MATA42 - Matemática Discreta - I

Professora: Isamara

LISTA DE EXERCÍCIOS

Q.1: Escreva, sob forma simbólica, os seguintes conjuntos:

(a) Conjunto dos números $\{1, 3, 5, 7, 9, \ldots\}$
(b) Conjunto dos números $\{2, 3, 5, 7, 11, \ldots\}$
(c) Conjunto das letras da palavra " universidade "

Q.2: Verifique se as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas:

(a) $\{1\} \in A = \{1, 2, 3, 4\}$
(b) $3, 4 \in B = \{3, 4, 5\}$
(c) $\emptyset \in Z$
(d) $\{\emptyset\} \in C = \{\{\emptyset\}\}$

Q.3: Definir, pela enumeração dos seus elementos, os seguintes conjuntos:

(a) Conjunto de todos os números primos menores que 10.
(b) Conjunto de todos os meses que terminam com a letra " o ".
(c) Conjunto de todos os múltiplos de 5 menores ou iguais a 20.
(c) Conjunto de todos os divisores de 30.

Q.4: Sendo $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, represente sob *forma tabular* os seguintes conjuntos:

(a) $\{x \in A \mid x^2 \in A\}$
(b) $\{x \in A \mid x \text{ é múltiplo de } 2\}$
(c) $\{x \in A \mid x + 1 \text{ é primo }\}$
(d) $\{x \in A \mid x \text{ é ímpar }\}$

Q.5: Represente sob *forma sintética* os seguintes conjuntos:

(a) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

(b) $B = \{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}$

(c) $C = \{1, 3, 5, 7, 9, \ldots\}$

(d) $D = \{3, 6, 9, 12, 15, \ldots\}$

Q.6: Ache um conjunto igual aos seguintes conjuntos:

(a) $A = \{x \in N \mid 2 \leq x < 6 \text{ e } x \neq 3\}$

(b) $B = \{x \in N \mid x \leq 10 \text{ e } x = 2n + 1; n \in N\}$

(c) $C = \{x^2 + 1 \mid x \in N \text{ e } x \leq 5\}$

(d) $D = \{3x \mid x \in N \text{ e } x \leq 7\}$

Q.7: Sejam os conjuntos: $A = \{2, 3, 4\}, B = \{2, 3, 5, 6, 7\}, C = \{5, 6, 7\}, D = \{2, 4\}$ e $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.
Verifique quais as seguintes sentenças são falsas.

(a) $A \subset B$

(b) $D \supseteq A$

(c) $C \subset B \subset \mathcal{U}$

(d) $B \not\supset D$

Q.8: Sejam os conjuntos: $A = \{x \in N \mid 2 \text{ divide } x\}$,
$B = \{x \in N \mid x \text{ é múltiplo de } 5\}$,
$C = \{x \in N \mid x \text{ é par }\}$,
$D = \{10, 20, 30, 40, \ldots\}$.
Verifique quais destes conjuntos são comparáveis.

Q.9: Sejam os conjuntos $A, B \in \mathcal{P}(\mathcal{U})$; tais que:

$$A \cap B = \{b, c\}, C_{\mathcal{U}}^{A} = \{d, e, f, g\}, C_{\mathcal{U}}^{B} = \{a, e, f\}$$

Determine os elementos dos conjuntos $A, B, \mathcal{U}$.

Q.10: Sejam os conjuntos não-vazios $A, B, C \in \mathcal{P}(\mathcal{U})$.
Construir os diagramas de Venn em cada item abaixo.

