

Nome completo: Gian Anderson Hugo Gomes Santos

Número de Matrícula: 223115345

Número da Turma: 11

Escreva as Soluções dos Problemas 5 e 6.

► PROBLEMA 1 (1,0)

(1 ponto) Suponha que $f(3) = 5$ e $f'(3) = 11$. Determine o valor de $g'(3)$, sendo

$$g(t) = \frac{f(t)}{t^3}$$

- a) $\frac{5}{11}$ b) $\frac{3}{11}$ c) $\frac{11}{9}$ ~~d) $\frac{2}{9}$~~

► PROBLEMA 2 (1,0)

(1 ponto) Seja $h(t)$ a função inversa de $f(t) = \tan(t)$. Determine o valor de $g'(0)$, $h'(0)$

- ~~a) 1~~ b) 0 c) -2 d) -1 e) 2

► PROBLEMA 3 (1,5)

(1,5 ponto) Determine $f^{(57)}(0)$, sabendo que $f(t) = \sin(t)$.

- ~~a) 1~~ b) 0 c) -2 d) -1 e) 2

► PROBLEMA 4 (1,5)

(1,5 ponto) Seja $y = at + b$ a equação da reta tangente ao gráfico da função implícita dada por $e^t \sin(t) = t + ty$ no ponto $A = (\pi, 0)$. Encontre o valor de $b - \pi a$.

- a) 1 b) $\pi/2$ c) $-\pi$ ~~d) 0~~ e) π

► PROBLEMA 5 (2,0)

(2,5 pontos) Usando as técnicas estudadas em sala, esboce o gráfico da função $f(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}$.

► PROBLEMA 6 (1,5)

(2,5 pontos) Suponha que está sendo bombeado ar para um balão esférico de modo que seu volume aumenta a uma taxa de $100 \text{ cm}^3/\text{s}$. Quanto o raio do balão estará aumentando quando o diâmetro for de 50 cm?

$$r = 25 \text{ cm}$$

$$g'(t) = \frac{f'(t) \cdot t^3 - f(t) \cdot 3t^2}{(t^3)^2}$$

$$\begin{aligned} g'(3) &= \frac{11(3)^3 - 5 \cdot 3(3)^2}{(3^3)^2} \\ &= \frac{11 \cdot (3)^3 - 5(3)^3}{(3^3)^2} \\ &= \frac{3^3(11-5)}{(3^3)^2} \\ &= \frac{6}{3^3} = \frac{6}{27} = \frac{2}{9} \end{aligned}$$

$$e^y \cdot \sin t = t + ty$$

$$e^y \sin t + e^y \cos t = 1 + y + ty'$$

$$y' = \frac{e^y \sin t + e^y \cos t - 1 - y}{t}$$

$$y' = \frac{1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 - 1 - 0}{\pi}$$

$$y' = \frac{-1-1}{\pi} = -\frac{2}{\pi}$$

$$g'(t) = \frac{1}{f'(t)}$$

$$g'(t) = \frac{1}{\sin^2 t} = \frac{1}{\sqrt{1-\cos^2 t}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$$

$$h(t) = \arcsin(t)$$

$$y = f(t) = \tan t$$

$$g'(t) = \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\tan^2 t}}$$

$$b - \pi a = 2 + \pi \cdot \frac{-2}{\pi}$$

$$a = -\frac{2}{\pi}$$

$$y = at + b$$

$$b = 2$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\tan' x = \frac{\cos x \cos x - \sin x (-\sin x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= \sec^2 x$$

$$\pi$$

Questão
Problema 5 (2.0)

Yvan Anderson - Hugo Jesus Santos
MATRÍCULA: 220115345

e^{3x}

$f \in C^2$

$$g(t) = \frac{-t^2}{2}$$

1) Domínio de $f(t)$?

$$f(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}$$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

2) eixos OX ; OY ?

