

Université de Montréal
Département de sciences économiques
ECN 7223B : Économétrie avancée
Hiver 2002
Théorie statistique, inférence à distance finie et inférence
simulée en économétrie
/ Statistical theory, finite-sample inference and
simulation-based techniques in econometrics

Professeur / Professor : Jean-Marie Dufour

8 janvier 2002

Ce cours comporte deux objectifs principaux. Le premier consiste à étudier certains éléments de théorie statistique qui sont importants pour le développement de tests et régions de confiance en économétrie. Le second sera d'étudier et appliquer dans différents contextes diverses méthodes qui permettent d'obtenir des procédures d'inférence valides dans les échantillons finis ou encore des procédures asymptotiques plus fiables. Parmi les sujets qui recevront une attention particulière, on notera : les techniques de test fondées sur le recours à des simulations (tests de Monte Carlo, bootstrap), l'emploi de techniques de projection pour la construction de tests et régions de confiance, les problèmes d'instruments faibles en économétrie structurelle, ainsi que diverses techniques non-paramétriques exactes.

This course has two main objectives. The first one is to review parts elements of statistical theory which are especially relevant to the development of tests and confidence sets in econometrics. The second objective is to study and apply in different contexts various methods allowing one to obtain finite-sample inference procedures as well more reliable large-sample methods. Among the topics that will receive special attention, we may note : test methods based on simulation (Monte Carlo tests, bootstrapping), projection techniques for the construction of tests and confidence sets, weak instrument problems in structural modelling, finite-sample nonparametric methods.

L'évaluation sera basée sur trois éléments :

1. un examen intra-semestriel : 30% de la note ;
2. examen final : 60% de la note ;
3. exercices : 10% de la note.

L'examen intra-semestriel aura lieu en dehors des heures normales de cours.

Manuels recommandés / Recommended texts

(GM) Gouriéroux, C. et A. Monfort (1989), Statistique et modèles économétriques, Volumes 1 et 2. Economica, Paris.

(GM) Gouriéroux, C. et A. Monfort (1995), Statistics and Econometric Models, Volumes 1 and 2. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.. English translation of previous book.

Autres livres utilisés / Other books used

(Am) Amemiya, T. (1985), Advanced Econometrics, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.

(An) Anderson, T. W. (1984), An Introduction to Multivariate Statistical Analysis, Second Edition, Wiley, New York.

(DM) Davidson, R. et J. G. MacKinnon (1993), Estimation and Inference in Econometrics, Oxford University Press, Oxford.

(GA) Gallant, A. R. (1987), Nonlinear Statistical Models, Wiley, New York.

(GW) Gallant, A. R. et H. White (1988), A Unified Theory of Estimation and Inference for Nonlinear Statistical Models, Basil Blackwell, New York.

(LE) Lehmann, E. L. (1983), Theory of Point Estimation, Wiley, New York.

(LT) Lehmann, E. L. (1986), Testing Statistical Hypotheses, Second Edition, Wiley, New York.

(R) Rao, C. R. (1973), Linear Statistical Inference and its Applications, Second Edition, Wiley, New York.

(W) White, H. (1984), Asymptotic Theory for Econometricians, Academic Press, Orlando, Florida.

Plan de cours

1. Philosophie des sciences et statistique

1. Objectifs de la connaissance scientifique
2. Critères servant à évaluer les théories et les modèles

2. Techniques d'inférence

1. Modèles statistiques
 - (a) La notion de modèles statistique
 - (b) Quelques modèles économétriques importants
2. Problèmes statistiques
 - (a) Les problèmes statistiques comme problèmes de décision
 - (b) Revue des principaux problèmes statistiques
 - i. Estimation
 - ii. Tests
 - iii. Régions de confiance
 - iv. Tests multiples et inférence simultanée
 - v. Prévision
 - vi. Choix de modèles
3. Information et identification
 - (a) Notions de statistique exhaustive et de statistique libre
 - (b) Information
 - (c) Identification
4. Estimation
 - (a) Critères pour les estimateurs
 - (b) Estimation sans biais
 - (c) Quelques méthodes générales d'estimation
 - i. Maximum de vraisemblance
 - ii. M-estimateurs
 - iii. Variables instrumentales

