

$$NOTA: 2,1 + 4,1 = 6,2$$

UFBA - IME - DMAT -- MATEMÁTICA DISCRETA I (MATA42) - PROFA: ISAMARA

1ª PROVA

DATA: 18/05/2023

NOME: Hyun Anhe Son

MATRÍCULA:

TURMA: 01

Observações: (1) A Prova deve ser feita à caneta. Se você desejar fazer à lápis então deverá contestar as correções no momento em que a prova corrigida for entregue em sala de aula.

(2) Soluções rasuradas ou os rascunhos devem ser identificados na prova.

(3) Não é permitido utilizar o celular enquanto estiver fazendo a prova.

1ª Questão: [2,5 pontos] [0,8]

No final do mês de abril, houve uma auditoria na Casa do Chocolate. Ao realizar a análise de vendas dos bombons de chocolate ao leite, bombons de chocolate com laranja e bombons de chocolate com cerejas, constatou-se que foram vendidas:

750 caixas com bombons de chocolate ao leite; 150 caixas com bombons de chocolate ao leite e bombons de chocolate com laranja; 670 caixas com bombons de chocolate ao leite e bombons de chocolate com cerejas; 120 caixas com bombons de chocolate ao leite, bombons de chocolate com laranja e bombons de chocolate com cerejas; 200 caixas apenas com bombons de chocolate com laranja; 150 caixas apenas com bombons de chocolate com cerejas; 1000 caixas com bombons de chocolate ^Aao leite, sem bombons de laranja, ou com bombons de chocolate com laranja, sem bombons ao leite.

Considerando as informações acima, responda os itens abaixo utilizando (escrevendo) as operações entre conjuntos e o cálculo da cardinalidade pelo Princípio da Inclusão e Exclusão.

(a) Quantas caixas com bombons de chocolate com laranja e bombons de chocolate com cerejas foram vendidas pela Casa do Chocolate no final do mês de abril? C (0,0)

(b) Quantas caixas com bombons de chocolate ao leite ou com bombons de chocolate com laranja ou com bombons de chocolate com cerejas foram vendidas pela Casa do Chocolate no final do mês de abril? C (0,8)

$$n(A) = 750$$

$$(0,8)$$

$$n(A \cup C) = 670$$

$$n(A \cap C) = 120$$

$$n(A \cap B) = 150$$

$$n(A \cap B \cap C) = 200$$

2ª Questão: [2,5 pontos] [1,25]

Sejam $A, B \subseteq \mathcal{P}(U)$. Mostre que:

$$\mathcal{P}(A - B) \subseteq (\mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(B)) \cup \{\emptyset\}$$

(Justifique suas respostas utilizando as definições e/ou propriedades das relações e operações entre conjuntos).

$$(2,1)$$

Yean Anelisa - Hugo Gomes Santos

3ª Questão: [2,5 pontos]

$$[1,25 + 1,1] = [2,4]$$

Verifique se a seguinte fórmula bem formada é uma tautologia, contingência ou contradição.

$$(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow (\neg(P \wedge Q) \rightarrow R)$$

$$P \rightarrow Q \\ \Leftrightarrow \\ \neg P \vee Q$$

(a) Utilize a TABELA-VERDADE.

(1,25)

(b) Utilize as LEIS DE EQUIVALÊNCIAS, identificando-as a cada passo.

(1,1)

4ª Questão: [2,5 pontos]

$$[0,6 + 0,5 + 0,6] = [1,7]$$

Três amigas (Isa, Bia e Gabi) estudam em grupo. Resolvendo uma questão da lista de matemática, elas fizeram as seguintes afirmações:

Isa: "Se $z > x$ então $x \neq 7$."

$$P_1: p \rightarrow q$$

Bia: " $x < 6$ ou $x = 3$."

$$P_2$$

Gabi: " $z > x$, se $x = 3$."

Isa: "Para $z > x$ é suficiente que $x < 6$."

Gabi: " $x = 5$ é necessário para $z > x$."

