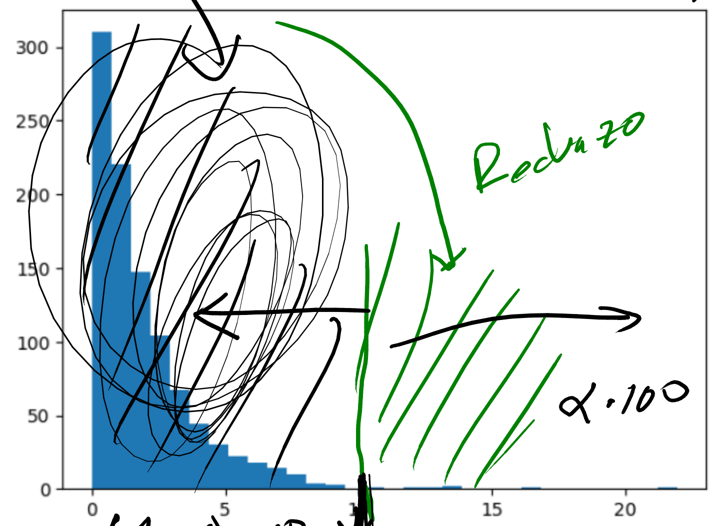
Aceptación

Al 95% de confianza x es un outlier.

x

Rechazo

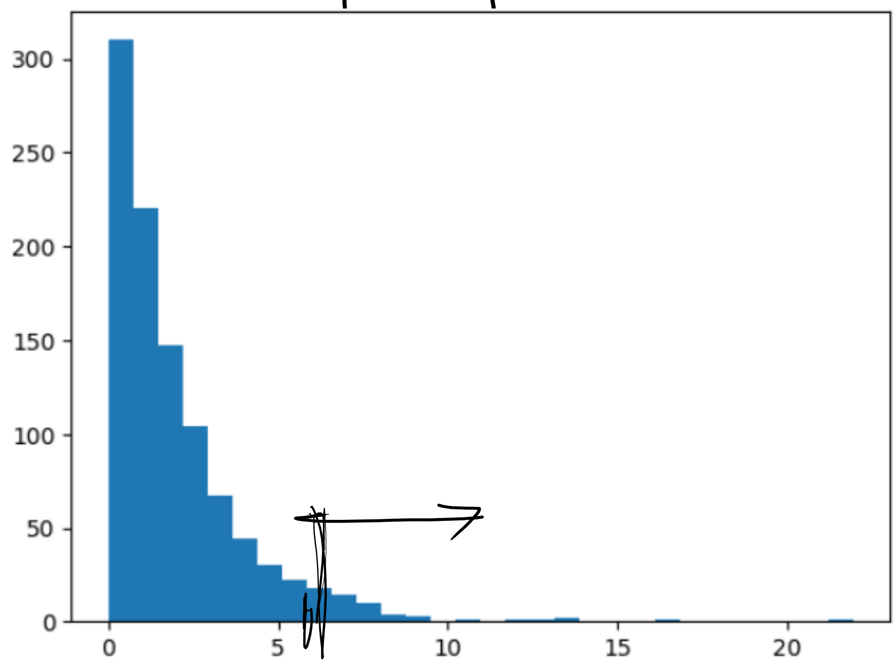


$\alpha \cdot 100$

$(1-\alpha)\cdot 100$

```
[ ]: alfa = 0.05
```

$x_{1-\alpha}$




```
[ ]: alfa = 0.05
```

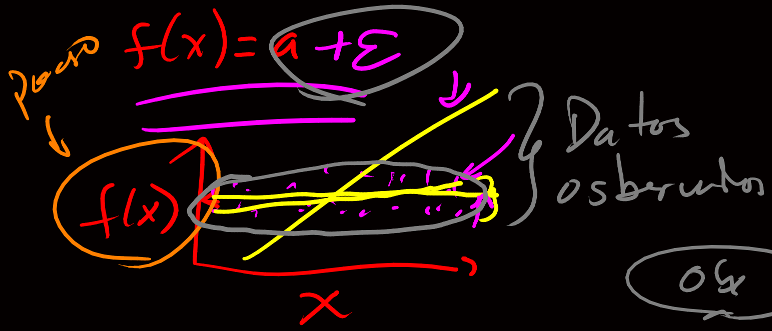
Si $x \sim N(\mu, \sigma)$

$\rightarrow \chi^2 \sim \chi^2(df)$

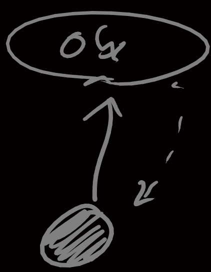
$$\underbrace{(\vec{x}-\vec{\mu})^T}_{\vec{x}_1} \Sigma^{-1} \underbrace{(\vec{x}-\vec{\mu})}_{\vec{x}_0} \quad (\vec{x}_0)^2 \text{ — Chi}^2$$

