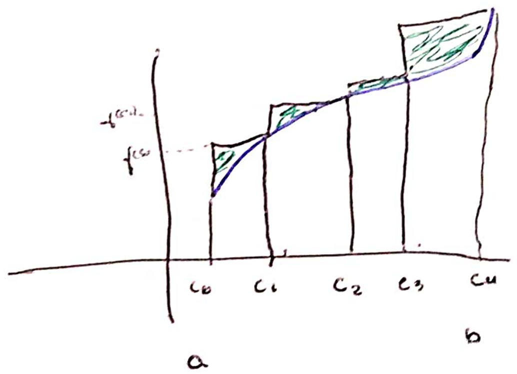
Integral Definida

Se f é uma função contínua definida em $a \leq x \leq b$, dividimos o intervalo $[a,b]$ em n subintervalos de comprimentos iguais $\Delta x = \frac{(b-a)}{n}$.

Sejam $x_0 (=a), x_1, x_2, \ldots, x_n (=b)$ as extremidades desses subintervalos, e sejam $x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*$ pontos amostrais arbitrários nesses subintervalos, de forma que x_i^* esteja no i-ésimo subintervalo $[x_{i-1}, x_i]$, logo a integral definida de a a b é

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i^*)\,dx$$



$$AR_1 = f(c_1) \cdot (c_1 - c_0) = f(c_1)\,\Delta c_1$$

$$\hookrightarrow AR_i = f(c_i) \cdot (c_i - c_{i-1}) = f(c_i) \cdot \Delta c_i, \ \forall i$$

→ Podemos dizer que a área da figura original será aproximada pela soma da área dos retângulos R_i. Essa aproximação será maior que será multiplicada quanto maior for a quantidade de retângulos

$$A \approx \sum_{i=1}^{n} AR_i = \sum_{i=1}^{n} f(c_i) \cdot \Delta c_i$$

No limite fazendo o tamanho das bases dos retângulos tenderem zero (quantidade de retângulos infinita)

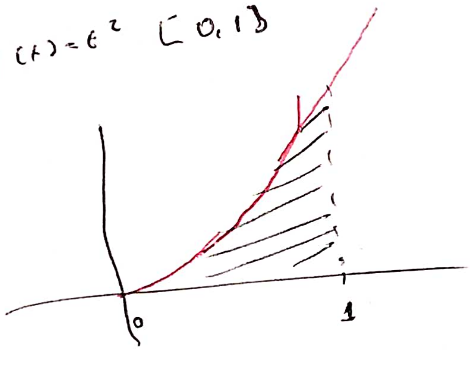
$$A = \lim_{\max \Delta x_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_i) \cdot \Delta x_i$$

↳ Supondo que f em questão possui primitiva F. Se o limite que determina a área existir, então

$$A = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)$$

Ex.) $f(t) = t^2 \quad [0,1]$



$$A = \int_0^1 t^2\,dt = F(1) - F(0) = \left.\frac{t^3}{3}\right|_0^1 = \frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{1}{3}$$

Propriedades integral Definida:

1. $\int_a^b c\,dx = c(b-a)$ onde c é qualquer constante

2. $\int_a^b [f(x)+g(x)]dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$

3. $\int_a^b c\,f(x) = c\int_a^b f(x)\,dx$ onde c é qualquer constante.

4. $\int_a^b [f(x)-g(x)]dx = \int_a^b f(x)\,dx - \int_a^b g(x)\,dx$

5. $\int_a^a f(t)\,dt = 0$

6. $\int_b^a f(t)\,dt = -\int_a^b f(t)\,dt$

7) Considere $c \in (a,b)$. Então

$$\int_a^b dt = \int_a^c f(t)\,dt + \int_c^b f(t)\,dt$$