Bia: " $x = 7$ ou $x = 5$."

Isa: "Portanto, $x = 5$."

Considerando todas as afirmações feitas pelas amigas ao resolver a questão da lista de matemática, verifique se a conclusão apresentada por Isa está correta respondendo aos itens abaixo.

(a) Identifique(escreva) todas as proposições simples.

(0,6)

Em seguida, identifique(escreva) todas as premissas e a conclusão do ARGUMENTO.

(b) Verifique se o argumento acima é VÁLIDO ou é uma FALÁCIA identificando a cada passo as Regras de Inferência e/ou Leis de Equivalências utilizadas.

(0,6)

BOA PROVA!

(4,1)

$\neg p$	p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$p \rightarrow q \wedge q \rightarrow p$	$\neg p \vee q$
V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	V	F	F	V
F	V	F	F	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V

Yean Javier San Hugo Santos
TURMA: 01

NOTA: 6,2

$$\begin{array}{r} 550 \\ 120 \\ \hline 670 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 750 \\ 120 \\ \hline 870 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 750 \\ 120 \\ \hline 870 \end{array}$$

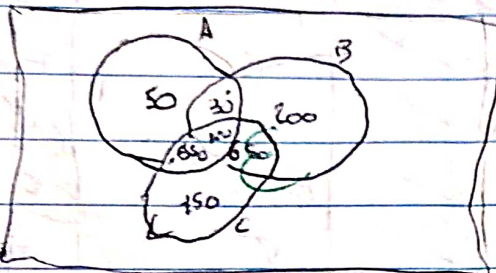
$$\begin{array}{r} 550 \\ 120 \\ \hline 670 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1470 \\ 120 \\ \hline 1590 \end{array}$$

1

CONJ. DAS CX DE BOMBONS COM

A: Chocolate ao leite; B: Chocolate com leite; C: Chocolate de leite



$$n(A) = 750$$

$$n(A \cap B) = 150$$

$$n(A \cap C) = 670$$

$$n(A \cap B \cap C) = 120$$

$$n(A \cap B) = 150$$

$$n(A \cap C) = 670$$

$$n(A \cap B \cap C) = 120$$

$$(B - A) \cap (C - A) = 200$$

$$(B - B \cap C \cup B)$$

$$n(A \cap C) - (A \cap B \cap C) = n(A \cap C) - (A \cap B)$$

$$n(A \cap C) - (A \cap B) = 670 - 120 = 550$$

$$n(A \cap B) - (A \cap B \cap C) = n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C) = 150 - 120 = 30$$

$$n(B \cap C) = n(A \cap B \cap C) + n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C) = 200 - 120 = 80$$

$$n(A \cap C) - (A \cap B \cap C) = 670 - 120 = 550$$

$$n((A - A) \cap (C - B)) + n(B \cap C - A \cap B \cap C) + (B - A) \cap (C - B) = 200$$

$$n(B \cup C) = n(B) + n(C) - n(B \cap C)$$

$$1400 = 1000 + 1470 - n(B \cap C)$$

$$1700 - 2470 = -n(B \cap C)$$

$$n(B \cap C) = 2470 - 1700$$

$$n(B \cap C) = 770$$

$$n(B \cap C) - (A \cap B \cap C) = 660$$

$$n(B) = 1000$$

$$n(C) = 1470$$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$n(A \cup B \cup C) = 750 + 1000 + 1470 - 670 - 150 - 770 + 120$$

$$= 1750 + 1470 - 1600 - 120$$

$$= 150 + 1470 - 120$$

$$= 220 + 1470$$

$$= 1690$$

$$\begin{array}{r} 1470 \\ 150 \\ \hline 1620 \\ 60 \\ \hline 1680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1470 \\ 220 \\ \hline 1690 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ 1470 \\ \hline 2470 \\ 2470 \\ \hline 1700 \end{array}$$

B) 1º $P \wedge Q$
2º $\sim(P \wedge Q)$

a)