(a) $A \subset B, C \subset B, A \cap C = \emptyset$

(b) $A \subset C, B \cap C = \emptyset$

(c) $A \subset (B \cap C), B \subset C, A \neq C$

Q.11: Prove que

$$\text{Se } A \subseteq B \text{ e } C \subseteq D, \text{ então } (A \cap C) \subseteq (B \cap D).$$

Q.12: Demonstre:

(a) Se $A \cap B = \emptyset$ então $A \cap B^{'} = A$

(b) $A^{'} \subseteq B^{'}$ se e somente se $A \cap B = B$

Q.13: Sejam os conjuntos $A, B \in \mathcal{P}(\mathcal{U})$; tais que:

$$A \cup B = \{1, 3, 8, 9\}, C_{\mathcal{U}}^{A} = \{4, 6, 9\}, C_{\mathcal{U}}^{B} = \{3, 4, 6\}$$

Determine os elementos dos conjuntos $A, B, \mathcal{U}$.

Q.14: Sejam os conjuntos $A, B, C \in \mathcal{P}(\mathcal{U})$; tais que:

$$A \cap B = \{2, 4\}, A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}, A \cap C = \{2, 3\}, A \cup C = \{1, 2, 3, 4\}$$

Determine os elementos dos conjuntos A, B, C.

Q.15: Sejam os conjuntos não-vazios $A, B \in \mathcal{P}(\mathcal{U})$.
Construir os diagramas de Venn em cada item abaixo.

(a) $A \cup (A^{'} \cap B) = A \cup B$

(b) $A \cap (A^{'} \cup B) = A \cap B$

Q.16: Verifique, utilizando as propriedades, as igualdades apresentadas nos itens abaixo:

(a) $A \cap B \cap A^{'} = \emptyset$

(b) $(A \cup B)^{'} \cup (A^{'} \cap B) = A^{'}$

(c) $[(A \cap B) \cup (A \cap B^{'})] \cap (A^{'} \cup B) = A \cap B$

$X \cap B \quad \cup$

Absorvente
$A \cup (A \cap B) = A$

Q.17: Simplifique, utilizando as propriedades, as seguintes expressões :

(a) $(A \cup B) \cap (A \cup B') = \underbrace{(A \cup B) \cap A}_{A} \;\cup\; (A \cup B) \cap B' = A \cap A \cup A \cap B \quad \cup \quad A \cap B' \cup B \cap B'$
$A \cup A \cap B$

(b) $(\mathcal{U} \cup B) \cap (A \cup \emptyset)$

(c) $(A \cup B) \cap (A \cup B')$

(d) $(A \cup B) \cap (A \cup B')$

Q.18: Demonstre as fórmulas abaixo, utilizando as propriedades:

(a) $(A \cap C) \cup (A \cap D) \cup (B \cap C) \cup (B \cap D) = (A \cup B) \cap (C \cup D)$

(b) $(A \cup C) \cap (A \cup D) \cap (B \cup C) \cap (B \cup D) = (A \cap B) \cup (C \cap D)$

Q.19: Prove que

$$\text{Se } A \subseteq B \text{ e } C \subseteq D, \text{ então } (A \cup C) \subseteq (B \cup D).$$

Q.20: Demonstre:

(a) Se $A \cap B = \emptyset$ então $A \cup B' = B'$

(b) $A' \subseteq B'$ se e somente se $A \cup B = A$

(c) $A \cup B = A \cap B$ se, e somente se , $A = B$

Q.21: Escreva a DUAL de cada expressão abaixo:
(Na expressão DUAL à original trocamos $\emptyset$ por $\mathcal{U}$ e as operações $\subseteq$ por $\supseteq$, $\cap$ por $\cup$ e vice versa, mantendo a igualdade.)

(a) $(A \cap U) \cap (\emptyset \cup A') = \emptyset$

(b) $(A \cup U) \cap (\emptyset \cap A) = \emptyset$

Q.22: Sejam os conjuntos: $A = \{2, 3, 4\}, B = \{2, 3, 5, 6, 7\}, C = \{5, 6, 7\}, D = \{2, 4\}$.
Determine as seguintes relações entre os conjuntos:

