Représentation sous forme "espace d'état"

May 11, 2017

On avait obtenu ceci :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1 \oplus a \oplus b \oplus ab} & 0 & 0 & 0 & h \\ a & \mathbf{1 \oplus c \oplus d \oplus cd} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & \mathbf{1 \oplus f} & e & 0 \\ b & c & f & \mathbf{1 \oplus e \oplus g \oplus eg} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g & \mathbf{1 \oplus h} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$$

Si on veut l'écrire sous la forme $AX \wedge BU$ (produit matriciel classique avec $\times \mapsto \wedge$ et $+ \mapsto \oplus$) :

- Ligne 1 : $(\mathbf{1 \oplus a \oplus b \oplus ab})\, X_0 \oplus hX_4$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X_0} & X_1 & X_2 & X_3 & \mathbf{X_4} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & 1 & 0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & 0 & 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X_0} \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \mathbf{X_4} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{a} & \mathbf{b} & c & d & e & f & g & \mathbf{h} & \mathbf{ab} & cd & eg \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ \mathbf{h} \\ \mathbf{ab} \\ cd \\ eg \end{bmatrix}$$

- Ligne 2 : $aX_0 \oplus (\mathbf{1 \oplus c \oplus d \oplus cd})X_1$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X_0} & \mathbf{X_1} & X_2 & X_3 & X_4 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X_0} \\ \mathbf{X_1} \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{a} & b & \mathbf{c} & \mathbf{d} & e & f & g & h & ab & \mathbf{cd} & eg \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{a} \\ b \\ \mathbf{c} \\ \mathbf{d} \\ e \\ f \\ g \\ h \\ ab \\ \mathbf{cd} \\ eg \end{bmatrix}$$

- Ligne 3 : $bX_0 \oplus cX_1 \oplus fX_2 \oplus (1 \oplus e \oplus g \oplus eg)\, X_3$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X_0} & \mathbf{X_1} & \mathbf{X_2} & \mathbf{X_3} & X_4 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X_0} \\ \mathbf{X_1} \\ \mathbf{X_2} \\ \mathbf{X_3} \\ X_4 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} \mathbf{1} & a & \mathbf{b} & \mathbf{c} & d & \mathbf{e} & \mathbf{f} & \mathbf{g} & h & ab & cd & \mathbf{eg} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ a \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \\ d \\ \mathbf{e} \\ \mathbf{f} \\ \mathbf{g} \\ h \\ ab \\ cd \\ \mathbf{eg} \end{bmatrix}$$

etc. Si on veut représenter toutes les lignes il faut concaténer les matrices obtenues donc il faut des tenseurs de rang 3