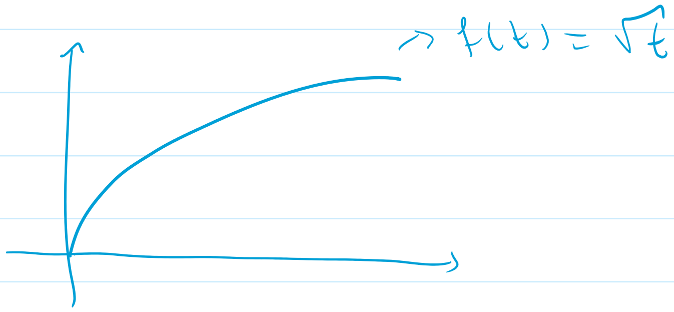
Limites laterais

Notação:

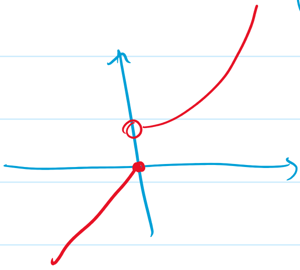


$$\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{t \to 0^+} f(t)$$

Obs.: $\lim_{t \to p^-} f(t) \neq \lim_{t \to p^+} f(t)$

$$\Longrightarrow \nexists \lim_{t \to p} f(t)$$

Ex.: $f(t) = \begin{cases} t, & t \leq 0 \\ t^2 + 1, & t > 0 \end{cases}$



$$\lim_{t \to 0} f(t) = ?$$

$$\lim_{t \to 0^-} f(t) = \lim_{t \to 0^-} t = 0$$

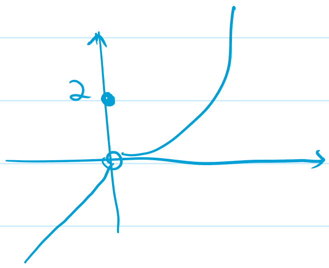
$$\lim_{t \to 0^+} f(t) = \lim_{t \to 0^+} t^2 + 1 = 0^2 + 1 = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{t \to 0^-} f(t) \neq \lim_{t \to 0^+} f(t)$$

$$\Rightarrow \nexists \lim_{t \to 0} f(t)$$

Considere agora:

$$f(t) = \begin{cases} t, & t < 0 \\ 2, & t = 0 \\ t^2, & t > 0 \end{cases}$$



$\exists \lim_{t \to 0} f(t)$?

Sim, pois:

$$\lim_{t \to 0^-} f(t) = \lim_{t \to 0^-} t = 0$$

$$\lim_{t \to 0^+} f(t) = \lim_{t \to 0^+} t^2 = 0$$

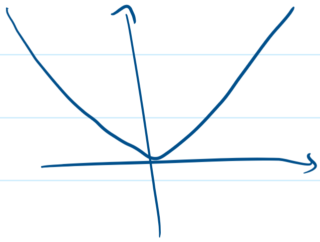
$$\Rightarrow \exists \lim_{t \to 0} f(t) = 0$$

Veja que $\underbrace{\lim_{t \to 0} f(t)}_{=\,0} \neq \underbrace{f(0)}_{=\,2}$

Função contínua:

Intuitivamente, uma função f é dita ser contínua num intervalo I se podemos desenhar seu gráfico sem tirar o lápis do papel.

Ex.: $f(t) = t^2$



Formalmente:

Uma função $f: I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é contínua em $p \in \mathbb{R}$ se:

i) $p \in D(f)$
ii) $\exists \lim_{t \to p} f(t) = L \in \mathbb{R}$

iii) $L = f(p)$.

Exercício: Demonstre, usando a def. formal de limites, que $f(t) = t^2$ é contínua em

$p = 2$.

i) $2 \in D(f)$? Sim, pois $p=2$ não representa restrição para t^2.

ii) $\exists \lim_{t \to 2} f(t)$?

Demonstrar que $\lim_{t \to 2} t^2 = 4$.

...

iii) $L = f(2)$.

iii) $L = f(2)$.

Obs: f é dita ser contínua (sem especificar o ponto p) se ela é contínua em todos os pontos de seu domínio.