

MATA42 - Matemática Discreta I
Professora: Isamara
LISTA DE EXERCÍCIOS - TÉCNICAS DE DEMONSTRAÇÃO

Q.1: Para cada fbf CONDICIONAL $p \rightarrow q$ definida nos itens abaixo, determine a “CONTRAPOSITIVA” ($\neg q \rightarrow \neg p$); a “RECÍPROCA” ($q \rightarrow p$); e a “INVERSA” ($\neg p \rightarrow \neg q$).

- (a) “Se p é número primo então $p = 2$ ou p é ímpar”.
- (b) “Se x é divisível por 5 e por 2 então x é divisível por 10”.
- (c) “Se $n = ab$ tais que a e b são inteiros positivos, então $a \leq \sqrt{n}$ ou $b \leq \sqrt{n}$.”
- (d) “Se $n^3 + 5$ é ímpar, então n é par.”

Q.2: Mostre que:

Para todo x e y números reais tais que $0 < x < y$. Então $x^2 < y^2$.

Q.3: Mostre que:

Sejam A, B, C conjuntos não vazios. Se $A \cap C \subseteq B$ e $a \in C$ então $a \notin A \setminus B$.

Q.4: Mostre que:

Para todo x e y números naturais. Se x divide y então x^2 divide y^2 .

Q.5: Mostre que:

Dado n um inteiro. Se 3 divide n então 9 divide n^2 .

Q.6: Seja n um número inteiro. Se $1 \leq n \leq 15$ ento $n^2 - n + 41$ é primo. Prove por Exaustão.

Q.7: Mostre que:

Para todo inteiro n , $n^2 \geq n$.

(Dica: Considere todos os casos: (1) $n \leq -1$ ou (2) $n = 0$ ou (3) $n \geq 1$)

Q.8: Mostre que:

Para todo inteiro n , $n^2 + 3n + 5$ é ímpar.

(Dica: Considere todos os casos: (1) $2|n$ ou (2) $2 \nmid n$)

Q.9: Mostre por Redução ao Absurdo que:

A soma de dois números racionais é um número racional.

Q.10: Mostre por Contraposição

Se n é um inteiro e $3n + 2$ é ímpar, então n é ímpar.

Q.11: Mostre por Contraposição

Se $n = ab$ tais que a e b são inteiros positivos, então $a \leq \sqrt{n}$ ou $b \leq \sqrt{n}$.

Q.12: Seja n um número inteiro. Mostre que as seguintes afirmações são EQUIVALENTES

1. n é par
2. $n - 1$ é ímpar
3. n^2 é par

(Dica: Para mostrar a equivalência das afirmações acima,
 n é par se e somente se $n - 1$ é ímpar se e somente se n^2 é par
basta mostrar as três afirmações: (1) Se n é par então $n - 1$ é ímpar;
(2) Se $n - 1$ é ímpar então n^2 é par; e (3) Se n^2 é par então n é par.)