

UNIVERSIDAD DE INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA

CARRERA DE ...



**Optimización de Portafolios de Inversión
mediante Aprendizaje Profundo, CAPM y la
Teoría Moderna de Markowitz**

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

Para optar el grado de ... en ...

AUTOR(ES)

Angeles Barzorda Jean Pier Renzo 

ASESOR(ES)

Nombres y apellidos de asesor 

Lima - Perú

2023

RESUMEN

Este trabajo de investigación se enfoca en desarrollar y evaluar un modelo integral para la formación de portafolios de inversión óptimos, aprovechando la convergencia de técnicas de Aprendizaje de Máquina, el Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM) y la Teoría Moderna de Portafolios de Markowitz. Un portafolio óptimo es aquel que logra maximizar el retorno al mismo tiempo que minimiza el riesgo. Se llevará a cabo un análisis exhaustivo de datos históricos de acciones y fondos de inversión, aplicando algoritmos de aprendizaje profundo para predecir los precios de los activos. Posteriormente, se utilizará el CAPM para evaluar el rendimiento esperado de los activos en función del riesgo sistémico. Finalmente, se implementará la teoría de Markowitz para la formación de portafolios eficientes, considerando la evaluación entre activos. Se anticipa que este enfoque integral permitirá identificar y construir estrategias de inversión más eficientes, optimizando rendimientos y controlando riesgos en un entorno financiero dinámico y complejo. Los resultados esperados incluyen la validación de la metodología propuesta y la demostración de su capacidad para mejorar la toma de decisiones de inversión sin, no obstante, pretender establecer un modelo definitivo ni proporcionar asesoramiento financiero individualizado.

Palabras clave:

Aprendizaje profundo; CAPM; Teoría de Markowitz; Análisis financiero

ABSTRACT

Investment Portfolio Optimization through Deep Learning, CAPM and Modern Markowitz Theory

This research work focuses on developing and evaluating a comprehensive model for the formation of optimal investment portfolios, taking advantage of the convergence of Machine Learning techniques, the Capital Asset Pricing Model (CAPM) and Modern Investment Portfolio Theory. Markowitz. An optimal portfolio is one that manages to maximize return while minimizing risk. A comprehensive analysis of historical stock and mutual fund data will be carried out, applying deep learning algorithms to predict asset prices. The CAPM will then be used to assess the expected return on assets based on systemic risk. Finally, Markowitz's theory will be implemented for the formation of efficient portfolios, considering the evaluation between assets. It is anticipated that this comprehensive approach will allow us to identify and build more efficient investment strategies, optimizing returns and controlling risks in a dynamic and complex financial environment. The expected results include the validation of the proposed methodology and the demonstration of its ability to improve investment decision-making without, however, attempting to establish a definitive model or provide individualized financial advice.

Keywords:

Deep learning; CAPM; Markowitz theory; Financial analysis

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1 Presentación del tema de investigación

En el mundo de las finanzas, la gestión de inversiones es un ejercicio de equilibrio entre riesgo y rendimiento (ganancia), donde la selección y combinación de activos juega un papel crucial. Un portafolio no es simplemente una colección de inversiones, sino un plan inteligente para hacer que el dinero crezca, considerando el riesgo que estás dispuesto a tomar [1]. La esencia de la inversión radica en la asignación de recursos con el fin de obtener rendimientos o ganancias futuras, y los activos representan los instrumentos financieros que componen este universo de oportunidades [2]. Sin embargo, la construcción de un portafolio óptimo es un proceso intrincado que requiere no solo el entendimiento de los activos individuales, sino también la comprensión de cómo interactúan en conjunto [2, 3].

La complejidad en la construcción de un portafolio óptimo radica en la necesidad de equilibrar el rendimiento deseado con el nivel de riesgo tolerado, considerando la interacción dinámica entre diferentes activos financieros. Esto implica un análisis minucioso de cómo cada activo contribuye al rendimiento y la volatilidad del portafolio en su conjunto, lo que puede ser especialmente desafiante en un entorno financiero dinámico y complejo [2]. Por otro lado, la complejidad en términos de cálculos en la construcción de un portafolio óptimo proviene de la necesidad de evaluar múltiples combinaciones de activos, considerando sus rendimientos, volatilidades y correlaciones. Esto implica la aplicación de técnicas matemáticas avanzadas,

como la optimización numérica, para encontrar la combinación que maximice el rendimiento dado un nivel de riesgo, o viceversa. Además, la gestión de un gran número de activos en un portafolio diversificado requiere cálculos detallados de asignación de pesos y rebalanceo periódico, lo que aumenta aún más la complejidad computacional [2].

En este contexto, el Aprendizaje de Máquina, el Modelo CAPM y la Teoría Moderna de Portafolios de Markowitz emergen como herramientas fundamentales [2–9]. Al combinar la predicción de precios con la evaluación de riesgos y la formación de portafolios que generan mayor ganancia, se busca proporcionar una metodología integral para guiar a los inversores en la selección y distribución de activos, permitiéndoles navegar por el complejo e impredecible escenario financiero actual con mayor certeza y efectividad.

1.2 Motivación

La complejidad y volatilidad del entorno financiero actual demanda enfoques innovadores para la toma de decisiones de inversión, de tal manera que maximice los rendimientos o ganancias. Este proyecto se fundamenta en la premisa de que la combinación de técnicas de Aprendizaje de Máquina, el modelo CAPM y la Teoría Moderna de Portafolios de Markowitz puede ofrecer un marco integral y eficiente (mayores rendimientos a menores riesgos) para la optimización portafolios o carteras de inversión [2–5]. La elección de estos fundamentos teóricos surge de su capacidad probada para abordar desafíos específicos en el ámbito financiero: el Aprendizaje de Máquina para la predicción de precios, el modelo CAPM para evaluar el rendimiento en función del riesgo y la teoría de Markowitz para la diversificación y asignación óptima de activos [2–9]. Al unir estos enfoques, se pretende superar las limitaciones de los métodos tradicionales y ofrecer una estrategia más robusta y adaptable,

permitiendo a los inversores tomar decisiones informadas en un panorama financiero dinámico y cambiante.

Las técnicas clásicas en el ámbito financiero, como el análisis fundamental y técnico, han sido fundamentales en la toma de decisiones de inversión. Sin embargo, presentan limitaciones. Por ejemplo, el análisis fundamental puede no captar cambios rápidos en el mercado, mientras que el análisis técnico a menudo depende de patrones históricos que pueden no prever eventos inesperados. La diversificación, aunque crucial, no siempre garantiza una protección completa contra la volatilidad. La introducción de técnicas propuestas, como el aprendizaje profundo y la teoría de portafolios de Markowitz, promete abordar estas deficiencias. El Aprendizaje de Máquina ofrece la capacidad de analizar grandes volúmenes de datos y descubrir patrones complejos que podrían pasar desapercibidos por los enfoques clásicos. Por otro lado, la teoría de Markowitz proporciona un marco cuantitativo para la construcción de portafolios que optimiza tanto el rendimiento como la gestión de riesgos. Al combinar estas técnicas, se busca ofrecer a los inversores una estrategia más robusta y adaptable, permitiéndoles tomar decisiones informadas en un panorama financiero dinámico y cambiante.

1.3 Descripción de la situación problemática

La falta de herramientas integrales que combinen técnicas de predicción de precios con modelos de valoración de activos y la formación de portafolios eficientes plantea una barrera significativa para los inversores. Esta carencia impide la maximización de los rendimientos en relación con el riesgo asumido, limitando la capacidad de los inversores para navegar con confianza y éxito en este entorno financiero dinámico y competitivo [2–9].

1.4 Formulación del problema

¿Cómo puede combinarse el Aprendizaje de Máquina, el Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM) y la Teoría Moderna de Portafolios de Markowitz en una metodología integral para la formación de portafolios de inversión óptimos, considerando la volatilidad y complejidad del entorno financiero actual?

1.4.1 A nivel computacional

La predicción de fondos de inversión (portafolio que ha sido formado por el dinero de 2 a más inversionistas) es un desafío complejo debido a varias razones. En primer lugar, los fondos pueden estar expuestos a una amplia gama de activos y estrategias, lo que implica una mayor complejidad en la construcción del modelo. Además, la dinámica del mercado financiero, influenciada por factores económicos, políticos y eventos imprevistos, agrega incertidumbre a las predicciones [10]. También se debe considerar que algunos fondos pueden estar gestionados activamente; es decir que los activos que conforman el fondo sean sometidos a variaciones en proporciones de dinero que se les ha sido asignado, debido a alteraciones de movimientos en el mercado; lo que significa que la estrategia de inversión puede cambiar con el tiempo, aumentando aún más la complejidad de la predicción [11].

