# Integração por partes:

Cada regra de derivação tem outra correspondente de integração. Por exemplo:

o Regra da mudança de variável para a integração corresponde a regra da cadeia para derivação.

• Aquela que corresponde à Regra do Produto para derivação é INTEGRAÇÃO POR PARTES!

$$\frac{d}{dt}\, f(t)\cdot g(t) = f(t)'\cdot g(t) + f(t)\cdot g'(t)$$

$$\int f'(t)\cdot g(t) + f(t)\cdot g'(t) = f(t)\cdot g(t) \leftarrow$$

lembrar que integrar volta para derivada que originou expressão

$$\int f'(t)\cdot g(t)\,dt + \int f(t)\cdot g'(t)\,dt = f(t)\cdot g(t)$$

passo a passo dedução da formula

$$\boxed{\int f(t)\cdot g'(t) = f(t)\cdot g(t) - \int f'(t)\cdot g(t)\,dt}$$

① $\int \overset{g(t)}{t}\cdot \overset{f'(t)}{e^t}\,dt = ?$

. Escolhemos: $\begin{cases} f'(t) = e^t \\ g(t) = t \end{cases}$ → Assim

$\begin{cases} f(t) = e^t \\ g'(t) = 1 \end{cases}$ $\qquad \int f(t)\cdot g'(t) = f(t)\cdot g(t) - \int f'(t)\cdot g(t)\,dt$

Aplicando integração por partes:

$$\int t\cdot e^t\,dt = e^t\, t - \int e^t\cdot 1\,dt = \boxed{t\cdot e^t - e^t + K} \text{ ou } e^t(t-1)+K,\ K\in\mathbb{R}$$

②

$$\int t \cdot \sin t \, dt = ?$$

Escolhemos $\begin{cases} f'(t) = \sin t \\ g(t) = t \end{cases}$

i

$\begin{cases} f(t) = -\cos t \\ g'(t) = 1 \end{cases}$

Logo:

$$\int f'(t) \cdot g(t) \, dt = f(t) \cdot g(t) - \int f(t) \cdot g'(t) \, dt$$

$= -\cos t \cdot t - \int -\cos t \cdot 1$

$= -\cos t \cdot t - (-\sin(t)) \Rightarrow -\cos t \cdot t + \sin t + J, \; \underline{J \in \mathbb{R}}$

④

$$\int e^t \cdot \cos t \, dt = ?$$

Escolhemos $\begin{cases} f'(t) = \cos t \\ g(t) = e^t \end{cases}$ . Logo $\begin{cases} f(t) = \sin t \\ g'(t) = e^t \end{cases}$ . Pelo método de integração por partes

$$\int e^t \cdot \cos t \, dt = e^t \cdot \sin t - \int \sin t \cdot e^t \, dt = ?$$

Aplicamos integração por partes novamente!

$\begin{cases} h'(t) = \sin t \\ i(t) = e^t \end{cases}$ Logo $\begin{cases} h(t) = -\cos t \\ i'(t) = e^t \end{cases}$

Pelo método

$$\int e^t \cdot \sin t \, dt = -e^t \cdot \cos t - \int -\cos t \cdot 1 = -e^t \cdot \cos t + \int \cos t \cdot 1$$

$$\int e^t \cdot \cos t \, dt = e^t \cdot \sin t - \int \sin t \cdot e^t \, dt = ?$$

$$\int e^t \cdot \cos t \, dt = e^t \cdot \sin t + e^t \cdot \cos t - \int \cos t \cdot 1 \rightsquigarrow 2\int e^t \cdot \cos t \, dt = e^t \cdot \sin t + e^t \cdot \cos t$$

$$\int e^t \cdot \cos t \, dt = \frac{e^t \cdot \sin t + e^t \cdot \cos t}{2} + K, \; K \in \mathbb{R}$$

Continuação integração por partes: !

5) $\int \ln t \, dt = ?$

$\int \ln t \, dt = \int 1 \cdot \ln t \cdot dt =$

Escolhemos $\begin{cases} f'(t) = 1 \\ g(t) = \ln t \end{cases}$ logo $\begin{cases} f(t) = t \\ g'(t) = \frac{1}{x} \end{cases}$

$\int \ln t \, dt = t \cdot \ln t - \int t \cdot \frac{1}{t} \, dt =$

$= t \ln t - \int 1 \, dt =$

$\int \ln t \, dt = t \cdot \ln t - t$ !! $\sim$ + C, $t \in \mathbb{R}$

3)

$\int t^2 \cdot e^t \, dt = ?$

$\begin{cases} f'(t) = e^t \\ g(t) = t^2 \end{cases}$ logo $\begin{cases} f(t) = e^t \\ g'(t) = 2t \end{cases}$

$\int t^2 \cdot e^t = e^t \cdot t^2 - \int e^t \cdot 2t \longrightarrow -2 \int e^t \cdot t$

$\begin{cases} f'(t) = e^t \\ i(t) = t \end{cases}$ $\quad f(t) = e^t$, $i'(t) = 1$

$- \int e^t \cdot 2t$

$\begin{cases} f'(t) = 2t \\ g(t) = e^t \end{cases}$ $\begin{cases} f(t) = t^2 \\ g(t) = e^t \end{cases}$

$2(t \cdot e^t - e^t$ + C.

$\int e^t \cdot 2t = t^2 \cdot e^t - \int t^2 \cdot e^t$

$= e^t \cdot t^2 - 2 e^t \cdot t + 2 e^t$

$= e^t (t^2 - 2t + 1) + C$