Propriedades de limites

Já falamos sobre funções elementares x

funções não elementares

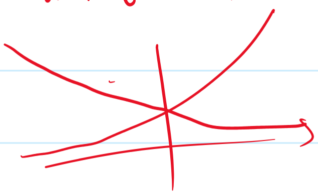
$f(t) = at + b$

$a^2 = 5$

$a = \sqrt{5}$

$f(t) = a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + \dots + a_1 t + a_0$

$f(t) = a^t$



$f(t) = \log_a t$

$f(t) = \sin t$

$f(t) = \cos t$

$f(t) = \sqrt{t}$

$f(t) = tg\, t$

$$\lim_{t \to 3} 2^t = 8$$

$a^2 - b^2 = \underline{(a+b) \cdot (a-b)}$

$a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (\dots\dots)$

$\varepsilon > 0$

$a^{1,2} - b^{1,2}$

$0 < |t-3| < \delta \Rightarrow |2^t - 8| < \varepsilon$

$|2^t - 8| < \varepsilon \Rightarrow -\varepsilon < 2^t - 8 < \varepsilon$

$$|2^t - 8| < \varepsilon \Rightarrow -\varepsilon < 2^t - 8 < \varepsilon$$

$$\therefore 8 - \varepsilon < 2^t < 8 + \varepsilon \quad \log_2^{8-\varepsilon} < t < \log_2^{(8+\varepsilon)}$$

$$\log_2^{(8-\varepsilon)} - 3 ? < t - 3 < ? \quad \log_2^{(8+\varepsilon)} - 3$$

$$\log_2^{2^t} = t$$

$$a < b$$

$$\log_2 a < \log_2 b$$

$$\log_2 a \cdot b = \log_2 a + \log_2 b$$

Vejamos algumas propriedades de limites que nos ajudarão no sentido de não precisar recorrer sempre à def. formal:

Propriedade 1: No caso das funções elementares citadas acima, é fácil demonstrar que: $\lim_{t \to a} f(t) = f(a)$, $\forall t \in D(f)$

Ex: $\lim_{t \to 5} \sqrt{t} = \sqrt{5}$

$\lim_{t \to 3} t^2 + 2 = 11$

Propriedade 2: Considere $f, g : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $L, M, K \in \mathbb{R}$, $p \in \mathbb{R}$. Suponha que:

$\lim_{t \to p} f(t) = L$, $\lim_{t \to p} g(t) = M$. Então:

a) $\lim_{t \to p} f(t) \underset{\times}{\pm} g(t) = L \underset{\times}{\pm} M$.

b) $\lim_{t \to p} \frac{f(t)}{g(t)} = \frac{L}{M}$, desde que $M \neq 0$.

$M \neq 0.$

Ex.: $\lim_{t \to 0} e^t \cdot \cos t = 1 \cdot 1 = 1$

$$\lim_{t \to \pi} \frac{\operatorname{tg} t + t^2 + 1}{\cos t + 5} = \frac{\operatorname{tg} \pi + \pi^2 + 1}{\cos \pi + 5}$$

$$= \frac{\lim_{t \to \pi} \operatorname{tg} t + t^2 + 1}{\lim_{t \to \pi} \cos t + 5} = \frac{\lim_{t \to \pi} \operatorname{tg} t + \lim_{t \to \pi} t^2 + 1}{\lim_{t \to \pi} \cos t + \lim_{t \to \pi} 5} = \frac{\pi^2 + 1}{4}$$

Ex.: $\lim_{t \to 0} \frac{\sqrt{t^2 + 9} - 3}{t^2} \to$ "$\frac{0}{0}$"