Como se ha comentado, para resolver el problema de optimización de fondos de inversión, este proyecto propone tres pasos: i) La predicción de precios usando Aprendizaje de Máquina; ii) La evaluación del rendimiento en función del riesgo usando el modelo CAPM; y iii) La diversificación y asignación óptima de activos usando la teoría de Markowitz. Cada uno de estos pasos o procesos tiene sus dificultades particulares.

Complejidad de la predicción de precios de activos

A nivel computacional, la predicción de activos de inversión presenta desafíos significativos. Esto se debe a la diversidad de estrategias que pueden seguir estos fondos, que van desde renta variable hasta bonos y otros instrumentos financieros. Cada tipo de fondo requiere la selección de algoritmos y técnicas de modelado específicas. Además, los comportamientos de los fondos pueden ser altamente no lineales y dependientes de múltiples variables, lo que a menudo demanda la implementación de modelos de aprendizaje profundo o técnicas no lineales avanzadas. Por último, el problema de la maldición de la dimensionalidad surge cuando se consideran múltiples factores o características para la predicción, lo que requiere el uso de técnicas efectivas de selección y reducción de características. Estos desafíos hacen que la predicción de fondos de inversión sea un proceso complejo en el ámbito algorítmico.

Complejidad del modelo CAPM

En cuanto al modelo CAPM, su complejidad radica en la necesidad de evaluar el riesgo sistemático de cada activo en relación con el mercado en su conjunto. Esto implica el cálculo de la beta, que mide la sensibilidad de un activo a las fluctuaciones del mercado. Este proceso, aunque conceptualmente sencillo, puede volverse computacionalmente intensivo cuando se trabaja con grandes carteras de activos. Además, la estimación precisa de la tasa libre de riesgo y la expectativa del rendimiento del mercado son cruciales pero a menudo sujetas a incertidumbre y variabilidad [12].

Complejidad de la Optimización de Markowitz

La optimización de portafolios según la Teoría de Markowitz presenta complejidades significativas. Esto se debe a varios problemas a nivel de algoritmo que deben abordarse. En primer lugar, los cálculos involucrados son intensivos, lo que puede ser especialmente costoso computacionalmente cuando se trabaja con grandes

conjuntos de activos. Asimismo, pueden surgir problemas de singularidad y estabilidad numérica cuando las matrices de covarianza están cerca de ser singulares, lo que requiere técnicas para garantizar la estabilidad de la solución. Además, la inclusión de restricciones, como límites en la asignación de activos o restricciones de liquidez, agrega complejidad adicional al problema de optimización. Por lo tanto, la optimización de Markowitz implica encontrar la combinación óptima de activos que maximice el rendimiento esperado para un nivel de riesgo dado o minimice el riesgo para un nivel de rendimiento objetivo, y abordar estos desafíos algorítmicos es esencial para lograr resultados efectivos en la construcción de portafolios.

1.5 Hipótesis

La metodología que combina técnicas de Aprendizaje de Máquina, el Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM) y la Teoría Moderna de Portafolios de Markowitz para la formación de portafolios de inversión óptimos permitirá a los inversores maximizar los rendimientos esperados para un nivel de riesgo dado en un entorno financiero dinámico y competitivo [2–9].

Hipótesis Secundarias:

1. La aplicación de técnicas de aprendizaje profundo proporcionará predicciones más precisas de los precios de acciones y fondos de inversión en comparación con enfoques tradicionales de predicción [6, 7, 9].
2. La utilización del Modelo CAPM permitirá una evaluación más precisa del rendimiento esperado de los activos en función del riesgo sistemático, proporcionando una base sólida para la toma de decisiones de inversión.

3. La integración de la Teoría de Portafolios de Markowitz facilitará la construcción de carteras eficientes que maximicen el rendimiento para un nivel de riesgo dado o minimicen el riesgo para un nivel de rendimiento objetivo [2, 4].

La metodología propuesta demostrará su eficacia a través de pruebas y comparaciones con enfoques tradicionales de inversión, evidenciando su capacidad para mejorar la toma de decisiones de inversión en un entorno financiero dinámico y complejo.

1.6 Objetivos de investigación

Objetivo General:

El objetivo general de este proyecto académico es desarrollar una metodología integral que combine técnicas de Aprendizaje de Máquina, el Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM) y la Teoría Moderna de Portafolios de Markowitz para la formación de portafolios de inversión óptimos.

Objetivo Específicos:

1. Implementar Modelos de Aprendizaje de Máquina: Desarrollar e implementar algoritmos de aprendizaje de máquina para la predicción precisa de precios de acciones y fondos de inversión.
2. Aplicar el Modelo CAPM: Utilizar el Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM) para evaluar el rendimiento esperado de los activos en función del riesgo sistemático.
3. Integrar la Teoría de Portafolios de Markowitz: Aplicar la Teoría Moderna de Portafolios de Markowitz para la formación de carteras eficientes, considerando la interacción entre activos y la diversificación del riesgo.

4. Analizar y Evaluar Resultados: Realizar un análisis cuantitativo de los resultados obtenidos, evaluando el rendimiento y el riesgo de los portafolios formados.
5. Validar la Metodología Propuesta: Verificar la eficacia y robustez de la metodología desarrollada a través de pruebas y comparaciones con enfoques tradicionales de inversión.

1.7 Metodología

Esta investigación se llevará a cabo en seis etapas interconectadas, cada una enfocada en un aspecto específico de la formación de portafolios de inversión óptimos mediante la combinación de técnicas de Aprendizaje de Máquina, el Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM) y la Teoría Moderna de Portafolios de Markowitz.

1. Adquisición y Preprocesamiento de Datos: Se recopilarán datos históricos de activos financieros, particularmente de acciones, de fuentes confiables y actualizadas como las expuestas en <https://www.nasdaq.com/market-activity/stocks/>. Se realizará un proceso de limpieza y preprocesamiento de los datos para eliminar valores atípicos, corregir errores y estandarizar la estructura.
2. Implementación de Modelos de Aprendizaje de Máquina: Se desarrollarán y entrenarán modelos de aprendizaje de máquina, Random Forest, SVR, Gradient Boosting y LSTM para la predicción de precios de activos. Se ajustarán y validarán los modelos utilizando técnicas de validación cruzada y métricas de rendimiento.
3. Evaluación Utilizando el Modelo CAPM: Se calcularán los rendimientos esperados de los activos utilizando el Modelo CAPM, tomando en cuenta la tasa libre de riesgo y el coeficiente beta de los activos.

4. Aplicación de la Teoría de Markowitz: Se emplearán técnicas de optimización para formar portafolios eficientes, considerando las covarianzas entre activos y la interacción entre rendimiento y riesgo.
5. Análisis y Comparación de Resultados: Se llevará a cabo un análisis cuantitativo de los portafolios formados, evaluando métricas de rendimiento, riesgo y eficiencia. Se compararán los resultados con enfoques tradicionales de inversión para validar la efectividad de la metodología propuesta.
6. Pruebas y Validación: Se realizarán pruebas de robustez y sensibilidad para evaluar la estabilidad y confiabilidad de la metodología bajo diferentes condiciones del mercado y escenarios económicos.

1.8 Alcance y limitaciones o restricciones

Este proyecto académico tiene como objetivo principal desarrollar y evaluar una metodología integral para la formación de portafolios de inversión óptimos. Se abordarán los siguientes aspectos:

- Implementación de Modelos Teóricos: Se aplicarán y adaptarán los modelos teóricos de Aprendizaje de Máquina, CAPM y la Teoría Moderna de Portafolios de Markowitz para la predicción de precios, evaluación de riesgos y construcción de portafolios eficientes.
- Análisis de Datos Financieros: Se llevará a cabo un análisis exhaustivo de datos históricos de acciones para entrenar y evaluar los modelos propuestos.
- Evaluación de Resultados: Se realizará una evaluación cuantitativa de los portafolios formados utilizando métricas de rendimiento y riesgo.