P	Q	R	$Q \rightarrow R$	$\sim(P \wedge Q)$	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	$(\sim(P \wedge Q)) \rightarrow R$	$P \rightarrow (Q \rightarrow R) \leftrightarrow (\sim(P \wedge Q)) \rightarrow R$
F	F	F	V	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	F	V	F
V	V	V	V	F	V	V	V

Contingência

D) $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow (\sim(P \wedge Q) \rightarrow R)$ - Lei de Morgan
 $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow ((\sim P \vee (Q \rightarrow R)) \rightarrow R)$ - Lei de Condicional
 $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow (\sim(P \vee (Q \rightarrow R)) \vee R)$ - Lei de Morgan
 $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow (\sim(P \wedge \sim(Q \rightarrow R)) \vee R)$ - Dupla Negação
 $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow (P \wedge Q) \vee R$ - Lei de Condicional
 $1 \rightarrow (\sim(Q \vee R)) \rightarrow (P \wedge Q) \vee R$ - Lei de Condicional
 $(\sim P \vee (\sim(Q \vee R))) \rightarrow (P \wedge Q) \vee R$ - Lei de Condicional

Associação

$[(\sim P \vee (\sim(Q \vee R))) \rightarrow (P \wedge Q) \vee R] \wedge [(\sim P \wedge \sim(Q \vee R)) \rightarrow (\sim P \wedge (\sim(Q \vee R)))]$ - Lei de Condicional
 $[\sim(\sim P \vee (\sim(Q \vee R))) \vee ((P \wedge Q) \vee R)] \wedge [\sim(\sim P \wedge (\sim(Q \vee R))) \vee (\sim P \wedge (\sim(Q \vee R)))]$ - Lei de Morgan
 $[(\sim(\sim P) \wedge \sim(\sim(Q \vee R))) \vee ((P \wedge Q) \vee R)] \wedge [\sim(\sim P \wedge (\sim(Q \vee R))) \vee (\sim P \wedge (\sim(Q \vee R)))]$ - Dupla Negação
 $(P \wedge (Q \wedge R)) \vee ((P \wedge Q) \vee R) \wedge [(\sim P \vee (Q \vee R)) \vee (\sim P \wedge (\sim(Q \vee R)))]$ - Distributiva
 $(P \wedge (Q \wedge R)) \vee ((P \vee R) \wedge (Q \vee R)) \wedge [(\sim P \wedge R) \vee (\sim Q \wedge \sim R) \vee (\sim P \wedge \sim Q) \vee (\sim P \wedge R)]$

??
+ 0

LEI DE EXP. - IMP.

Como

$P \rightarrow (Q \rightarrow R) \leftrightarrow (P \wedge Q) \rightarrow R$ - ENTÃO

$(P \wedge Q) \rightarrow R \leftrightarrow \sim(P \wedge Q) \rightarrow R$ - NÃO SÃO EQUIV.
F. NEM CONT.

$$(P \vee Q) \wedge (Q \vee R) \Rightarrow P$$

A) (a)

