

Comparaison des méthodes de calcul de la Value-at-Risk : Une application empirique en gestion de portefeuille.

DORR Louise, JEANNOT Jynaldo
RAMESH Brian, TARVERDIAN Mariam
Sous la supervision de M. Aryan RAZAGHI

Mai 2023



Résumé

L'objectif de ce mémoire est de comparer les différentes méthodes de calcul de la Value-At-Risk (VaR) et d'évaluer leur performance respective dans le contexte de la gestion d'un portefeuille. Il s'agit donc de voir s'il existe une méthode de calcul de la VaR qui serait la plus appropriée pour évaluer le risque dans un portefeuille d'actifs donné.

Mots clés : VaR, portefeuille, GARCH, backtesting, SAS.

Abstract

The purpose of this research is to compare the different methods of computing the Value-At-Risk and to evaluate their relative performance in the case of portfolio management. The idea is to see if there is a VaR computation method that would be the most accurate to measure the risk in given portfolio assets.

Key words : VaR, portfolio, GARCH, backtesting, SAS.

Table des matières

1	Introduction	3
2	Revue de littérature théorique	4
2.1	Méthode Historique	4
2.2	Méthode Paramétrique	4
2.3	Méthode de Simulation de Monte Carlo	6
3	Matériels et méthodes	7
3.1	Les données	7
3.2	Principes de calcul de la Value-at-Risk	8
3.3	Backtesting	9
4	Analyse exploratoire	11
4.1	Rendements de l'action Tesla	13
4.2	Rendements de l'action Hyundai	13
4.3	Rendements de l'action l'Oréal	14
4.4	Rendements du Future sur l'Or	14
4.5	Rendements du portefeuille d'actifs	14
5	Présentation des résultats	15
5.1	Méthode historique	15
5.2	Méthode (paramétrique) EWMA	18
5.3	Méthode de Monte Carlo simple	21
5.4	GARCH	24
5.5	IGARCH	28
6	Conclusions et discussions	31

1 Introduction

Dans un environnement financier, où les opportunités et les risques coexistent, la mesure et la gestion de ces derniers sont essentielles pour la prise de décisions des professionnels dans une ère où les marchés sont plus complexes et la réglementation plus strictes en raison des crises et scandales financiers. Le risque est une notion simple à comprendre mais difficile à mesurer. Dans ce contexte, la Value at Risk (VaR) se présente comme étant un élément clé dans l'évaluation et la gestion des incertitudes.

La gestion de portefeuille est une discipline fondamentale dans le domaine financier et a pour but d'optimiser les rendements tout en minimisant les risques. La mesure statistique la plus utilisée est la Value-At-Risk (VaR), elle est apparue pour la première fois dans les années 80 et son utilisation a principalement été étendue par la banque JP Morgan grâce au système RiskMetrics.

Selon une probabilité et un horizon donnés, La VaR représente la perte potentielle maximale attendue par un actif (ou un portefeuille d'actifs). Cette dernière est calculée en utilisant différentes méthodes, telles que la méthode paramétrique, la méthode historique ou encore la méthode de simulation Monte Carlo. Chacune de ces méthodes repose sur des hypothèses spécifiques et possède des avantages et inconvénients selon le contexte ou les caractéristiques des actifs étudiés. Cela peut donc donner des résultats différents selon la méthode utilisée.

L'objectif de ce mémoire est de comparer les différentes méthodes de calcul de la VaR et d'évaluer leur performance respective dans le contexte de la gestion d'un portefeuille. Il s'agit donc de voir s'il existe une méthode de calcul de la VaR qui serait la plus appropriée pour évaluer le risque dans un portefeuille d'actifs donné.

Le mémoire s'appuie sur une application empirique qui nous permettra de visualiser directement des résultats et de discuter de l'efficacité des méthodes. Après avoir présenté les travaux de la littérature sur le sujet et les notions théoriques dont nous avons besoin, nous présenterons le cadre empirique de notre étude. Nous décrivons la méthodologie suivie et pour finir les résultats obtenus dans le contexte de notre recherche.

Ainsi, ce mémoire a pour vocation de contribuer à la littérature existante et nous permettra d'approfondir notre compréhension des différentes approches et de leur pertinence dans la prise de décision financière et dans la mesure du risque dans le cadre de la gestion de portefeuille.

2 Revue de littérature théorique

2.1 Méthode Historique

Nous présentons dans cette section une méthode pour calculer la VaR d'un actif ou d'un portefeuille financier : la méthode de calcul historique. Contrairement aux autres approches, que nous présenterons par la suite, qui reposent sur des hypothèses bien précises, la méthode historique se base uniquement sur l'analyse des observations passées pour estimer cette mesure de risque.

L'approche historique utilise une période d'observation spécifique, constituée d'un ensemble d'observations passées, pour calculer la VaR. En effet, la méthode historique utilise les percentiles réels de la période d'observation comme mesures de la VaR. Par exemple, si la période d'observation est de 200 jours, la mesure de la VaR au seuil de 99% issue de la méthode historique correspond à la troisième plus grande perte observée parmi les 200 résultats.

L'un des avantages de la méthode historique est qu'elle ne repose pas sur des hypothèses de normalité ou d'indépendance des séries, ce qui la rend plus robuste et adaptable à différentes distributions de rendements. Cependant, cette approche présente également des limites. En effet, il est important de noter que cette approche ne tient pas compte des conditions de marché actuelles ni des changements structurels qui pourraient affecter le comportement futur des actifs. Danielsson et De Vries[4] montrent qu'en raison du faible nombre d'observations dans les extrémités de la distribution, la VaR calculée grâce à cette méthode peut-être volatile et faussée. Ce problème est davantage observé sur les actions individuelles par rapport aux indices. En outre, Darryl Hendricks [8] montre dans son papier, que la période d'observation peut jouer un rôle dans la qualité de l'estimation. Des changements brusques peuvent se produire dans les mesures du 99e percentile lors de l'utilisation de la méthode historique sur une période d'observation plus courte, par exemple 125 jours. Cela peut être attribué au fait que les échantillons plus petits sont moins représentatifs et plus sensibles aux pertes extrêmes. Il y a donc un arbitrage dans le choix de la durée de la période d'observation.

Même si ce modèle se traduit par sa simplicité, de nombreux travaux ont néanmoins essayé d'incorporer des variantes afin d'avoir de meilleures estimations de la VaR. Nous pouvons retrouver par exemple Hull et White [9] qui ont tenté d'ajouter la notion de volatilité dans l'approche historique. Nous avons également Boudoukh et al (1998) [2] qui mettent en avant une approche hybride qui attribue des pondérations exponentiellement décroissantes aux rendements historiques.

Ainsi, par sa simplicité mais également par son efficacité, la méthode historique ressort comme étant l'une des plus utilisées dans plusieurs institutions.

2.2 Méthode Paramétrique

Nous allons dans cette seconde section présenter, la méthode paramétrique qui nous permet de calculer la VaR d'un actif ou d'un portefeuille. Méthode qui repose sur l'hypothèse que

la distribution des rendements est respectée et que les actifs soient des actions ou obligations.

Le calcul de la Value at Risk par cette méthode est basé sur une loi de distribution paramétrique qui permet d'explicitier les gains/pertes. Il y a plusieurs étapes à cette démarche. Tout d'abord nous modélisons ces gains/pertes ainsi que leur évolution en prenant en compte le risque associé. Nous déterminons la loi paramétrique la plus pertinentes correspondant au facteur de risque (on choisit en général la loi normale ou de student). Ensuite, nous estimons les paramètres en fonction des données passées et la loi de distribution associée au modèle.

Un exemple de méthode paramétrique donné par Jorion appelé méthode delta-normale consiste à chercher une approximation de toutes les positions du portefeuille en fonction des différents facteurs de risque. Par conséquent, on obtient une combinaison linéaire de variables aléatoires qui suivent une loi normale dont on peut simplement calculer la VaR.

L'avantage premier de cette méthode est la facilité de calcul, le deuxième est que l'on prend en compte la matrice de variance-covariance donc la corrélation entre les actifs (dans le cas d'un portefeuille). Lorsque le portefeuille est d'une taille suffisamment grande, le calcul de la matrice de variance-covariance devient plus complexe et donc le calcul de la VaR également.

L'inconvénient principal de cette méthode est que l'on doit connaître la loi de distribution des facteurs de risque, ce qui peut être délicat. En outre, on peut être amené à utiliser les hypothèses de non-vraisemblances comme l'emploi de la loi normale malgré l'étude empirique effectuée.

Des solutions ont été proposées pour pallier ces inconvénients, notamment avec les approches de la VaR conditionnelle et la ES (Expected Shortfall).

Voici les méthodes d'estimation de la VaR paramétrique :

- La VaR EWMA : une méthode basée sur la volatilité conditionnelle qui prend en considération la dépendance temporelle des rendements d'actifs.
Le principe de cette méthode est d'attribuer des poids aux observations passées, en mettant en avant l'importance des données les plus récentes sur la volatilité estimée. Le calcul de la VaR est simplifiée par la volatilité multipliée à un quantile de la loi de distribution.
Cette méthode d'estimation a pour avantage de répondre rapidement aux changements de volatilité des actifs et elle inclut la dépendance temporelles des rendements dans l'estimation, ce qui rend la prévision du risque plus précise.
L'hypothèse de normalité de la distribution des rendements est la principale limite de cette méthode car peu réaliste.
- La VaR avec erreur de type GARCH : cette méthode repose sur la considération de la volatilité conditionnelle des rendements du portefeuille et de l'information passée. Le fait que les erreurs soient de type GARCH traduit l'asymétrie de la distribution des rendements, ce qui est ensuite pour le calcul de la VaR et pour modéliser l'asymétrie de la volatilité observée. On a donc obtenu une valeur du risque caractérisée par la

volatilité conditionnelle et de la distribution des rendements.

Sur cette procédure, il est d'usage de mener des tests pour évaluer la qualité de l'ajustement du modèle.

Il existe plusieurs dérivées à ce type d'erreur : les principaux sont le EGARCH, le IGARCH, MGARCH et NGARCH.

- **La VaR avec erreurs de type EGARCH** : modèle GARCH Exponentiel qui inclus la volatilité conditionnelle et les asymétries de rendements.
- **La VaR avec erreurs de type IGARCH** : modèle GARCH Intégré qui prend en compte la volatilité conditionnelle et la persistance de la volatilité des rendements, donc les effets des chocs passés qui continuent à avoir un impact sur la volatilité future.
- **La VaR avec erreurs de type MGARCH** : modèle GARCH Multivarié qui considère la volatilité conditionnelle et la dépendance (avec des modèles de copules ou VAR) entre une multitude de séries financières. Il nous permet de capturer les effets autorégressifs et chocs résiduels.
- **La VaR avec erreurs de type NGARCH** : modèle GARCH Non Linéaire qui envisage que les rendements aient une volatilité non linéaire (comme les termes quadratiques ou exponentiels). Il permet d'observer l'asymétrie dans la volatilité et les chocs externes au marché.

2.3 Méthode de Simulation de Monte Carlo

Enfin dans cette dernière sous-section, nous allons vous présenter la dernière méthode permettant de calculer la VaR d'un actif ou d'un portefeuille : la méthode de Simulation de Monte Carlo. Cette méthode a été introduite pour la première fois par John von Neumann et Stanislaw Ulam dans le contexte de la Seconde Guerre Mondiale. Le nom de cette méthode fait référence aux jeux de hasard que l'on peut trouver dans le quartier de Monte Carlo à Monaco.

La méthode de simulation de Monte Carlo est une méthode d'échantillonnage permettant de prendre en compte des distributions de probabilité plus complexes que la loi normale. En effet, on fait l'hypothèse que les chocs sur les facteurs de risque qui déterminent les rendements suivent une distribution quelconque. Ainsi, on peut simuler des scénarios de marché plus variés et plus réalistes, ce qui rend la méthode plus souple que les méthodes paramétriques qui se limitent souvent à des hypothèses de distribution plus simples, telles que la loi normale.

