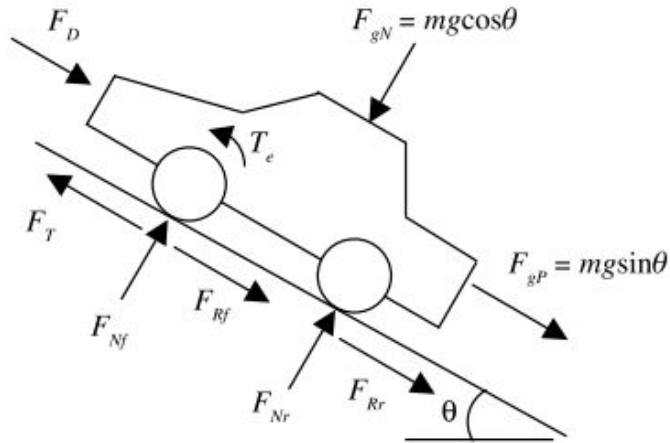


**CARROS Y MOTOS**

## Diagrama de fuerzas.



**F<sub>gN</sub>** Fuerza normal gravitacional.

**F<sub>gP</sub>** Fuerza paralela gravitacional.

**F<sub>N</sub>** Fuerza normal de los neumáticos.

**F<sub>t</sub>** Fuerza por el torque.

**T<sub>e</sub>** Torque producido por el motor.

**F<sub>r</sub>** Fuerza de fricción.

**F<sub>d</sub>** Fuerza de arrastre.

## Algunas consideraciones,

1. La fuerza gravitacional normal y la fuerza normal del auto, se equilibran.

$$F_N = F_{Nf} + F_{Nr} = mg \cos\theta$$

2. La fuerza aplicada a las llantas es el torque entre el radio de las ruedas.

$$F_T = \frac{T_w}{r_w}$$

3. La fuerza de fricción se opone al rodamiento de las ruedas.

$$F_R = \mu_r F_N = \mu_r mg \cos\theta$$

4. La fuerza aerodinámica se opone al movimiento del auto.

$$F_{Total} = \frac{T_w}{r_w} - \mu_r mg \cos\theta - mg \sin\theta - \frac{1}{2} C_D \rho v^2 A$$

Fuerza  
del Torque

Fuerza  
de Fricción

Peso paralelo a la rampa.

Fuerza de arrastre.

$$a = \frac{T_w}{r_w m} - \mu_r g \cos\theta - g \sin\theta - \frac{1}{2} \frac{C_D \rho v^2 A}{m}$$

Considerando que  $F = m \cdot a$ , se divide todo entre la masa del automóvil para encontrar la aceleración del mismo.



El torque generado por el motor es diferente al aplicado en la llanta.