$$p: x \geq x$$

$$q: x \neq x$$

$$r: x \leq 6$$

$$s: x \neq 5 \quad x=3$$

$$(u) \quad u: x \geq 5$$

$$P_1: p \rightarrow q$$

$$P_2: r \vee s$$

$$P_3: s \rightarrow p$$

$$P_4: p \rightarrow u$$

$$P_5: \neg q \vee u$$

$$P_6: p \rightarrow r$$

$$P_7: s \rightarrow r$$

$$P_8: \neg r \rightarrow s$$

$$P_9: \neg p \rightarrow r$$

$$P_{10}: \neg p \vee r$$

$$P_{11}: p \vee r$$

$$P_{12}: \neg q \vee u$$

$$P_{13}: q \rightarrow u$$

$$P_{14}: p \rightarrow u$$

$$P_{15}: p \rightarrow u$$

$$P_{16}: \neg r$$

$$P_{17}: p \rightarrow u$$

$$Q: u$$

$$P_4: \neg(q) \rightarrow u$$

$$P_5: q \rightarrow u$$

$$P_9: p \rightarrow u \quad p \rightarrow u$$

$$P_{13} \in P_6$$

$$P_{14}:$$

$$P_{15}:$$

$$P_{16}:$$

$$P_{17}:$$

$$P_{18}:$$

$$P_{19}:$$

$$P_{20}:$$

$$P_{21}:$$

$$P_{22}:$$

$$P_{23}:$$

$$P_{24}:$$

$$P_{25}:$$

$$P_{26}:$$

$$P_{27}:$$

$$P_{28}:$$

$$P_{29}:$$

$$P_{30}:$$

$$P_{31}:$$

$$P_{32}:$$

$$P_{33}:$$

$$P_{34}:$$

$$P_{35}:$$

$$P_{36}:$$

$$P_{37}:$$

$$P_{38}:$$

$$P_{39}:$$

$$P_{40}:$$

$$P_{41}:$$

$$P_{42}:$$

$$P_{43}:$$

$$P_{44}:$$

$$P_{45}:$$

$$P_{46}:$$

$$P_{47}:$$

$$P_{48}:$$

$$P_{49}:$$

$$P_{50}:$$

$$P_{51}:$$

$$P_{52}:$$

$$P_{53}:$$

$$P_{54}:$$

$$P_{55}:$$

$$P_{56}:$$

$$P_{57}:$$

$$P_{58}:$$

$$P_{59}:$$

$$P_{60}:$$

$$P_{61}:$$

$$P_{62}:$$

$$P_{63}:$$

$$P_{64}:$$

$$P_{65}:$$

$$P_{66}:$$

$$P_{67}:$$

$$P_{68}:$$

$$P_{69}:$$

$$P_{70}:$$

$$P_{71}:$$

$$P_{72}:$$

$$P_{73}:$$

$$P_{74}:$$

$$P_{75}:$$

$$P_{76}:$$

$$P_{77}:$$

$$P_{78}:$$

$$P_{79}:$$

$$P_{80}:$$

$$P_{81}:$$

$$P_{82}:$$

$$P_{83}:$$

$$P_{84}:$$

$$P_{85}:$$

$$P_{86}:$$

$$P_{87}:$$

$$P_{88}:$$

$$P_{89}:$$

$$P_{90}:$$

$$P_{91}:$$

$$P_{92}:$$

$$P_{93}:$$

$$P_{94}:$$

$$P_{95}:$$

$$P_{96}:$$

$$P_{97}:$$

$$P_{98}:$$

$$P_{99}:$$

$$P_{100}:$$

$$P_{101}:$$

$$P_{102}:$$

$$P_{103}:$$

$$P_{104}:$$

$$P_{105}:$$

$$P_{106}:$$

$$P_{107}:$$

$$P_{108}:$$

$$P_{109}:$$

$$P_{110}:$$

$$P_{111}:$$

$$P_{112}:$$

$$P_{113}:$$

$$P_{114}:$$

$$P_{115}:$$

$$P_{116}:$$

$$P_{117}:$$

$$P_{118}:$$

$$P_{119}:$$

$$P_{120}:$$

$$P_{121}:$$

$$P_{122}:$$

$$P_{123}:$$

$$P_{124}:$$

$$P_{125}:$$

$$P_{126}:$$

$$P_{127}:$$

$$P_{128}:$$

$$P_{129}:$$

$$P_{130}:$$

$$P_{131}:$$

$$P_{132}:$$

$$P_{133}:$$

$$P_{134}:$$

$$P_{135}:$$

$$P_{136}:$$

$$P_{137}:$$

$$P_{138}:$$

$$P_{139}:$$

$$P_{140}:$$

$$P_{141}:$$

$$P_{142}:$$

$$P_{143}:$$

$$P_{144}:$$

$$P_{145}:$$

$$P_{146}:$$

$$P_{147}:$$

$$P_{148}:$$

$$P_{149}:$$

$$P_{150}:$$