Cependant, la méthode de simulation de Monte Carlo nécessite un grand nombre de tirages aléatoires pour obtenir des résultats précis, ce qui peut rendre la méthode plus lente et plus coûteuse que d'autres méthodes pour le calcul de la VaR. Les simulations obtenues sur les facteurs de risque sont utilisées pour déterminer la distribution des gains et des pertes du portefeuille, ce qui permet de calculer la VaR à un certain niveau de confiance. Par ailleurs,

les simulations de Monte Carlo dépendent des paramètres et hyperparamètres préfixés : d'où la nécessité de réaliser des analyses de sensibilité a posteriori. On peut également ajouter que "les simulations Monte-Carlo peuvent paraître semblables aux simulations historiques sauf que le processus part du présent et va vers le futur au lieu d'extrapoler du passé."

Cette méthode est souvent qualifiée comme étant la plus puissante puisqu'elle permet de couvrir divers facteurs de risque tels que les expositions non linéaires des produits dérivés. De plus, elle tient également compte des queues épaisses de la distribution des rentabilités. Il est important de pouvoir trouver les paramètres les plus adéquats afin de ne faire face à aucun problème de biais et ainsi de limiter les situations de sous-estimation de la VaR qui peut-être très gênant dans la prise en compte de décisions d'un gestionnaire de portefeuille par exemple.

3 Matériels et méthodes

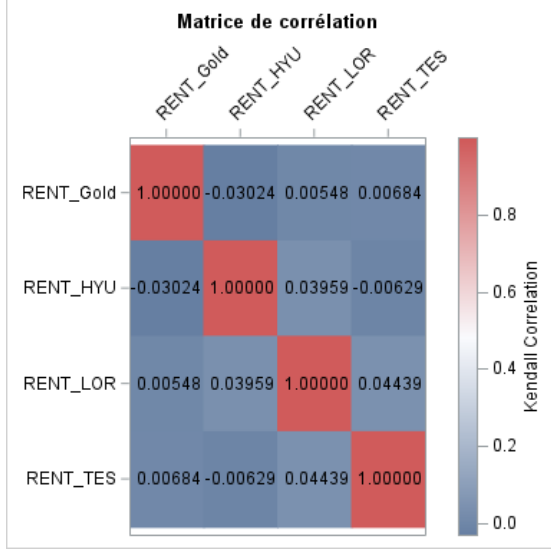
Dans les sections suivantes, nous allons comparer les différentes méthodes de calcul de la Value-at-Risk. Pour ce faire, nous utiliserons des données réelles de cours d'actifs sur un historique conséquent, nous permettant d'avoir des résultats concluants. Les calculs et estimations ont été réalisés avec la version 9.4 de SAS.

3.1 Les données

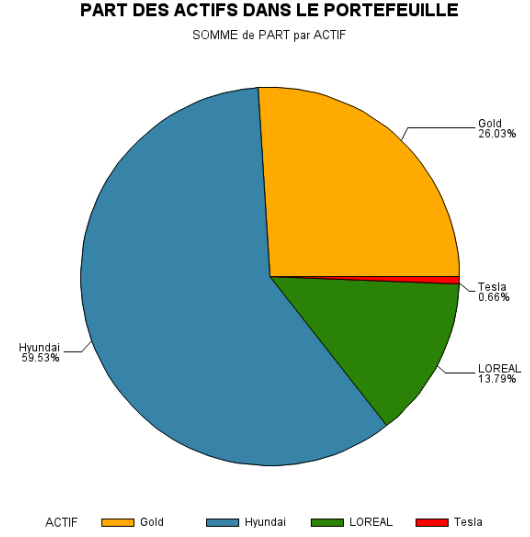
Nous avons quatre (4) actifs : l'action Tesla, l'action Hyundai, l'action L'Oréal et le Future sur l'Or. Les cours en fréquence journalière ont été directement scrappés de Yahoo finance en faisant des requêtes avec PROC HTTP, sauf le Future sur l'Or qui a été téléchargé. Les données ont été transformées de manière à obtenir des séries en différence première (les rentabilités journalières), probablement stationnaire. Le choix de ces actifs se justifie par la nécessité de construire un portefeuille efficient sur la période d'observation (Janvier 2017-Avril 2023). De ce fait, au regard de la théorie moderne du portefeuille, nous voulons que les composantes du portefeuille soient les moins corrélées possibles et ce faisant, nous pouvons minimiser les risques spécifiques au moyen de la diversification.

En effet, considérant un portefeuille de n actifs. L'espérance de rendement du portefeuille est la somme pondérée des espérances de rendements de chaque actif pris séparément (voir formule). Par contre, le calcul de la variance est plus complexe et fait intervenir des termes de covariances (voir formule). D'où la nécessité d'avoir des corrélations le plus faible possible dans un portefeuille, sachant que l'objectif de la diversification est la minimisation du risque étant donné un niveau de rendement.

Dans la construction d'un portefeuille, on est confronté à un arbitrage entre le risque et le rendement. Cet arbitrage est matérialisé par le ratio de Sharpe (voir formule). Dans le cadre de ce papier, les parts des actifs dans le portefeuille ont été déterminées en maximisant le ratio de Sharpe. Cette opération d'optimisation a été réalisée avec l'algorithme de Newton-Raphson de PROC IML.



(a) Matrice de corrélation de Kendall entre les différents actifs



(b) Représentation de la part des actifs dans le portefeuille.

FIGURE 1 – Principales statistiques sur la construction du portefeuille.

Nous pouvons constater via la figure 1b que l'action Hyundai représente plus de la moitié du portefeuille (59.53%). Elle est suivie par le Future sur l'or (26.03%) qui peut être considéré comme un coussin contre les fluctuations des autres composantes du portefeuille. L'action L'Oréal, pour sa part, est à peu près le sixième du portefeuille (13.79%) et enfin l'action Tesla qui ne représente qu'une infime partie, soit moins de 1%.

3.2 Principes de calcul de la Value-at-Risk

Pour toutes les méthodes évoquées ci-après, la Value-at-Risk a été calculées à un risque de 1%, c'est-à-dire : $P(L < VaR) = 1\%$.

1. **La VaR historique** : À chaque date, on utilise un historique d'une année, soit 250 jours ouvrés, pour prévoir la perte inattendue (VaR). En conséquence, la VaR est calculée à partir de 2018 en considérant l'année 2017 comme la base de l'historique. Nous procédons au rééchantillonnage aléatoire (bootstrap) de l'historique à chaque date (100 000 rendements) et la VaR historique est dans ce cas le quantile d'ordre 1% de l'échantillon simulé. De ce fait, nous utilisons une fenêtre défilante à 250 observations à un jour d'incrément. Le calcul est effectué jusqu'au 28 avril 2023. La taille de l'échantillon bootstrap nous permet d'avoir des résultats convergents.
2. **La VaR Equally Weighted Moving Average** : Cette méthode est paramétrique dans la mesure où elle nécessite des estimations des paramètres d'une distribution adéquate que suivraient les rendements des actifs. Supposant que les rendements sont centrés et gaussiens, nous calculons la volatilité des actifs comme une moyenne mobile à fenêtre défilante sur 250 jours ouvrés comme précédemment. Pour calculer la VaR,

il suffit de faire l'opération inverse de réduire, c'est-à-dire multiplier l'écart-type estimé par le quantile d'ordre 1% de la distribution normale standard. On déroule ainsi la fenêtre jusqu'à la dernière date.

3. **La VaR Monte Carlo** : Comme pour les méthodes de calcul ci-dessus, l'approche Monte Carlo utilise les estimations de l'écart-type des rendements sur une fenêtre déroulante de 250 observations à chaque date. Toujours supposant les rendements centrés et gaussiens, on simule un échantillon de 100 000 rendements issus d'une loi normale centrée d'écart-type égal à celui estimé sur les observations passées. Enfin, est pris pour la VaR, le quantile d'ordre 1% de cet échantillon.
Note : Les trois premières méthodes sont réalisées exclusivement avec PROC IML.
4. **La VaR à erreurs de type GARCH** : L'implémentation de cette méthode de calcul passe par une estimation préalablement d'un modèle sans terme constant à erreurs de type GARCH. À partir de l'analyse exploratoire, nous avons pu remarquer graphiquement l'existence de clusters de volatilité. Ce qui justifie le fait de supposer que les facteurs de risque sont de type GARCH. L'absence de terme constant, quant à elle, est due à l'hypothèse de martingalité des cours. Une fois les variances conditionnelles estimées, nous procédons à des simulations d'échantillons de 100 000 rendements provenant d'une loi normale centrée de variance égale à la variance conditionnelle estimée. La VaR est donc le quantile d'ordre 1% de cet échantillon à chaque date.
5. **La VaR à erreurs de type IGARCH** : Les mêmes principes de la méthode précédente ont été appliqués à une différence près qui est l'hypothèse selon laquelle les facteurs de risque sont de type GARCH intégré. Comme, nous l'avons vu précédemment, cette méthode nous permettra en plus de la précédente de capturer la persistance de la volatilité dans le temps. Hormis la spécification du modèle, les calculs sont exactement mêmes que la méthode précédente.

3.3 Backtesting

Après avoir présenté les différentes méthodes de calcul et nos procédures pour y parvenir, il est également important de rappeler que la mesure de la VaR est pertinente uniquement si celle-ci traduit bien le comportement du risque.

Ainsi, il existe de nombreuses méthodes de backtesting qui permettent d'établir la pertinence des modèles VaR et de leurs estimations. Nous retrouvons parmi celles-ci plusieurs types de tests.

Dans cette section, nous nous concentrerons uniquement sur trois tests qui rejoignent chacun un des types de tests mentionnés ci-dessus. Pour commencer, nous notons que tous ces tests s'appuient sur le nombre de violations constatées par rapport aux prévisions du modèle VaR. De ce fait, une violation est constatée si le rendement observé est inférieur à la valeur estimée de la VaR pour une période donnée t . Ainsi, pour tous les tests nous définissons une variable "violation" (pour chaque actif) telle que :

$$Violation_t = \begin{cases} 1 & \text{si } Rent_t \leq Var_t \\ 0 & \text{si } Rent_t > Var_t \end{cases}$$

La littérature montre que les différents tests ont en général pour but de vérifier deux notions principales : l'hypothèse de couverture non conditionnelle et l'hypothèse d'indépendance des violations.

1. **Le test de distribution binomiale** : Comme son nom l'indique, ce test se base sur le fait que le nombre de violations suit une distribution binomiale. En effet, ce test repose sur l'idée que les occurrences des violations sont indépendantes et identiquement distribuées. Ainsi, le nombre total de violations suit une loi binomiale. Ce test permet donc d'examiner si les pertes observées dépassent ou non les niveaux de VaR attendus, en supposant cette distribution. L'hypothèse nulle H_0 testée est définie par : le nombre de violations observées n'est pas significativement différents du nombre attendu (le modèle est valide).

Si on note T le nombre d'observations total, N le nombre de violations observés, p la probabilité exacte attendue d'observer une violation (c'est-à-dire 1% dans notre cas, alors selon les hypothèses de la distribution binomiale, on a $\mathbb{E}[V] = Tp$ et un écart-type égal à $\sqrt{Tp(1-p)}$. Or, le théorème centrale limite nous dit que dans le cas d'un grand nombre d'observations, on peut approcher la loi binomiale par la loi normale. Ainsi, on prend dans le cadre de notre test la statistique de test

$$Z = \frac{(N - Tp)}{\sqrt{Tp(1-p)}}$$

qui suit une loi normale centrée réduite. Etant donné que ce test est bilatéral, la *pvalue* associée au test est donc donnée par $pvalue_{bin} = 2 \times (1 - F(|Z|))$ avec F la fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}(0, 1)$. L'hypothèse nulle est rejetée au seuil de $\alpha * 100\%$ si $pvalue_{bin} < \alpha$.