# TORQUE DEL MOTOR

$$T_e = T_e(\Omega_e)$$

Torque del  
motor

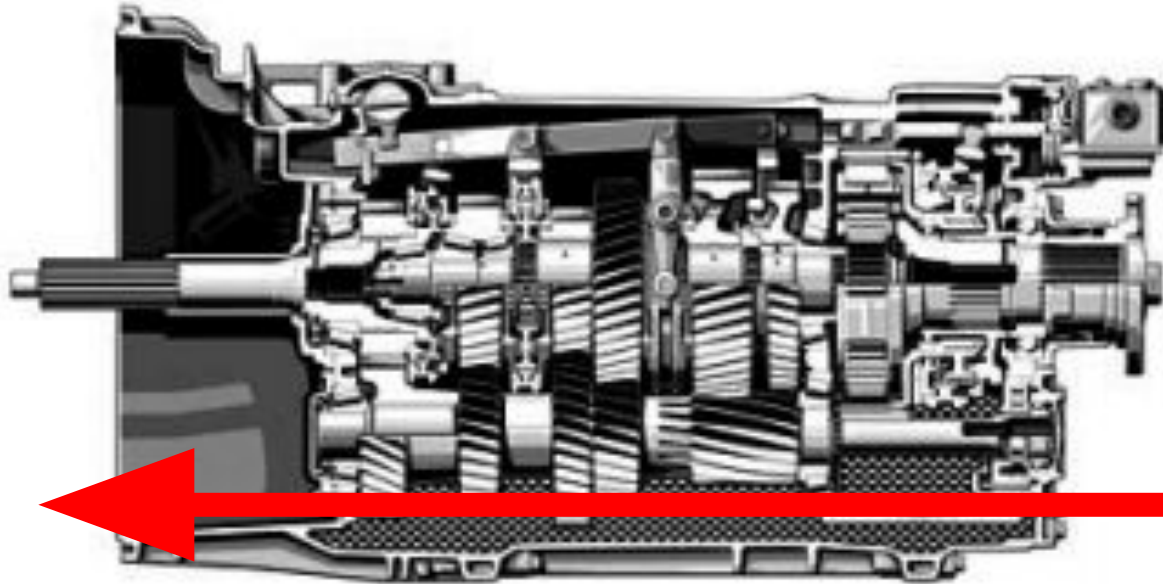
Rotación del  
motor (rpm)

No siempre aumenta cuando las  
revoluciones por minuto aumentan.



# ENGRANAJES

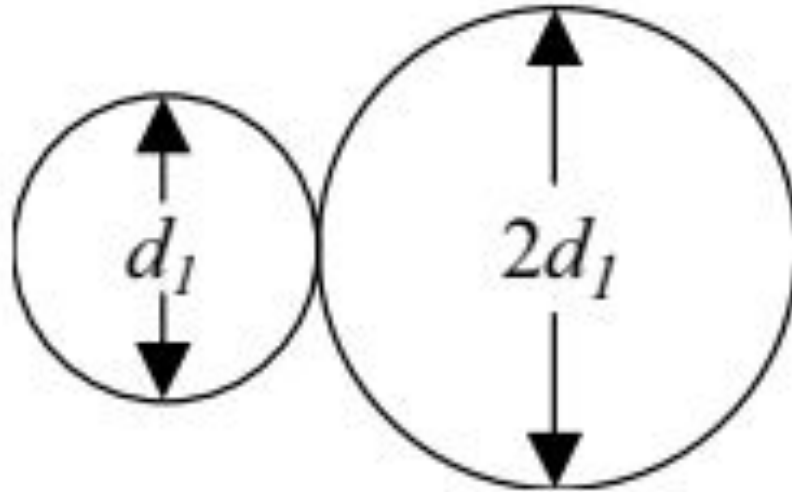
Ruedas



Motor

Engranajes

Aumentan el torque y disminuyen su rpm



Más velocidad.

Menos velocidad.

# TORQUE DE LAS LLANTAS

$$T_w = T_e g_k G$$

$$a = \frac{T_w}{r_w m} - \mu_r g \cos \theta - g \sin \theta - \frac{1}{2} \frac{C_D \rho v^2 A}{m}$$

$$a = \frac{T_e g_k G}{r_w m} - \mu_r g \cos \theta - g \sin \theta - \frac{1}{2} \frac{C_D \rho v^2 A}{m}$$

# VELOCIDAD DEL CARRO

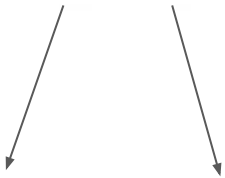


Relación entre rotación del motor y  
velocidad angular de la llanta

$$\omega_w = \frac{2\pi\Omega_e}{60g_k G}$$

“60” Para convertir de  
rpm a segundos

Velocidad del carro

$$v = r_w \omega_w = \frac{r_w 2\pi \Omega_e}{60 g_k G}$$


Radio de las llantas

Velocidad angular de las llantas



# ANOTACIONES

1. Cuanto mayor sea la relación de transmisión, mayor será la aceleración y menor será la velocidad del automóvil para unas rpm dadas.
2. Aumentar la relación de transmisión final aumenta la aceleración para todas las marchas, pero también disminuye la velocidad del automóvil para una rpm dada para todos los engranajes.