(a) $(A \cap B) \cup C =$

(b) $(C \cup D) \cap B =$

(c) $(A \cap D) \cup (A \cap C) =$

(d) $(C \cap D) \cup A =$

(e) $(B - A) \cup D =$

(f) $B - (C \cup D) =$

(g) $B - (A - D) =$

(h) $A - (D \cap A) =$

(i) $(A - D) \cup (B - C) =$

Q.23: Sejam os conjuntos: $A = \{0, 1, 3, 4\}, B = \{2, 3, 4, 5\}, C = \{4, 5\}$, $D = \{5, 6, 7\}$. Determine:

(a) $(A \cup C) \cap B$

(b) $(B \cap C) \cup D$

(c) $(B - A) \cap C$

(d) $(B - C) \cup (A \cap B)$

(e) $(B \Delta C)$

(f) $(A \Delta D)$

(g) $\mathcal{P}(C)$

(h) $\mathcal{P}(D)$

Q.24: Demonstrar:

(a) $(A - B) \subseteq A$ e $(A - B) \subseteq (A \cup B)$

(b) $(A = B)$ se, e somente se $A - B = B - A$

(c) $(A \subseteq B)$ se, e somente se $A - B = \emptyset$

(d) $(A \cap B) = \emptyset$ se, e somente se $A - B = A$

(e) Se $(A \subseteq B)$ e $C = B - A$, então $A = B - C$

(f) Se $(A \cap B) = \emptyset$ e $(A \cup B) = C$, então $A = C - B$

(g) $(A - B) \cap B = \emptyset$

(h) $(A - B) \cup B = A \cup B$

(i) $(A \cup B) - B = A - B$

Q.25: Demonstrar:

(a) $A \Delta B = A' \Delta B'$

(b) $(A \cap B) \cap (A \Delta B) = \emptyset$

(c) Se $A \Delta C = B \Delta C$, então $A = B$

(d) $A \Delta B = \emptyset$ se e somente se $A = B$

Respostas:

Q.1: Escreva, sob forma simbólica, os seguintes conjuntos:

(a) $\{x \in N \mid x = 2y - 1; y \in N\}$

(b) $\{x \in N \mid x$ é número primo $\}$

(c) { u, n, i, v, e, r, s, d, a }

Q.2: (a) $\{1\} \in A = \{1, 2, 3, 4\}$ (F)

(b) $3, 4 \in B = \{3, 4, 5\}$ (V)

(c) $\emptyset \in Z$ (F)

(d) $\{\emptyset\} \in C = \{\{\emptyset\}\}$ (V)

Q.3: (a) $\{2, 3, 5, 7\}$

(b) { janeiro, fevereiro, março, maio, junho, julho, agosto, setembro, outubro, novembro, dezembro }

(c) $\{5, 10, 15, 20\}$

(d) $\{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

Q.4: $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

(a) $\{2\}$

(b) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

(c) $\{2, 4, 6, 10\}$

(d) $\{\}$

Q.5: (a) $A = \{x \in N \mid x \leq 5\}$

(b) $B = \{x \in N \mid x = 2y; y \in N\}$

(c) $C = \{x \in N \mid x = 2y - 1; y \in N\}$

(d) $D = \{x \in N \mid x = 3y; y \in N\}$

Q.6: (a) $A = \{x \in N \mid 1 < x \leq 5 \text{ e } x \neq 3\}$

(b) $B = \{x \in N \mid 2x \text{ e } 1 < x < 11\}$

(c) $C = \{x \in N \mid x = y^2 + 1; y = 1, 2, 3, 4, 5\}$

(d) $D = \{x \in N \mid 3 \mid x \text{ e } x < 8\}$

Q.7: Sejam os conjuntos: $A = \{2, 3, 4\}, B = \{2, 3, 5, 6, 7\}, C = \{5, 6, 7\}, D = \{2, 4\}$ e $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.
Verifique quais as seguintes sentenças são falsas.

