Dada la función $f(x) = x^3 - 35x^2 + 350x - 1000$. Encuentre una raíz real utilizando el método de Newton-Rhapson. Si se toma de aproximación inicial $x_0 = 1$, cual es el valor después de la tercera iteración (x_3):

(a) 4.963944

(b) 4.693944

(c) 4.358945

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 70x + 350$$

$$x_1 = 1 - \frac{f(1)}{f'(1)} = 3.416961$$

$$x_2 = 3.416961 - \frac{f(3.416961)}{f'(3.416961)} = 4.601929$$

$$x_3 = 4.601929 - \frac{f(4.601929)}{f'(4.601929)} = 4.963944$$

2. Dada la función $f(x) = \frac{x}{2} + 7\sin(x)$. Encuentre una raíz real utilizando el método de la secante. Si toman como aproximaciones iniciales $x_0 = 2$ y $x_1 = 4$, cual es el valor después de la tercera iteración (x_3):

(a) 3.586613

(b) 3.402567

(c) 3.386613

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$$

$$x_2 = 4 - \frac{f(4)(4-2)}{f(4) - f(2)} = 3.381466$$

$$x_3 = 3.381466 - \frac{f(3.381466)(3.381466 - 4)}{f(3.381466) - f(4)}$$

$$= 3.386613$$

1. Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Construya la factorización LU. Seleccione la afirmación correcta:

(a) $u_{11} = 7$

(b) $u_{22} = 1.625$

(c) $u_{12} = 0.125$

$$\begin{pmatrix} 8 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3-\frac{3}{8}F_1]{F_2-\frac{1}{8}F_1} \begin{pmatrix} 8 & 3 & 5 \\ 0 & 1.625 & 0.375 \\ 0 & 2.875 & -1.875 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3-\frac{23}{13}F_2} \begin{pmatrix} 8 & 3 & 5 \\ 0 & 1.625 & 0.375 \\ 0 & 0 & -2.539 \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/8 & 1 & 0 \\ 3/8 & 23/13 & 1 \end{pmatrix} \quad U = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 5 \\ 0 & 1.625 & 0.375 \\ 0 & 0 & -2.539 \end{pmatrix}$$

2. Una fábrica produce tres tipos de productos: A, B y C. Cada día, la fábrica produce un total de 300 kg de productos. Los precios de venta por kg son \$2 por el producto A, \$3 por el producto B, y \$5 por el producto C. La fábrica obtiene una ganancia total de \$1000 por día. Además, se sabe que la producción del producto B representa la mitad de la produccion de A y C juntos.

¿Cuántos kg de productos de cada tipo produce la fábrica cada día?

(a) $A = 333$ kg, $B = 0$ kg, $C = 666$ kg

(b) $A = 100$ kg, $B = 100$ kg, $C = 100$ kg

(c) $A = 300$ kg, $B = 350$ kg, $C = 150$ kg

$$A+B+C=300$$
$$2A+3B+5C=1000$$
$$-A+2B-C=0$$

$$B=\frac{1}{2}(A+C)$$
$$-A+2B-C=0$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\2&3&5\\-1&2&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}A\\B\\C\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}300\\1000\\0\end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&300\\2&3&5&1000\\-1&2&-1&0\end{array}\right)\xrightarrow[F_3+F_1]{F_2-2F_1}\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&300\\0&1&3&400\\0&3&0&300\end{array}\right)\xrightarrow[\frac{F_2}{3}]{F_3\leftrightarrow F_2}\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&300\\0&1&0&100\\0&1&3&400\end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{F_3-F_2}\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&300\\0&1&0&100\\0&0&3&300\end{array}\right)\xrightarrow[\frac{F_3}{3}]{F_1-\frac{1}{3}F_3}\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&0&200\\0&1&0&100\\0&0&1&100\end{array}\right)\xrightarrow{F_1-F_2}\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&100\\0&1&0&100\\0&0&1&100\end{array}\right)$$

$$\boxed{\begin{array}{l}A = 100 \text{ kg}\\ B = 100 \text{ kg}\\ C = 100 \text{ kg}\end{array}}$$

1. La evolución de la tasa de cambio del dólar a pesos colombianos esta dado por la siguiente tabla:

Día (x)	Precio (y)
1	4.904
3	4.046
5	3.926

Construya el polinomio interpolador de Lagrange. El valor aproximado para el día 4 es:

(a) 3893.75

(b) 3946.81

(c) 4012.22

$$L_{N,k}(x) = \frac{\prod_{j=0, j\neq k}^{N} (x - x_j)}{\prod_{j=0, j\neq k}^{N} (x_k - x_j)}. \qquad P_N(x) = \sum_{k=0}^{N} y_k L_{N,k}(x),$$

$$L_{3,1} = \frac{(x-3)(x-5)}{(1-3)(1-5)} = \frac{(x-3)(x-5)}{8} \qquad L_{3,2} = \frac{(x-1)(x-5)}{(3-1)(3-5)} = \frac{(x-1)(x-5)}{-4}$$

$$L_{3,3} = \frac{(x-1)(x-3)}{(5-1)(5-3)} = \frac{(x-1)(x-3)}{8}$$

$$P_3(4) = \frac{4904}{8}(4-3)(4-5) + \frac{4046}{-4}(4-1)(4-5) + \frac{3926}{8}(4-1)(4-3)$$

$$P_3(4) = 3893.75$$

2. Dados los puntos (1,1), (2,5), (3,6), (4,1), (5,0). Construya el polinomio interpolador de Newton de cuarto grado.

(a) $3+4(x-1)-2(x-1)(x-2)-0.5(x-1)(x-2)(x-3)+0.33(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$

(b) $1+4(x-1)-1.5(x-1)(x-2)-0.5(x-1)(x-2)(x-3)+0.54(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$

(c) $1+4(x-1)-1.5(x-1)(x-2)-2(x-1)(x-2)(x-3)+0.54(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$

x	y	Δf	$\Delta^2 f$	$\Delta^3 f$	$\Delta^4 f$
1	1				
2	5	4			
3	6	1	-1.5		
4	1	-5	-3	-0.5	
5	0	-1	2	1.66	0.54

$P_4(x) = 1+4(x-1)-1.5(x-1)(x-2)-0.5(x-1)(x-2)(x-3)+0.54(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$