Limitaciones:

Dado el carácter académico de este proyecto, es importante tener en cuenta las siguientes limitaciones:

- **Simplicidad de Modelos:** Debido a la naturaleza del proyecto, se asumirá una serie de supuestos simplificativos en los modelos utilizados, lo que podría afectar la precisión de las predicciones y las recomendaciones de inversión.
- **Datos Históricos Limitados:** La disponibilidad y calidad de los datos históricos puede estar sujeta a limitaciones, lo que puede influir en la precisión de las predicciones y la formación de los portafolios.
- **Factores Externos No Considerados:** El proyecto se centrará principalmente en el análisis de datos históricos y no tomará en cuenta factores externos como eventos políticos, económicos o sociales que puedan influir en los mercados.
- **No se Ofrecen Recomendaciones Financieras Personalizadas:** Se subraya que este proyecto no tiene como objetivo proporcionar asesoramiento financiero individualizado ni proclamar tener un modelo definitivo para la inversión. Su propósito radica en la exploración y aplicación de metodologías en un contexto académico.

1.9 Estructura de la tesis

CAPÍTULO II

REVISIÓN CRÍTICA DE LA LITERATURA

La presente sección se enfoca en proporcionar una revisión exhaustiva de la literatura relevante en el ámbito de la predicción de precios en los mercados financieros, la evaluación del rendimiento esperado con el modelo CAPM, y la construcción de carteras utilizando el modelo de Markowitz. Este análisis crítico es esencial para contextualizar y fundamentar el enfoque metodológico empleado en este estudio, así como para identificar las tendencias y avances significativos en este campo.

2.1 Predicción de precios en los mercados financieros

La predicción de precios en los mercados financieros ha sido objeto de una extensa investigación en las últimas décadas [8]. Desde las técnicas tradicionales basadas en análisis fundamental y técnico [13, 14], hasta los enfoques más recientes que hacen uso de técnicas avanzadas de aprendizaje automático y modelos de inteligencia artificial [15, 16], el panorama de la predicción de precios ha experimentado una notable evolución. Esta diversidad de enfoques subraya la complejidad y la naturaleza multifacética de los mercados financieros, donde la interacción de múltiples factores y la presencia de comportamientos no lineales añaden un grado adicional de desafío [17].

2.2 Modelo de Valoración de Activos de Capital

El Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM) también desempeña un papel crucial en la construcción de portafolios. El CAPM proporciona una metodología para estimar el rendimiento esperado de un activo en función de su riesgo sistemático, medida por su beta. Esta estimación es esencial para la selección y ponderación de activos en un portafolio, ya que permite equilibrar el riesgo y el retorno de manera eficiente [18–21]. Por lo tanto, el CAPM complementa la Teoría de Markowitz al proporcionar una evaluación cuantitativa del rendimiento esperado de los activos, lo que contribuye a la formación de carteras bien fundamentadas y equilibradas.

2.3 Teoría Moderna de Portafolios de Markowitz

La construcción óptima de carteras, una disciplina fundamental en la gestión de activos, ha sido objeto de estudio desde la formulación inicial del Modelo de Markowitz [3]. Este modelo, desarrollado por Harry Markowitz en 1952, introdujo un enfoque revolucionario al abordar la diversificación de activos y el equilibrio entre riesgo y retorno. Desde entonces, ha sido una piedra angular en la teoría de carteras y ha servido como punto de partida para el desarrollo de metodologías más sofisticadas [4].

Esta revisión crítica de la literatura busca sintetizar y analizar las contribuciones más significativas en estos dos dominios interconectados. A través de este análisis, se pretende establecer una base sólida para la metodología propuesta en este proyecto, al mismo tiempo que se identifican las brechas y oportunidades de investigación que pueden contribuir a la mejora y la innovación en este campo. A continuación, se muestra una lista de los artículos revisados.

El proyecto se fundamenta en una sólida base de investigaciones relevantes que abordan la predicción de precios en los mercados financieros y la construcción de portafolios óptimos. Por ejemplo, en [22], se resalta la importancia del aprendizaje profundo en la predicción de movimientos del mercado de valores, proporcionando una revisión detallada de sus aplicaciones y ventajas. Este enfoque innovador es complementado por el trabajo de [5], donde se propone la integración de técnicas de aprendizaje profundo y blockchain para la gestión de portafolios financieros. Este enfoque demuestra una metodología sólida para la selección y asignación de características en la gestión de portafolios.

Además, en [6] se presenta un enfoque avanzado para predecir precios de acciones, aprovechando las características de series temporales. Su combinación de Convolutional Neural Network (CNN) y Long Short-Term Memory (LSTM) proporciona una alta precisión en las predicciones. Asimismo, [23] introducen un enfoque novedoso basado en un modelo de Multi-Layer Sequential Long Short Term Memory (MLS LSTM) para la predicción de precios de acciones. Este modelo proporciona una precisión de predicción excepcional, superando significativamente el rendimiento de otros algoritmos.

El estudio en [7] refuerza la importancia del aprendizaje profundo al abordar la predicción de acciones y divisas. Destaca que las aplicaciones de aprendizaje profundo ofrecen una mayor precisión y retorno en la predicción financiera, lo cual es esencial en un contexto financiero cada vez más dinámico y complejo. Por último, en [2] se propone un enfoque que integra técnicas de aprendizaje automático con el Modelo de Mean-Variance (MV) de Markowitz para la optimización de portafolios. Este estudio destaca la oportunidad de combinar métodos de predicción con estrategias de selección de portafolios para lograr resultados superiores.

En conjunto, estos trabajos proporcionan una base teórica y práctica sólida para el proyecto. Desde la predicción de precios con técnicas de aprendizaje de

máquina hasta la construcción de portafolios óptimos con enfoques como Markowitz y CAPM, estas investigaciones demuestran la eficacia y relevancia de integrar múltiples metodologías en el proceso de inversión y gestión de activos financieros. A continuación, se explica con detalle la metodología propuesta.

2.4 Técnicas propuestas para la implementación del proyecto

Las técnicas propuestas se dividen en tres pasos: i) Predicción de precios; ii) Cálculo del retorno esperado; y iii) Optimización de portafolios.

2.4.1 Técnica I para la construcción de portafolios de inversión óptimos

Paso 1. Predicción del Precio con Gradient Boost:

El algoritmo Gradient Boosting es una técnica de aprendizaje automático que construye una secuencia de árboles de decisión, donde cada árbol corrige los errores del anterior [24]. Para predecir el precio de un activo usando Gradient Boosting, se seguirían estos pasos:

- **Preparación de los Datos:** Se dividirían los datos en un conjunto de entrenamiento y un conjunto de prueba. Se seleccionarían características relevantes como volumen de negociación, precios anteriores, indicadores técnicos, etc.
- **Entrenamiento del Modelo:** Se aplicaría un algoritmo de Gradient Boosting, como XGBoost o LightGBM, utilizando el conjunto de entrenamiento. Se configurarían los hiperparámetros del modelo, como la profundidad máxima de los árboles, el número de estimadores, la tasa de aprendizaje, etc.
- **Validación Cruzada (Opcional):** Se puede realizar una validación cruzada para evaluar la robustez y generalización del modelo.

- **Predicción:** Se utilizaría el modelo entrenado para hacer predicciones sobre el conjunto de prueba. Las predicciones proporcionarían los precios estimados.
- **Evaluación del Modelo:** Se compararían las predicciones con los valores reales utilizando métricas de evaluación como el error cuadrático medio (RMSE) o el coeficiente de determinación (R^2).

Paso 2. Cálculo del rendimiento esperado:

Una vez obtenido el precio en el paso anterior, se calcula el retorno esperado utilizando la fórmula del rendimiento diario de un activo:

$$R_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}}$$

Donde $R_{i,t}$ representa el rendimiento diario del activo i en el día t , $P_{i,t}$ es el precio de cierre del activo i en el día t y $P_{i,t-1}$ es el precio de cierre del día anterior. El rendimiento diario es una métrica esencial en la evaluación de la volatilidad y el comportamiento de los activos financieros en un horizonte temporal más corto, permitiendo a los inversores y analistas monitorear los cambios en los precios y tomar decisiones informadas en el mercado.

Paso 3. Construcción del portafolio de inversión:

La Teoría de Portafolios de Markowitz busca encontrar la combinación óptima de activos que maximice el rendimiento esperado para un nivel de riesgo dado o minimice el riesgo para un nivel de rendimiento objetivo [4]. Aquí están los pasos para construir un portafolio usando esta teoría:

- **Preparación de Datos:** Se recopilan los precios históricos de los activos que se considerarán en el portafolio.

