

# Exercício de Modelagem e Resolução de Problemas de Otimização Combinatória

## Planejamento de Geração de Energia

Prof. Alexandre Salles da Cunha

Março de 2024

### 1 Descrição do Exercício de Modelagem

A demanda de energia elétrica diária de uma determinada cidade, estratificada pelas horas do dia, é apresentada na Tabela 1. Há três tipos de geradores. Há 12 unidades do gerador do tipo 1, 10 do tipo 2, e 5 do tipo 3. Cada gerador é capaz de produzir energia em um determinado intervalo, compreendendo um valor mínimo de geração e um valor máximo. Para cada gerador, há um custo horário de geração de energia, por MW, quando o gerador opera no seu mínimo operacional. Adicionalmente, há um custo horário adicional, por MW gerado além do mínimo operacional. A operação de ligar um gerador que se encontra desligado também incorre em um custo (custo de setup), de natureza fixa. Todos estes custos são apresentados na Tabela 2.

Além de produzir em quantidade suficiente para atender à demanda de cada intervalo do dia, o conjunto de geradores em operação a qualquer momento do dia deve ter capacidade operacional suficiente para atender um acréscimo de 15% na demanda, apenas ajustando o ponto de operação de cada gerador (sem ligar geradores adicionais no mesmo intervalo de tempo do dia), de forma que a operação de cada gerador ligado ainda permaneça dentro dos limites estabelecidos.

Deseja-se:

1. Formule o problema de programar os geradores de forma de atender aos requisitos de demanda ao mínimo custo, como um Problema de Programação Matemática e resolva o modelo com a instância apresentada.
2. Caso a restrição de capacidade de atendimento de 15% adicionais da demanda seja eliminada, qual seria a economia nos custos operacionais ?
3. Quais as tarifas de energia deveriam ser cobradas do consumidor, por MW, para cada hora do dia, de forma que os custos de geração sejam cobertos ? Considere dois cenários: com a garantia de capacidade adicional de 15% e sem a mesma ?

Hora inicial	Hora final	Demanda MW
12 p.m.	6 a.m	15000
6 a.m	9 a.m	30000
9 a.m	3 p.m	25000
3 p.m	6 p.m	40000
6 p.m	12 p.m	27000

Tabela 1: Demanda de energia elétrica, em MW (megawatts).

Gerador	Faixa de operação - MW		US\$/hora/MW no mínimo	US\$/hora/MW acima do mínimo	US\$ para ligar
	Mínimo	Máximo			
Tipo 1	850	2000	1000	1020	2000
Tipo 2	1250	1750	2600	2652	1000
Tipo 3	1500	4000	3000	3060	500

Tabela 2: Custos operacionais dos geradores

## 2 Parâmetros para a modelagem

1. Conjunto de índices de períodos do dia:  $T$ . Indexação de cada período  $t \in T = \{1, \dots, maxt\}$ .  $maxt$  representa o número de períodos do dia.
2. Duração em horas de cada período de tempo  $t \in T$ :  $l_t$ .
3. Conjunto de tipos de geradores:  $G$ . Indexação de cada tipo  $g \in G$ .
4. Quantidade disponível de cada tipo  $g$  de gerador:  $n_g$ . Podemos eventualmente representar a tupla  $(i, g)$ ,  $g \in G$ ,  $i \in \{1, \dots, n_g\}$  como uma unidade de compressor.
5. Intervalo de operação de cada gerador, isto é, potência operacional mínima e máxima:  $[m_g, M_g]$ .
6. Custo da geração por MW quando o compressor do tipo  $g$  opera no mínimo operacional  $m_g$ :  $c_g$
7. Custo adicional de geração por MW, quando o compressor do tipo  $g$  opera além do mínimo:  $v_g$ .
8. Custo de ligar o compressor do tipo  $g$ :  $s_g$ .
9. Percentual de segurança operacional (reserva operacional, %) desejado:  $p$ .
10. Demanda de geração para cada  $t \in T$ :  $d_t$ .

## 3 Modelagem não indexada em exemplares de geradores

Variáveis de decisão:

- $\{z_{gt} \in \mathbb{Z}_+ : g \in G, t \in T\}$ . A variável inteira não negativa  $z_{gt}$  indica a quantidade de geradores do tipo  $g \in G$  que estão ligados e funcionando no período  $t \in T$ .
- $\{w_{gt} \in \mathbb{Z}_+ : g \in G, t \in T\}$ .  $w_{gt}$  indica a quantidade de geradores que foram ligados em  $t$  que não estavam ligados no período anterior  $t - 1$ . Quando  $t = 1$  esta quantidade indicará o número de geradores que foram ligados em  $t = 1$  e que não estavam em  $t = T$ .
- $\{x_{gt} \in \mathbb{R}_+ : g \in G, t \in T\}$ .  $x_{gt}$  indica a quantidade total de energia produzida no período  $t$  pelos geradores do tipo  $g$  que estiverem em funcionamento.

A função objetivo é composta pelas seguintes parcelas:

1. Custo fixo de ligar as unidades do tipo  $g$  em  $t$ .

$$\sum_{g \in G} \sum_{t \in T} s_g w_{gt} \quad (1)$$

2. Custo de produzir ao mínimo nível operacional, o conjunto de geradores que for ligado.

$$\sum_{g \in G} \sum_{t \in T} (m_g c_g l_t) z_{gt} \quad (2)$$

3. Custo de produzir além do mínimo operacional, o conjunto de geradores que for ligado.

$$\sum_{g \in G} \sum_{t \in T} (v_g l_t) (x_{gt} - m_g z_{gt}) \quad (3)$$

Restrições do problema:

1. Atendimento das faixas operacionais dos compressores (versão agregada)

$$m_g z_{gt} \leq x_{gt} \quad t \in T, g \in G \quad (4)$$

$$x_{gt} \leq M_g z_{gt} \quad t \in T, g \in G \quad (5)$$

2. Limites superiores no número de geradores ligados:

$$z_{gt} \leq n_g, t \in T, g \in G \quad (6)$$

3. Atendimento da demanda:

$$\sum_{g \in G} x_{gt} \geq d_t, t \in T \quad (7)$$

4. Flexibilidade operacional:

$$\sum_{g \in G} M_g z_{gt} \geq (1 + p) d_t, t \in T \quad (8)$$

5. Acoplamento entre variáveis que indicam o número total de geradores ligados de um tipo  $g \in G$  e quantos daquele tipo que foram ligados no período  $t \in T$ .

$$w_{gt} \geq z_{gt} - z_{g,t-1} \quad g \in G, t = 2, \dots, maxt \quad (9)$$

$$w_{g,1} \geq z_{g,1} - z_{g,maxt} \quad g \in G \quad (10)$$