Limites infinitos X Limites no infinito

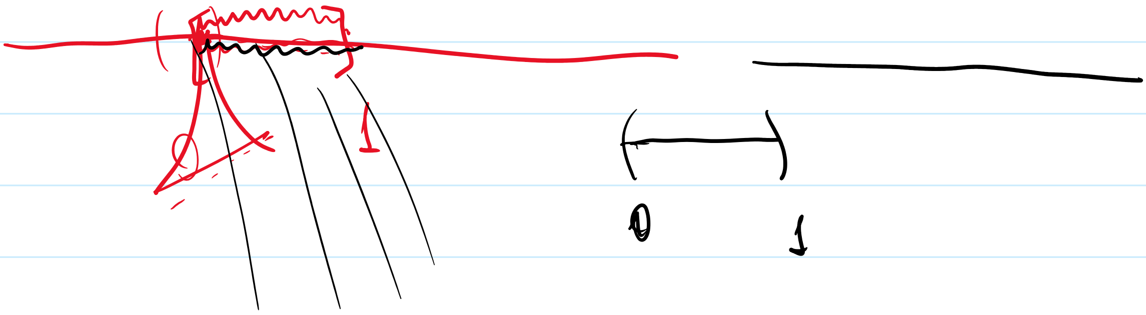
500 000 000 000 000 000 000 000

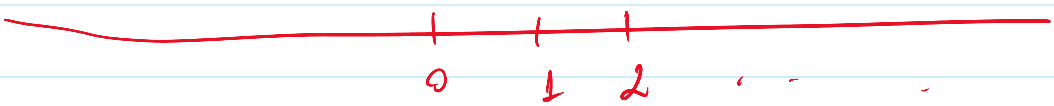
$10^{100000000000000000000000000000} + 1$

10^{100}

$2^{64} + 1$

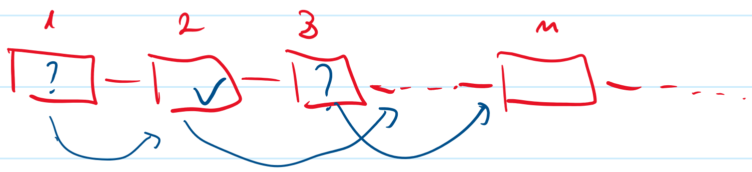
$1,10^{-50} = 0,0000\ldots\ldots001$





Trem com infinitos vagões.

$\boxed{\text{Nalanda}}$ Jolóvis + 50 parentes.



$n \longmapsto n+1$ "$\infty + 1 = \infty$"

$n \longmapsto n+51$ "$\infty + 51 = \infty$"

Clóvis + Torcida do Houston Rockets

↳ infinitas pessoas.

$n \longmapsto 2n$ "$\infty + \infty = \infty$"

1 2

Cardinalidade

$f(n) = 2n$

$0 \longrightarrow 0$

$1 \longrightarrow 2$

$2 \longrightarrow 4$

$3 \longrightarrow 6$

8

$4 \longrightarrow 10$

$5 \longrightarrow 12$

$6 \longrightarrow \vdots$

$\vdots$

"$\infty - 5 = \infty$"

Indeterminações:

"$\infty - 5 = \infty$"

"$\infty - \infty = \begin{cases} \infty \\ 0 \\ 7 \\ \vdots \end{cases}$"

Indeterminações:

"$\infty - \infty$"

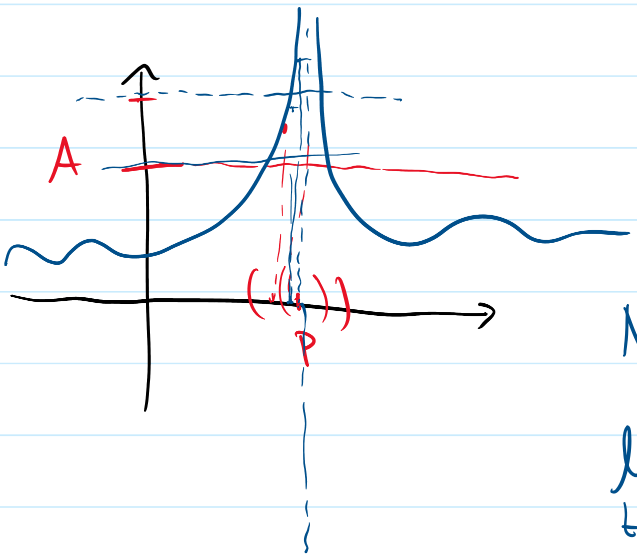
"$\frac{\infty}{\infty}$"

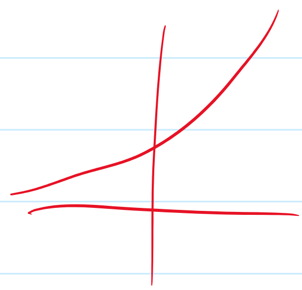
"$0 . \infty$"

Definição: Dizemos que o limite de uma função é $+\infty$ quando t tende a $\underline{p}$ se:

$$\forall A > 0, \ \exists \delta > 0 \ \text{t.q.}$$

$$0 < |t - p| < \delta \implies f(t) > A.$$





Notação:

$$\lim_{t \to p} f(t) = +\infty$$

Intuitivamente: Dizemos que o limite de f quando t tende a $\underline{p}$ é $+\infty$ se os valores de $f(t)$ se tornam arbitrariamente grandes, à medida em que t se aproxima de p.

Obs.: A noção de limites laterais continua válida neste contexto!!

$\hookrightarrow \lim_{t \to p^+} f(t) = +\infty \;, \; \lim_{t \to p^-} f(t) = +\infty .$

Exemplos:

1) $f(t) = \dfrac{1}{t^2}$.

Vamos demonstrar que $\lim_{t \to 0} f(t) = +\infty$.

Considere $A > 0$. Queremos achar $\delta > 0$ de modo que $0 < |t - 0| < \delta \Rightarrow \dfrac{1}{t^2} > A$.

$(\sqrt{t})^2 = t$

$\sqrt{t^2} = |t|$

Para obtermos $\dfrac{1}{t^2} > A$; devemos ter:

$$t^2 < \frac{1}{A} \quad \therefore \quad \sqrt{t^2} < \sqrt{\frac{1}{A}}$$

$\therefore \ |t| < \dfrac{1}{\sqrt{A}}$. Logo, fazendo

$\delta = \dfrac{1}{\sqrt{A}}$, a def. de limite infinito

estará satisfeita neste exemplo.

Exercício:

Apresente as definições formais p/a:

$$\lim_{t \to p} f(t) = -\infty$$

$$\lim_{t \to +\infty} f(t) = L$$

$$\lim_{t \to -\infty} f(t) = L$$

$$\lim f(t) = +\infty \qquad\qquad \lim f(t) = +\infty$$

$$\lim_{t \to +\infty} f(t) = +\infty$$

$$\lim_{t \to -\infty} f(t) = +\infty$$

$$\lim_{t \to -\infty} f(t) = -\infty$$

$$\lim_{t \to +\infty} f(t) = -\infty$$