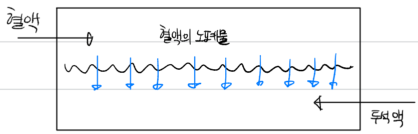
9주차부터.

– 인공신장기의 수학적 모델 –



액체 ⇒ 고농도 → 저농도.

제거율은 다음에 따른다.

① 혈액의 유속.

② 투석액의 유속.

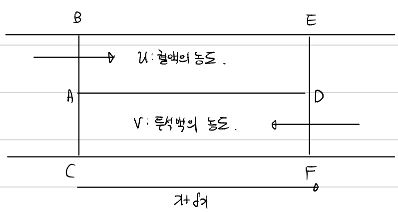
③ 투석장치의 크기.

④ 막의 투과성.

⇒ ①,② 이용.

x : 투석장치의 길이. $x = x + \delta x$.

u : 혈액의 농도 ⎫ x의 함수
v : 투석액의 농도 ⎭



Fick 의 법칙.

: 단위시간에 단위면적의 막을 통과하는 물질의 총량은 막의 위치에 따른 농도차에 비례한다.

BC의 농도차 : $u(x) - v(x)$.

길이 δx의 막을 통해 이동하는 노폐물의 양.

$k[u(x) - v(x)]\delta x$.

BEFC 에 따른 물질변화 (단위시간당).

$$\left\{\begin{matrix}\text{AB를 통하여} \\ \text{들어오는 혈액량}\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}\text{막 AD를} \\ \text{통과하는 양}\end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix}\text{CD를 통하여} \\ \text{나가는 양}\end{matrix}\right\}$$

$$Q_B u(x) = k[u(x) - v(x)]\delta x + Q_B u(x+\delta x)$$

$$Q_B\left(\frac{u(x+\delta x) - u(x)}{\delta x}\right) = -k[u(x) - v(x)].$$

$$\delta x \to 0 \ ; \quad Q_B \frac{du}{dx} = -k[u(x) - v(x)]$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{DF를 통하여} \\ \text{들어오는 양}\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}\text{막 AD로부터} \\ \text{유입되는 양}\end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix}\text{AC를 통해} \\ \text{나가는 양}\end{matrix}\right\}$$

$$-Q_D v(x) = k[u(x) - v(x)] - Q_D v(x+\delta x)$$

$$-Q_D\left[\frac{v(x+\delta x) - v(x)}{\delta x}\right] = -k(u(x) - v(x))$$

$$\delta x \to 0 \ ; \quad -Q_D \frac{dv}{dx} = k[u(x) - v(x)].$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{-k}{Q_B}(u-v)$$

$$-\frac{dv}{dx} = \frac{k}{Q_D}(u-v)$$

$$\frac{du}{dx} - \frac{dv}{dx} = \frac{-k}{Q_B}(u-v) + \frac{k}{Q_D}(u-v).$$

$$= \left(\frac{-k}{Q_B} + \frac{k}{Q_D}\right)(u-v) \qquad \frac{k}{Q_B} - \frac{k}{Q_D} = \alpha$$

$$\frac{du}{dx} - \frac{dv}{dx} = -\alpha(u-v) \qquad \text{put } u - v = z$$

$$\frac{du}{dx} - \frac{dv}{dx} = \frac{dz}{dx} \to \frac{dz}{dx} = -\alpha z$$

$$z = A \cdot e^{-\alpha x}$$

$$\frac{du}{dx} = -\frac{k}{Q_B}(u-v) = -\frac{k}{Q_B}z = -\frac{k}{Q_B}A \cdot e^{-\alpha x}$$

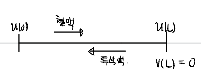
$$\frac{du}{dx} = -\frac{k}{Q_B}A \cdot e^{-\alpha x} \qquad \frac{dv}{dx} = -\frac{k}{Q_D}A \cdot e^{-\alpha x}$$

$$u = \int -\frac{k}{Q_B}A e^{-\alpha x}dx + B \qquad v = \int -\frac{k}{Q_B}A \cdot e^{-\alpha x}dx + B$$

$$v = \frac{kA}{\alpha Q_D}e^{-\alpha x} + B$$

혈액의 초기농도 : u_0 ⇒ , $x = 0$ ⇒ $u(0) = u_0$

투석액의 〃 : 0 i.e. $x = L$ ⇒ $v(L) = 0$



$$u_0 = u(0) = \frac{-kA}{\alpha Q_B} + B$$

$$0 = v(L) = \frac{kA}{\alpha Q_D}e^{-\alpha L} + B$$

$$u_0 = \frac{kA}{\alpha Q_B} - \frac{kA}{\alpha Q_D}e^{-\alpha L} = A\left(\frac{k}{\alpha Q_B} - \frac{ke^{-\alpha L}}{\alpha Q_D}\right)$$

$$\therefore A = \frac{\alpha Q_B Q_D u_0}{kQ_D - kQ_B e^{-\alpha L}}$$

$$B = u_0 \frac{-Q_B e^{-\alpha L}}{Q_D - Q_B e^{-\alpha L}}$$

B 구하는 과정은 생각.

$$u = B + \frac{kA}{\alpha Q_B} e^{-\alpha x}$$

$$= u_o \left[\frac{\frac{e^{-\alpha L}}{Q_D} - \frac{e^{-\alpha L}}{Q_B}}{-\frac{1}{Q_B} + \frac{e^{-\alpha L}}{Q_D}} \right]$$

$$V = \frac{u_o}{Q_D} \left[\frac{e^{-\alpha L} - e^{-\alpha x}}{\frac{e^{-\alpha L}}{Q_D} - \frac{1}{Q_B}} \right]$$

– 단위시간에 제거되는 노폐물의 총량.

$$\int_0^L k[u(x) - v(x)]\, dx = \int_0^L -Q_B \frac{du}{dx}\, dx \qquad \begin{array}{l} x=0 \rightarrow u(0)=u_o \\ x=L \rightarrow u(L) \end{array}$$

$$= \int_{u_o}^{u(L)} -Q_B\, du = -Q_B\,(u(L) - u_o) = Q_B(u_o - u(L))$$: 제거되는 노폐물의 총량.

$$\text{정화율} = \frac{\text{제거량}}{\text{투입량}}.$$

$$Cl = \frac{Q_B}{u_o}(u_o - u(L))$$: 정화율.

$$u(L) = u_o \frac{e^{-\alpha L}/Q_D - e^{-\alpha L}/Q_B}{e^{-\alpha L}/Q_D - 1/Q_B}$$

$$Cl = Q_B \left(\frac{1 - e^{\alpha L}}{1 - (Q_B/Q_D)\, e^{-\alpha L}} \right)$$

$$\alpha = \frac{k}{Q_B} - \frac{k}{Q_D}$$

$$\alpha L = \frac{kL}{Q_B}\left(1 - \frac{Q_B}{Q_D}\right)$$

농도차 개선모델.

① k를 개선한 함수
② 투석장치의 관
③ 흐르는 혈액의 길이
④ 막의 상하 압력차.