$$P_{151}:$$

$$P_{152}:$$

$$P_{153}:$$

$$P_{154}:$$

$$P_{155}:$$

$$P_{156}:$$

$$P_{157}:$$

$$P_{158}:$$

$$P_{159}:$$

$$P_{160}:$$

$$P_{161}:$$

$$P_{162}:$$

$$P_{163}:$$

$$P_{164}:$$

$$P_{165}:$$

$$P_{166}:$$

$$P_{167}:$$

$$P_{168}:$$

$$P_{169}:$$

$$P_{170}:$$

$$P_{171}:$$

$$P_{172}:$$

$$P_{173}:$$

$$P_{174}:$$

$$P_{175}:$$

$$P_{176}:$$

$$P_{177}:$$

$$P_{178}:$$

$$P_{179}:$$

$$P_{180}:$$

$$P_{181}:$$

$$P_{182}:$$

$$P_{183}:$$

$$P_{184}:$$

$$P_{185}:$$

$$P_{186}:$$

$$P_{187}:$$

$$P_{188}:$$

$$P_{189}:$$

$$P_{190}:$$

$$P_{191}:$$

$$P_{192}:$$

$$P_{193}:$$

$$P_{194}:$$

$$P_{195}:$$

$$P_{196}:$$

$$P_{197}:$$

$$P_{198}:$$

$$P_{199}:$$

$$P_{200}:$$

$$P_{201}:$$

$$P_{202}:$$

$$P_{203}:$$

$$P_{204}:$$

$$P_{205}:$$

$$P_{206}:$$

$$P_{207}:$$

$$P_{208}:$$

$$P_{209}:$$

$$P_{210}:$$

$$P_{211}:$$

$$P_{212}:$$

$$P_{213}:$$

$$P_{214}:$$

$$P_{215}:$$

$$P_{216}:$$

$$P_{217}:$$

$$P_{218}:$$

$$P_{219}:$$

$$P_{220}:$$

$$P_{221}:$$

$$P_{222}:$$

$$P_{223}:$$

$$P_{224}:$$

$$P_{225}:$$

(2)

$$P(A-B) \subseteq ((P(A) - P(B)) \cup \{\emptyset\})$$

$$P(A-B) \text{ é } \{X \mid X \subseteq A, X \not\subseteq B\}$$

sabemos que $P(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$ e $P(B) = \{X \mid X \subseteq B\}$. Logo, $P(A) - P(B)$ é X está contido

em A e não está contido em B . Ou seja, $X \subseteq A, X \not\subseteq B$. Por suposição

se $X \subseteq X \subseteq A, X \not\subseteq B, X \subseteq B'$, sabemos que $\emptyset \in P(A), \emptyset \in P(B)$. Logo, concluímos

que $\{X \mid X \subseteq A, X \not\subseteq B\} \subseteq ((P(A) - P(B)) \cup \{\emptyset\})$ ou seja, $P(A-B) \subseteq ((P(A) - P(B)) \cup \{\emptyset\})$

$$P(A-B) = \{X \mid X \subseteq (A-B)\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X \subseteq (A-B) \Rightarrow \forall x \in X, x \in A \wedge x \notin B \quad (1)$$

Pois,

$$(A-B) = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

$$\text{POR (1) TEM-SE } X \subseteq A \wedge X \not\subseteq B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X \in P(A) \wedge X \notin P(B) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X \in P(A) - P(B)$$

Logo,

$$\text{SE } X \in P(A-B) \Rightarrow X \in P(A) - P(B)$$

$$\text{ENTÃO, } P(A-B) \subseteq P(A) - P(B)$$

$$\text{MAS, } \emptyset \subseteq A \wedge \emptyset \subseteq B \Rightarrow \emptyset \notin P(A) - P(B)$$

$$\text{E COMO, } \emptyset \in P(A-B)$$

OBTEM-SE

$$P(A-B) \subseteq P(A) - P(B) \cup \{\emptyset\}$$