# CAMBIO DE MARCHAS

- La velocidad del carro es una función de la tasa de rotación del motor y la relación de transmisión.
- Hay un límite sobre qué tan rápido puede un motor rotar.
- Un carro no puede exceder el valor *rpm* de línea roja.

$$\Omega_e(new) = \Omega_e(old) \frac{g_k(new)}{g_k(old)}$$

**Table 8-1. Porsche Boxster S Gear Ratios**

Gear	Gear Ratio
First	3.82
Second	2.20
Third	1.52
Fourth	1.22
Fifth	1.02
Sixth	0.84

# ARRASTRE Y FRICCIÓN



## ARRASTRE AERODINÁMICO

El arrastre actúa en la dirección opuesta al vector de velocidad.

### ÁREA FRONTAL

$$A = 0.85 * width * height$$

Menos área frontal = Menor coeficiente de arrastre

**Nota:** Se multiplica por un factor entre 0 y 1 para tener en cuenta la pendiente que existe en el área frontal.

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho v^2 A$$

$C_D$  = coeficiente de arrastre

$\rho$  = densidad del aire

$v$  = velocidad del carro

$A$  = área frontal

### FRICCIÓN

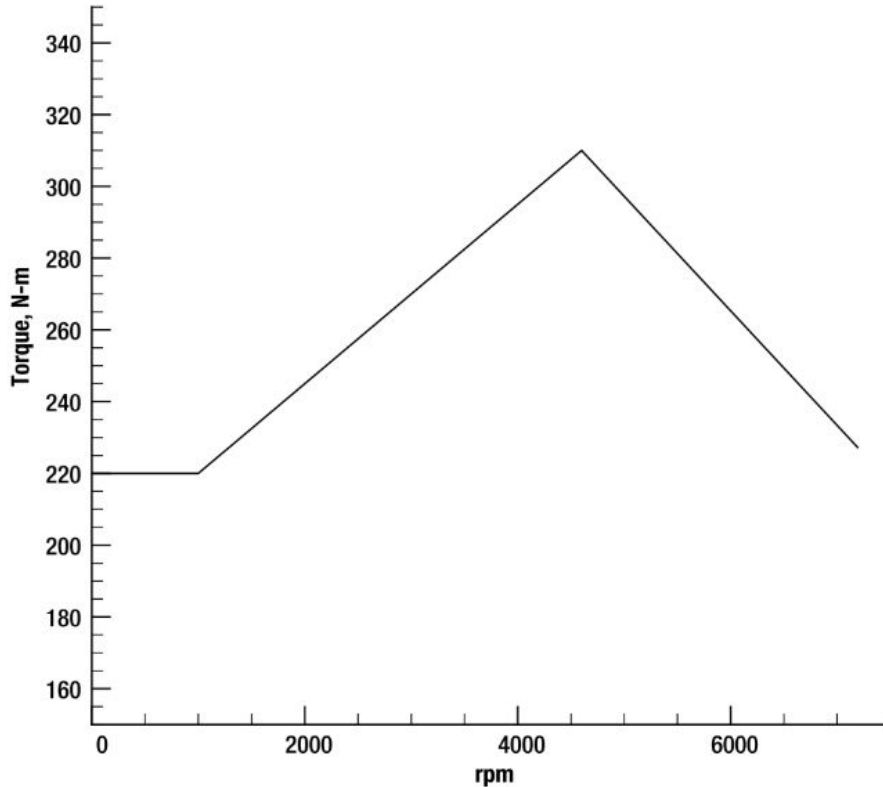
Es una fuerza de contacto causado por la deformación del objeto y la superficie sobre la que está rodando.