- **Cálculo de Rendimientos y Covarianzas:** A partir de los precios históricos, se calculan los rendimientos diarios de cada activo en el conjunto. Luego, se determinan las covarianzas entre los rendimientos de los diferentes pares de activos. Estos valores indicarán cómo se mueven los activos en relación entre sí.
- **Definición de Preferencias del Inversionista:** Se establecen las preferencias y aversiones al riesgo del inversionista, lo que se traduce en el nivel de riesgo que está dispuesto a asumir en el portafolio.
- **Optimización del Portafolio:** Usando la matriz de covarianzas y los rendimientos esperados de cada activo, se aplica un proceso de optimización para encontrar la combinación de activos que maximice el rendimiento para el nivel de riesgo seleccionado o minimice el riesgo para un nivel de rendimiento deseado.
- **Construcción y Gestión del Portafolio:** Se determina la asignación de pesos a cada activo en el portafolio óptimo, basada en los resultados de la optimización. El portafolio se mantiene y ajusta según sea necesario a medida que cambian las condiciones del mercado.

2.4.2 Técnica II para la construcción de portafolios de inversión óptimos

Paso 1. Predicción del Precio con LSTM: LSTM es un tipo de red neuronal recurrente (RNN) especialmente adecuada para trabajar con secuencias de datos, como series temporales [9]. Para predecir el precio de un activo con LSTM, se seguirían estos pasos:

- **Preparación de los Datos:** Los datos se dividirían en ventanas de tiempo, donde cada ventana contiene un cierto número de pasos de tiempo anteriores. Se normalizarían los datos para que estén en una escala comparable.

- **Diseño del Modelo LSTM:** Se crearía una arquitectura de red LSTM, donde se configura el número de capas y neuronas en cada capa. Se incluirían capas adicionales como capas de dropout para evitar el sobreajuste.
- **Entrenamiento del Modelo:** Se entrenaría la red LSTM utilizando el conjunto de entrenamiento, donde la entrada sería una secuencia de pasos de tiempo y la salida sería el siguiente valor en la secuencia.
- **Validación Cruzada (Opcional):** Se puede realizar una validación cruzada para evaluar la robustez y generalización del modelo.
- **Predicción:** Se utilizaría el modelo LSTM entrenado para hacer predicciones sobre el conjunto de prueba. Las predicciones proporcionarían los precios estimados.
- **Evaluación del Modelo:** Se compararían las predicciones con los valores reales utilizando métricas de evaluación como el error cuadrático medio (RMSE) o el coeficiente de determinación (R^2).

Paso 2. Cálculo del rendimiento esperado:

La diferencia con la técnica anterior es la combinación del modelo CAPM con el precio predicho por la LSTM.

La fórmula del rendimiento esperado (ER_i) según el Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM) se calcula utilizando la siguiente ecuación:

$$ER_i = R_f + \beta_i(ER_m - R_f)$$

donde R_f representa la tasa libre de riesgo, β_i es la beta del activo i y ER_m corresponde al rendimiento esperado del mercado. Esta fórmula establece una relación

entre el rendimiento esperado de un activo y el rendimiento esperado del mercado, considerando el nivel de riesgo asociado al activo en cuestión. De esta manera, el CAPM proporciona una herramienta crucial para evaluar y comparar inversiones potenciales en el mercado financiero.

Paso 3. Construcción del portafolio de inversión: La Teoría de Portafolios de Markowitz busca encontrar la combinación óptima de activos que maximice el rendimiento esperado para un nivel de riesgo dado o minimice el riesgo para un nivel de rendimiento objetivo [4]. Aquí están los pasos para construir un portafolio usando esta teoría:

- **Preparación de Datos:** Se recopilan los precios históricos de los activos que se considerarán en el portafolio.
- **Cálculo de Rendimientos y Covarianzas:** A partir de los precios históricos, se calculan los rendimientos diarios de cada activo en el conjunto. Luego, se determinan las covarianzas entre los rendimientos de los diferentes pares de activos. Estos valores indicarán cómo se mueven los activos en relación entre sí.
- **Definición de Preferencias del Inversionista:** Se establecen las preferencias y aversiones al riesgo del inversionista, lo que se traduce en el nivel de riesgo que está dispuesto a asumir en el portafolio.
- **Optimización del Portafolio:** Usando la matriz de covarianzas y los rendimientos esperados de cada activo, se aplica un proceso de optimización para encontrar la combinación de activos que maximice el rendimiento para el nivel de riesgo seleccionado o minimice el riesgo para un nivel de rendimiento deseado.
- **Construcción y Gestión del Portafolio:** Se determina la asignación de pesos a cada activo en el portafolio óptimo, basada en los resultados de la optimización.

El portafolio se mantiene y ajusta según sea necesario a medida que cambian las condiciones del mercado.

Técnica II - Construcción del Portafolio usando el Modelo CAPM:

El Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM) es una herramienta que ayuda a los inversores a determinar el rendimiento esperado de un activo en función del riesgo sistémico [25]. Para construir un portafolio usando el CAPM, se siguen estos pasos:

- **Estimación de Beta:** Se calcula el coeficiente beta para cada activo, que mide la sensibilidad del activo ante los movimientos del mercado en general.
- **Cálculo del Rendimiento Esperado:** Usando el CAPM, se estima el rendimiento esperado de cada activo en función de la tasa libre de riesgo, el riesgo sistémico (beta) y la prima de riesgo de mercado.
- **Selección de Activos y Asignación de Fondos:** Se seleccionan los activos que se incluirán en el portafolio en función de sus rendimientos esperados y sus niveles de riesgo. Luego, se asignan los fondos a cada activo en proporción a sus rendimientos esperados y los objetivos de asignación del inversionista.
- **Diversificación y Gestión del Riesgo:** Se busca diversificar el portafolio para reducir el riesgo total, considerando la relación entre los rendimientos de los diferentes activos.
- **Monitoreo y Ajuste del Portafolio:** El portafolio se monitorea y ajusta según sea necesario a medida que cambian las condiciones del mercado y los objetivos del inversionista.

Tanto la Teoría de Markowitz como el CAPM proporcionan enfoques valiosos para la construcción de portafolios, cada uno con sus propias ventajas y consideraciones. La elección entre los dos dependerá de las preferencias del inversionista, el nivel de riesgo deseado y la disponibilidad de datos.

CAPÍTULO III

MARCO TEÓRICO

El proyecto se basa en la convergencia de tres pilares fundamentales en la gestión de inversiones: el Aprendizaje Profundo [15], el Modelo CAPM [18], y la Teoría Moderna de Portafolios de Markowitz [4].

3.1 Aprendizaje Automático para la Predicción de Precios

Utilización de técnicas de aprendizaje profundo para analizar datos históricos y predecir los precios de acciones y fondos de inversión. Identificación de patrones, tendencias y relaciones complejas en los datos, permitiendo pronósticos más precisos. A continuación, describimos un modelo de Machine Learning, Gradient Boosting [26, 27], y después uno de Deep Learning, LSTM [9, 28].

3.1.1 Predicción de Precios con Gradient Boosting

El Gradient Boosting es una técnica de aprendizaje automático utilizada para predecir valores numéricos, como los precios de activos financieros. Se basa en la construcción iterativa de múltiples árboles de decisión, donde cada nuevo árbol se enfoca en corregir los errores de predicción del árbol anterior.

La predicción de precios con Gradient Boosting se lleva a cabo mediante el siguiente proceso:

1. Preparación de los Datos:

Se recopilan y preparan los datos históricos del activo, que incluyen características relevantes para la predicción, como precios anteriores, volumen de transacciones, indicadores técnicos, etc.

2. Construcción del Primer Árbol:

Se construye un árbol de decisión inicial que servirá como el primer estimador en el modelo. Este árbol predice los precios, pero inicialmente tendrá errores.

3. Cálculo de los Residuos:

Se calculan los residuos, que son las diferencias entre los valores reales y las predicciones del primer árbol. Estos residuos representan los errores iniciales del modelo.

4. Construcción del Segundo Árbol:

Se construye un segundo árbol de decisión que se enfoca en predecir los residuos del primer árbol. El objetivo es corregir los errores cometidos por el primer árbol.