2. **Le test de Kupiec** : Le test de Kupiec est un test de couverture non conditionnelle. Le but est de voir si la fréquence de violations observée est réellement en adéquation avec celle attendue (ce qui représente l'hypothèse de non-conditionnalité). On définit, $\tau = \frac{N}{T}$, la fréquence de violations. On teste ici, l'hypothèse nulle H_0 qui est $\tau = p$ avec p la probabilité de violations attendue (soit 1%). La statistique de test est donnée par

$$K = 2 \ln \left((1 - \tau)^{T-N} (\tau)^N \right) - 2 \ln \left((1 - p)^{T-N} p^N \right)$$

K suit une loi χ^2 à un degré de liberté asymptotiquement. Ainsi, on rejette l'hypothèse nulle au seuil de $\alpha * 100\%$ si la *pvalue* associée à la loi $\chi^2(1)$ pour statistique de test Z est inférieur à α .

Il faut noter que les deux tests ont une certaine équivalence entre eux. En effet, cela s'explique par leur construction mais aussi parce que ces derniers se basent sur l'adéquation de la fréquence de violations attendue avec la fréquence de violations observée. Ainsi, les résultats des tests doivent donc aller dans le même sens.

3. **Le test de Christoffersen** : Ce dernier essaie de tester l'hypothèse d'indépendance. Il s'agit ici de voir si la probabilité de violation pour un jour donnée dépend des

résultats du jour précédent. Ce test prend donc en compte de nouvelles variables de comptages notées n_{ij} avec j la valeur de la variable violation au jour t et i sa valeur au jour $t - 1$ (ainsi nous avons $n_{00}, n_{01}, n_{10}, n_{11}$). Nous nous intéressons donc à la probabilité $\tau_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_{ii} + n_{ij}}$ qui est la probabilité conditionnelle d'obtenir i sachant que nous avons eu j le jour précédent. L'hypothèse nulle consiste à voir si $\tau_{01} = \tau_{11} = p$. Cela revient à dire que la violation au jour t ne dépend pas de la présence de violation au jour $t - 1$. De ce fait la statistique C de test qui suit asymptotiquement une loi du χ^2 à un degré de liberté est donnée par :

$$C = 2 \ln \left((1 - \tau_{01})^{n_{00}} (\tau_{01})^{n_{01}} (1 - \tau_{11})^{n_{10}} \tau_{11}^{n_{11}} \right) - 2 \ln((1 - p)^{T-N} p^N)$$

Dans notre cadre d'étude ce test n'a pas pu être mis en oeuvre à cause de la nullité des paramètres τ_{01} (ou τ_{11}) dans beaucoup de cas. Cela engendrait le calcul de la fonction \ln au point 0 qui n'est pas possible.

Il existe une multitude d'autres tests qui permettent de vérifier ces deux hypothèses. Chaque test a ses propres avantages et inconvénients. Des tests comme le test joint qui combine celui de Kupiec et Christoffersen permettent également de tester les deux hypothèses simultanément. L'intérêt du backtesting dépend donc de la connaissance de l'utilité et limitations des résultats obtenus par les divers tests.

4 Analyse exploratoire

Dans cette section, nous faisons une analyse descriptive des séries qui permettront de comprendre mieux les principales caractéristiques des données que nous utilisons et cela dit, aideront à éclaircir les choix de modélisation ainsi que certains résultats obtenus.

La figure 2 permet d'analyser l'évolution des rendements journaliers des différents actifs dans le temps. Nous pouvons remarquer que les rendements varient autour d'une moyenne historique nulle. De plus, il existe des clusters de volatilité c'est-à-dire des périodes caractérisées par une plus ou moins grande amplitude dans la variation des rendements.

De part son étendue de variation et l'amplitude des sauts, l'action Tesla apparait comme la plus volatile d'entre tous. L'action L'Oréal et le Fututre sur l'Or sont similaires mais l'Or varie souvent en sens inverse. En outre, l'action Hyundai est caractérisée par une volatilité plus faible que les autres actifs.

Les impacts de la crise la Covid-19 sont visibles à travers les fluctuations des rendements. En effet, les rendements maxima ou minima sont atteints au début de l'année 2020 pour la plupart sauf le secteur automobile (Hyundai).

Comme attendu, le portefeuille a l'air d'être très peu volatile à l'instar de l'action Hyundai (figure 3).

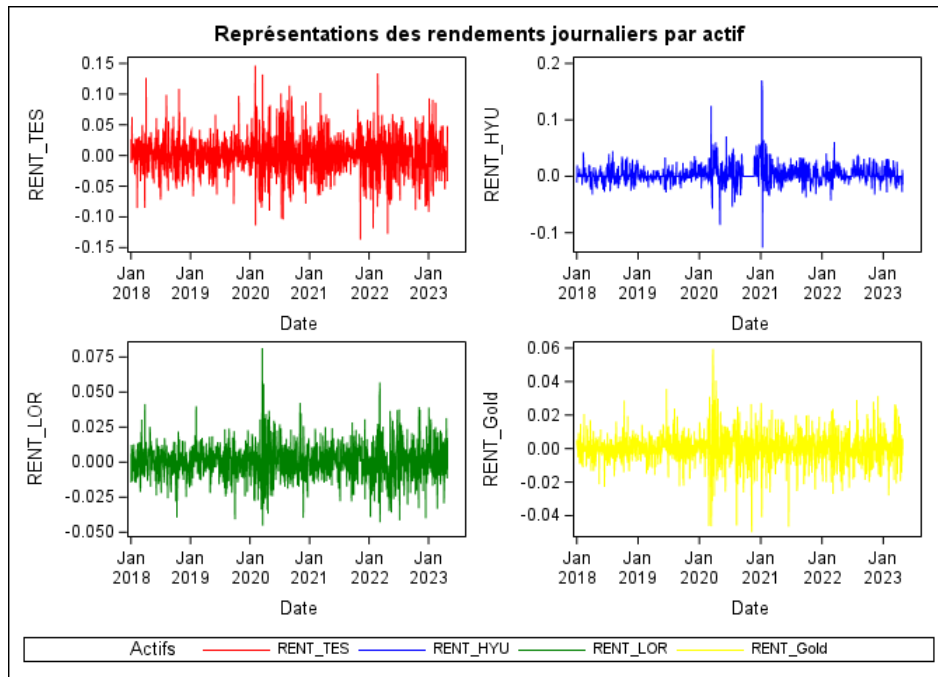


FIGURE 2 – Représentations des rendements journaliers des actifs.

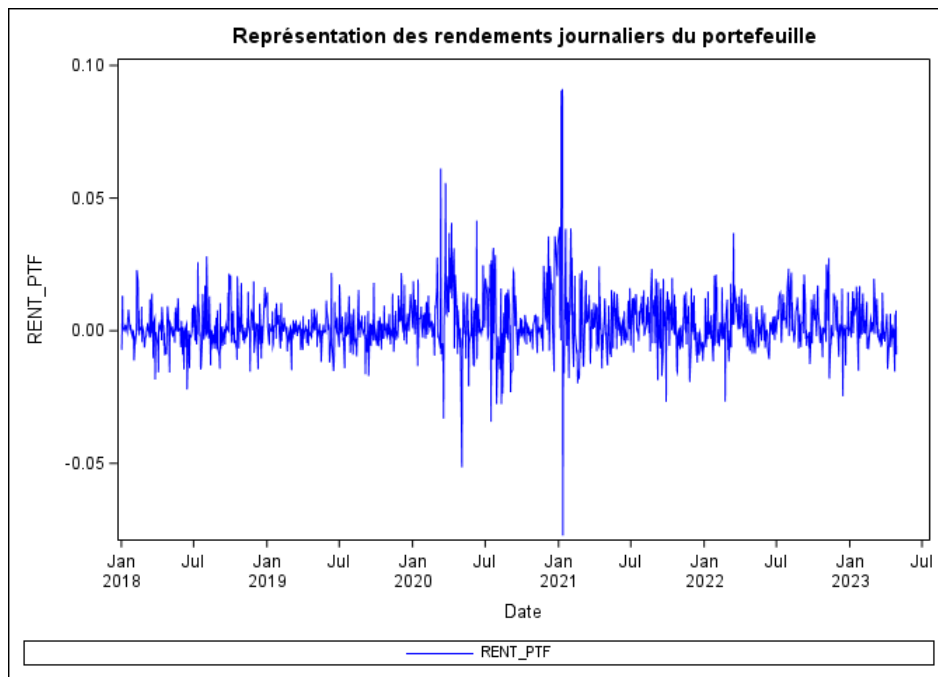


FIGURE 3 – Représentation des rendements journaliers du portefeuille.

Afin de faire des statistiques descriptives de base, nous avons utilisé la procédure PROC UNIVARIATE de SAS 9.4 pour les quatre actifs ainsi que le portefeuille. Ensuite, nous nous sommes intéressés aux propriétés statistiques des séries, en particulier la stationnarité au moyen des tests Dickey-Fuller Augmenté (ADF) et Philips-Perron au moyen de la PROC ARIMA. Les sorties SAS y relatives sont accessibles via ce lien.

4.1 Rendements de l'action Tesla

Concernant les rendements de l'action Tesla, nous avons une moyenne de 0.0001532 et un écart-type de 0.030651. La moyenne des rendements étant proche de 0, nous pouvons donc en déduire que ces dernières ne connaissent pas particulièrement des mouvements à la hausse ou à la baisse en moyenne. L'écart-type étant 200 fois plus grand que la moyenne, nous laisse supposer que la volatilité des rendements autour de la moyenne est forte.

Nous avons une Kurtosis de 2.09 ce qui signifie que les rendements de l'action Tesla ne suivent pas exactement une distribution normale et possèdent plus de valeurs extrêmes, ce qui n'est pas étonnant dans le cas des rendements financiers. La Skewness est de 0,07919 ce qui signifie qu'il y a une petite asymétrie positive, indiquant que les rendements sont souvent supérieurs à la moyenne.

Le test de nullité de la moyenne permet de nous dire si la moyenne de nos observations est effectivement égale à zéro (ce qui est notre hypothèse nulle) ou non. La p-value étant de 0.8 on ne rejette donc pas H_0 au seuil de 5%. Ainsi, la moyenne des rendements de l'action Tesla ne sont pas significativement différente de 0.

Nous avons également voulu voir si les séries étaient stationnaires ainsi nous avons eu recours au test de racine unitaire de Dickey-Fuller augmenté (ADF). L'hypothèse nulle de ce test est que la série possède une racine unitaire et que par conséquent la série n'est pas stationnaire. Pour les rendements de l'action Tesla, nous avons une p-value de 0.0001 de ce fait on rejette H_0 au seuil de 5%. La série pour cet actif est donc stationnaire. Le test de stationnarité de Philips-Perron arrive également à la même conclusion et ira toujours dans le même sens que le test ADF pour les autres actifs et le portefeuille.

4.2 Rendements de l'action Hyundai

La moyenne des rendements de l'actif Hyundai est proche de 0 mais plus grande que celle de Tesla et l'écart-type est plus faible aussi. Ainsi, il y a de la volatilité autour de la moyenne mais beaucoup plus modérée que l'action Tesla. De plus la Kurtosis est de 18.56, donc il y a une plus grande probabilité d'avoir des rendements extrêmes comparé à Tesla. La Skewness étant de 1.52 indique que les rendements ont tendance à être plutôt positifs.

La p-value étant de 0.001 on rejette donc H_0 au seuil de 5%. Ainsi, la moyenne des rendements de l'action Hyundai sont significativement différente de 0.

Le test ADF pour les rendements de l'action Hyundai, nous donne une p-value de 0.0001 ainsi on rejette H_0 au seuil de 5%. La série pour cet actif est donc stationnaire.

4.3 Rendements de l'action l'Oréal

Concernant l'action l'Oréal la moyenne des rendements est proche de 0 et l'écart-type est 20 fois plus grand que cette dernière. Ce qui comparativement à Tesla est 10 fois plus faible. Nous sommes donc dans une situation où la volatilité est modérée autour de la moyenne, même si elle est plus forte que celle de Hyundai. Néanmoins, la Kurtosis se rapproche plus de celle de Tesla car elle est de 2.78 mais la Skewness étant de 0.23 est plus grande.