# ACELERACIÓN Y VELOCIDAD





## EJEMPLO PARA EL PORSCHE BOXSTER S



$$T_e = 220 \quad \Omega_e \leq 1000$$

$$T_e = 0.025\Omega_e + 195 \quad 1000 < \Omega_e < 4600$$

$$T_e = -0.032\Omega_e + 457.2 \quad \Omega_e \geq 4600$$

$$T_e = b\Omega_e + d$$

## VELOCIDAD MÁXIMA

$$a = \frac{60g_k^2 G^2 b v}{2\pi m r_w^2} + \frac{g_k G d}{m r_w} - \frac{1}{2} \frac{C_D \rho v^2 A}{m} - \mu_r g \cos \theta - g \sin \theta$$

$$a = \frac{dv}{dt} = c_1 v^2 + c_2 v + c_3$$

Donde,

$$c_1 = -\frac{1}{2} \frac{C_D \rho A}{m}$$

$$c_2 = \frac{60g_k^2 G^2 b}{2\pi m r_w^2}$$

$$c_3 = \frac{g_k G d}{m r_w} - \mu_r g \cos \theta - g \sin \theta$$

1

Cuando las rpm son máximas se alcanza la Vmax

$$v_{\max} = \frac{-c_2 \pm \sqrt{c_2^2 - 4c_1 c_3}}{2c_1}$$

$$v_{\max} = \frac{2\pi r_w \Omega_{redline}}{60g_k G}$$

A es el área frontal del carro.  
d es la pendiente de la curva del torque.  
b es el punto de corte.

**FRENADO**



Un carro se puede ralentizar de 2 maneras:

1. El motor se ralentizará por sí mismo.

$$T_{eb} = \mu_{eb} \frac{\Omega_e}{60}$$

$\mu_{eb}$  = coeficiente de frenado del motor


2. Si los frenos son aplicados, una pastilla de freno y un disco generan un torque que ralentiza las llantas. Está actua en la dirección opuesta a la que la llanta está rotando.

$$a_b = -\frac{v_0^2}{2x}$$

x = distancia de frenado

**SIMULADOR**

**Car Simulator**



Accelerate ☒

Cruise ☐

Brake ☐

Start

Shift Up

Shift Down

Stop

Reset

Velocity (km/hr) 215

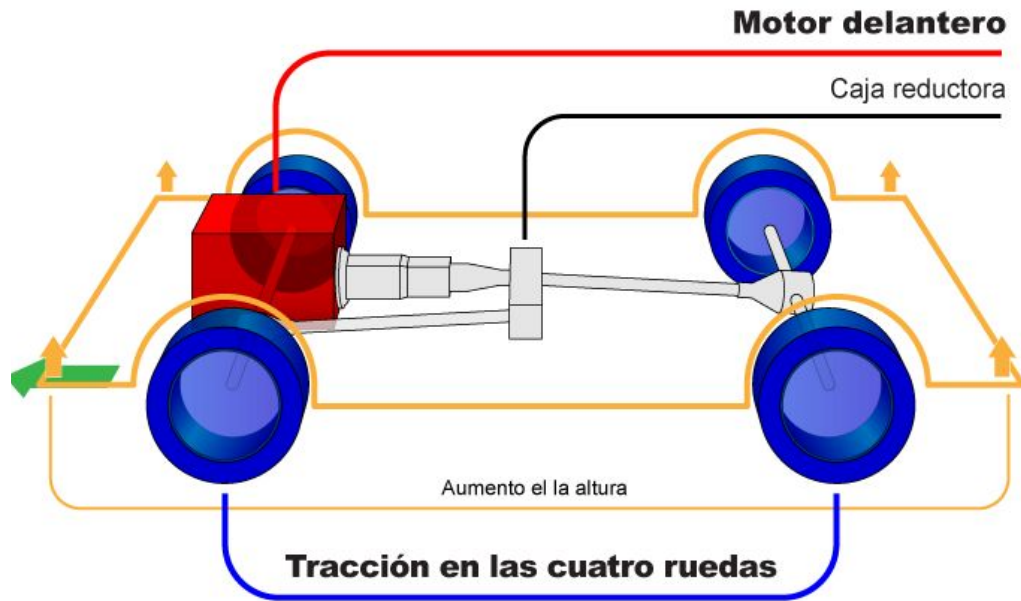
Engine rpm 5193

Gear 6

Distance traveled (m) 920

Time (s) 22.32

# TRACCIÓN DE RUEDAS



## FUERZA DE TRACCIÓN

Es la fuerza máxima que se puede aplicar a el neumático para que ruede sin deslizar por el suelo.