5. Actualización de Predicciones:

Las predicciones del primer y segundo árbol se combinan para obtener una mejor estimación del precio del activo. La predicción actualizada ($F_2(x)$) se calcula como:

$$F_2(x) = F_1(x) + \eta \cdot h_2(x).$$

Donde: $F_2(x)$ = Predicción actualizada. $F_1(x)$ = Predicción del primer árbol. η = Tasa de aprendizaje (hiperparámetro que controla la contribución de cada árbol). $h_2(x)$ = Predicción del segundo árbol.

6. Repetición del Proceso:

Se repiten los pasos 3-5 para construir múltiples árboles adicionales, cada uno enfocado en corregir los errores de los árboles anteriores.

7. Combinación de Predicciones Finales:

Las predicciones de todos los árboles se combinan para obtener la predicción final del precio del activo:

$$F(x) = F_1(x) + \eta \cdot h_2(x) + \eta \cdot h_3(x) + \dots + \eta \cdot h_n(x).$$

El modelo Gradient Boosting utiliza técnicas de optimización para encontrar los mejores coeficientes para combinar las predicciones de los árboles. Esto se hace de manera que minimice la función de pérdida, que mide la diferencia entre los valores reales y las predicciones del modelo.

Es importante destacar que el éxito de la predicción con Gradient Boosting depende en gran medida de la calidad de los datos y de la elección adecuada de hiperparámetros, como la tasa de aprendizaje y la profundidad máxima de los árboles.

3.1.2 Predicción de Precios con LSTM

Las Redes Neuronales de Memoria a Largo Plazo (LSTM por sus siglas en inglés) son un tipo de red neuronal recurrente (RNN) especialmente efectiva para modelar secuencias de datos, como series temporales de precios de activos financieros. La capacidad de las LSTM para capturar dependencias temporales las hace populares en la predicción de precios.

La predicción de precios con LSTM se lleva a cabo mediante el siguiente proceso:

1. Preparación de los Datos:

Se recopilan y preparan los datos históricos del activo, dividiéndolos en conjuntos de entrenamiento y prueba. Es importante normalizar los datos para facilitar el entrenamiento de la red.

2. Diseño de la Arquitectura LSTM:

Se construye una red neuronal LSTM que consiste en una o varias capas LSTM seguidas de una capa de salida. Las LSTM tienen la capacidad de aprender patrones complejos en los datos secuenciales.

3. Entrenamiento de la Red:

Se ajustan los pesos de la red utilizando el conjunto de entrenamiento. Durante el entrenamiento, la red aprende a predecir los precios futuros a partir de los datos históricos.

4. Validación y Ajuste de Hiperparámetros:

Se utiliza el conjunto de prueba para evaluar el rendimiento del modelo. Se pueden realizar ajustes en la arquitectura de la red o en los hiperparámetros (como la tasa de aprendizaje) para mejorar el rendimiento.

5. Predicción de Precios Futuros:

Una vez entrenada y validada, la red LSTM se utiliza para predecir los precios futuros del activo. La red toma como entrada una secuencia de datos históricos y genera una predicción para el siguiente período de tiempo. La predicción Y se calcula como:

$$Y = F(X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-n}).$$

Donde: - Y es la predicción de precio futuro. - $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-n}$ son los datos históricos utilizados como entrada.

6. Evaluación del Modelo:

Se evalúa el rendimiento del modelo comparando las predicciones con los valores reales. Se pueden utilizar métricas como el error cuadrático medio (MSE) o el coeficiente de determinación (R^2).

7. Ajuste y Retraining Opcional:

Si el rendimiento del modelo no es satisfactorio, se pueden realizar ajustes en la arquitectura de la red o en los datos de entrada. En algunos casos, puede ser necesario reentrenar la red con un conjunto de datos actualizado.

La predicción de precios con LSTM es una herramienta poderosa, pero requiere experiencia en el diseño y entrenamiento de redes neuronales. Además, es importante tener en cuenta que el rendimiento del modelo puede variar según la calidad y la cantidad de los datos disponibles.

3.2 Creación de portafolios

La creación de portafolios se refiere al proceso de seleccionar y combinar diferentes activos financieros con el objetivo de optimizar el rendimiento y gestionar el riesgo. Esto implica elegir una combinación específica de inversiones, como acciones, bonos y otros instrumentos financieros, con el fin de alcanzar los objetivos financieros de un inversor o entidad. Este proceso considera factores como el nivel de riesgo que el inversor está dispuesto a tolerar, sus metas de rendimiento y el horizonte temporal de la inversión. La creación de portafolios busca equilibrar el rendimiento potencial con la minimización de los riesgos asociados a la inversión.

3.2.1 Teoría Moderna de Portafolios de Markowitz

Aplicación de la Teoría Moderna de Markowitz para la formación de portafolios eficientes. Exploración de las correlaciones y covarianzas entre activos con el objetivo de diversificar y equilibrar los riesgos en la cartera. Búsqueda de la combinación óptima de activos que maximice el rendimiento esperado para un nivel de riesgo dado o minimice el riesgo para un nivel de rendimiento objetivo.

1. Identificación de Activos:

El proceso comienza con la identificación de los activos disponibles para invertir. Estos activos pueden ser acciones, bonos, bienes raíces, entre otros instrumentos financieros.

2. Recopilación de Datos:

Se recopila información detallada sobre cada uno de los activos seleccionados. Esto incluye datos históricos de rendimientos, volatilidades y correlaciones entre los activos. También se considera la tasa libre de riesgo (r_f), que representa el rendimiento de un activo sin riesgo, como los bonos del gobierno.

3. Cálculo de Rendimientos y Volatilidades:

Con los datos recopilados, se calculan los rendimientos históricos de cada activo. Esto se refiere a los cambios en el valor de un activo a lo largo del tiempo. La fórmula para el rendimiento de un activo i en el período t es:

$$R_i = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}},$$

donde P_t es el precio del activo en el período t .

También se calculan las volatilidades (σ_i), que representan la medida de la dispersión de los rendimientos. La volatilidad se calcula como la desviación estándar de los rendimientos históricos.

4. Construcción de la Matriz de Correlación:

Se crea una matriz de correlación que muestra cómo se relacionan entre sí los rendimientos de los activos. La correlación (ρ_{ij}) es una medida estadística que va desde -1 (correlación negativa perfecta) hasta 1 (correlación positiva perfecta). La matriz de correlación es una matriz simétrica donde la diagonal principal contiene unos (1) ya que la correlación de un activo consigo mismo es siempre perfecta.

5. Optimización del Portafolio:

El objetivo de la Teoría Moderna de Portafolios es encontrar la combinación óptima de activos que maximiza el rendimiento esperado para un nivel de riesgo dado o minimiza el riesgo para un nivel de rendimiento deseado. Esto se hace a través del uso de la frontera eficiente de Markowitz.

6. Frontera Eficiente:

La frontera eficiente es una curva que representa todas las combinaciones posibles de activos que proporcionan el mayor rendimiento esperado para un nivel de riesgo dado. Se puede calcular mediante el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$E(R_p) = w_1 \cdot E(R_1) + w_2 \cdot E(R_2) + \dots + w_n \cdot E(R_n)$$

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \cdot \sigma_1^2 + w_2^2 \cdot \sigma_2^2 + \dots + w_n^2 \cdot \sigma_n^2 + 2 \cdot w_1 \cdot w_2 \cdot \sigma_{12} + \dots + 2 \cdot w_{n-1} \cdot w_n \cdot \sigma_{n-1,n}}$$

donde w_i es la proporción del activo i en el portafolio, $E(R_i)$ es el rendimiento esperado del activo i , σ_i es la volatilidad del activo i , y σ_{ij} es la covarianza entre los activos i y j .

7. Elección del Portafolio Óptimo:

El inversor elige el punto en la frontera eficiente que se alinea mejor con sus preferencias de riesgo y rendimiento. Este punto representa la asignación de activos que maximiza la utilidad del inversor dadas sus preferencias y expectativas.

8. Reevaluación y Rebalanceo:

El mercado y las condiciones económicas cambian con el tiempo, lo que afecta el rendimiento de los activos. Por lo tanto, es importante reevaluar y, si es necesario, ajustar la composición del portafolio para mantener la asignación óptima de activos.

3.2.2 Modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model)

Implementación del modelo CAPM para evaluar el rendimiento esperado de los activos financieros en función de su riesgo sistemático. Consideración de la relación entre el rendimiento esperado y el riesgo, teniendo en cuenta la tasa libre de riesgo y el coeficiente beta de los activos.