La p-value est de 0.07, on ne rejette donc pas H_0 au seuil de 5%. Ainsi, la moyenne des rendements de l'action l'Oréal ne sont pas significativement différente de 0

Le test ADF pour les rendements de l'action l'Oréal, nous donne une p-value de 0.001 ainsi on rejette H_0 au seuil de 5%. La série pour cet actif est donc stationnaire.

4.4 Rendements du Future sur l'Or

La moyenne des rendements du Future sur l'Or est également proche de 0 et l'écart-type est un peu plus grande que la moyenne indiquant une volatilité plutôt modérée tout comme l'Oréal. La Kurtosis est de 5.03 donc les rendements de l'actif peuvent prendre des valeurs extrêmes. Contrairement aux autres actifs la Skewness est certes proche de 0 mais négative, indiquant que les rendements peuvent avoir une tendance à être négatives.

La p-value étant de 0.1 on ne rejette donc pas H_0 au seuil de 5%. Ainsi, la moyenne des rendements du Future sur l'Or ne sont pas significativement différente de 0

Le test ADF pour les rendements du Future sur l'Or, nous donne une p-value de 0.0001 ainsi on rejette H_0 au seuil de 5%. La série pour cet actif est donc stationnaire.

4.5 Rendements du portefeuille d'actifs

La moyenne des rendements de notre portefeuille d'actifs est de 0.0018108 et l'écart type est de 0.00985849. Nous avons donc une volatilité modérée autour de la moyenne et qui est proche de la volatilité des rendements de Hyundai. La Kurtosis est de 13.41 ce qui indique une plus grande probabilité d'avoir des rendements extrêmes. La Skewness est de 1.1542 ainsi les rendements ont tendance à être plutôt positifs.

La p-value étant de 0.001 on rejette donc H_0 au seuil de 5%. Ainsi, la moyenne des rendements du portefeuille d'actifs sont significativement différente de 0.

La série des quatre actifs étant tous stationnaires, il semble donc évident que le test ADF pour les rendements du portefeuille nous affirme cela. En effet, la p-value du rendement des actifs du portefeuille est 0.0001 ainsi on rejette H_0 au seuil de 5%. La série est donc stationnaire.

5 Présentation des résultats

5.1 Méthode historique

Le but de cette section est donc d'analyser les résultats obtenus grâce la méthode de calcul historique présentée précédemment.

On observe dans ce premier graphique les rendements de Tesla ainsi que l'estimation de la VaR à 99%. On remarque notamment de grandes périodes de volatilité qui structurent le graphique. Cela rejoint la description faite dans l'analyse exploratoire. Concernant la VaR, on constate une certaine stabilité et une tendance à surestimer les pertes. Néanmoins, la courbe de la VaR suit la même allure que celle des rendements. En parallèle,

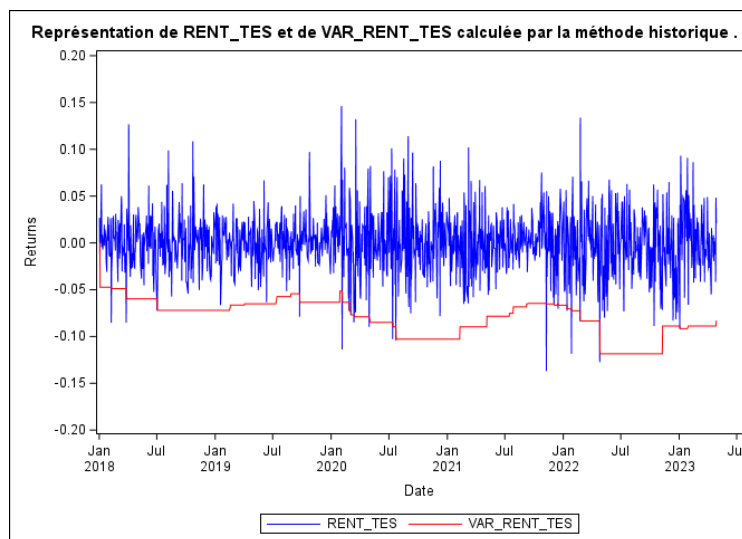


FIGURE 4 – Représentation des rendements de l'action Tesla et de sa Value-at-Risk calculée à partir de la méthode de simulation historique.

au niveau des périodes de fortes volatilités, on observe une tendance générale de la VaR à être sous-estimée. Etant donné, que ces périodes marquées par une forte volatilité sont en général expliquée par des événements extrêmes assez inattendues (2022 marquée par la chute du Bitcoin), on retrouve une des limitations de l'approche historique qui consiste à donner une estimation basée uniquement sur le passé et qui ne tient pas compte des extrêmes qui peuvent survenir. En effet, en Janvier 2022, la perte réelle est de -12% tandis que la VaR estimée ne dépasse pas -10%. La méthode reposant sur les données passées, on remarque une sur-estimation pour les périodes suivantes. Les tests que l'on retrouve dans la table 1 peinent à ne pas rejeter l'hypothèse nulle d'acceptation du modèle au seuil de 5%.

Dans les deux graphiques suivants, on observe que la VaR s'ajuste très bien aux pertes réelles observées, notamment dans les périodes où les rendements ont tendance à stagner. Pour les mêmes raisons citées plus haut, on constate que la VaR est sous estimée dans les périodes de volatilité. Contrairement aux rendements de L'Oréal, ceux de Hyundai étant plus stables en général, on constate graphiquement que le nombre de violations est moins élevé. Cette intuition graphique se confirme par les résultats des tests dans la table 1 qui nous montrent que le nombre de violations est très faible pour l'étude de Hyundai. Les pvalue étant très

loin de 0.01, on ne rejette largement pas l'hypothèse nulle et la modélisation de la VaR est conforme. En revanche, dans le cas de l'actif L'Oréal, on observe tout le contraire : d'une part le nombre de violations est assez conséquent et d'autre part on rejette l'hypothèse de validité du modèle pour cet actif.

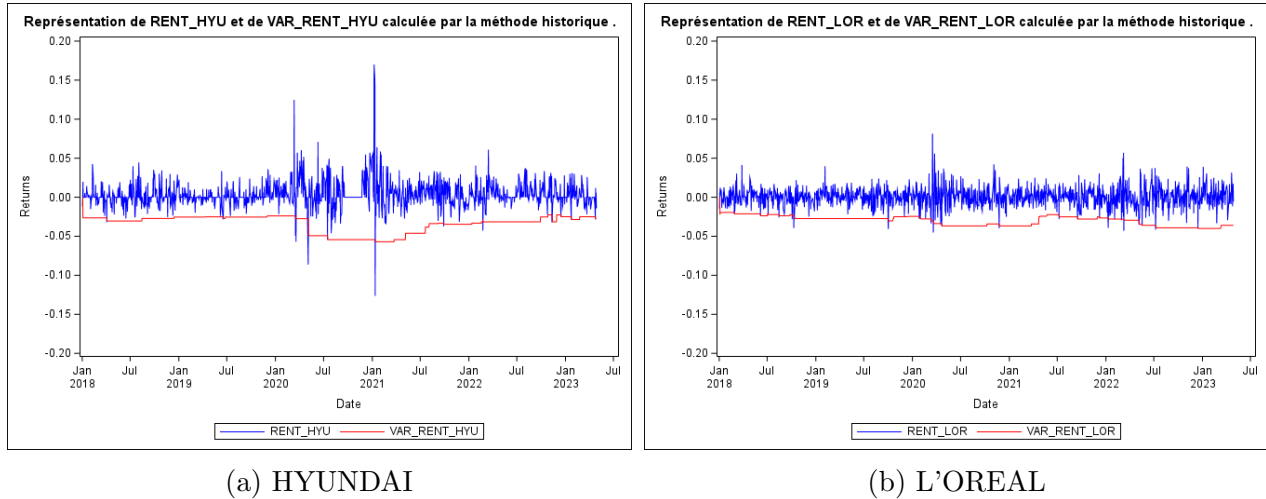
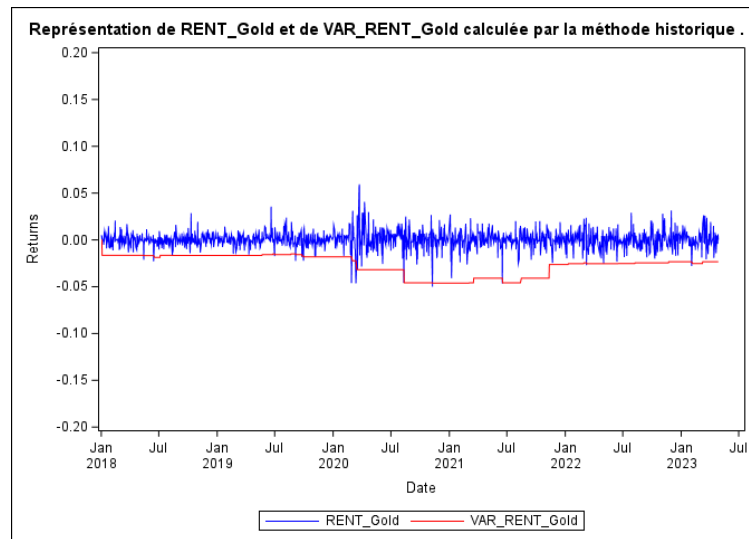


FIGURE 5 – Représentation des rendements des actions Hyundai et L'Oréal et de leur Value-at-Risk calculée à partir de la méthode de simulation historique.

Dans ce graphique on ne constate pas beaucoup de violations (confirmée dans la table 1). L'allure des rendements n'est pas très volatile et on rencontre les mêmes problèmes qu'avant sur les valeurs extrêmes. Les tests ne rejettent pas les hypothèses nulles.

Le portefeuille accordant une part importante aux actions Hyundai et Futures sur l'Or, on visualise la même allure et le même comportement de la VaR qui

FIGURE 6 – Représentation des rendements du Future sur l'Or et de sa Value-at-Risk calculée à partir de la méthode de simulation historique.



s'ajuste très bien et qui est stable dans le temps. Le nombre de violations est également peu élevé. En effet, le portefeuille est construit de façon à tenir compte de ce facteur.

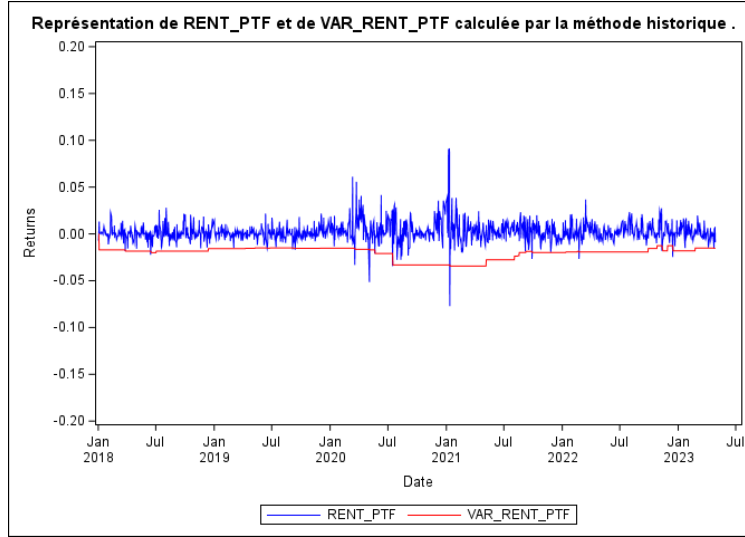


FIGURE 7 – Représentation des rendements du portefeuille et de sa Value-at-Risk calculée à partir de la méthode de simulation historique.

