





① Ring :  $(R, +, \cdot)$

1.  $(R, +) \rightarrow$  abelian group

2.  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

3.  $a(b+c) = ab+ac, (a+b) \cdot c = ac+bc$ .

② commutative ring : ring element 들 사이 곱셈에 대한 교환법칙 성립함.

⑤ field :  $(R, +, \cdot)$  에서 Ring 이고,  $(R \setminus \{0\}, \cdot)$  가 abelian group.

④ ID : commutative ring with no zero divisor. 모든 원소에 대해 곱셈에 대한 역원이 존재

\* unity : 곱셈 항등원.

unit : 곱셈 역원을 가지는 모든 원소들.

\*  $(G, +)$  가 abelian group.

①  $G$  가 덧셈에 대해 닫혀있고.

② 결합법칙이 성립.

③ 항등원이 존재.

④ 역원이 존재

⑤ 교환법칙이 성립.

\*  $(R \setminus \{0\}, \cdot)$  is abelian group.

①  $a \cdot b \in R \setminus \{0\}, \forall a, b \in R \setminus \{0\}$ .

② 결합법칙 성립 :  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ .

③ 항등원이 존재.  $e \in R \setminus \{0\}, a \cdot e = e \cdot a = a, \forall a \in R \setminus \{0\}$ .

④ 역원이 존재.  $a^{-1} \in R \setminus \{0\}, a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = e$

⑤  $a \cdot b = b \cdot a$ .

① ② ③ ⑤ 는 가법군은 ④ 만 증명.

\* sub ring, sub field -

원래의 ring 의 부분집합은 항등원을 그 집합이 ring 이면 sub ring.

" field 의 " " " " field 이면 sub field.

\* zero divisor란

$a, b \neq 0$  일때  $a \cdot b = 0$  이 되게 하는  $a, b$  를 zero-divisor 라 한다.

ex)  $\mathbb{Z}_6 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ .

$2 \cdot 3 = 0 \quad a \neq 0 \quad a = 3$ .

$\therefore 2, 3$  은 zero divisor.