El Modelo CAPM es un marco teórico que describe la relación entre el rendimiento esperado de un activo y su riesgo sistemático. Se basa en la premisa de que los inversores deben ser compensados por asumir el riesgo sistemático, es decir, el riesgo que no puede ser eliminado a través de la diversificación.

El rendimiento esperado de un activo se calcula utilizando la siguiente fórmula del CAPM:

$$E(R_i) = r_f + \beta_i \cdot (E(R_m) - r_f),$$

donde $E(R_i)$ = Rendimiento esperado del activo i . r_f = Tasa libre de riesgo. β_i = Coeficiente beta del activo i , que mide la sensibilidad del activo respecto a los movimientos del mercado. $E(R_m)$ = Rendimiento esperado del mercado.

El coeficiente beta (β_i) se calcula como la covarianza entre los rendimientos del activo i y los rendimientos del mercado (σ_{im}) dividida por la varianza de los rendimientos del mercado (σ_m^2):

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2}$$

El riesgo sistemático es representado por el coeficiente beta y refleja cómo el activo responde a los movimientos generales del mercado.

El Modelo CAPM también proporciona una medida del riesgo específico de un activo ($\sigma_{\text{específico}}^2$):

$$\sigma_{\text{específico}}^2 = \sigma_i^2 - \beta_i^2 \cdot \sigma_m^2$$

donde σ_i^2 = Varianza de los rendimientos del activo i . σ_m^2 = Varianza de los rendimientos del mercado.

Asimismo, CAPM tiene importantes implicaciones para la valoración de activos y la toma de decisiones de inversión. Si el rendimiento esperado de un activo calculado mediante el CAPM es mayor que el rendimiento actual del activo, entonces el activo se considera subvaluado y podría ser una oportunidad de inversión. Por el

contrario, si el rendimiento esperado es menor que el rendimiento actual, el activo se considera sobrevaluado.

Es importante tener en cuenta que el CAPM es un modelo simplificado y se basa en ciertas suposiciones, como la eficiencia del mercado y la correlación constante entre los activos. Por lo tanto, su aplicación en la práctica puede tener limitaciones y requiere un análisis cuidadoso.

Al combinar estos tres pilares, el proyecto busca proporcionar una metodología sólida y completa para la construcción de portafolios de inversión óptimos. Esta metodología considera tanto la predicción de precios como la evaluación de riesgos y rendimientos, lo que conduce a la formación de estrategias financieras más efectivas y adaptadas a un entorno de mercado dinámico y desafiante.

CAPÍTULO IV

Experimentos

En esta sección, describimos los experimentos realizados con tres modelos diferentes para la optimización de portafolios utilizando la teoría moderna de Markowitz. Los primeros dos modelos utilizan el enfoque de media-varianza, mientras que el último modelo utiliza el modelo de valoración de activos de capital (CAPM). Además, utilizamos la frontera eficiente para visualizar el portafolio óptimo de los tres modelos.

4.1 Métodos y Protocolos

El objetivo de este estudio es identificar el mejor portafolio de inversión utilizando diferentes metodologías de predicción de precios de acciones y métodos de selección de portafolio. En nuestra exploración, abordamos tres enfoques distintos, cada uno utilizando una combinación única de técnicas de predicción de precios de acciones y métodos de selección de portafolio.

Primero, implementamos un modelo que combina la técnica de Gradient Boosting para la predicción de precios con la selección de portafolio basada en el modelo de Markowitz. Esta metodología, desarrollada internamente, sirve como nuestra línea base. Su enfoque en la eficiencia y simplicidad nos ofrece una base sólida para comparar las otras metodologías más avanzadas.

Posteriormente, dirigimos nuestra atención a un enfoque que emplea el Bidirectional Long Short-Term Memory, o BiLSTM, en combinación con el modelo de Markowitz. Esta metodología, respaldada por investigaciones anteriores, nos permite

capturar y analizar patrones complejos en los datos históricos de precios de acciones, ofreciendo una visión más profunda de las tendencias y fluctuaciones del mercado [29].

Finalmente, exploramos una técnica que utiliza el Long Short-Term Memory, o LSTM, en conjunto con el modelo Capital Asset Pricing Model (CAPM). Esta metodología, que asigna equitativamente los activos, representa un enfoque novedoso en la selección de portafolios, proporcionando una perspectiva única en la gestión de riesgos y la maximización de retornos [30].

4.2 Fondos Seleccionados

Para nuestro estudio sobre la predicción de precios de acciones, se llevó a cabo una selección aleatoria de fondos de acciones de empresas cotizadas en bolsa, obtenidos de la API de Yahoo Finance. Esta selección incorporó una variedad de empresas destacadas en diferentes sectores del mercado, cada una con su propio grado de volatilidad y representatividad en el mercado de valores. Entre las empresas seleccionadas están gigantes tecnológicos como Apple Inc. (AAPL) y Microsoft Corporation (MSFT), líderes en comercio electrónico como Amazon.com Inc. (AMZN), innovadores en transporte como Tesla, Inc. (TSLA), y figuras clave en el entretenimiento y las redes sociales como Netflix, Inc. (NFLX) y Meta Platforms, Inc. (META).

Además, se incluyeron empresas de otros sectores importantes como JPMorgan Chase y Co. (JPM) en servicios financieros, Johnson y Johnson (JNJ) en cuidado de la salud, y NVIDIA Corporation (NVDA) en tecnología de semiconductores. La elección de estos fondos, aunque realizada de manera aleatoria, presenta un conjunto desafiante para las metodologías de predicción debido a la naturaleza volátil de sus precios.

La Tabla 4.1 presenta un resumen estadístico de los precios de cierre para estos 10 fondos, destacando el precio máximo, mínimo, la media y la desviación estándar durante el período analizado. Por ejemplo, AAPL y AMZN muestran una notable variabilidad en sus precios de cierre, lo que representa un reto significativo en la predicción precisa de sus movimientos de precios.

Es importante señalar que la selección aleatoria de estos fondos tenía como objetivo proporcionar un conjunto de datos diverso y representativo para evaluar comparativamente las diferentes metodologías de predicción y selección de portafolio en el mercado de valores, sin implicar ninguna recomendación de inversión en estas empresas específicas.

TABLA 4.1: Resumen estadístico de los precios de cierre

Stock	Maximum	Minimum	Mean	Standard Deviation
AAPL	195.93	54.78	138.17	33.07
AMZN	186.57	81.82	136.94	27.71
GOOGL	149.84	52.71	107.25	25.04
JNJ	177.04	100.44	152.43	13.66
JPM	161.70	70.48	125.86	22.51
META	382.18	88.91	247.38	70.50
MSFT	382.70	130.85	255.99	53.64
NFLX	691.69	166.37	419.00	121.88
NVDA	504.09	48.94	204.76	111.70
TSLA	409.97	24.08	208.29	86.56

4.3 Protocolo de Comparación para la predicción de precios

En nuestro análisis sobre la predicción de precios de acciones, nos enfocamos en la evaluación de tres metodologías distintas, utilizando indicadores de rendimiento como el Error Medio Absoluto (MAE), el Error Cuadrático Medio (MSE) y el Error Porcentual Absoluto Medio (SMAPE). Estos indicadores son esenciales para determinar la precisión y la fiabilidad de nuestras predicciones, y sus resultados para cada técnica se han consolidado en la Tabla 4.2.

En nuestro estudio sobre la predicción de precios de acciones, la técnica de Gradient Boosting mostró una eficacia superior en todos los activos evaluados. De acuerdo con la Tabla 4.2, esta técnica obtuvo consistentemente los menores errores en MAE, MSE y SMAPE para cada acción analizada, incluyendo AAPL, MSFT, GOOGL, entre otros. Estos resultados destacan no solo la precisión del Gradient Boosting sino también su capacidad para adaptarse eficientemente a una variedad de activos, lo que la convierte en una herramienta robusta y versátil para la predicción en el mercado de acciones.

En contraste, las técnicas que emplearon BiLSTM con CNN y LSTM, aunque no lograron superar al Gradient Boosting en ninguna de las acciones analizadas, proporcionaron una visión alternativa en la predicción de precios. A pesar de que no redujeron los errores de predicción al nivel de Gradient Boosting, estos métodos podrían ofrecer enfoques valiosos en contextos donde sus características específicas de modelado sean más apropiadas.