- iv. Méthodes de moments
 - v. Distance minimale
5. Tests
- (a) Concepts de base : niveau, taille, puissance, tests conservateurs, tests libéraux
 - (b) Tests optimaux et théorème de Neyman-Pearson
 - (c) Classes importantes de tests
 - i. Tests α -semblables
 - ii. Tests sans biais
 - iii. Tests invariants
 - (d) Quelques méthodes générales pour construire des tests
 - i. Quotient de vraisemblance
 - ii. Tests de Wald
 - iii. Tests fondés sur la vraisemblance [Rao, multiplicateur de Lagrange, $C(\alpha)$ de Neyman]
 - iv. Méthodes d'union-intersection
6. Régions de confiance
- (a) Concepts de base
 - (b) Notion de fonction pivotale
 - (c) Dualité entre tests et régions de confiance
7. Tests multiples et inférence simultanée
8. Prévision et résidus
9. Choix de modèles
10. Approche bayésienne

3. Problèmes distributionnels et analyse à distance finie

- 1. La théorie asymptotique et ses limitations
 - (a) Rappels de théorie asymptotique
 - (b) Expansions asymptotiques
 - (c) Limitations de la théorie asymptotique
- 2. Problèmes d'invariance de tests dans les modèles non linéaires
- 3. Techniques pour la mise au point de procédures d'inférence à distance finie

- (a) Dérivation de distributions analytiques exactes
 - i. Distributions exactes de formes quadratiques dans le cas gaussien
 - ii. Algorithme d'Imhof
- (b) Élimination des paramètres du nuisance
 - i. Conditionnement
 - ii. Transformations
- (c) Bornes
- (d) Projection
- (e) Randomisation
- 4. Théorie des tests de Monte Carlo
- 5. Bootstrap

4. Modèles de régression statiques et dynamiques

- 1. Problèmes non réguliers dans le modèle linéaire classique
 - (a) Modèles linéaires avec erreurs non-normales
 - (b) Intervalles de confiance pour des ratios de coefficients, méthode de Fieller
 - (c) Modèles linéaires avec collinéarité exacte
 - (d) Tests d'hypothèses non linéaires
 - (e) Contraintes non-linéaires
 - (f) Tests d'hypothèses multiples
- 2. Tests de spécification et analyse de résidus
 - (a) Normalité des erreurs
 - (b) Hétéroscédasticité
 - (c) Autocorrélation
 - (d) Observations à l'écart
- 3. Modèles de régression à plusieurs équations
 - (a) Modèles de régression multivariés (MLR)
 - (b) Régressions empilées (SURE)
- 4. Régressions avec erreurs hétéroscédastiques
- 5. Problèmes d'inférence dans les modèles dynamiques
 - (a) Revue des difficultés techniques
 - (b) Inférence exacte dans les modèles dynamiques
- 6. Problèmes d'analyse du changement structurel
- 7. Modèles de régression non-linéaires

5. Modèles structurels

1. Équations simultanées linéaires et identification
2. Problèmes d'inférence reliés à l'identification.
 - (a) Théorèmes d'impossibilité
 - (b) Instruments faibles
3. Inférence exacte dans les modèles structurels
4. Modèles structurels non linéaires
5. Méthode des moments généralisés

6. Méthodes non-paramétriques

1. Généralités sur les tests de signes, de rangs et de permutations
2. Tests de localisation
3. Tests contre la dépendance sérielle
4. Tests d'orthogonalité
5. Tests d'ajustement

Course outline

7. Philosophy of science and statistics

1. Objectives of scientific knowledge
2. Criteria for evaluating theories and models

8. Inference techniques

1. Statistical models
 - (a) Notion of statistical model
 - (b) Important econometric models
2. Statistical problems
 - (a) Statistical problems as decision problems
 - (b) Review of important statistical problems
 - i. Estimation
 - ii. Tests
 - iii. Confidence regions
 - iv. Multiple tests and simultaneous inference
 - v. Prediction
 - vi. Model selection
3. Information and identification
 - (a) Sufficient and ancillary statistics
 - (b) Information
 - (c) Identification
4. Estimation
 - (a) Criteria for evaluating estimators
 - (b) Unbiased estimation
 - (c) Some general estimation methods
 - i. Maximum likelihood
 - ii. M-estimators
 - iii. Instrumental variables

- iv. Methods of moments
 - v. Minimum distance
- 5. Testing
 - (a) Basic concepts : level, size, power, conservative test, liberal test
 - (b) Optimal tests and Neyman-Pearson theorem
 - (c) Important classes of tests
 - i. Similar tests
 - ii. Unbiased tests
 - iii. Invariant tests
 - (d) Some general methods for building tests
 - i. Likelihood ratio
 - ii. Wald tests
 - iii. Score-based procedures [Rao, Lagrange multiplier, Neyman's $C(\alpha)$]
 - iv. Union-intersection methods
- 6. Confidence regions
 - (a) Basic concepts
 - (b) Pivotal functions
 - (c) Duality between tests and confidence regions
- 7. Multiple tests and simultaneous inference
- 8. Prediction and residuals
- 9. Model selection
- 10. Bayesian approach

