

## PROJET : optimisation d'une aile delta en composite

On considère une aile de type delta réalisée en matériau composite stratifié, qui peut être utilisée par exemple pour construire un drone. Un schéma de la géométrie de l'aile est donné en Figure 1 : l'aile est constituée d'une plaque en composite, dont la forme est décrite par le quadrangle OABC dans le plan Oxy.

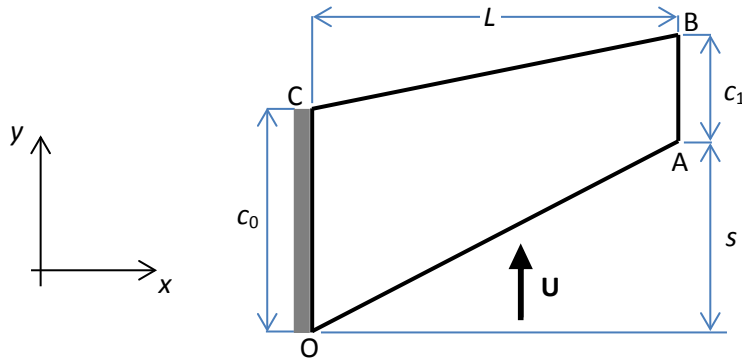


Figure 1 : géométrie de l'aile delta en composite

Pour l'aile, on note  $L$  l'envergure (longueur de l'aile dans la direction  $x$ ), et  $c_0$  et  $c_1$ , respectivement, la corde (largeur de l'aile dans la direction  $y$ ) aux deux extrémités  $x = 0$  et  $x = L$ . L'aile est en flèche, c'est-à-dire que les deux points d'extrémité du bord d'attaque OA sont décalés d'une longueur  $s$  dans la direction  $y$ , comme illustré dans la Figure 1. Pour le calcul, on fixera les valeurs :  $L = c_0 = s = 50$  cm ;  $c_1 = 0.5 c_0$ .

On considère que l'aile est fabriquée à partir d'un composite stratifié.

Le but de ce projet sera de choisir de manière optimale l'empilement composite dans le but de maximiser la rigidité globale de la structure.

Afin d'évaluer la rigidité globale de la structure, il sera nécessaire de réaliser un calcul aux éléments finis de l'aile : le modèle sera une plaque mince de la forme illustrée en Figure 1. De sorte à pouvoir effectuer tous les calculs dans le cadre du code éléments finis, on propose d'utiliser le code Castem pour ce travail. En alternative, on peut utiliser d'autres codes éléments finis comme Abaqus ou Fenics : le détail technique est donné pour Castem, mais des notes d'explication sont ajoutées dans le cas d'autres codes.

1. **Maillage** : réaliser le maillage de la structure selon le schéma illustré en Figure 1 : attention, la géométrie est plane parce qu'il s'agit d'une structure de type plaque, mais l'espace de travail est bien l'espace 3D. On utilisera des éléments triangulaires à 3 nœuds de sorte à modéliser des éléments de plaque mince de Kirchhoff (DKT = Discrete Kirchhoff Triangle).

Attention à réaliser le maillage avec une discrétisation suffisamment fine pour avoir des résultats convergés, mais pas trop pour ne pas alourdir le coût des calculs.

Dans Castem : d'abord, définir tous les paramètres de la géométrie comme des objets/variables. On conseille d'utiliser les noms suivants : **L0** la longueur de l'aile dans la direction  $x$ , soit  $L$  ; **c0** et **c1** les longueurs des cordes d'extrémité, soit  $c_0$  et  $c_1$ , respectivement ; **sw0** le décalage  $s$  ; ensuite **s0** le maillage et **mo0** le modèle de la plaque. Les éléments géométriques sont TRI3 et les éléments à définir dans le modèle **mo0** de la plaque sont les DKT. Pour ce modèle, on choisira l'option

« ELASTIQUE ORTHOTROPE » dans Castem pour faire le calcul avec des matériaux stratifiés orthotropes.