3. Teoría de Estimación

3.1 Función de Verosimilitud



- Cuando tenemos datos, la cantidad de procesos generadores (modelos) candidatos es muy grande



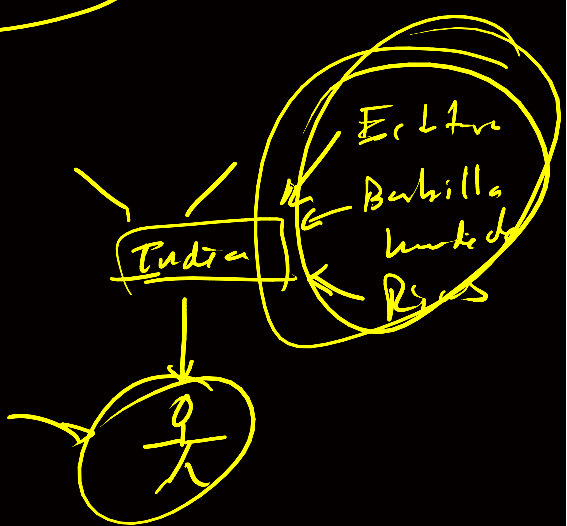
- **Modelos de probabilidad**: ¿Cuál la probabilidad de observar x datos dados los parámetros que conocemos? $X \sim chi2(k)$ $p(x;k)$

- **Modelos estadísticos**: ¿Cuáles son los valores más plausibles de los parámetros dados los datos que observamos?

$X \sim chi2(?)$

$X \sim Exp(?)$

⋮



Ejemplo: ¿Cuán probable es que obtengamos 9 caras si lanzamos 10 veces una moneda "justa" ($\theta = 0.5$)?

$n = 10$
$K = 9$
$\theta = 0.5$

0.5 _ _ _ _ _ _ _ _ _

0.5^9

Obtuve 9 éxitos al lanzar 10 veces una moneda ¿crees que la moneda es justa?

= ¿$\theta = 0.5$? y si no, ¿qué otro valor de θ es más creíble?

likely ⟸ likelihood function

$X = \{0, 1\}$ ⟸ ensayos de Bernoulli

Distribución binomial

$$P(k, n, \theta) = \binom{n}{k} \theta^k (1-\theta)^{n-k} \Big\} \text{Dist. Bino.}$$

Coeficiente Binomial

$n! = n(n-1)(n-2)\cdots 1$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

n: tamaño de muestra (total de ensayos)

K: cantidad de éxitos

θ: define la probabilidad de un éxito

El valor más probable de K

$$\{\bar{x} = n \cdot \theta\} \Leftarrow 4 = 20 \cdot \theta$$

$$\theta = \frac{4}{20} = 0.2$$

Estimador de máxima verosimilitud

Maximum likelihood Estimation

MLE

Datos $\xrightarrow{?}$ parámetros

- ¿Hay alguna forma de estimar qué $\theta(s)$ originaron un resultado?
- Si tenemos la hipótesis
  $f = 0.5$

¿hay forma de saber si esa hipótesis podría ser falsa?

Función de verosimilitud
likelihood

$L(\theta | X)$

La fn. de verosimilitud deja fijo $\underline{X}$ (ya fue observado) y trata como variable a θ

θ no es una variable aleatoria, es tratado como desconocida.

$x_1, x_2, \dots, x_n$

$p(x_1;\theta)$ $\quad p(x_2;\theta) \quad \dots$

$p(A_1 \cap A_2) = p(A_1)\,p(A_2)$

La función de verosimilitud se define como la función de densidad conjunta

$$L(\theta \mid X) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$L(\theta \mid X) = \underbrace{f(x_1 \mid \theta) \cdot f(x_2 \mid \theta) \cdot \dots \cdot f(x_n \mid \theta)}_{\text{Producto}}$$

$$\boxed{L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i \mid \theta)}$$

$$\log(x \cdot y) = \log(x) + \log(y)$$

Regla log

$$\log\left(\frac{x}{y}\right) = \log(x) - \log(y)$$

$$\log(x \cdot y \cdot z \cdot w) = \log(x) + \log(y) + \log(z) + \log(w)$$

$$\log(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_n) = \sum_{i=1}^{n} \log(x_i)$$

$$\underbrace{\log[L(\theta)]} = \log\left[\prod_{i=1}^{n} f(x_i|\theta)\right]$$

$$\ell(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \log(f(x_i|\theta))$$

log-likelihood

Matemáticamente (comp.) es más sencillo tratar con sumas.

El $\log(x)$ es monotónico con respecto a x.

Si en $f(x)$ existe un máximo/mínimo, en $f(\log(x))$ también existe.