Correção - Prova II

Questão 1: $f(3)=5, \; f'(3)=11$

$$g(t)=\frac{f(t)}{t^3}$$

$$g'(3)=\frac{f'(t)\cdot t^3 - f(t)\cdot 3t^2}{t^6} \therefore g'(3)=\frac{\overbrace{11\cdot 3^3 - 5\cdot 3\cdot 3^2}^{11\cdot 3^3 - 5\cdot 3^3}}{3^6}$$

$$=\frac{6\cdot 3^3}{3^6} = 2\cdot\frac{3^4}{3^6} = \frac{2}{3^2} = \frac{2}{9}$$

Questão 2: $f(t)=tg(t)$, $h(t)=arctg(t)$

$h'(0)=?$ $\quad h'(t)=\dfrac{1}{1+t^2}$

$$\therefore h'(0)=\frac{1}{1+0^2}=1.$$

Questão 3: $f(t)=\sin(t)$, $f^{(57)}(0)=?$

resto = 0   resto = 1   resto 2   resto 3

$f(t)=\sin t$ $f'(t)=\cos t$ $f''(t)=-\sin t$ $f'''(t)=-\cos t$

$f^{iv}(t)=\sin t$ $f^{(5)}(t)=\cos t$ $f^{(6)}(t)=-\sin t$ $f^{(7)}(t)=-\cos t$

$f^{(8)}(t)=\sin t$ $f^{(9)}(t)=\cos t$

$f^{(12)}(t)=\sin t$ $f^{(13)}(t)=\cos t$

$f^{(16)}(t)=\sin t$

$$\begin{array}{r|l} 57 & 4 \\ \hline -56 & 14 \\ 1 & \end{array}$$

$\Rightarrow f^{(57)}(t) = \cos t$

$\Rightarrow f^{(57)}(0) = \cos(0) = 1$

$f(t) = tg\,t \Rightarrow f'(t) = (\sec t)^2 \Rightarrow f''(t) = 2.\sec t\,.\sec t.tg\,t$

$= 2.(\sec t)^2.tg\,t$

$f(t) = cotg\,t$

Não obtemos padrão de repetição nas derivadas de ordens superiores.

$f(t) = e^t \Rightarrow f^{(n)}(t) = e^t$

$f(t) = a^t \Rightarrow f^{(n)}(t) = (\ln a)^n \cdot a^t$

$f(t) = \ln t \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{t}, \quad f''(t) = -\frac{1}{t^2}$

$f'''(t) = \frac{2}{t^3}, \quad f^{iv}(t) = -\frac{6}{t^4}$

$\ldots \quad f^{(n)}(t) = (-1)^n \frac{(n-1)!}{t^n}$

Questão 4: $y = at + b$ é eq. da

reta tg. ao gráfico da função implícita dada por $\underbrace{e^{y} \cdot \sin t = t + ty}$,

no ponto $A = (\pi, 0)$.

Derivação implícita:

$$\underbrace{e^{f(t)} \cdot \sin t} = t + \underbrace{t \cdot f(t)}$$

$$e^{f(t)} \cdot \underbrace{f'(t)} \cdot \sin(t) + e^{f(t)} \cdot \cos t = 1 + 1 \cdot f(t) + t \cdot \underbrace{f'(t)}$$

$$e^{f(t)} \cdot f'(t) \cdot \sin(t) - t \cdot f'(t) = 1 + f(t) - e^{f(t)} \cdot \cos(t)$$

$$f'(t) \cdot \left(e^{f(t)} \cdot \sin(t) - t\right) = 1 + f(t) - e^{f(t)} \cdot \cos(t)$$

$$\therefore \boxed{f'(t) = \frac{1 + f(t) - e^{f(t)} \cdot \cos(t)}{e^{f(t)} \cdot \sin(t) - t}}$$

No ponto $A = (\pi, 0)$, temos:

$$f'(\pi) = \frac{1 + 0 - e^{0} \cdot \cos(\pi)}{e^{0} \cdot \sin(\pi) - \pi}$$

$$= \frac{1 - 1 \cdot (-1)}{1 \cdot 0 - \pi} = -\frac{2}{\pi} = a$$

$a = -\frac{2}{\pi}$, $b = ?$

$A = (\pi, 0)$

$y = at + b \therefore 0 = -\frac{2}{\pi} \cdot \pi + b \therefore b = 2$

$\therefore \boxed{y = -\frac{2}{\pi} \cdot t + 2}$ $\rightarrow$ Eq. da reta tg.

$b + \pi \cdot a = 2 + \pi \cdot \left(-\frac{2}{\pi}\right) = 2 - 2 = 0$

$y = a \cdot t + b$, $A = (\pi, 0)$

$0 = a \cdot \pi + b \therefore a \cdot \pi = b$

Questão 5

Questão 6