On peut donc dire que l'approche historique se comporte généralement très bien sauf en cas de présence de très haute volatilité des rendements des actifs. Etant donné son grand nombre de limitations basées essentiellement sur la socle passé de l'approche, on peut avoir parfois des erreurs d'estimations. Néanmoins, en cas de stabilité et de stagnation des rendements, cette dernière se comporte plutôt bien et donne des résultats satisfaisants.

TESTS SUMMARY							
				Kupiec		Binomial	
	T	N	THO	STAT	P-value	STAT	P-value
RENT_TES	1316	20	0.0151976	3.0979874	0.0783891	1.8950059	0.0580916
RENT_HYU	1316	15	0.0113982	0.2486481	0.6180286	0.5097677	0.6102142
RENT_LOR	1316	28	0.0212766	12.770945	0.000352	4.111387	0.0000393
RENT_GOLD	1316	15	0.0113982	0.2486481	0.6180286	0.5097677	0.6102142
RENT_PTF	1316	16	0.0121581	0.5792128	0.4466211	0.7868153	0.43139

TABLE 1 – Tableau résumé du test de Kupiec et Binomial pour la VaR historique

5.2 Méthode (paramétrique) EWMA

Dans cette sous-section, nous allons analyser les résultats et graphiques de la VaR obtenus à par de la méthode Equally Weighted Moving Average (EWMA), méthode énoncé au point 2.2 et 3.2.

Nous constatons que la VaR pour l'action Tesla entre Janvier 2018 et janvier 2020 varie légèrement autour de -5% mais reste autour de cette valeur. Elle atteint son minimum global sur la période en Janvier 2021, ce qui correspond à la crise du Covid-19, seuil situé à -10% . Etant sur l'action Tesla, le résultat obtenu est relativement cohérent avec la situation économique du secteur.

Nous avons ensuite une remontée progressive à partir de Juillet 2021 qui se rapproche de 5% de perte. Nous pouvons dire que la VaR à tendance à être sous-estimée dans ce cas.

En ce qui concerne l'action Hyundai, la VaR s'ajuste relativement bien aux observations, cependant comme pour Tesla la VaR à tendance à être sous-estimée. Elle atteint son minimum en Janvier 2021, avec la crise du Covid, à hauteur de -7% .

En comparant cette action à celle de l'Oréal, qui reste moins volatile, l'ajustement de la VaR est mieux graphiquement.

En ce qui concerne le nombre de violations, l'action L'Oréal est la plus élevée. Le modèle pour cette action n'est pas valide contrairement au modèle pour l'action Hyundai, conclusions faites à partir de la p-value que vous trouverez dans le tableau ci-après.

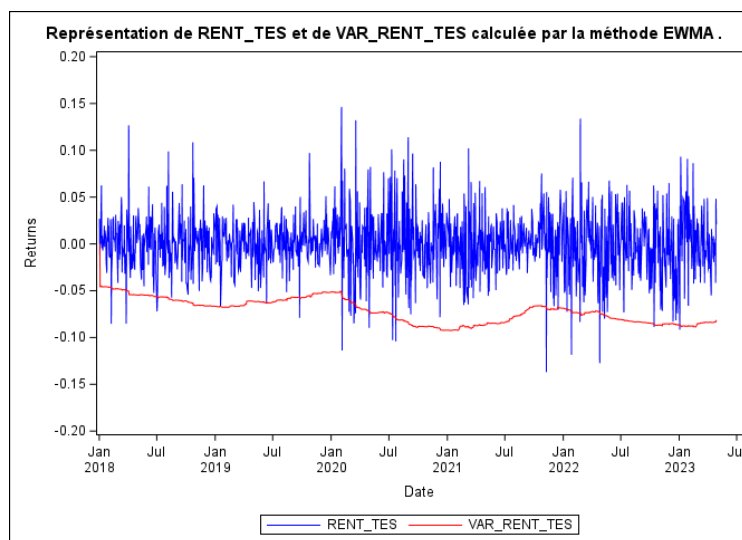


FIGURE 8 – Représentation des rendements de l'action Tesla et de sa Value-at-Risk calculée par la méthode (paramétrique) EWMA

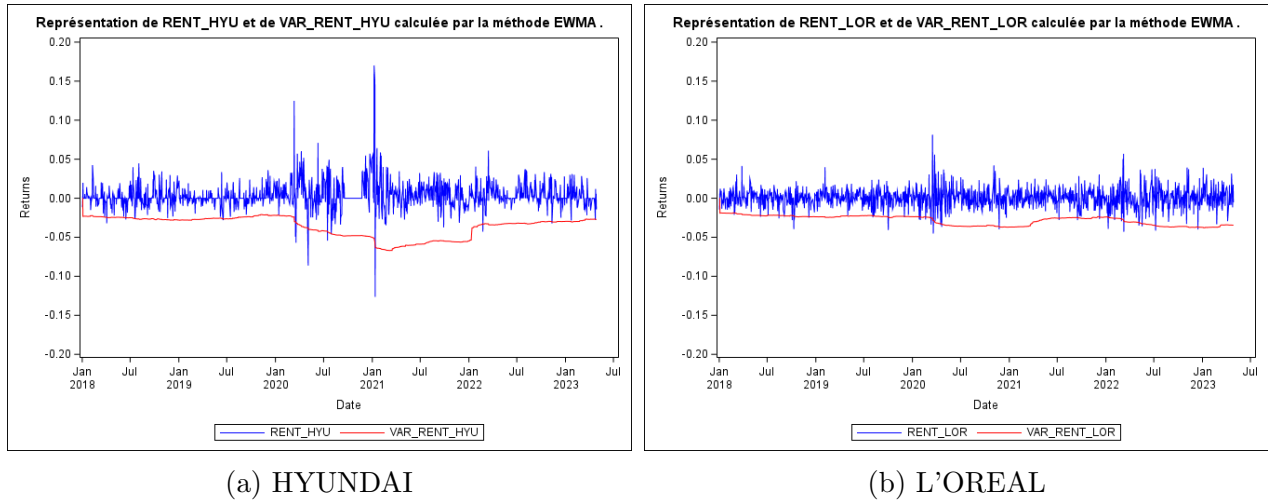


FIGURE 9 – Représentation des rendements des actions Hyundai et L'Oréal et de leur Value-at-Risk calculée à partir de la méthode EWMA.

Concernant le Future sur l'Or, on identifie peu de violations, d'un point de vue graphique et numérique. Graphiquement, les rendements du future est peu volatile, s'ajuste relativement bien les observations et est assez peu sous-estimé comparativement aux autres actifs du portefeuille. Dans l'ensemble, on constate que le portefeuille est assez stable, la VaR du portefeuille, comme pour le premier actif, reste autour de -5% donc peu de violations globalement. En somme, les rendements du portefeuille varie, comme pour Hyundai, en janvier 2021. De manière générale, cette approche donne des résultats satisfaisants en cohérence avec le contexte temporelle dans laquelle se situe notre étude.

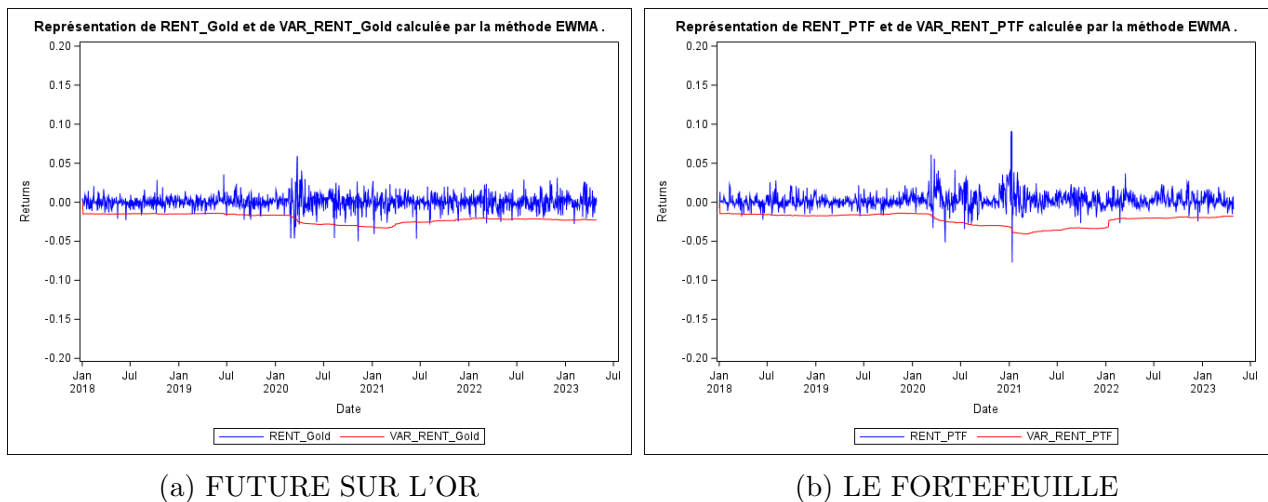


FIGURE 10 – Représentation des rendements du Future sur l'Or et sur l'ensemble du portefeuille et de leur Value-at-Risk calculée à partir de la méthode EWMA.

TESTS SUMMARY							
				Kupiec		Binomial	
	T	N	THO	STAT	P-value	STAT	P-value
RENT_TES	1316	25	0.018997	8.5126224	0.00355269	3.2802441	0.0010372
RENT_HYU	1316	14	0.0106383	0.053053	0.8178335	0.23272	0.8159788
RENT_LOR	1316	33	0.025076	21.299166	<0.0001	5.4966252	<0.0001
RENT_GOLD	1316	27	0.0205167	11.274912	0.0007856	3.8343394	0.0001259
RENT_PTF	1316	13	0.0098784	0.0019729	0.964572	-0.044328	0.9646433

TABLE 2 – Tableau résumé du test de Kupiec et Binomial pour la VaR paramétrique.

On ne rejette pas le test de Kupiec au seuil de 5% pour les rendements de l'actif Hyundai et le rendmements du portefeuille d'actif, conclusion indentique pour le deuxième test de distribution binomiale. Les modèles, associés aux coefficients dont on rejette H_0 , sont valides.

5.3 Méthode de Monte Carlo simple

Dans cette sous-section, nous allons nous intéresser aux résultats du calcul de la Value-at-Risk en utilisant la méthode de simulation de Monte Carlo avec EWMA.

Nous pouvons voir que la VaR entre Janvier 2018 et Janvier 2020 fluctue peu, elle est autour de -5% du début à la fin de cette période. Nous pouvons constater que la VaR a connu son niveau le plus élevé (en valeur absolue) lorsque la crise du Covid-19 était bien amorcée car les pertes attendues pouvaient atteindre les -10%. Ce qui n'est pas

étonnant pour le secteur automobile qui était en arrêt lors de la pandémie. Nous constatons, que cette tendance tente de se résorber dès Juillet 2021 car la VaR est autour des -7.5%. Après cette période, nous pouvons voir que la VaR commence encore à augmenter (en valeur absolue) ce qui peut être expliqué par la hausse des taux d'intérêt par la FED dès Mars 2022 ainsi que l'achat de Twitter par Elon Musk en Avril 2022. Les principales violations de la VaR sont notamment de Janvier 2020 à Juillet 2020 mais aussi de Janvier 2022 à Juillet 2022. Ainsi, nous pouvons en déduire que la VaR peine parfois à suivre et prendre en considération les périodes de crise, en tout cas au début. C'est pourquoi les tests nous disent que le modèle n'est pas valide car le nombre de violation observé est assez différent de ce que l'on attend. Nous pouvons dire que la VaR a été sous-estimée (voir table 3).