(a) $A \subset B$ (F)

(b) $D \supseteq A$ (F)

(c) $C \subset B \subset \mathcal{U}$ (V)

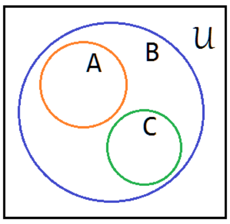
(d) $B \not\supset D$ (V)

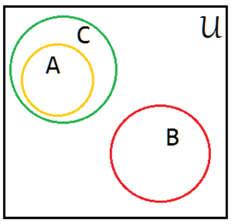
Q.8: Sejam os conjuntos: $A = \{x \in N \mid 2 \text{ divide } x\}$,
$B = \{x \in N \mid x \text{ é múltiplo de } 5\}$,
$C = \{x \in N \mid x \text{ é par }\}$,
$D = \{10, 20, 30, 40, \ldots\}$.
Verifique quais destes conjuntos são comparáveis.

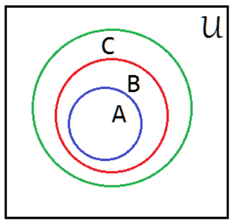
Temos, por definição, que dois conjuntos A e B são ditos comparáveis se, e somente se, $A \subseteq B$ ou $A \supseteq B$.
Verificando a relação de inclusão entre os conjuntos A, B, C, D:
$A \supseteq C$ e $A \subseteq C$, ou seja, $A = C$;
$A \supset D$, $D \subset C$ e , $D \subset B$;
Portanto, os conjuntos A e C são comparáveis, A e D , C e D; D e B.

Q.9: $A, B \in \mathcal{P}(\mathcal{U})$; tais que: $A \cap B = \{b, c\}, C_{\mathcal{U}}^{A} = \{d, e, f, g\}, C_{\mathcal{U}}^{B} = \{a, e, f\}$
$A \cap B = \{b, c\}$ então, $b, c \in A$ e $b, c \in B$
$C_{\mathcal{U}}^{A} = \{d, e, f, g\}$ então, $d, e, f, g \notin A$
$C_{\mathcal{U}}^{B} = \{a, e, f\}$ então, $a, e, f \notin B$
$A = \{b, c, a\}$; $B = \{b, c, d, g\}$; e, $\mathcal{U} = A \cup B \cup A' \cup B' = \{a, b, c, d, e, f, g\}$.

Q.10: Conjuntos não-vazios $A, B, C \in \mathcal{P}(\mathcal{U})$.
(a)$A \subset B, C \subset B, A \cap C = \emptyset$ (b)$A \subset C, B \cap C = \emptyset$ (c)$A \subset (B \cap C), B \subset C, A \neq C$







Q.11: Prove que

$$\text{Se } A \subseteq B \text{ e } C \subseteq D, \text{ então } (A \cap C) \subseteq (B \cap D).$$

Supondo que $A \subseteq B$ e $C \subseteq D$ tem-se que, todo elemento de A é também um elemento pertencente a B; e, todo elemento de C é também um elemento pertencente a D.
Considerando agora os elementos do conjunto $A \cap C$ segue , por

definição da operação de interseção entre conjuntos, que todo elemento deste conjunto $A \cap B$ é também um elemento dos conjuntos A e C, simultaneamente.
Portanto, se $x \in A \cap C$ então $x \in A$ e $x \in C$.
E, por suposição, se $x \in A$ então $x \in B$; e se $x \in C$ então $x \in D$.
Portanto, $x \in B$ e $x \in D$ ao mesmo tempo, consequentemente, $x \in B \cap D$; ou seja, todo elemento $x \in A \cap C$ é também um elemento do conjunto $B \cap D$. Desta forma, conclui-se que $A \cap C$ está contido no conjunto $B \cap D$.

Q.12: Demonstre:

(a) Se $A \cap B = \emptyset$ então $A \cap B^{'} = A$
Por suposição, $A \cap B = \emptyset$ então, ou $x \notin A$ e $x \in B$ ou $x \in A$ e $x \notin B$.
Todavia, se $x \in A$ e $x \notin B$ então $x \in B^{'}$, pois; por propriedade, $B \cap B^{'} = \emptyset$.
Portanto, neste caso, todo elemento de A é também elemento de $B^{'}$; isto é, $A \subseteq B^{'}$.
Logo, utilizando a propriedade (ii) da operação de intersecção, se $A \subseteq B^{'}$ então $A \cap B^{'} = A$.

