O caso "$\frac{C}{0}$", $C \neq 0$

Estaremos considerando o caso em que existem $f(t), g(t)$ tais que:

$$\lim_{t \to p} f(t) = C \neq 0 \quad \text{e} \quad \lim_{t \to p} g(t) = 0.$$

Como proceder com o cálculo de

$$\lim_{t \to p} \frac{f(t)}{g(t)} \; ?$$

Afirmamos que não pode ocorrer o caso:

$$\lim_{t \to p} \frac{f(t)}{g(t)} = L \in \mathbb{R}.$$

De fato, suponhamos por absurdo que $\lim \frac{f(t)}{} = L$.

que $\lim_{t \to p} \frac{f(t)}{g(t)} = L$.

Logo: $\lim_{t \to p} \frac{f(t)}{g(t)} \cdot g(t)$

Propriedade do limite do produto

$= \lim_{t \to p} \frac{f(t)}{g(t)} \cdot \lim_{t \to p} g(t)$

$= L \cdot 0 = 0$

Mas $\lim_{t \to p} \frac{f(t)}{g(t)} \cdot g(t) = \lim_{t \to p} f(t) = c \neq 0$.

Absurdo!

Logo, não pode ocorrer o caso

$\lim_{t \to p} \frac{f(t)}{g(t)} = L \in \mathbb{R}$.

Para este caso, restam as alternativas:

$$\lim_{t \to p} \frac{f(t)}{g(t)} = \pm\infty \quad \text{ou}$$

$$\nexists \lim_{t \to p} \frac{f(t)}{g(t)}.$$

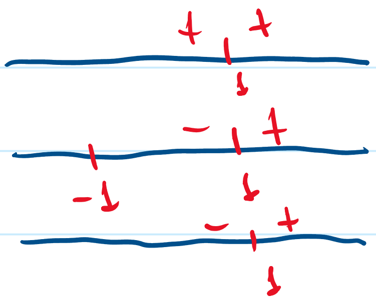
Estratégia que iremos utilizar: Estudo do sinal

Exemplo:

$$\frac{a}{b}$$

1) $$\lim_{t \to 1} \frac{t^2+1}{t^2-1} \to \text{“}\frac{2}{0}\text{”}$$

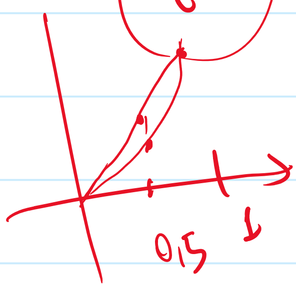
$$\frac{t}{t^3}$$



t^2+1

t^2-1

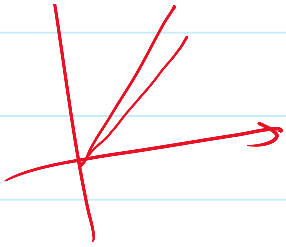
$$\frac{t^2+1}{t^2-1}$$



$$\frac{t}{0{,}5\,t}$$

Conclusão:

$$\lim_{t \to 1^+} \frac{t^2+1}{t^2-1} = +\infty$$



$$\lim_{t \to 1^-} \frac{t^2+1}{t^2-1} = -\infty$$

$$\Longrightarrow \quad \nexists \lim_{t \to 1} \frac{t^2+1}{t^2-1}$$