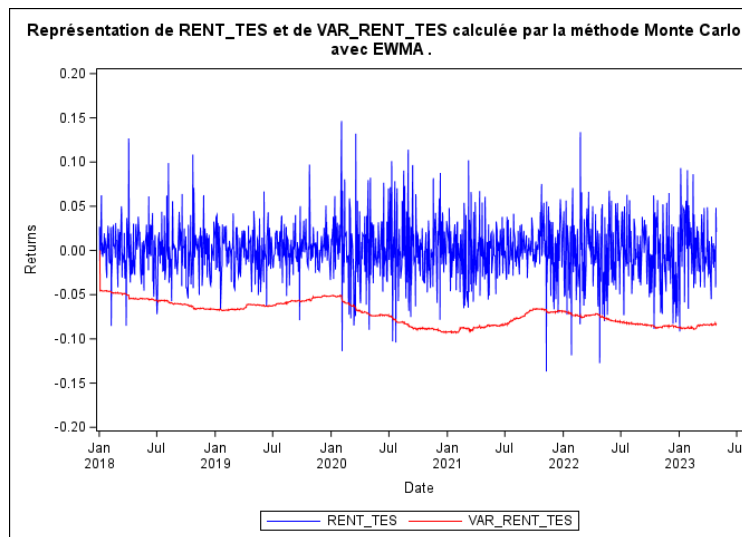


FIGURE 11 – Représentation des rendements de l'action Tesla et de sa Value-at-Risk calculée à partir de la méthode de Monte Carlo avec EWMA.

Dans l'ensemble, nous remarquons que la volatilité des rendements des deux actifs représentés dans la figure 12 varient de manière plutôt modérée et en sens inverse. De plus, nous pouvons voir que la VaR ; que ce soit pour l'action l'Oréal ou bien le Future sur l'Or ne descend pas en dessous de -5%. Ce qui contraste donc avec les rendements de l'action Tesla. Nous pouvons tout de même remarquer que la VaR du Future sur l'Or semble plus stable dans le temps que celui de l'Oréal. La VaR s'éloigne beaucoup plus de 0 lors de la période de pandémie mais aussi après Janvier 2022 pour l'Oréal en raison du contexte économique mais aussi de la diminution de Nestlé dans sa participation au sein de l'Oréal. Les p-value des tests de

validation affirme qu'il y a une sous-estimation de la VaR pour ces deux actifs (voir table 3).

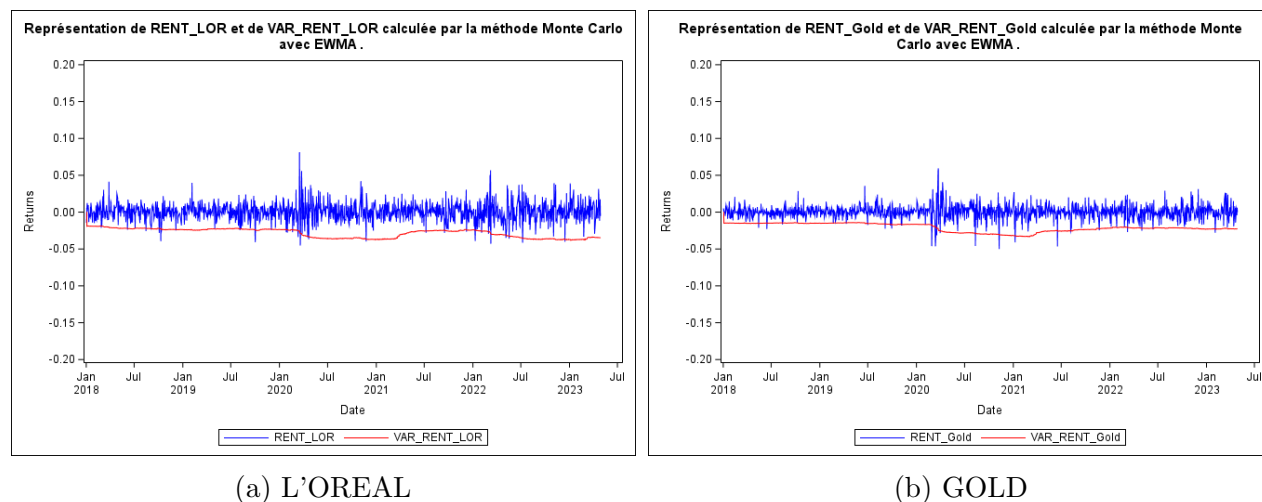


FIGURE 12 – Représentation des rendements de l'action L'Oréal et du Future sur l'Or leur Value-at-Risk calculée à partir de la méthode de Monte Carlo avec EWMA.

Nous pouvons constater que ce graphique ressemble très fortement à celui de la méthode historique pour le même actif. En effet, la variation de la VaR est presque identique. Elle s'ajuste bien aux pertes qui ont été réellement observées, et les deux tests le confirment (voir table 3). Contrairement à Tesla, on constate que les rendements pour cet actif sont plus stables et que le nombre de violations de la VaR est faible. Par

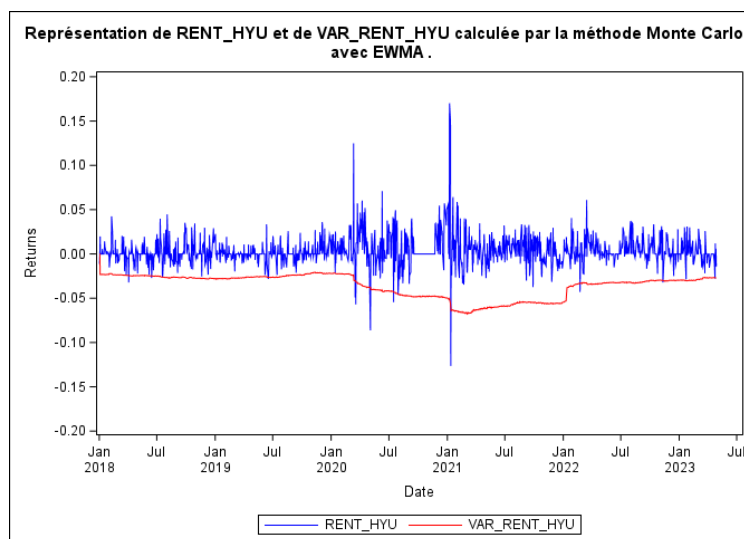


FIGURE 13 – Représentation des rendements de l'action Hyundai et de sa Value-at-Risk par la méthode de Monte Carlo avec EWMA.

ailleurs, la VaR est descendue à son plus bas niveau sur la période étudiée, entre janvier 2020 et janvier 2022. En effet, elle a franchi la barre des -5%. Cela traduit une fois de plus l'impact de la pandémie et du confinement qui ont mis à l'arrêt le secteur automobile.

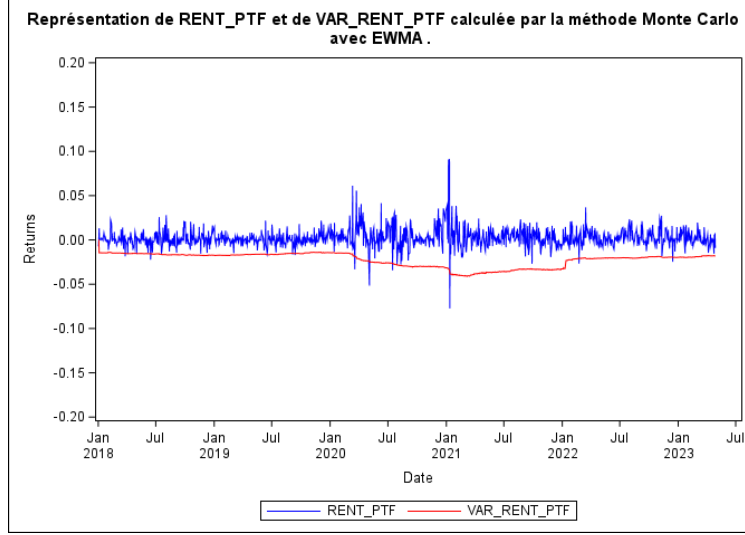


FIGURE 14 – Représentation des rendements du portefeuille d’actif et de sa Value-at-Risk calculée à partir de la méthode de Monte Carlo avec EWMA.

Nous remarquons dans un premier temps que la volatilité des rendements du portefeuille est plutôt stable dans le temps. Par ailleurs, nous pouvons également constater que la VaR ne descend pas en dessous de 5% et que les violations semblent peu nombreuses. Les tests le confirment [3]. En effet, les violations que nous pouvons observer se situent dans la période du Covid-19. Il apparaît que le comportement des rendements du portefeuille est similaire à celui des rendements de l’action Hyundai principalement, et que la VaR présente des similitudes avec celle de Hyundai, mais aussi de L’Oréal et du Future sur l’Or, car elle ne descend pas en dessous de -5%.

TESTS SUMMARY							
				Kupiec		Binomial	
	T	N	THO	STAT	P-value	STAT	P-value
RENT_TES	1316	26	0.0197568	9.8545208	0.0016941	3.5572917	0.0003747
RENT_HYU	1316	15	0.0113982	0.2486481	0.6180286	0.5097677	0.6102142
RENT_LOR	1316	33	0.025076	21.299166	< 0.0001	5.4966252	< 0.0001
RENT_GOLD	1316	27	0.0205167	11.274912	0.0007856	3.8343394	0.0001259
RENT_PTF	1316	13	0.0098784	0.0019729	0.964572	-0.044328	0.9646433

TABLE 3 – Tableau résumé du test de Kupiec et Binomial pour la VaR Monte Carlo avec EWMA.

On ne rejette pas le test de Kupiec au seuil de 5% pour les rendements de l’actif Hyundai et le rendements du portefeuille d’actifs. Ainsi, le modèle est valide pour ces derniers. Ce n’est pas le cas pour le reste. Nous arrivons à la même conclusion avec le test de distribution binomiale.

5.4 GARCH

Dans cette sous-section, nous nous intéressons aux résultats du calcul de la Value-at-Risk en utilisant des simulations de Monte Carlo combinées avec la prise en compte de facteurs de risque de type GARCH.

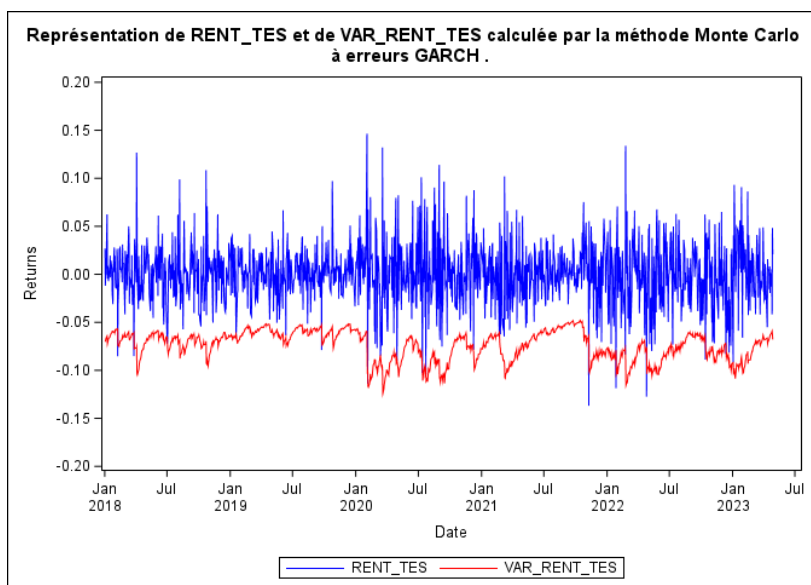


FIGURE 15 – Représentation des rendements de l'action Tesla et de sa Value-at-Risk calculée à partir d'erreur de type GARCH

tendues étaient inférieures à -10%, avec une moyenne à environ -7.5%. Elle atteint ses niveaux les plus bas pendant la crise de la Covid-19, ce qui est dû aux fortes perturbations sur les marchés pendant cette période.

De visu, les violations de la VaR ne sont pas très nombreuses et sont autour de la moyenne attendue, environ 1%. Elles surviennent surtout après des périodes de faibles volatilités et le modèle n'arrive pas à estimer les pertes potentielles à leurs justes valeurs.

À travers le graphique ci-contre, nous pouvons remarquer que la VaR suit de très près les périodes de forte volatilité ainsi que les périodes de stagnation.