9. Distributional problems and finite-sample analysis

- 1. Asymptotic theory and its limitations
 - (a) Review of basic asymptotic notions and results
 - (b) Asymptotic expansions
 - (c) Limitations of asymptotic theory
- 2. Invariance problems in nonlinear models
- 3. Techniques for building finite-sample inference procedures
 - (a) Analytical derivation of distributions

- i. Exact distributions of quadratic forms in Gaussian variables
 - ii. Imhof's algorithm
- (b) Elimination of nuisance parameters
 - i. Conditioning
 - ii. Transformations
- (c) Bounds
- (d) Projection
- (e) Randomization
- 4. Theory of Monte Carlo tests
- 5. Bootstrap

10. Static and dynamic regressions

- 1. Nonregular problems in classical linear regressions
 - (a) Linear models with non-normal disturbances
 - (b) Confidence intervals for ratios of coefficients, Fieller's method
 - (c) Linear models with exact collinearity
 - (d) Tests of nonlinear hypotheses
 - (e) Nonlinear restrictions
 - (f) Tests of multiple hypotheses
- 2. Specification tests and analysis of residuals
 - (a) Normality of errors
 - (b) Heteroskedasticity
 - (c) Autocorrelation
 - (d) Outliers
- 3. Multiple equation regression models
 - (a) Multivariate linear regressions (MLR)
 - (b) Seemingly unrelated regressions (SURE)
- 4. Regressions with heteroskedastic errors
- 5. Inference problems in dynamic models
 - (a) Review of technical difficulties
 - (b) Exact inference in dynamic models
- 6. Structural change analysis
- 7. Nonlinear regressions

11. Structural models

1. Simultaneous equations and identification
2. Inference problems associated with identification.
 - (a) Impossibility theorems
 - (b) Weak instruments
3. Exact inference in structural models
4. Nonlinear structural models
5. Generalized method of moments

12. Nonparametric methods

1. Signs, ranks and permutations
2. Location tests
3. Tests against serial dependence
4. Conditional independence tests
5. Goodness-of-fit tests

Lectures et références principales / Readings and main references

Le symbole * représente des lectures obligatoires. Les sujets pour lesquels aucune référence n'apparaît seront couverts au moyen de notes de cours. Les notes de cours photocopées constituent des lectures obligatoires.

The symbol * represents required readings. Topics for which no reference is provided will covered in class-notes. Photocopied lecture notes also constitute required reading.

1. Philosophie des sciences et statistique / Philosophy of science and statistics

- 1 - 2. *Dufour (2000), * Dufour (2001).

2. Techniques d'inférence / Inference techniques

1. * GM, Ch. 1.
- 2a. * GM, Ch. 2.
- 3.* GM, Ch. 3. Basu (1977).
4. GM, Ch. 5. 6.
5. * GM, Ch. 14, 15, 16.
6. * GM, Ch. 20.
7. * GM, Ch. 19.
8. GM, Ch. 11.
9. GM, Ch. 22.
10. GM, Ch. 4, 12

3. Problèmes distributionnels et analyse à distance finie/ Distributional problems and finite-sample analysis

2. *Dagenais and Dufour (1991), Dufour and Dagenais (1992), Dagenais and Dufour (1992), Dagenais and Dufour (1994).
- 3c. *Dufour (1990).
- 3d. *Abdelkhalek and Dufour (1998).
4. *Dufour and Khalaf (2001c), *Dufour (1995).

4. Modèles de régression statiques et dynamiques / Static and dynamic regressions

- 1b.** *Dufour (1997)
- 1c.** *Dufour (1982).
- 1d.** *Dufour (1989).
- 1f.** *Dufour (1989).
- 2a.** Dufour, Farhat, Gardiol, and Khalaf (1998).
- 2b.** Dufour, Khalaf, Bernard, and Genest (2001).
- 3a.** Dufour and Khalaf (2000).
- 3b.** Dufour and Khalaf (2001a), Dufour and Khalaf (2001b), Dufour and Torrès (1998).
- 4.** Dufour (1991), Dufour and Mahseredjian (1993).
- 5.** Dufour (1990), *Dufour and King (1991), *Dufour and Kiviet (1998), Kiviet and Dufour (1997), Dufour and Torrès (1998), Dufour and Torrès (2000).

