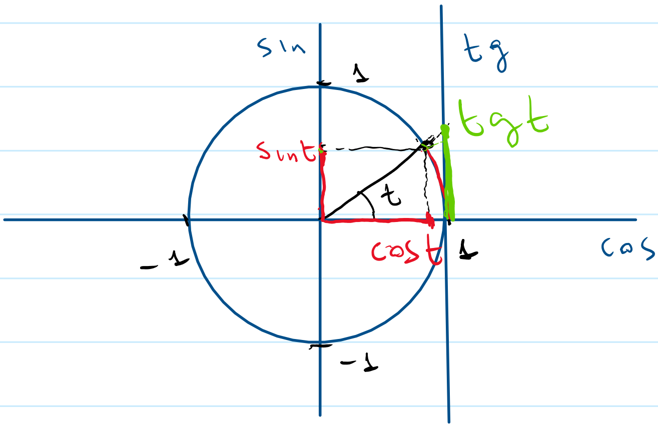
Aplicações do Teorema do Confronto

Usaremos o T.C. para verificar que:

$$\lim_{t \to 0} \frac{\sin t}{t} = 1$$

$\hookrightarrow$ L.T.F.

$$h(t) = \frac{\sin t}{t}$$



$t \geq \sin t$

$tgt \geq \sin t$

$tgt \geq t$

$t \to$ radianos

$\Rightarrow C_t = t$.

$C_\theta = \theta \cdot R$ $\to$ radianos!!

$C_{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{6} \cdot 1 = \frac{\pi}{6}$

$C_{2\pi} = 2\pi \cdot R = 2\pi$

Veja que para ângulos pequenos ($\to |t| \ll 1$) o suficiente teremos:

$$\sin t \leq t \leq tgt = \frac{\sin t}{\cos t}$$

Dividindo por $\sin t$ ($\to t > 0$), teremos:

$0 < a < b \therefore \frac{1}{\ } < \frac{1}{\ }$

Dividindo por $\sin t$, teremos:

$$1 \leq \frac{t}{\sin t} \leq \frac{1}{\cos t}$$

$0 < a < b \therefore \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

$0 < a < b < c$

$\Rightarrow 0 < \frac{1}{c} < \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

$$\therefore \underbrace{\cos t}_{f(t)} \leq \underbrace{\frac{\sin t}{t}}_{h(t)} \leq \underbrace{1}_{g(t)}$$

Veja que:

$$\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{t \to 0} \cos t = \cos 0 = 1$$

$$\lim_{t \to 0} g(t) = \lim_{t \to 0} 1 = 1$$

Logo, pelo T.C., concluímos que:

$$\lim_{t \to 0} \frac{\sin t}{t} = 1.$$

Vejamos mais uma aplicação do T.C.

$$\lim_{t \to 0} t \cdot \sin(1/t)$$

$\lim_{t \to 0} \frac{1}{t} = ?$ "$1/0$"

Veja que:

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1 \quad \forall \theta \in \mathbb{R}.$$

Logo: $-1 \leq \sin(1/t) \leq 1 \quad \forall t \neq 0$

Consideremos $t>0$. Logo:

$$\longrightarrow \quad \underbrace{-t}_{f(t)} \leq \underbrace{t \cdot \sin(1/t)}_{h(t)} \leq \underbrace{t}_{g(t)} \quad \forall t>0.$$

Além disso, vemos facilmente que

$$\longrightarrow \quad \lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{t \to 0} g(t) = 0$$

Com o exposto acima, concluímos pelo T.C. que: $\lim_{t \to 0} t \cdot \sin(1/t) = 0$

Obs.: Falta fazer as contas para o caso $t < 0$.