

DONG-A
U N I V E R S I T Y

“방정식과 부등식

01

1. 변수

$$y = 2x + 3$$

- 변수(variable) : 변하는 수
- 상수(constant) : 변하지 않는 수

$$2x + 3y - 3$$

- 항(term) : 숫자와 문자의 곱으로 이루어진 수식
- 상수항(constant term) : 항 중에서 수로만 이루어진 수식
- 계수(coefficient) : 상수와 변수로 구성된 단항식에서 변수와 곱해진 상수 부분

$$xy^2 + x^2 + y + 3$$

- 단항식(monomial) : 항의 개수가 1개인 식
- 다항식(polynomial) : 항의 개수가 1개이상인 식
- 차수(degree) : 문자를 곱한 횟수

추가 설명

- 차수

$$xy^2 + x^2 + y + 3$$

위의 식에서 특정 변수에 따라 차수가 다르다

x 에 대한 차수 : 2

y 에 대한 차수 : 2

xy 에 대한 차수 : 3

- 독립변수 종속변수

$$y = 3x + 7$$

- 독립변수 : 다른 변수와 관계없이 독립적으로 변하는 변수

- 종속변수 : 다른 변수의 변화에 따라 값이 변하는 변수

위의 예시에서 x 가 독립변수 y 가 종속변수

수식 : 변수와 상수를 연산자를 이용하여 표현한 식

Ex) $y = 2x + 7$

1. 방정식

- 등식

등호로 양변이 이루어진 수식. 이 수식이 참이든 거짓이든 등호로 이어져 있으면 등식이라고 함.

Ex)

$$2 + 3 = 5 \text{ (참인 등식)}$$

$$2 + 3 = 4 - 1 \text{ (거짓인 등식)}$$

- 방정식

미지수에 따라 참이 되기도 거짓이 되기도 하는 식

Ex)

$$x + 1 = 2$$

$$y + x = 2y + 3x + 1$$

2. 일차방정식, 이차방정식, n차방정식

Ex)

일차방정식 : $x + 2 = 3$

이차방정식 : $x^2 + 3 = 7$

n차방정식 : $x^n + 2x^{n-1} = 7$

*** 여기서 주의 할 부분 :**

1. x 에 대해, y 에 대해 라는 문장에 따라 방정식의 차수가 달라진다.

Ex)

$x^2y + y + x = 7$

x 에 대한 방정식의 차수 : 2차 방정식

y 에 대한 방정식의 차수 : 1차 방정식

xy 에 대한 방정식의 차수 : 3차 방정식

2. $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 처럼 계수가 특정되지 않는 변수일 때

$a = 0$: x 에 대한 1차 방정식

$a \neq 0$: x 에 대한 2차 방정식

3. 항등식

미지수에 어떤 수를 대입하더라도 항상 참이 되는 식

좌변과 우변을 잘 정리하면 $0 = 0$ 꼴이 성립

Ex) $2x + 1 = 3x - (x - 1)$

문제의 조건에 따라 $0 = 0$ 꼴이 도출됨

Ex) $e^{ix} + 1 = 0$

위의 항등식은 세상에서 가장 아름다운 수식이라고 불리는 오일러 항등식이다.

위의 항등식을 증명하기 위해서는 수학에서 중요하게 다뤄지는 abstract algebra, analysis, number theory 등등 매우 중요하고 크리티컬한 정리들이 모두 쓰이는 수식이다.

2.2. 부등식

부등호로 양변이 이어져 있는 수식

절대부등식 : 부등식 중에서 변수가 변하더라도 항상 성립하는 부등식

Ex)

$$3 \geq 2$$

$$x^2 + 5 \geq 0$$

상대부등식 : 부등식 중에서 변수가 변할 때 특정 조건에서만 성립하는 부등식

Ex)

$$x \geq 2$$

$$x^2 - 4 \geq 0$$

추가 : 유명한 절대부등식들

삼각부등식 : $|a + b| \leq |a| + |b| \rightarrow$ 삼각형의 제일 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작음에서 도출

산술-기하-조화평균의 관계부등식 : $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b} \rightarrow$ 왼쪽부터 산술평균, 기하평균, 조화평균이다.

코시-슈바르츠 부등식 : $\|v\|^2 \|w\|^2 \geq |v \cdot w|^2 \rightarrow \|x\|$ 는 유클리드 norm, \cdot 는 벡터의 내적

고등학교에서 배우는 코-슈 부등식 : $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$