En effet, le calcul de la VaR est effectué en simulant des rendements gaussiens de volatilité équivalente à la volatilité conditionnelle estimée sur l'historique. Cela renvoie directement à l'utilité du GARCH : la prise en compte des clusters de volatilité. La VaR varie en moyenne entre -5% et -10%. Entre Janvier 2018 et Janvier 2020, les estimations des pertes inat-

Les variations journalières de l'action Hyundai étant peu importantes entre 2018 et Janvier 2020, les estimations de la VaR fluctuent autour de -2.5% sur l'ensemble de la période avec plus ou moins des périodes de stabilité. Entre janvier 2020 et le premier trimestre de 2021, la VaR a évolué en dents de scie d'amplitudes plutôt élevées. Elle atteint son niveau minimal à la fin de ladite période,

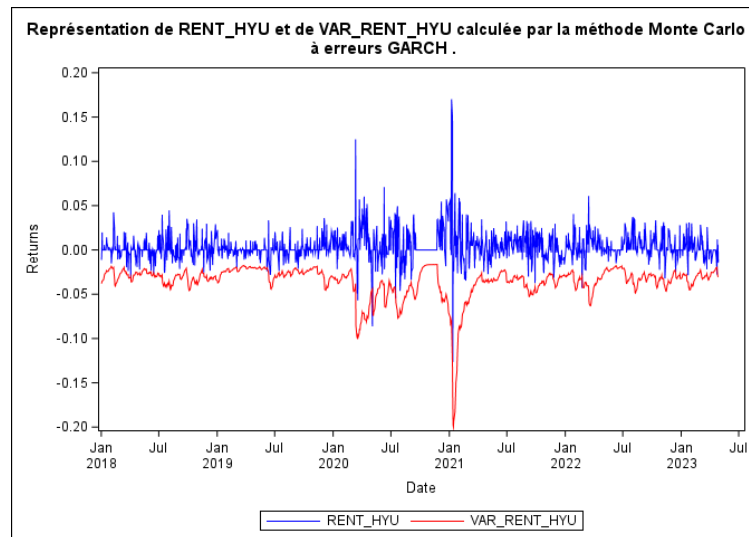


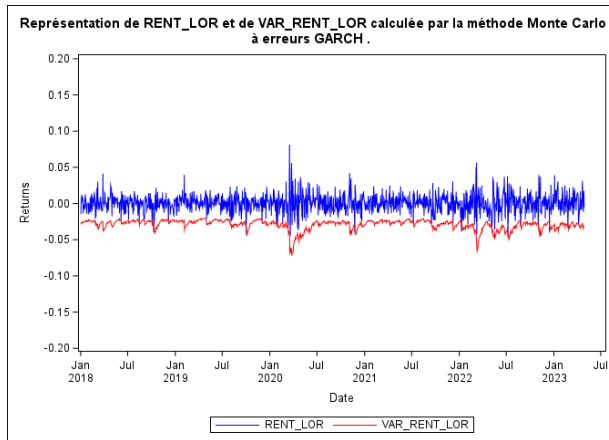
FIGURE 16 – *Représentation des rendements de l'action Hyundai et de sa Value-at-Risk calculée à partir d'erreur de type GARCH*

soit -20% suite à la succession de rendements journaliers très élevés et très faibles. Nous constatons une résorption au fur et à mesure qui se termine par des oscillations autour de -5%.

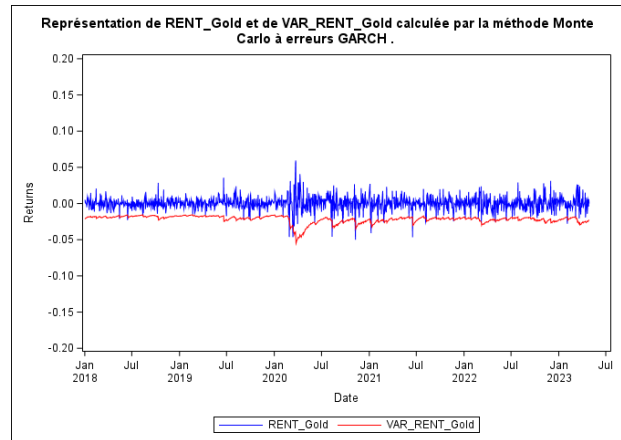
Le type GARCH des facteurs de risque a permis de bien prendre en compte la volatilité de l'action. Nous remarquons qu'il n'y a eu que très peu de rendements inférieurs à la VaR. Toutefois, si les violations sont très faibles, nous pouvons avoir une surestimation de la VaR ; ce qui peut être gênant puisque le calcul de la VaR implique la mise en place des moyens de couverture qui constituent le socle du risk management.

Dans les deux sous-figures ci-dessous (17a et 17b), nous voyons une certaine similitude dans l'évolution des VaR respectives des rendements de L'Oréal et du Future sur l'Or. Toutefois, la VaR du Future est un peu plus faible et plus stable, vu la moindre volatilité de ce dernier par rapport à l'action L'Oréal. Les niveaux de VaR les plus faibles sont atteints pour les deux actifs pendant la période de la pandémie de la Covid-19. Mais, il y a eu une seconde rechute de la VaR de l'action L'Oréal au premier trimestre 2022 suite à des performances historiques du groupe en 2021 et le rachat de Nestlé.

Si nous avons plusieurs dépassements de la VaR pour les deux actifs, ceux du Future sur l'Or sont plus visibles sur le graphique. Cela est probablement dû à des tailles de clusters de volatilité très faibles. Tout cela peut nous laisser penser que la faible volatilité de ce dernier implique des sous-estimations de la VaR ; ce qui encore une fois est gênant surtout cela pourrait également invalider les tests.



(a) *L'Oréal*



(b) *L'Or*

FIGURE 17 – Représentations respectives des rendements de l'action l'Oréal et du Future sur l'Or et de leurs Value-at-Risk obtenues à partir d'erreur de type GARCH

La VaR du portefeuille représentée dans la figure 18 ci-contre suit de très près les fluctuations des rendements du portefeuille. Nous observons une stabilité relative autour de -2.5% de Janvier 2018 jusqu'au début de la crise Covid. Ce qui est très intéressant du point de vue des opérations de couverture à réaliser : les positions sont stables.

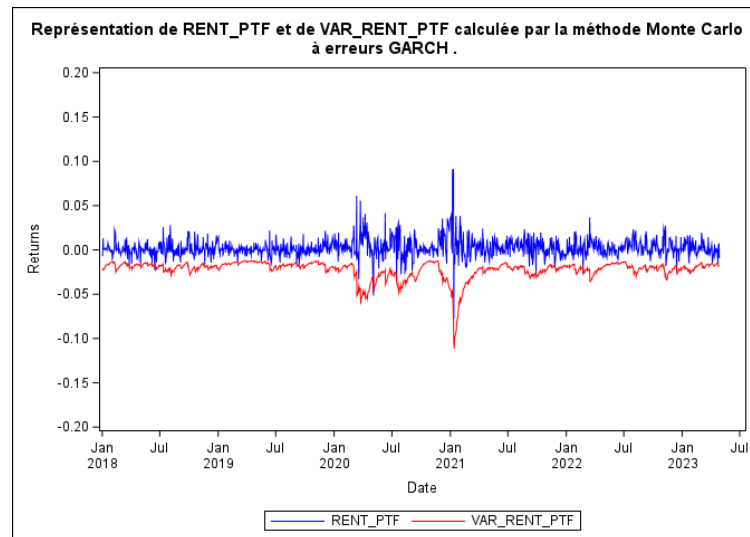


FIGURE 18 – Représentation des rendements du portefeuille et de sa Value-at-Risk calculée à partir d'erreur de type GARCH

Pendant la crise, la

VaR du portefeuille a beaucoup fluctué en raison des variations des cours des actifs le composant. Mais l'étendue de variation demeure quand même très faible.

Au début de l'année 2021, nous avons eu une baisse abyssale faisant atteindre le minimum (soit environ -10%) qui s'est tout de suite résorbée au milieu de l'année. Ensuite, surviennent des variations légères.

Les violations de la VaR sont peu nombreuses. Ce qui était attendu puisque le portefeuille est efficient. Cela laisse penser que les facteurs de risque ont été suffisamment pris en compte dans le modèle.

Le tableau 4 présente les résultats du test de validité de la VaR obtenue par des simulations de Monte Carlo ayant pour paramètres les volatilités conditionnelles. Le Future sur l'or est l'actif à avoir le plus souvent des rendements journaliers inférieurs à la VaR (26) tandis que l'action Hyundai, le moins (7).

TESTS SUMMARY							
				Kupiec		Binomial	
	T	N	THO	STAT	P-value	STAT	P-value
RENT_TES	1316	16	0.0121581	0.5792128	0.4466211	0.7868153	0.43139
RENT_HYU	1316	7	0.0053191	3.5112746	0.0609525	-1.706613	0.0878939
RENT_LOR	1316	22	0.0167173	4.9899803	0.0254945	2.4491012	0.0143213
RENT_GOLD	1316	26	0.0197568	9.8545208	0.0016941	3.5572917	0.0003747
RENT_PTF	1316	11	0.0083587	0.3792728	0.5379927	-0.598423	0.5495578

TABLE 4 – Tableau résumé du test de Kupiec et Binomial pour la VaR Monte Carlo à erreurs GARCH

Pour les tests de Kupiec et de loi Binomiale, on ne rejette pas l'hypothèse nulle de validité à aucun des seuils usuels pour Tesla et le portefeuille. On ne rejette pas non plus à 5% l'hypothèse de validité de la VaR pour l'action Hyundai. Mais, on l'aurait rejeté à 10%. Vu le taux de violations, cette VaR est aux bords de la surestimation. On rejette l'hypothèse nulle pour l'action L'Oréal et le Future sur l'Or.

5.5 IGARCH

Comme pour le GARCH, le IGARCH est très pertinent pour des actifs plutôt volatiles. L'allure de la VaR est similaire à celle vue avec le modèle GARCH. À quelques exceptions près, on pourrait dire que c'est équivalent. Ce qui est dû au fait que nous n'avons pas eu beaucoup de violations successives. Par ailleurs, le GARCH intégré étant réputé pour traiter le cas de séries non stationnaires, peut donner des résultats proches du GARCH simple sur des séries stationnaires. Toutefois, le nombre de violations a diminué de 25% suivant les résultats du tableau 5.