(b) $A^{'} \subseteq B^{'}$ se e somente se $A \cap B = B$
Para provar esta afirmação, deve-se demonstrar que:
Se $A^{'} \subseteq B^{'}$ então, $A \cap B = B$, e
Se $A \cap B = B$ então $A^{'} \subseteq B^{'}$
Então, considerando que $A^{'} \subseteq B^{'}$ tem-se que todo elemento de $A^{'}$ é elemento de $B^{'}$. Ou seja, se $x \in A^{'}$ então $x \in B^{'}$. Porém, se $x \in A^{'}$ então $x \notin A$ e, de forma análoga, como $x \in B^{'}$ então $x \notin B$; portanto, todo elemento que não pertence ao conjunto A também não pertence a B. Desta forma, conclui-se que $B \subseteq A$ e, pela propriedade (ii) da operação de interseção $A \cap B = B$.
Agora, supondo que $A \cap B = B$, pela propriedade (ii) da operação de intersecção, segue que: $B \subseteq A$, isto é, se $x \in B$ então $x \in A$. E, se $x \in B$ então $x \notin B^{'}$ e, portanto, $x \notin A^{'}$. Logo, todo elemento que não pertence ao conjunto $B^{'}$ também não pertence a $A^{'}$. Desta forma, conclui-se que $A^{'} \subseteq B^{'}$ e, pela propriedade (ii) da operação de interseção $A^{'} \cap B^{'} = A^{'}$.

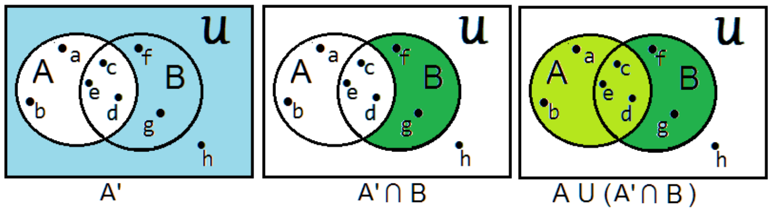
Q.13: $A \cup B = \{1, 3, 8, 9\}, C_{\mathcal{U}}^{A} = \{4, 6, 9\}, C_{\mathcal{U}}^{B} = \{3, 4, 6\}$

$4, 6, 9 \notin A$ e $3, 4, 6 \notin B$ $A = \{1, 3, 8\}, B = \{1, 8, 9\}, \mathcal{U} = \{1, 3, 4, 6, 8, 9\}$.

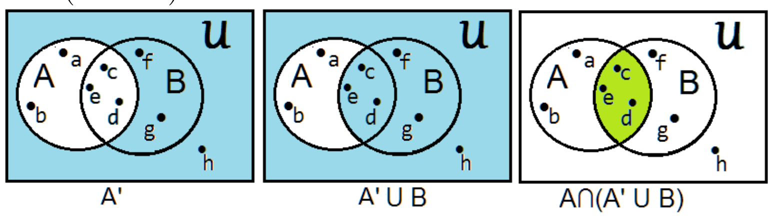
Q.14: $A \cap B = \{2, 4\}, A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}, A \cap C = \{2, 3\}, A \cup C = \{1, 2, 3, 4\}$
Determine os elementos dos conjuntos $A = \{2, 3, 4\}, B = \{2, 4, 5\}, C = \{1, 2, 3\}$.

Q.15: Sejam os conjuntos não-vazios $A, B \in \mathcal{P}(\mathcal{U})$.
Construir os diagramas de Venn em cada item abaixo.