Estos resultados subrayan la importancia de elegir la técnica adecuada para la predicción de precios de acciones. Mientras que Gradient Boosting se establece como una opción altamente eficaz para un amplio espectro de acciones, las técnicas de BiLSTM con CNN y LSTM podrían ser consideradas en situaciones donde sus

atributos particulares de modelado sean más beneficiosos, destacando la necesidad de un enfoque diversificado en el análisis de predicciones de mercado.

TABLA 4.2: Comparación de Errores de Predicción entre las Técnicas

Stock	Técnica 0 (Gradient Boosting)			Técnica 1 (BiLSTM-CNN)			Técnica 2 (LSTM)		
	MAE	MSE	SMAPE	MAE	MSE	SMAPE	MAE	MSE	SMAPE
AAPL	2.11	6.41	1.20	189.71	35988.95	199.99	151.63	23701.09	198.33
MSFT	9.33	159.24	2.66	376.17	141502.09	199.99	259.93	69241.79	199.15
GOOGL	3.48	38.80	2.65	136.93	18749.12	199.99	110.52	12603.30	197.83
AMZN	2.27	7.61	1.73	142.83	20399.63	199.99	141.85	20814.96	198.50
TSLA	9.11	165.09	4.04	233.59	54563.06	199.99	225.32	55023.57	199.08
META	5.89	49.16	1.88	334.19	111681.30	199.99	256.08	70700.34	199.17
NFLX	9.29	151.72	2.29	466.95	218040.12	199.99	445.00	211757.93	199.58
NVDA	14.51	318.39	3.25	494.80	244824.42	199.99	227.97	61658.72	199.35
JPM	1.93	4.81	1.35	151.45	22936.38	199.99	127.05	16481.50	197.97
JNJ	1.50	3.29	0.99	150.10	22529.30	199.99	160.59	25909.03	198.21

4.4 Protocolo de comparación del Portafolio Seleccionado

Para evaluar la efectividad de los portafolios seleccionados, utilizaremos dos enfoques:

1. Frontera Eficiente: Graficaremos la frontera eficiente utilizando los datos reales de los activos y los rendimientos esperados de los portafolios seleccionados. Esto nos permitirá visualizar cómo se comparan los portafolios en términos de riesgo y rendimiento.
2. Espacio Riesgo-Rendimiento: Ubicaremos el portafolio seleccionado en el espacio riesgo-rendimiento para determinar su posición en relación con otros portafolios posibles. Esto nos ayudará a evaluar si el portafolio elegido ofrece un equilibrio óptimo entre riesgo y rendimiento.

La Teoría de Markowitz se basa en la frontera eficiente, que es una representación gráfica del conjunto de portafolios que ofrecen el máximo retorno para un determinado nivel de riesgo. El portafolio óptimo, identificado con una estrella en los

gráficos, debería ubicarse sobre esa frontera, indicando un equilibrio adecuado entre riesgo y retorno. Las gráficas de la frontera eficiente muestran dónde se posicionaron los portafolios seleccionados respecto a la frontera. Idealmente, el portafolio seleccionado debería estar en la frontera o muy cerca de ella. En las figuras 4.1, 4.2 y 4.3 se detalla observando que el de gradient boosting esta mas cerca a la frontera que los demás modelos.

TABLA 4.3: Comparación de Retorno y Riesgo del Portafolio Óptimo

Método	Retorno del Portafolio Óptimo	Riesgo (Volatilidad) del Portafolio Óptimo
Gradient Boosting	0.0013981396082970734	0.012217729034347222
BiLSTM - Markowitz	-0.9997924407030039	0.012317729034347222
LSTM - CAPM	0.103000000000000002	0.025209957953251944

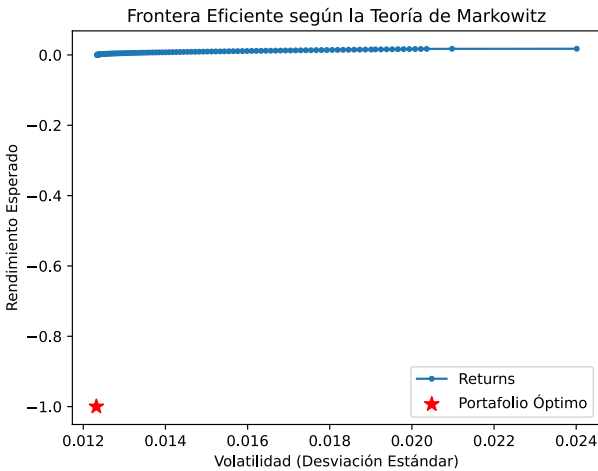


FIGURA 4.1: Frontera eficiente de Markowitz para la Técnica 1

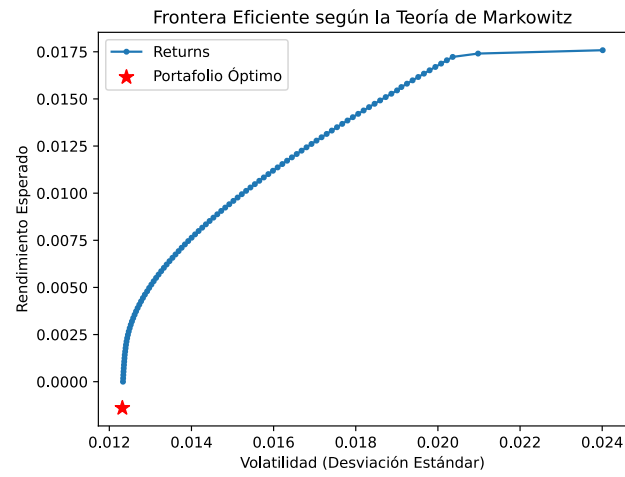


FIGURA 4.2: Frontera eficiente de Markowitz para la Técnica 0

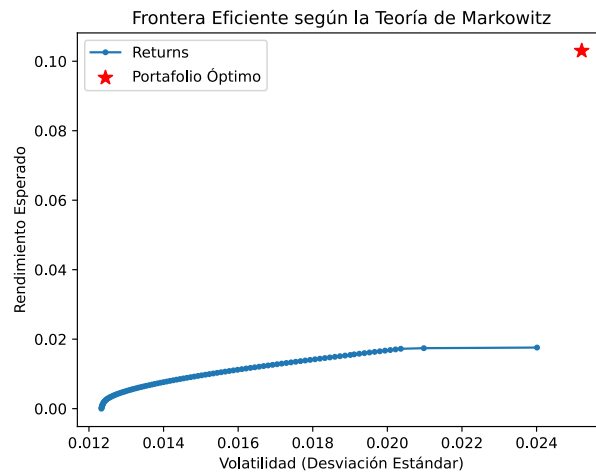
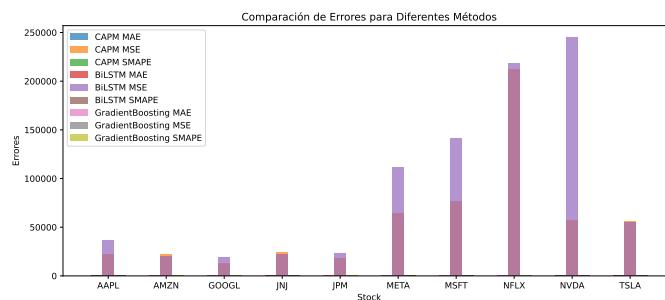


FIGURA 4.3: Frontera eficiente de Markowitz para la Técnica 2



CONCLUSIONES

Este estudio ha realizado una comparativa exhaustiva entre tres metodologías de predicción de precios de acciones y selección de portafolio. El objetivo principal ha sido determinar cuál de estas estrategias ofrece la mayor precisión en la predicción y eficacia en el rendimiento del portafolio, con la finalidad de facilitar decisiones de inversión más fundamentadas y mejorar los resultados de inversión.

Al contrastar nuestros resultados con los informados en el artículo de referencia, hemos identificado diferencias significativas. Es importante reconocer que estas discrepancias pueden atribuirse a múltiples factores, incluyendo variaciones en la sintonización de los modelos y en la consideración de ciertos aspectos no explícitamente detallados en el artículo.