Dans Abaqus ou Fenics : construisez le maillage selon les techniques que vous connaissez et construisez le modèle de plaque de sorte à pouvoir définir des propriétés du matériau élastique orthotrope.

2. **Chargement** : en vol à une vitesse **U**, l'aile reçoit un écoulement dirigé selon l'axe *y* (voir schéma de Figure 1). Par effet de l'écoulement autour du profil, l'aile est soumise à une distribution de pression  $p_0$ . Une approximation de la forme de ce profil de pression est la suivante ( $y_{min}$  est l'ordonnée du bord d'attaque OA de l'aile dans le repère ayant pour origine le point O : en O,  $y_{min} = 0$ , et en A,  $y_{min} = s$  :

$$p_0 = \left(1 - \frac{c_0 - c_1 x}{c_0} \frac{x}{L}\right) (y - y_{min})(y - y_{min})^4$$

On fournit les lignes de code Castem nécessaires à produire une distribution de force surfacique **frc0** équivalente à cette distribution de pression (vous pourrez directement les recopier dans le code Castem : attention cela va fonctionner en ayant nommé **s0** le maillage et **mo0** le modèle de la plaque ; **L0** la longueur de l'aile dans la direction *x*, soit *L* ; **c0** et **c1** les longueurs des cordes d'extrémité, soit  $c_0$  et  $c_1$ , respectivement ; **sw0** le décalage *s*)

```
*generation du profil de pression
xs0 = coor 1 s0 ;
ys0 = coor 2 s0 ;
* coordonnee y du bord d'attaque le long du span
(fonction de x)
ysmin = sw0 / 10 * xs0 ;
* longueur de corde le long du span (fonction de x)
cc0 = ((c1 - c0) / 10 * xs0) + (manu chpo s0 scal c0) ;
* champ constant egal a 1
one = manu chpo s0 scal 1. ;

*profil aerodynamique de pression
yref0 = (ys0 - ysmin) / cc0 ;
pr0 = cc0 / c0 * (yref0 * ((one - yref0) ** 4)) ;
frc0 = press coqu mo0 pr0 norm ;
```

Dans Abaqus ou Fenics, il faut définir le champ de pression/force surfacique équivalent ou, à défaut, au moins une distribution de pression linéaire en *y*, telle que la pression soit nulle au bord de fuite (côté BC) et maximale au bord d'attaque (côté OA) et égale à :

$$\left(1 - \frac{c_0 - c_1 x}{c_0} \frac{x}{L}\right)$$

3. **Propriétés matériau** : le matériau constitutif est un stratifié de  $N = 16$  couches UD en carbone-époxyde T300/914. L'épaisseur de la plaque sera donc  $H = N t$ , où  $t = 0.1$  mm est l'épaisseur de la couche de base. Pour ce matériau de la couche de base, on a :  $E_1 = 181$  GPa ;  $E_2 = 10.3$  GPa ;  $G_{12} = 7.17$  GPa ;  $\nu_{12} = 0.28$ . Calculer les modules polaires  $T_0^{CB}$ ,  $T_1^{CB}$ ,  $R_0^{CB}$  et  $R_1^{CB}$  de la couche.

On construit la séquence de stratification en assurant les propriétés de découplage (**B** = **O**) et orthotropie pour les comportements de membrane **A\*** et de flexion **D\*** (aussi on considère pour simplifier les calculs que **A\*** = **D\***). Ainsi, les modules polaires de **A\*** et **D\***, qui seront notés  $T_0^*$ ,  $T_1^*$ ,  $R_K^*$  et  $R_1^*$  vont appartenir au domaine de définition des stratifiés orthotropes.