(a) $A \cup (A' \cap B) = A \cup B$



(b) $A \cap (A' \cup B) = A \cap B$



Q.16: Verifique, utilizando as propriedades, as igualdades apresentadas nos itens abaixo:

(a) $A \cap B \cap A' = \emptyset$
$A \cap B \cap A' = (A \cap A') \cap B = \emptyset \cap B = \emptyset$
Ordem das propriedades utilizadas: Associativa da interseção, Complemento, Elemento absorvente da interseção.

(b) $(A \cup B)' \cup (A' \cap B) = A'$
$(A \cup B)' \cup (A' \cap B) = (A' \cap B') \cup (A' \cap B) = A' \cap (B' \cup B) = A' \cap (\mathcal{U}) = A'$
Ordem das propriedades utilizadas: Leis DeMorgan, Distributiva da união em relação a interseção, Complemento, Elemento neutro da interseção.

(c) $[(A \cap B) \cup (A \cap B')] \cap (A' \cup B) = A \cap B$
$[(A \cap B) \cup (A \cap B')] \cap (A' \cup B) = [A \cap (B \cup B')] \cap (A' \cup B) = [A \cap (\mathcal{U})] \cap (A' \cup B) = A \cap (A' \cup B) = (A \cap A') \cup (A \cap B) = \emptyset \cup (A \cap B) = A \cap B$

Ordem das propriedades utilizadas: Distributiva da união em relação a interseção, Complemento, Elemento neutro da interseção, Distributiva da interseção em relação a união, Complemento, Elemento neutro da união.

Q.17: Simplifique, utilizando as propriedades, as seguintes expressões :

(a) $(A \cup B) \cap (A \cup B^{'})$
$A \cup (B \cap B^{'}) = A \cup \emptyset = A$
Propriedades: Distibutiva, Complemento, Elemento neutro da união.

(b) $(\mathcal{U} \cup B) \cap (A \cup \emptyset)$
$(\mathcal{U} \cup B) \cap (A \cup \emptyset) = \mathcal{U} \cap A = A$
Propriedades: Elemento Absorvente da união e Elemento neutro da união, Elemento neutro da interseção.

Q.18: Demonstre as fórmulas abaixo, utilizando as propriedades:

(a) $(A \cap C) \cup (A \cap D) \cup (B \cap C) \cup (B \cap D) = (A \cup B) \cap (C \cup D)$
$(A \cap C) \cup (A \cap D) \cup (B \cap C) \cup (B \cap D) = (A \cap (C \cup D)) \cup (B \cap (C \cup D)) = (A \cup B) \cap (C \cup D)$
Propriedades: Distributiva da interseção em relação a união, Distributiva da união em relação a interseção, Distributiva da interseção em relação a união,

(b) $(A \cup C) \cap (A \cup D) \cap (B \cup C) \cap (B \cup D) = (A \cap B) \cup (C \cap D)$
$(A \cup C) \cap (A \cup D) \cap (B \cup C) \cap (B \cup D) = (A \cup (C \cap D)) \cap (B \cup (C \cap D)) = (A \cap B) \cup (C \cap D)$

Q.19: Prove que Se $A \subseteq B$ e $C \subseteq D$, então $(A \cup C) \subseteq (B \cup D)$.
Supondo que $A \subseteq B$ e $C \subseteq D$ tem-se que, todo elemento de A é também um elemento pertencente a B; e, todo elemento de C é também um elemento pertencente a D.
Considerando agora os elementos do conjunto $A \cap C$ segue , por definição da operação de interseção entre conjuntos, que todo elemento deste conjunto $A \cap C$ é também um elemento dos conjuntos A e C, simultaneamente. Assim, se $x \in A \cap C$ então $x \in A$ e $x \in C$. E, por suposição, se $x \in A$ então $x \in B$; e se $x \in C$ então $x \in D$. Portanto, $x \in B$ e $x \in D$ ao mesmo tempo, consequentemente, $x \in B \cap D$; ou seja, todo elemento $x \in A \cap C$ é também um elemento do conjunto $B \cap D$. Desta forma, conclui-se que $A \cap C$

está contido no conjunto $B \cap D$.
Agora, utilizando a propriedade transitiva de inclusão entre conjuntos segue que: Se $(A \cap C) \subseteq (B \cap D)$ e $(B \cap D) \subseteq (B \cup D)$ então $(A \cap C) \subseteq (B \cup D)$. Logo, como $(A \cap C) \subseteq (B \cup D)$ e, por hipótese: $A \subseteq B$ e $C \subseteq D$; conclui-se que: $(A \cup C) \subseteq (B \cup D)$.

