Autores

Juan Esteban Lopez Ulloa - 202021417

Nicolas Londoño Cuellar - 201821364

Maria Alejandra Lizarazo – 202021385

Algoritmo de solución.

El algoritmo con el que se decidió trabajar fue el Union Find, debido a su eficiencia en la solución de este problema en específico.

El objetivo principal de este algoritmo es el de manejar conjuntos disjuntos de elementos, donde cada elemento pertenece a un conjunto distinto y pueden fusionarse. El algoritmo es extensamente utilizado en problemas de grafos donde es necesario determinar si dos nodos están conectados o no.

La complejidad del Union Find es de O(alpha(n)), donde Alpha es la función inversa de Ackermann, que crece muy lentamente y se considera constante para los propósitos prácticos. Lo cual indica que es casi lineal, es decir O(n) para grafos de tamaño n.

Por otro lado, se planeaba en un principio utilizar dos DFS, uno para conexiones por cable coaxila y otro para conexiones por fibra óptica, para resolver este problema. Pero se descartó esta idea porque utilizar este algoritmo implicaría recorrer el grafo dos veces y verificar si las conexiones coincidían en cada iteración. Por lo tanto, su complejidad seria O(2m), donde m es el número de aristas del grafo. Dado que el número de aristas puede ser tan grande como $O(n^2)$ para grafos densos, la complejidad de este algoritmo puede ser de $O(n^2)$, lo que hace que sea mucho menos eficiente que el Union Find.

Inicialmente, se eligió el Union Find por su complejidad, sin embargo, hay que resaltar que para la solución de este problema se hicieron algunas modificaciones a este algoritmo para que se adecuara mejor al problema que se está solucionando. En este caso se utiliza Union Find para encontrar los componentes conectados de los dos grafos construidos (uno para cada tecnología) y se comparan esos componentes para saber si son iguales; este algoritmo se realiza m veces siendo “m” la cantidad de ejes que hay en un caso de prueba. En caso de ser iguales se retorna un 1 para denotar que el eje agregado al grafo hace la red redundante y retorna 0 para denotar que el eje agregado al grafo hace a la red redundante.

Mas específicamente, los cambios realizados al algoritmo de Union Find son que el algoritmo de unión realiza la unión dependiendo del componente conectado con el menor número. Esto se hace de esta manera para facilitar la comparación entre los dos grafos. Así mismo, el agregar de esta manera los componentes, no se necesita una implementación de find, ya los arreglos que representan los componentes conectados resultan iguales en caso de ser redundante la red, por lo que comparar estos dos arreglos toma O(n) siendo n la cantidad de vértices en el grafo.

Análisis de complejidades espacial y temporal.

Como se menciono al final del literal anterior, siendo “m” la cantidad de ejes, “n” siendo la cantidad de vértices, entonces se tendría un primer acercamiento a la complejidad temporal la cual seria O(m*EQ) EQ siendo definido como el método equalSets el cual realiza las uniones de los componentes conectados y compara los conjuntos. La complejidad de EQ es entonces $O(n^2)$. Se utiliza la complejidad de EQ debido a que este es el de la complejidad dominante dado que las demás operaciones son asignaciones de elemento a listas, creación de listas y comparaciones. Por esta razón la complejidad temporal final seria $O(m*n^2)$.

En cuanto a la complejidad espacial, la información que se almacena es la de ambos grafos, representados con listas de adyacencia y un arreglo con los componentes conectados de cada grafo. El tamaño de un grafo con listas de adyacencia esta dado por la cantidad de ejes y vértices que este tenga. Por lo tanto, la complejidad espacias de ambos grafos, siendo estos casi iguales resulta en O(2(m+n)) siendo “m” la cantidad de ejes y “n” la cantidad de vértices. Los componentes conectados se representan con un arreglo de tamaño “n” ya que son los vértices conectados. Teniendo esto en cuenta, la complejidad espacial resultante es O(2(2n+m)).

Respuestas a los escenarios de comprensión de problemas algorítmicos

ESCENARIO 1:

Suponga que se agregan conexiones inalámbricas y ahora se considera una red como redundante si para cada par de computadores A y B entre los que se pueda enviar un mensaje, se pueda utilizar cualquiera de las tres tecnologías.

Respuesta:

Como la solución propuesta se realizó con el concepto de conjuntos disjuntos este escenario no supondría cambios importantes. Como se mencionó anteriormente el algoritmo conecta particiones de un conjunto, esto con el objetivo de encontrar los componentes conectados de los grafos. Por lo tanto, al agregar una nueva tecnología en el problema lo único que se debería hacer es un grafo nuevo que sea exclusivo para la nueva tecnología, encontrar sus componentes conectados mediante el algoritmo propuesto y finalmente comparar los componentes conectados de cada uno de los grafos para saber si son o no iguales .

ESCENARIO 2:

Suponga que ahora se quiere saber si se puede enviar un mensaje entre cualquier par de computadores, sin importar con qué tecnología se envíe el mensaje.

Respuesta:

Este escenario relaja el problema porque ya no sería necesario distinguir entre tecnologías. Lo que se tendría que hacer es un nuevo grafo en el que se agreguen los ejes entre los vértices sin importar el tipo de tecnología que se utiliza. Para saber si se puede enviar o no un mensaje entre cualquier par de computadores se tendría que utilizar el mismo algoritmo propuesto sobre el grafo nuevo pero esta vez retornando un arreglo del tamaño de numero de vértices en el que cada valor es el índice del padre (componente); de esta forma se sabría cuales componentes están conectados, por lo tanto, entre que computadores se pueden enviar mensajes.