LOTUS

Law of The Unconscious Statistitian

Emmanuel Alcalá
UdG.

Ejemplo

Sea $X = (0, 1, 2, 3)$ con distribución $p(x) = (1/8, 3/8, 3/8, 1/8)$. Calcular $\mathbf{E}[Y]$ si Y es la transformación $Y = (X - 1.5)^2$, usando la igualdad

$$\mathbf{E}[g(x)] = \sum_{i=1}^{n} p(x)g(x)$$

$$\mathrm{E}[(X - 1.5)^2] = (0 - 1.5)^2(1/8) + (1 - 1.5)^2(3/8) + (2 - 1.5)^2(3/8) + (3 - 1.5)^2(1/8) = 0.75$$

```r
X <- c(0, 1, 2, 3)
px <- c(1 / 8, 3 / 8, 3 / 8, 1 / 8)
# g(x) = Y
Y <- (X - 1.5)^2
# media usando LOTUS
sum(px * Y)
```

```
[1] 0.75
```

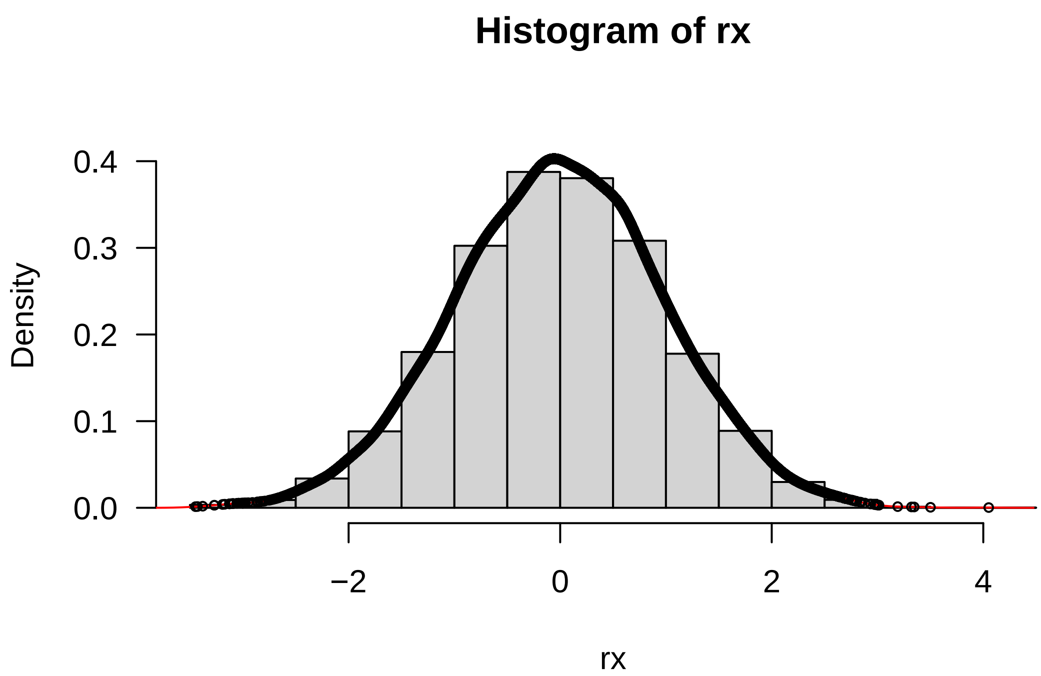
```r
# los valores de Y son 2.25, 0.25, 0.25, 2.25,
# la probabilidad de que salga 2.25, P(y=2.25), es P(X=0) + P(X=3) = 1/8+1/8 = 2/8
# por lo tanto, la probabilidad de obtener 2.25 es de 6/8
newY <- c(2.25, 0.25)
pY <- c(1 / 4, 3 / 4)
sum(newY * pY)
```

```
[1] 0.75
```

Ejemplo numérico

```r
library(sfsmisc)
# fijar semilla aleatoria para reproducir resultado
set.seed(966)
# obtener variable aleatoria normal con media 0 y sd de 1
rx <- rnorm(10000)
rx2 <- rx^2
# computamos la densidad de rx con la función density()
# que implementa kernel density estimation
den_rx <- density(rx)
# usaremos den_rx para construir una función con métodos de interpolación
fun_interpol <- approxfun(den_rx)
# ahora encontraremos la densidad que tendrían nuestros puntos rx originales
rx_den <- fun_interpol(rx)

# graficamos el histograma y la densidad para corroborar
par(las = 1)
hist(rx, freq = FALSE, ylim = c(0, max(rx_den) * 1.1)) # freq FALSE para graficar densidad
lines(den_rx, col = "red")
# graficaremos los puntos rx_den que interpolamos para asegurarnos de que caen
# en la línea de densidad roja
points(rx, rx_den, cex = 0.6)
```




```
# ahora usaremos integración numérica para obtener el valor esperado E[X], que es
# la integral de x*f(x)dx, integrada en todo el rango de x
integrate.xy(rx, rx * rx_den)
```

```
[1] -0.00635432
```

```
# el anterior valor es próximo a la media con la variable original
mean(rx)
```

```
[1] -0.006568418
```

```
# ahora usaremos integración numérica para computar E[X^2], pero usando
# la densidad de rx original (rx_den, calculada en la línea 13)
integrate.xy(rx, rx_den * rx2)
```

```
[1] 0.9985874
```

```r
# corroboramos que el valor es próximo a la media calculada de forma tipica
mean(rx2)
```

```
[1] 0.9807454
```