5. Modèles structurels / Structural models

*Dufour (1997), *Dufour and Jasiak (2001).

6. Méthodes non-paramétriques / Nonparametric methods

- 1.** Dufour, Lepage, and Zeidan (1982).
- 2.** Dufour and Hallin (1990).
- 3.** Dufour (1981), Dufour and Roy (1985), Dufour and Roy (1986a), Dufour and Roy (1986b), Dufour and Hallin (1987), Dufour, Hallin, and Mizera (1998).
- 4.** Campbell and Dufour (1991), Campbell and Dufour (1995), Campbell and Dufour (1997).
- 5.** Dufour and Farhat (2001a), Dufour and Farhat (2001b).

Références

- ABDELKHALEK, T., AND J.-M. DUFOUR (1998) : “Statistical Inference for Computable General Equilibrium Models, with Application to a Model of the Moroccan Economy,” *Review of Economics and Statistics*, LXXX, 520–534.
- BASU, D. (1977) : “On the Elimination of Nuisance Parameters,” *Journal of the American Statistical Association*, 72, 355–366.
- CAMPBELL, B., AND J.-M. DUFOUR (1991) : “Over-rejections in Rational Expectations Models : A Nonparametric Approach to the Mankiw-Shapiro Problem,” *Economics Letters*, 35, 285–290.
- (1995) : “Exact Nonparametric Orthogonality and Random Walk Tests,” *Review of Economics and Statistics*, 77, 1–16.
- (1997) : “Exact Nonparametric Tests of Orthogonality and Random Walk in the Presence of a Drift Parameter,” *International Economic Review*, 38, 151–173.
- DAGENAIS, M. G., AND J.-M. DUFOUR (1991) : “Invariance, Nonlinear Models and Asymptotic Tests,” *Econometrica*, 59, 1601–1615.
- (1992) : “On the Lack of Invariance of Some Asymptotic Tests to Rescaling,” *Economics Letters*, 38, 251–257.
- (1994) : “Pitfalls of Rescaling Regression Models with Box-Cox Transformations,” *Review of Economics and Statistics*, 76, 571–575.
- DUFOUR, J.-M. (1981) : “Rank Tests for Serial Dependence,” *Journal of Time Series Analysis*, 2, 117–128.
- (1982) : “Recursive Stability Analysis of Linear Regression Relationships : An Exploratory Methodology,” *Journal of Econometrics*, 19, 31–76.
- (1989) : “Nonlinear Hypotheses, Inequality Restrictions, and Non-Nested Hypotheses : Exact Simultaneous Tests in Linear Regressions,” *Econometrica*, 57, 335–355.
- (1990) : “Exact Tests and Confidence Sets in Linear Regressions with Autocorrelated Errors,” *Econometrica*, 58, 475–494.
- (1991) : “Kimball’s Inequality and Bounds Tests for Comparing Several Regressions under Heteroskedasticity,” in *Economic Structural Change. Analysis and Forecasting*, ed. by P. Hackl, and A. Westlund, pp. 49–57. Springer-Verlag, Berlin.
- (1995) : “Monte Carlo Tests with Nuisance Parameters : A General Approach to Finite-Sample Inference and Nonstandard Asymptotics in Econometrics,” Discussion paper, C.R.D.E., Université de Montréal.
- (1997) : “Some Impossibility Theorems in Econometrics, with Applications to Structural and Dynamic Models,” *Econometrica*, 65, 1365–1389.
- (2000) : “Économétrie, théorie des tests et philosophie des sciences,” in *Présentations de l’Académie des lettres et des sciences humaines*, vol. 53, pp. 166–182. Royal Society of Canada/Société royale du Canada, Ottawa.

