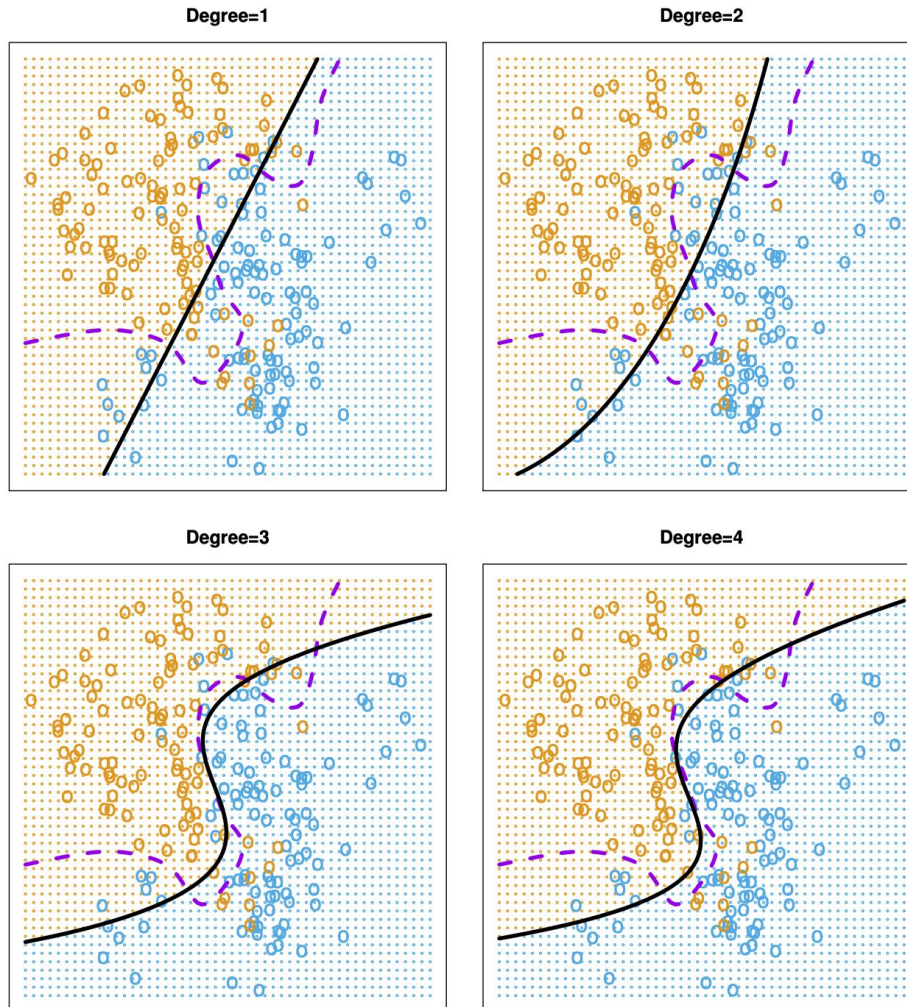
```

Valores encontrados por el gradiente, en el ejemplo
Están muy cerca del valor real

$b_0_hat: 0.48045085346873073, \quad b_0 = 0.5$
 $b_1_hat: 0.5152842933767637, \quad b_1 = 0.5$



Recuerde, la regresión no transformaciones de los d



$$\log \left(\frac{p}{1-p} \right) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_1^2 + \beta_3 X_2 + \beta_4 X_2^2.$$

Igual que la regresión
polinomios para tener
dividir los datos.

Código para hacer la regr

Similar a la regresión, sólo asumimos la forma logística

```
X_train = sm.add_constant(X_train)
X_test = sm.add_constant(X_test)
model = sm.Logit(y_train, X_train).fit(method='bfgs', maxiter=10000)
model.summary()
```