$\varepsilon - \delta$ 정의

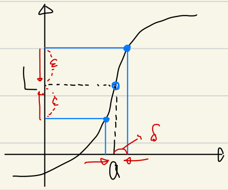
ε과 δ의 관계식을 구하면 풀림.

$\lim_{x \to a} f(x) = L$: 임의의 $\varepsilon > 0$ 에 대하여,

x가 a에 한없이 다가가면 $f(x)$ 역시 L에 한없이 가까워진다.

$0 < |x-a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$ 을 만족하는

$\delta \; (= \delta(\varepsilon)) > 0$ 가 존재한다.



Ex1) $f(x) = 2x+1$ 일때 $\lim_{x \to 1} f(x) = 3$ 임을 증명하시오.

$\varepsilon - \delta$ 정의에 의해

$0 < |x-1| < \delta \Rightarrow |f(x) - 3| < \varepsilon$

$|2x-2| < \varepsilon$

$|x-1| < \frac{\varepsilon}{2}$

여기서 어떠한 ε을 잡더라도 δ는 존재한다.

$\because \; 0 < |x-1| < \delta$, $|x-1| < \frac{\varepsilon}{2} \to$ let $\delta = \frac{\varepsilon}{2}$

Ex2) $\lim_{x \to 3} (3x-7) = 2$ 임을 증명하시오.

$0 < |x-3| < \delta \Rightarrow |f(x) - 2| < \varepsilon$ 인 ε이 존재한다.

$|f(x)-2| = |3x-9| = 3|x-3| < \varepsilon$

$\therefore \; |x-3| < \frac{1}{3}\varepsilon$

let $\delta = \frac{1}{3}\varepsilon$ 이라하면 0에 한없이 가까운 어떤 값이든

δ가 존재한다.

ε이 1	δ는 0.33
0.1	0.033
0.01	0.0033
0.001	0.00033
⋮	⋮