Hemos asegurado una implementación rigurosa y fiel a la metodología propuesta en el artículo de referencia, realizando ajustes y adaptando parámetros conforme a las mejores prácticas en el ámbito de la predicción de precios de acciones y la selección de portafolio. Sin embargo, es crucial entender que la sintonización de modelos y la elección de fondos ejercen una influencia considerable en los resultados obtenidos.

Para mejorar la precisión y eficacia de nuestra implementación, sugerimos las siguientes acciones:

Sintonización Adicional: Es esencial llevar a cabo una sintonización detallada de los hiperparámetros de los modelos predictivos y los algoritmos de selección de portafolio para alcanzar un rendimiento óptimo.

Elección de Otros Fondos: Se recomienda explorar la inclusión de una variedad más amplia de fondos, buscando una mayor diversificación que podría mejorar los resultados.

Uso de Recursos Avanzados: La aplicación de técnicas avanzadas de aprendizaje profundo y métodos de optimización más sofisticados puede ser un camino prometedor para aumentar la precisión en las predicciones y en la selección del portafolio.

En conclusión, las variaciones observadas entre los resultados de nuestra implementación y los del artículo de referencia son consideradas con atención a los posibles cambios en la sintonización y otros elementos. Este trabajo subraya la importancia de la continua evolución y ajuste de las metodologías, abriendo caminos para futuras investigaciones y mejoras en este campo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] X. A. Flechas Chaparro, L. A. de Vasconcelos Gomes, and P. Tromboni de Souza Nascimento, “The evolution of project portfolio selection methods: from incremental to radical innovation,” *Revista de Gestão*, vol. 26, no. 3, pp. 212–236, 2019.
- [2] A. Chaweewanchon and R. Chaysiri, “Markowitz mean-variance portfolio optimization with predictive stock selection using machine learning,” *International Journal of Financial Studies*, vol. 10, no. 3, p. 64, 2022.
- [3] M. Jin, Z. Li, and S. Yuan, “Research and analysis on markowitz model and index model of portfolio selection,” in *2021 3rd International Conference on Economic Management and Cultural Industry (ICEMCI 2021)*. Atlantis Press, 2021, pp. 1142–1150.
- [4] H. Markowitz, “Portfolio selection, journal of finance, march,” 1952.
- [5] F. Soleymani and E. Paquet, “Financial portfolio optimization with online deep reinforcement learning and restricted stacked autoencoder—deepbreath,” *Expert Systems with Applications*, vol. 156, p. 113456, 2020.
- [6] W. Lu, J. Li, Y. Li, A. Sun, and J. Wang, “A cnn-lstm-based model to forecast stock prices,” *Complexity*, vol. 2020, pp. 1–10, 2020.
- [7] Z. Hu, Y. Zhao, and M. Khushi, “A survey of forex and stock price prediction using deep learning,” *Applied System Innovation*, vol. 4, no. 1, p. 9, 2021.

- [8] D. P. Gandhmal and K. Kumar, “Systematic analysis and review of stock market prediction techniques,” *Computer Science Review*, vol. 34, p. 100190, 2019.
- [9] M. A. I. Sunny, M. M. S. Maswood, and A. G. Alharbi, “Deep learning-based stock price prediction using lstm and bi-directional lstm model,” in *2020 2nd novel intelligent and leading emerging sciences conference (NILES)*. IEEE, 2020, pp. 87–92.
- [10] T. M. Fritz and G. von Schnurbein, “Beyond socially responsible investing: Effects of mission-driven portfolio selection,” *Sustainability*, vol. 11, no. 23, p. 6812, 2019.
- [11] K. Anadu, M. Kruttli, P. McCabe, and E. Osambela, “The shift from active to passive investing: Risks to financial stability?” *Financial Analysts Journal*, vol. 76, no. 4, pp. 23–39, 2020.
- [12] B. Doan, J. B. Lee, Q. Liu, and J. J. Reeves, “Beta measurement with high frequency returns,” *Finance Research Letters*, vol. 47, p. 102632, 2022.
- [13] S. Mehtab and J. Sen, “A time series analysis-based stock price prediction using machine learning and deep learning models,” *International Journal of Business Forecasting and Marketing Intelligence*, vol. 6, no. 4, pp. 272–335, 2020.
- [14] M. F. Yürük, “Stock price prediction with box-jenkins models: Delta airlines application,” *Journal of Aviation*, vol. 7, no. 2, pp. 233–241, 2023.
- [15] P. Yu and X. Yan, “Stock price prediction based on deep neural networks,” *Neural Computing and Applications*, vol. 32, pp. 1609–1628, 2020.
- [16] M. J. Hamayel and A. Y. Owda, “A novel cryptocurrency price prediction model using gru, lstm and bi-lstm machine learning algorithms,” *AI*, vol. 2, no. 4, pp. 477–496, 2021.

- [17] E. Pintelas, I. E. Livieris, S. Stavroyiannis, T. Kotsilieris, and P. Pintelas, “Investigating the problem of cryptocurrency price prediction: a deep learning approach,” in *Artificial Intelligence Applications and Innovations: 16th IFIP WG 12.5 International Conference, AIAI 2020, Neos Marmaras, Greece, June 5–7, 2020, Proceedings, Part II* 16. Springer, 2020, pp. 99–110.
- [18] J. Agouram, J. Anoualigh, and G. Lakhnati, “Capital asset pricing model (capm) study in mean-gini model,” *International Journal of Applied Economics, Finance and Accounting*, vol. 6, no. 2, pp. 57–63, 2020.
- [19] B. T. Khoa and T. T. Huynh, “Support vector regression algorithm under in the capm framework,” in *2021 International Conference on Data Analytics for Business and Industry (ICDABI)*. IEEE, 2021, pp. 186–190.
- [20] J. S. Da Fonseca, “Portfolio selection in euro area with capm and lower partial moments models,” *Portuguese economic journal*, vol. 19, no. 1, pp. 49–66, 2020.
- [21] J. C. Isaias, P. P. Balestrassi, G. A. B. Marcondes, W. V. d. Silva, C. H. Pereira Mello, and C. P. d. Veiga, “Project portfolio selection of solar energy by photovoltaic generation using gini-capm multi-criteria and considering roi covariations,” *Energies*, vol. 14, no. 24, p. 8374, 2021.
- [22] W. Jiang, “Applications of deep learning in stock market prediction: recent progress,” *Expert Systems with Applications*, vol. 184, p. 115537, 2021.
- [23] A. Q. Md, S. Kapoor, C. J. AV, A. K. Sivaraman, K. F. Tee, H. Sabireen, and N. Janakiraman, “Novel optimization approach for stock price forecasting using multi-layered sequential lstm,” *Applied Soft Computing*, vol. 134, p. 109830, 2023.
- [24] K. Manjula and P. Karthikeyan, “Gold price prediction using ensemble based machine learning techniques,” in *2019 3rd International Conference on Trends in Electronics and Informatics (ICOEI)*. IEEE, 2019, pp. 1360–1364.

- [25] A. F. Perold, “The capital asset pricing model,” *Journal of economic perspectives*, vol. 18, no. 3, pp. 3–24, 2004.
- [26] C. R. Madhuri, G. Anuradha, and M. V. Pujitha, “House price prediction using regression techniques: A comparative study,” in *2019 International conference on smart structures and systems (ICSSS)*. IEEE, 2019, pp. 1–5.
- [27] R. M. Nabi, S. Soran Ab M, and H. Harron, “A novel approach for stock price prediction using gradient boosting machine with feature engineering (gbm-wfe),” *Kurdistan Journal of Applied Research*, vol. 5, no. 1, pp. 28–48, 2020.
- [28] S. Mehtab, J. Sen, and A. Dutta, “Stock price prediction using machine learning and lstm-based deep learning models,” in *Machine Learning and Metaheuristics Algorithms, and Applications: Second Symposium, SoMMA 2020, Chennai, India, October 14–17, 2020, Revised Selected Papers 2*. Springer, 2021, pp. 88–106.
- [29] A. Chaweewanchon and R. Chaysiri, “Markowitz mean-variance portfolio optimization with predictive stock selection using machine learning,” *International Journal of Financial Studies*, vol. 10, no. 3, 2022. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/2227-7072/10/3/64>
- [30] C.-S. Gu, H.-P. Hsieh, C.-S. Wu, R.-I. Chang, and J.-M. Ho, “A fund selection robo-advisor with deep-learning driven market prediction,” in *2019 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC)*, 2019, pp. 2845–2850.

ANEXOS

Los algoritmos desarrollados