$$F_T = \mu_k F_N = \mu_k mg \cos \theta$$

$$\mu_k mg = m \frac{v^2}{r}$$

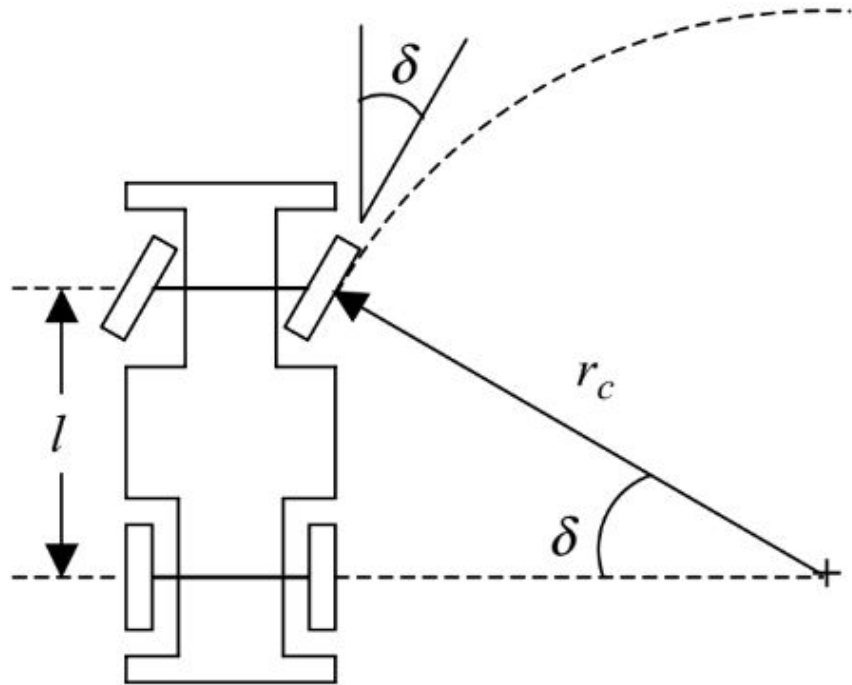
$$F_T = \frac{T_w}{r_w} = \frac{T_e g_k G}{r_w}$$



$$a_{total} = \sqrt{a_{straightline}^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2}$$

Un auto que está acelerando en una curva tiene una mayor probabilidad de patinar que un automóvil que viaja a una velocidad constante alrededor de la misma curva.

# CONDUCIENDO SOBRE CURVAS



## BAJAS VELOCIDADES

$$r_c = \frac{l}{\sin \delta}$$

$$\omega_t = \frac{v}{r_c}$$

$$\omega_t = \frac{v \sin \delta}{l}$$

## ALTAS VELOCIDADES

$$F_{lateral} = \frac{mv^2}{r_c} - \mu_k mg \cos \theta$$

# CHOQUES DE AUTOS

$$v_1' = \frac{m_1 - em_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{(1+e)m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

$$v_2' = \frac{(1+e)m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - em_1}{m_1 + m_2} v_2$$

$$v_1' = v_2' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

MOTOS



## DAR VUELTA

En bajas velocidades, el giro actúa de forma similar al carro.

En altas velocidades, ocurre el efecto de **precesión giroscópica**. Para contrarrestar este efecto, se usa la técnica de **contradirección**.





## **Referencia**

Palmer, G. (2005). Physics for game programmers (Vol. 2560). Berkeley: Apress.