# Derivadas

$$\overbrace{\lim_{t \to 1} \frac{t^2 - 1}{t - 1}}^{f'(1)} \quad \text{"}\tfrac{0}{0}\text{"} = \lim_{t \to 1} \frac{\cancel{(t-1)} \cdot (t+1)}{\cancel{t-1}}$$

$$= \lim_{t \to 1} t + 1 = 2.$$

$$f(t) = t^2.$$

A derivada de $f$ em $p = 1$ é igual a 2!!!

Definição: Dizemos que uma função $f: I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é derivável em $p \in I$ se o limite $\lim_{t \to p} \frac{f(t) - f(p)}{t - p}$ existir e for finito.

Nesse caso, denotamos:

$$f'(p) = \lim_{t \to p} \frac{f(t) - f(p)}{t - p}.$$

$\dot{f}(p)$

$\frac{df}{dt}(p) \to$ Leibniz

Ex.: $f(t) = t^2$

$$f'(2) = \lim_{t \to 2} \frac{t^2 - 4}{t-2} = \lim_{t \to 2} \frac{\cancel{(t-2)}.(t+2)}{\cancel{t-2}}$$

$$= \lim_{t \to 2} t + 2 = 4$$

$$f'(t) = \lim_{s \to t} \frac{s^2 - t^2}{s - t}$$

$$= \lim_{s \to t} \frac{\cancel{(s-t)}.(s+t)}{\cancel{s-t}}$$

$$= \lim_{s \to t} s + t = 2t$$

$\to \quad f(t) = e^t$

$$f'(0) = \lim_{s \to 0} \frac{e^s - e^0}{s - 0}$$

$$= \lim_{s \to 0} \frac{e^s - 1}{s}$$

$$= \dots = 1$$

↳ Aulas anteriores.
Exercício!

$\to \quad f(t) = e^t \implies f'(t) = e^t$

↓

Exercício!!

$\to \quad f(t) = \sqrt{t}$

$$f'(1) = \lim_{s \to 1} \frac{(\sqrt{s} - \sqrt{1})}{s - 1} \cdot \frac{(\sqrt{s} + 1)}{(\sqrt{s} + 1)}$$

$$= \lim_{s \to 1} \frac{\cancel{s - 1}}{\cancel{(s-1)}(\sqrt{s}+1)} = \frac{1}{2}.$$

$$\to \quad f(t) = \sqrt{t} \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}}$$

$\hookrightarrow$ Exercício!!

Obs.: Se $f: I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é derivável em cada ponto $t \in I$, podemos definir a função derivada $f': I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por:

$$f'(t) = \lim_{s \to t} \frac{f(s) - f(t)}{s - t}.$$