Rappeler les expressions de  $T_0^*$  et  $T_1^*$  dans ce cas, ainsi que les conditions satisfaites par  $R_K^*$  et  $R_1^*$ , et tracer le domaine des stratifiés orthotropes admissibles obtenus avec une couche de base T300/914. Le calcul d'optimisation se fera en utilisant cette représentation polaire pour les propriétés du stratifié : pour un point quelconque du domaine  $(R_K^*, R_1^*)$  et en ayant fixé les modules  $T_0^*$  et  $T_1^*$ , il sera donc nécessaire d'exprimer les composantes  $A_{ij}^*$  (ou  $D_{ij}^*$ , c'est pareil) en fonction des modules polaires, et ensuite exprimer les constantes de l'ingénieur  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $G_{xy}$  et  $\nu_{xy}$  du stratifié en fonction de  $A_{ij}^*$  (ou  $D_{ij}^*$ ).

Afin de mettre en place le calcul, vous pouvez commencer à réaliser l'opération dans le cas d'un stratifié unidirectionnel (alors tous les modules polaires du stratifiés sont identiques à ceux de la couche de base). Dans les codes éléments finis, pour une structure de type plaque, vous pouvez toujours définir les propriétés du matériau orthotrope homogène équivalent à votre stratifié via les constantes de l'ingénieur  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $G_{xy}$  et  $\nu_{xy}$ , et puis définir l'orientation de la direction d'orthotropie par rapport à une direction de référence, par exemple l'axe x.

Vous pouvez commencer le calcul en fixant la direction d'orthotropie alignée avec l'axe x (angle  $0^\circ$  ou vecteur  $(1, 0, 0)$ ), puis vous pourrez comparer les résultats obtenus avec le cas d'une direction d'orthotropie orientée selon la ligne de mi-corde.

Dans Castem, pour définir le comportement matériau, il faut décrire les propriétés du stratifié orthotrope dans l'opérateur MATE. Dans la notice de l'opérateur, vous trouverez :

- les noms de propriétés (YG1, YG2, G12, nu12 : attention à ne pas utiliser ces mots pour définir vos variables/objets dans votre code dgibi) pour un matériau orthotrope dans le cas d'une formulation par éléments DKT et comment définir l'orientation d'orthotropie en cherchant les mots "MECANIQUE ELASTIQUE ORTHOTROPE";
- la définition de la direction d'orientation de l'axe d'orthotropie en cherchant le mot « reperes ».

**Maximisation de la rigidité globale via étude paramétrique sur le domaine d'orthotropie :** on formule la maximisation de la rigidité globale en termes de minimisation du travail des actions externes, qui est équivalent, pour le problème considéré, à l'énergie élastique. Donc, pour chaque calcul éléments-finis effectué à chargement fixé et pour un point  $(R_K^*, R_1^*)$  du domaine, il faut évaluer l'énergie élastique totale du modèle à l'aide des outils disponibles dans le code utilisé (en Castem, opérateurs ENER puis INTG). Alternativement, on peut aussi calculer le travail des actions externes (produit des forces nodales généralisées et du champ de déplacements généralisés issu du calcul).

On réalisera alors une étude paramétrique, en maintenant fixée la direction de l'axe d'orthotropie à l'une des valeurs indiquées ci-dessus, et en faisant varier les valeurs des modules élastiques suivant la frontière du domaine des stratifiés orthotropes admissibles. Pour cela, il faudra paramétrer la variation du point  $(R_K^*, R_1^*)$  qui appartient aux trois lignes :

- bord inférieur du domaine : stratifiés à symétrie du carré ( $R_1^* = 0$ )
- bord droit du domaine : stratifiés *cross-ply*
- bord gauche du domaine : stratifiés *angle-ply*

Le but sera de déterminer les propriétés  $(R_K^*, R_1^*)$  du matériau orthotrope homogène équivalent au stratifié, qui correspondent à la valeur minimale calculée pour l'énergie élastique. Une fois obtenu ce résultat, vous pouvez remonter à la stratification optimale correspondante.