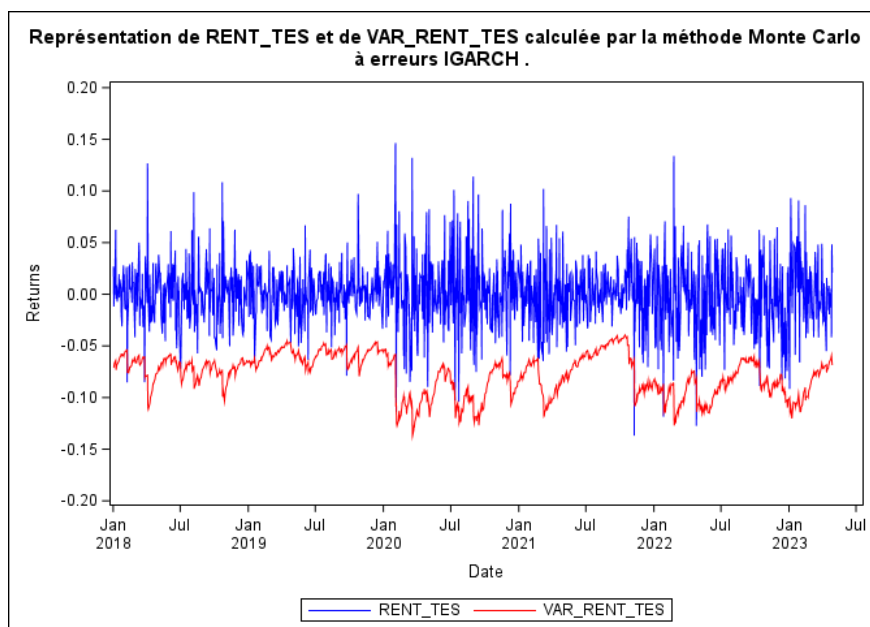
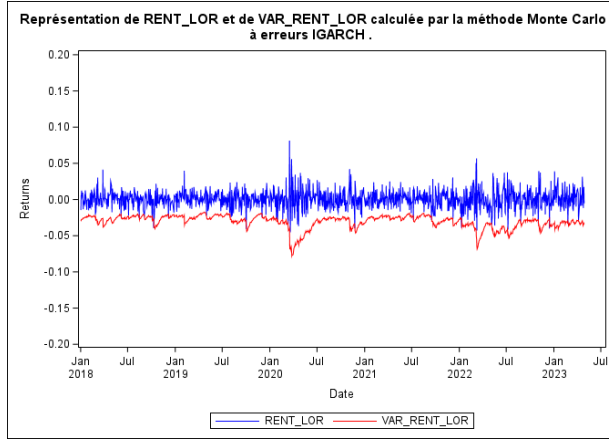


FIGURE 19 – Représentation des rendements de l'action Tesla et de sa Value-at-Risk calculée à partir d'erreur de type GARCH intégré

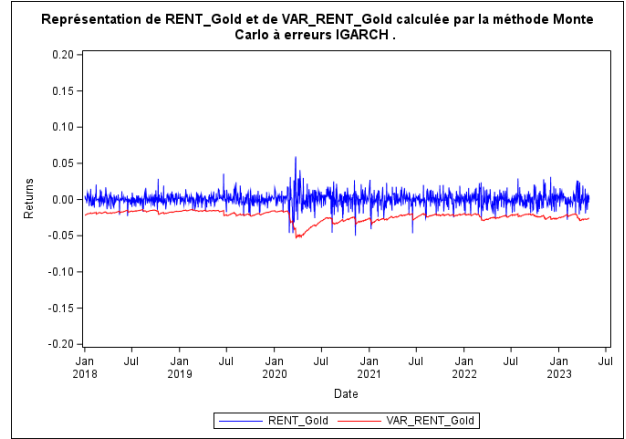
En visualisant la figure 20, nous pouvons penser que les résultats sont exactement les mêmes. Toutefois, nous pouvons quand même remarquer que la VaR s'est un peu éloignée de la courbe représentative des rendements journaliers, en particulier pour l'action l'Oréal. En effet, en période de forte volatilité, le coussin se gonfle et la VaR tend à augmenter légèrement en valeur absolue. Nous pourrions à partir du backtesting en dire davantage.

Au moyen de la figure 21, nous pouvons voir que les résultats pour le calcul de la VaR avec des facteurs de risques IGARCH sont pratiquement les mêmes que ceux obtenus avec les erreurs de type GARCH. Cela peut-être une conséquence de la stationnarité des séries et le fait que les étendues de variations des rendements au niveau des clusters de volatilité ne sont pas très grandes.

Suivant les résultats des tests de validité de la VaR, les nombres de violations ont significativement diminué pour tous les actifs non compris l'action Hyundai et le portefeuille.

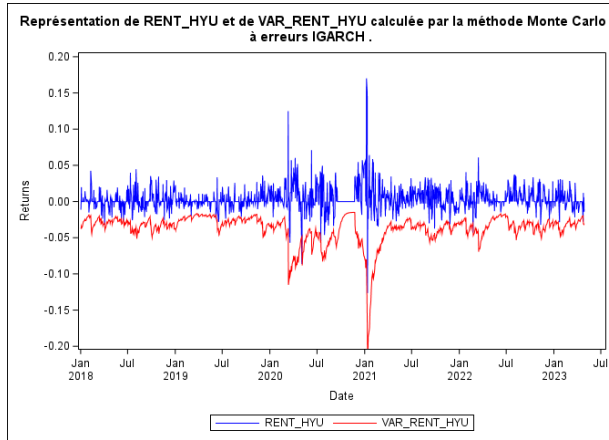


(a) *L'Oréal*

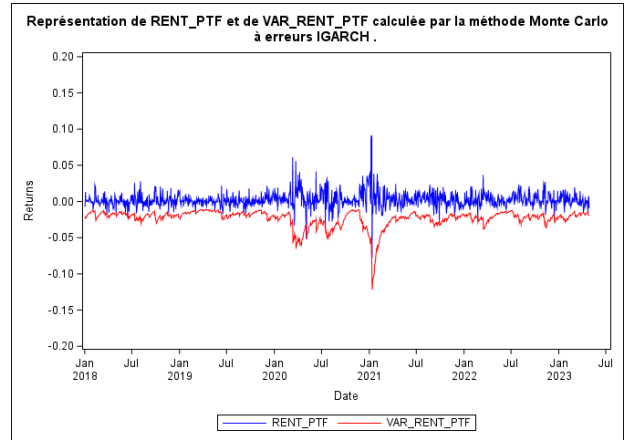


(b) *L'Or*

FIGURE 20 – Représentations respectives des rendements de l'action l'Oréal et du Future sur l'Or et de leurs Value-at-Risk obtenues à partir d'erreur de type GARCH intégrés.



(a) *Hyundai*



(b) *Le portefeuille*

FIGURE 21 – Représentations respectives des rendements de l'action Hyundai et du portefeuille et de leurs Value-at-Risk obtenues à partir d'erreur de type GARCH intégrés.

TESTS SUMMARY							
				Kupiec		Binomial	
	T	N	THO	STAT	P-value	STAT	P-value
RENT_TES	1316	12	0.0091185	0.1064259	0.7442705	-0.321375	0.747926
RENT_HYU	1316	7	0.0053191	3.5112746	0.0609525	-1.706613	0.0878939
RENT_LOR	1316	17	0.0129179	1.0363974	0.3086608	1.0638629	0.2873908
RENT_GOLD	1316	23	0.0174772	6.076872	0.0136963	2.7261488	0.0064078
RENT_PTF	1316	11	0.0083587	0.3792728	0.5379927	-0.598423	0.5495578

TABLE 5 – Tableau résumé du test de Kupiec et Binomial pour la VaR Monte Carlo à erreurs IGARCH

L'hypothèse nulle de validité n'est rejetée à aucun seuil usuel pour l'action Tesla et le portefeuille (comme précédemment) ainsi que l'action L'Oréal. Nous noterons que la VaR de l'action l'Oréal n'est valide pour aucune autre méthode de calcul. On n'a pas réussi encore une fois à rejeter l'hypothèse nulle de validité de la VaR sur l'action Hyundai au seuil de 5%. Ces conclusions sont valables tant pour le test de Kupiec que le test de la loi Binomiale.

6 Conclusions et discussions

Les résultats que nous avons obtenus pour chaque méthode étaient différents et mettaient en lumière les principaux avantages et inconvénients pour le calcul de la Value-at-Risk (VaR).

La méthode de simulation de Monte Carlo EWMA (simple) ne nous a pas fourni les meilleurs résultats, même si la littérature la désigne comme la plus puissante. Cela peut être dû à une mauvaise spécification de la distribution des rendements des actifs. Typiquement, à travers l'analyse exploratoire, nous avons vu que l'hypothèse nulle de normalité était rejetée pour tous les tests Kolmogorov-Smirnov, Cramer-von Mises et Anderson-Darling au seuil de 5%. Les qqplots montrent en effet que les queues de distributions posent problème. Dans la littérature, la loi normale est quand même utilisée si la non normalité est due aux queues de distribution. Toutefois, il serait intéressant de faire des tests d'adéquation à d'autres lois paramétriques et réaliser des tests.

Ainsi, dans cette situation, nous avons eu tendance à rejeter les tests de validité, sauf pour Hyundai et le Portefeuille. Cependant, lorsque nous utilisons le Monte Carlo IGARCH et GARCH, les résultats sont meilleurs. Par exemple, avec le IGARCH, nous prenons en compte la persistance des périodes de fortes volatilités, ce qui nous permet d'avoir une VaR valide pour presque tous les actifs. Cependant, dans les situations de faible volatilité, nous pouvons avoir des difficultés à ne pas rejeter les tests de validité, comme c'était le cas pour Hyundai avec le GARCH et le IGARCH, contrairement aux autres méthodes.

Nous avons également remarqué que les résultats de la VaR paramétrique EWMA sont assez similaires à ceux du Monte Carlo simple. Cela s'explique par le fait qu'on suppose les rendements gaussiens. La VaR historique donne de bons résultats dans l'ensemble mais les violations sont plus importantes en période de changement brusque de volatilité.

Ainsi, affirmer qu'une méthode fournit toujours de meilleurs résultats est incorrect, car certaines d'entre elles fonctionnent mieux selon les cas et les conditions. Cela signifie qu'avant de choisir une méthode, il est important de bien comprendre le contexte économique dans lequel nous nous trouvons, ainsi que de suivre l'actualité des marchés afin de savoir si nous sommes dans une période de forte volatilité ou non.

Nous avons essayé de construire un Portefeuille efficient, c'est pourquoi nous n'avons pas observé de fortes violations de la Value-at-Risk. L'actif Hyundai a le poids le plus important dans notre portefeuille, et comme nous l'avons constaté avec toutes les méthodes utilisées, la VaR pour cet actif était valide. Par conséquent, il semblait évident que notre portefeuille d'actifs le soit également. Ainsi, on peut dire que nous nous sommes bien couverts contre le risque.

Références

- [1] Alexander Baltaev and Ivaylo Chavdarov. Econometric methods and monte carlo simulations for financial risk management. 2013.
- [2] Jacob Boudoukh, Matthew Richardson, and Robert Whitelaw. The best of both worlds. *Risk*, 11(5) :64–67, 1998.
- [3] Ahmad Charaf and Aryan Razhagi. Black litterman model with neural network. 2021.
- [4] Jon Danielsson and Casper G De Vries. Value-at-risk and extreme returns. *Annales d'Economie et de Statistique*, pages 239–270, 2000.
- [5] Renaud De Jaham. *Approximation analytique de la valeur à risque d'un portefeuille d'actions dans le contexte GARCH*. PhD thesis, 2001.
- [6] Skander Dellagi. *Mesure du risque sur les marchés Canadiens à travers la VaR et la CVaR*. PhD thesis, 2015.
- [7] Elena-Ivona Dumitrescu*, Christophe Hurlin**, and Vinson Pham***. Backtesting value-at-risk : from dynamic quantile to dynamic binary tests. *Finance*, 33(1) :79–112, 2012.
- [8] Darryll Hendricks. Evaluation of value-at-risk models using historical data. *Economic policy review*, 2(1), 1996.
- [9] John Hull and Alan White. Incorporating volatility updating into the historical simulation method for value-at-risk. *Journal of risk*, 1(1) :5–19, 1998.
- [10] Christophe Hurlin. *Econométrie pour la Finance, Modèles ARCH-GARCH*. URL : https://www.dropbox.com/s/ol9mqfgs444x3s4/Cours_Finance.pdf?dl=0.
- [11] Christophe Hurlin and Sessi Tokpavi. Une évaluation des procédures de backtesting. 2007.
- [12] Aurelia Istratii, Taylan Kunal, and Luis Macavilca. Econométrie de la volatilité et de la var. 2012. URL : <https://taylankunal.files.wordpress.com/2012/06/econometrie-de-la-volatilitc3a9-et-de-la-var1.pdf>.
- [13] Bechir Raggad. Fondements de la théorie des valeurs extrêmes, ses principales applications et son apport à la gestion des risques du marché pétrolier. *Mathématiques et sciences humaines. Mathematics and social sciences*, (186) :29–63, 2009.
- [14] Meera Sharma. The historical simulation method for value-at-risk : A research based evaluation of the industry favorite. *Available at SSRN 2042594*, 2012.
- [15] Tristan Sydor. La value at risk. *Crédit Agricole Asset Management. Euro-Institut d'Actuariat*, 2007.
- [16] Y Zhang and S Nadarajah. A review of backtesting for value at risk. *Communications in Statistics-Theory and methods*, 47(15) :3616–3639, 2018.