$f(t) =$ não existe pois

$e^{-\frac{t^2}{2}}$ sempre tem valor positivo

$$f(0) = e^{-\frac{0^2}{2}} = e^0 = 1 \rightarrow \text{ponto } (0, 1)$$

Não consigo enxergar nem compreender sua letra!!

$$\left(-\frac{t^2}{2}\right)' = -\frac{1}{2} \cdot 2t$$

3) Crescimento e decréscimo? $f'(t)$

$$f'(t) = e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot (-t) \rightarrow \text{pontos críticos } f'(t) = 0$$

$$e^{-\frac{t^2}{2}} \text{ sempre positivo, logo } f'(t) = 0 \Rightarrow (-t) = 0 \text{ ou seja } t = 0$$

é ponto extremo, pois $f(t)$ é derivável e $t = 0$

Estudo da sinal

$$+ \quad - \quad - \quad \frac{-t^2}{2}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} f'(t) = \lim_{t \rightarrow 0^+} f'(t)$$

$$f''(t) = e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot (-t) \cdot (-t) + e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot (-1)$$

$$f''(0) = e^0 \cdot 0 \cdot 0 + e^0 \cdot (-1)$$

$$f''(0) = 0 + 0 - 1 = -1 \text{ não é extremo local}$$

$$f''(0) = -1 < 0 \rightarrow \text{ponto de máximo local}$$

4) concavidade e convexidade?

$$\text{ponto de inflexão } f''(t) = 0$$

$$f''(t) = e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot (-t) \cdot (-t) + e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot (-1) = 0$$

substitua por $e^{-\frac{t^2}{2}}$ sempre positivo

$$t^2 + -1 = 0$$

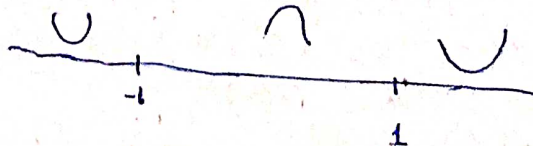
$$t = \pm 1 \rightarrow \text{pontos de inflexão}$$

$f(t)$ é crescente em intervalo $(-\infty, 0]$,

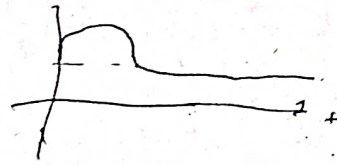
$f(t)$ é decrescente no intervalo $[0, +\infty)$

Estudo da segunda derivada

$$f''(2) = e^{-2} \cdot (-2) \cdot (-2) - e^{-2} = 4e^{-2} - e^{-2} = 3e^{-2} > 0$$



continuação do 6º



4) Assintotas Verticais ?

t_c - ponto de parada

$D(4) = \mathbb{R}$ não há ponto de parada logo nunca há Assintotas Verticais

5) Assintotas horizontais ?

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = K \quad ?$$

não está

gráfico

$f(t)$

$$f(t) = e^{-\frac{1}{2}t} = \frac{1}{\sqrt{e^t}}$$

João Anderson Hugo Mesas Santos

matricula, 223116349

Juan Anderson Hugo jeans Santos

Regra da cadeia

$$f(g(t)) = f'(g(t)) \cdot g'(t)$$

$$(r(t))^3 = 3(r(t))^2 \cdot r'(t)$$

$$2 \cdot (r(t))^3$$

$$= 3 \cdot r(t)^2 \cdot (r(t))'$$

$$\frac{4}{25} \cdot \frac{9}{225}$$

6) Problemas

$$V = \frac{3}{4} \pi r^3$$

$$\frac{dV}{dt} = ?$$

$$\frac{dV}{dt} = 400 \text{ cm}^3/\text{s}$$

derivando

$$V(t) = \frac{3}{4} \pi r^3$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{3}{4} \pi 3r^2 \left(\frac{dr}{dt} \right)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{9\pi r^2}{4} \frac{dr}{dt}$$

Quantidade 560 cm \rightarrow razão

$$\frac{dV}{dt} = \frac{9\pi r^2}{4} \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$100 = \frac{9(25)\pi}{4} \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{100}{\frac{9 \cdot 25 \cdot \pi}{4}} = \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{100 \cdot 4}{225\pi \cdot 9}$$

$$= \frac{400}{2025\pi} = \frac{16}{225\pi}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{16}{225\pi} \text{ cm/s}$$

$$\frac{25}{\sqrt{4}}$$