Q.20: Demonstre:

(a) Se $A \cap B = \emptyset$ então $A \cup B' = B'$
Por suposição, $A \cap B = \emptyset$ então, ou $x \notin A$ e $x \in B$ ou $x \in A$ e $x \notin B$.
Todavia, se $x \in A$ e $x \notin B$ então $x \in B'$, pois; por propriedade, $B \cap B' = \emptyset$.
Portanto, neste caso, todo elemento de A é também elemento de B'; isto é, $A \subseteq B'$.
Logo, utilizando a propriedade (ii) da operação de união, se $A \subseteq B'$ então $A \cup B' = B'$.

(b) $A' \subseteq B'$ se e somente se $A \cup B = A$
Para provar esta afirmação, deve-se demonstrar que:
Se $A' \subseteq B'$ então, $A \cup B = A$, e Se $A \cup B = A$ então $A' \subseteq B'$
Então, considerando que $A' \subseteq B'$ tem-se que todo elemento de A' é elemento de B'. Ou seja, se $x \in A'$ então $x \in B'$. Porém, se $x \in A'$ então $x \notin A$ e, de forma análoga, como $x \in B'$ então $x \notin B$; portanto, todo elemento que não pertence ao conjunto A também não pertence a B. Desta forma, conclui-se que $B \subseteq A$ e, pela propriedade (ii) da operação de união $A \cup B = A$.
Agora, supondo que $A \cup B = A$, pela propriedade (ii) da operação de união, segue que: $B \subseteq A$, isto é, se $x \in B$ então $x \in A$. E, se $x \in B$ então $x \notin B'$ e, portanto, $x \notin A'$. Logo, todo elemento que não pertence ao conjunto B' também não pertence a A'. Desta forma, conclui-se que $A' \subseteq B'$.

(c) $A \cup B = A \cap B$ se e somente se $A = B$
Supondo que $A \cup B = A \cap B = B$; sabe-se pela propriedade (ii) da operação de união: $A \cup B = B$ se e somente se $A \subseteq B$.
E, do mesmo modo, pela propriedade (ii) da operação de interseção:
$A \cap B = B$ se e somente se $B \subseteq A$
Logo, conclui-se que : $A \cup B = A \cap B = B$ se e somente se

$A \subseteq B$ e $B \subseteq A$.
E ainda, sabe-se pelo axioma da extensionalidade:
$A \subseteq B$ e $B \subseteq A$ se e somente se $A = B$.
Desta forma, conclui-se por transitividade: $A \cup B = A \cap B = B$ se e somente se $A = B$.

Q.21: Escreva a DUAL de cada expressão abaixo:
(Na expressão DUAL à original trocamos $\emptyset$ por $\mathcal{U}$ e as operações $\subseteq$ por $\supseteq$, $\cap$ por $\cup$ e vice versa, mantendo a igualdade.)

(a) $(A \cap U) \cap (\emptyset \cup A') = \emptyset$
$(A \cap U) \cap (\emptyset \cup A') = (A \cup \emptyset) \cup (\mathcal{U} \cap A') = (A) \cup (A') = \mathcal{U}$

(b) $(A \cup U) \cap (\emptyset \cap A) = \emptyset$
$(A \cup U) \cap (\emptyset \cap A) = (A \cap \emptyset) \cup (\mathcal{U} \cup A) = (\emptyset) \cup (\mathcal{U}) = \mathcal{U}$