Guénon Marie et Favreau Jean-Dominique

VIM / Master SSTIM

Introduction àux problemes inverses en traitement d’image

Restauration d’images

Table des matières

[Question 1 2](#_Toc370210781)

[Question 2 2](#_Toc370210782)

[Question 3 3](#_Toc370210783)

[Question 4 3](#_Toc370210784)

[Question 5 3](#_Toc370210785)

[Question 6 3](#_Toc370210786)

[Question 7 3](#_Toc370210787)

# Question 1

En règle général, on cherche à utiliser un unique filtre m et un unique bruit de réalisation b. Mais si le système ne répond pas de la même manière à toutes les longueurs d’ondes alors on peut en utiliser plusieurs.

# Question 2

Soit deux images m et x telles que :

p

p

m

n

n

x

Avec p<<n. On cherche à faire leur produit de convolution en passant par la transformée de Fourier(FT)[[1]](#footnote-1) :

Ce qui pose un problème puisque les deux images ne sont pas de la même taille. Nous allons donc combler la différence de taille entre n et p dans l’image x par des 0 :

On applique alors la FT sur x ainsi que sur m qui ont dorénavant la même taille. Une fois ceci fait, il suffit de faire la multiplication membre a membre des deux matrices obtenues puis la transformée de Fourier inverse pour obtenir le résultat que l’on recherche.

# Question 3

Avant, car on ne change pas le filtre. Sinon on rajoute des 0 des fréquences (on enlèverait des fréquences qui ne devraient pas être enlevées)

# Question 4

Magnitude : (pas adapté car on perd le signe)

Ou partie Réelle : (plus adapté dans notre cas)

# Question 5

Cette accumulation de convolution décale les pixels de l’image (shift) vers le bas à droite et rend l’image de plus en plus floue.

Pour k=1 🡺 on a shift de

Pour k=10 🡺 on a un shift de 70

Par ailleurs, on peut remarquer la "réapparition" des morceaux de l’image qui sont sortis du cadre à l’autre bout de l’image. Ceci est dû à la périodicité de la transformée de Fourier.

# Question 6

On a remis le zéro de l’image et le zéro du filtre au même point central, et par périodicité, *m* est divisé en quatre sous parties qui sont affichées aux quatre coins de l’image.

# Question 7

On cherche à "trouver *x* étant donné *m*  et *y*" comme la minimisation de l’énergie suivante :

(5)

Où et est le filtre. (5) a pour solution unique :

Où X et Y sont les transformée de Fourier respectives de x et y. Et est le conjugué de M.

Nous utilisons ici (la fonction dirac) car d’où

Nous avons alors :

# Question 8

Si on prend λ=0 alors on obtient le résultat suivant :

Ceci est dû au fait (5) se transforme en  et nous cherchons le x qui minimise cette formule. En l’absence du terme de régularisation, il est normal que cohérence entre deux pixels côte à côte dans l’image ne soit pas conservée.  
En effet, on remarque un effet similaire dans les cas suivants :

# Question 9

Quand on augmente λ, on améliore la régularité du résultat obtenu. Cependant, il ne faut pas trop l’augmenter sinon l’imager se noircit au détriment de la visibilité.

Dans notre cas, le mieux est donc de prendre si on n’applique pas d’autre traitement sur l’image.

# Question 10

On prend maintenant :

(1)

Où ϕ est une fonction qui préserve les propriétés de bord. Si *m*  est radialement symétrique, on peut montrer que :

(2)

Minimisez (1) peut être fait en utilisant la méthode continue de descente de gradient suivant :

(3)

Une simple discrétisation de (3) mène à l’implémentation suivante :

Nous pouvons ici choisir , , , …

# Question 11

Dans (2) On pose

*c* représente le poids que l’on applique aux différents points de l’image. Si le gradient est faible en un point, l’image obtenue sera plus floutée en ce point que s’il est fort.

# Question 12

# Annexes :

1. On rappelle que la transformée de Fourier s’écrit : (X la transformée de Fourier de x) [↑](#footnote-ref-1)