- (2001) : “Logique et tests d’hypothèses : réflexions sur les problèmes mal posés en économétrie,” *L’Actualité économique*, forthcoming.
- DUFOUR, J.-M., AND M. G. DAGENAIS (1992) : “Nonlinear Models, Rescaling and Test Invariance,” *Journal of Statistical Planning and Inference*, 32, 111–135.
- DUFOUR, J.-M., AND A. FARHAT (2001a) : “Exact Nonparametric Two-Sample Homogeneity Tests,” in *Proceedings of the 2000 International Workshop on “Goodness-of-fit Tests and Validity of Models”*, ed. by C. Huber, N. Balakrishnan, M. Nikulin, and M. Mesbah. Birkhauser, Boston, Massachusetts, Forthcoming.
- (2001b) : “Exact Nonparametric Two-Sample Homogeneity Tests for Possibly Discrete Distributions,” Discussion paper, C.R.D.E., Université de Montréal, 26 pages.
- DUFOUR, J.-M., A. FARHAT, L. GARDIOL, AND L. KHALAF (1998) : “Simulation-Based Finite Sample Normality Tests in Linear Regressions,” *The Econometrics Journal*, 1, 154–173.
- DUFOUR, J.-M., AND M. HALLIN (1987) : “Tests non paramétriques optimaux pour le modèle autorégressif d’ordre un,” *Annales d’Économie et de Statistique*, 5, 411–434.
- (1990) : “An Exponential Bound for the Permutational Distribution of a First-Order Autocorrelation Coefficient,” *Statistique et analyse des données*, 15, 45–56.
- DUFOUR, J.-M., M. HALLIN, AND I. MIZERA (1998) : “Generalized Runs Tests for Heteroskedastic Time Series,” *Journal of Nonparametric Statistics*, 9, 39–86.
- DUFOUR, J.-M., AND J. JASIAK (2001) : “Finite Sample Limited Information Inference Methods for Structural Equations and Models with Generated Regressors,” *International Economic Review*, 42, 815–843.
- DUFOUR, J.-M., AND L. KHALAF (2000) : “Simulation Based Finite and Large Sample Tests in Multivariate Regressions,” *Journal of Econometrics*, forthcoming.
- (2001a) : “Exact Tests for Contemporaneous Correlation of Disturbances in Seemingly Unrelated Regressions,” *Journal of Econometrics*, forthcoming.
- (2001b) : “Finite Sample Tests in Seemingly Unrelated Regressions,” in *Computer-Aided Econometrics*, ed. by D. E. A. Giles. Marcel Dekker, New York, Forthcoming.
- (2001c) : “Monte Carlo Test Methods in Econometrics,” in *Companion to Theoretical Econometrics*, ed. by B. Baltagi, Blackwell Companions to Contemporary Economics, chap. 23, pp. 494–519. Basil Blackwell, Oxford, U.K.
- DUFOUR, J.-M., L. KHALAF, J.-T. BERNARD, AND I. GENEST (2001) : “Simulation-Based Finite-Sample Tests for Heteroskedasticity and ARCH Effects,” Discussion paper, C.R.D.E., Université de Montréal, and GREEN, Université Laval, 48 pages.
- DUFOUR, J.-M., AND M. L. KING (1991) : “Optimal Invariant Tests for the Autocorrelation Coefficient in Linear Regressions with Stationary or Nonstationary AR(1) Errors,” *Journal of Econometrics*, 47, 115–143.
- DUFOUR, J.-M., AND J. F. KIVIET (1998) : “Exact Inference Methods for First-Order Autoregressive Distributed Lag Models,” *Econometrica*, 66, 79–104.

- DUFOUR, J.-M., Y. LEPAGE, AND H. ZEIDAN (1982) : “Nonparametric Testing for Time Series : A Bibliography,” *Canadian Journal of Statistics*, 10, 1–38.
- DUFOUR, J.-M., AND S. MAHSEREDJIAN (1993) : “Tabulation of Farebrother’s Test of Linear Restrictions : A Solution,” *Econometric Theory*, 9, 697–702.
- DUFOUR, J.-M., AND R. ROY (1985) : “Some Exact Results on Sample Autocorrelations and Tests of Randomness,” *Journal of Econometrics*, 29, 257–273, Corrigendum 41(1989), 279–281.
- (1986a) : “Generalized Portmanteau Statistics and Tests of Randomness,” *Communications in Statistics, Theory and Methods*, 15, 2953–2972.
- (1986b) : “L’échangeabilité en séries chronologiques : quelques résultats exacts sur les autocorrélations et les statistiques portemanteau,” *Cahiers du Centre d’Études de Recherche Opérationnelle*, 28, 19–39.
- DUFOUR, J.-M., AND O. TORRÈS (1998) : “Union-Intersection and Sample-Split Methods in Econometrics with Applications to SURE and MA Models,” in *Handbook of Applied Economic Statistics*, ed. by D. E. A. Giles, and A. Ullah, pp. 465–505. Marcel Dekker, New York.
- (2000) : “Markovian Processes, Two-Sided Autoregressions and Exact Inference for Stationary and Nonstationary Autoregressive Processes,” *Journal of Econometrics*, 99, 255–289.
- KIVIET, J. F., AND J.-M. DUFOUR (1997) : “Exact Tests in Single Equation Autoregressive Distributed Lag Models,” *Journal of Econometrics*, 80, 325–353.