



5AG12 - Conception et optimisation des structures composites

Compte Rendu de Projet

M2 Mécanique des Structures : Modélisation et Simulation

Année 2018/2019

TINE Julien

3407082



Introduction

Les matériaux composites sont de plus en plus préférés à des matériaux dit « classiques » en raison des nombreux avantages qu'ils procurent, dont la possibilité d'augmenter la rigidité d'une structure en associant au moins 2 matériaux ayant des propriétés différentes. Le nouveau matériau ainsi constitué a cependant des propriétés difficiles à déterminer du fait de sa non-homogénéité.

Durant ce projet, nous allons donc effectuer une **étude d'optimisation** d'une aile de type delta en carbone-époxyde T300/914 (qui pourrait utiliser pour un drone par exemple), qui consistera, à **maximiser la rigidité globale** de la structure, et donc **minimiser son énergie de déformation**. On cherchera finalement l'empilement composite qui procure à la structure le plus de rigidité possible.

Pour cela, on passera par un calcul aux éléments finis de l'aile sous CAST3M qui sera modélisée par une plaque mince selon le schéma suivant :

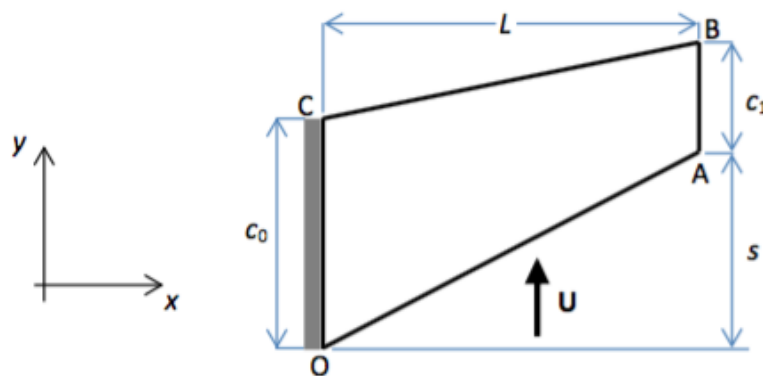


Figure 1 : Géométrie de l'aile delta en composite

On se basera sur les données suivantes :

- $L = 50 \text{ cm}$: Envergure dans la direction x
- $C_0 = 50 \text{ cm}$: Corde de l'aile en $x=0$
- $C_1 = 0,5 \cdot C_0$: Corde de l'aile en $x=L$
- OA : bord d'attaque décalé de $S=50 \text{ cm}$ dans la direction y .

On précise que le bord CO est considéré comme encasturé.

I. Contexte et hypothèses

❖ *Maillage*

On va maintenant réaliser le maillage de la structure. Pour cela, on utilisera une modélisation plane de l'aile, mais en conservant un espace de travail 3D (parce qu'on aura des déplacements hors plan) basée sur des TRI3 et des éléments DKT (Discrete Kirchhoff Triangle). On veillera à utiliser un maillage assez fin pour avoir des résultats précis, mais pas trop pour gagner du temps de calcul.

On obtient le maillage suivant :

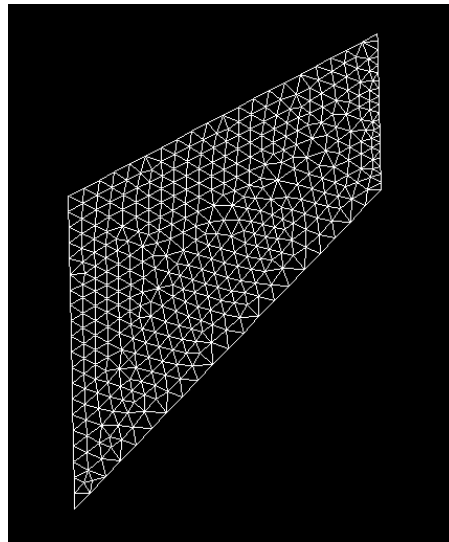


Figure 2 : Maillage de l'aile delta en composite

❖ *Chargement*

Si on considère une situation de vol à une vitesse U , l'aile subit un écoulement d'air selon Y (voir schéma) qui se traduit par une distribution de pression P_0 . On peut approximer ce profil de pression par :

$$P_0 = \left(1 - \frac{c_0 - c_1}{c_0} \frac{x}{L}\right) y^* (1 - y^*)^4$$

Avec :

$$y^* = \frac{y - y_{min}(x)}{c(x)}$$

$$c(x) = c_o + \frac{c_1 - c_0}{L}x$$

$$y_{min} = \frac{S}{L}x$$

On implémentera cette pression dans CAST3M de la manière suivante :

```
frc0 = press coqu mo0 pr0 norm ;
```

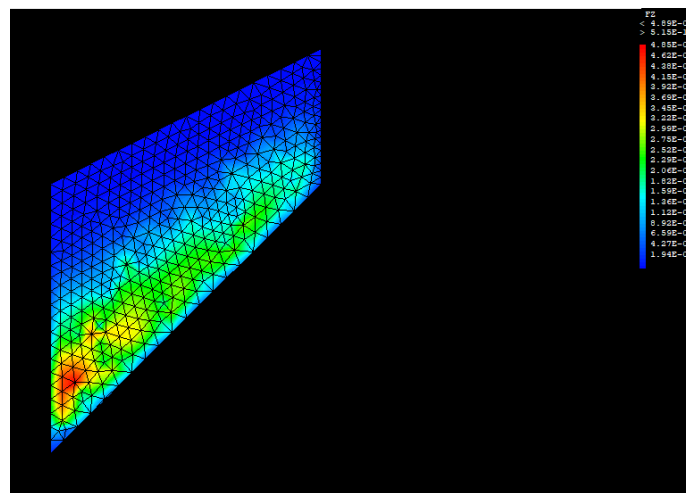


Figure 3 : Distribution de la pression

On voit bien que le champ de pression selon Z n'est pas uniforme, et est réparti selon la distribution définie précédemment.

❖ Propriétés du matériau

Le matériau étudié est stratifié de $N = 16$ couches UD en carbone-époxyde T300/914. On répertorie les différentes caractéristiques du matériau :

- $H = N \cdot t$: Epaisseur de la plaque
- $t = 0,1$ mm : Epaisseur de la couche de base
- $E1 = 181$ GPa
- $E2 = 10,3$ GPa
- $\nu_{12} = 0,28$
- $G_{12} = 7,17$ GPa

A partir de ces données, on peut obtenir les composantes de la matrice de rigidité Q :

$$\begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}$$

Dont les composantes peuvent être exprimées de la façon suivante :

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12} \times \nu_{21}}$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12} \times \nu_{21}}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12} E_2}{1 - \nu_{12} \times \nu_{21}}$$

$$Q_{66} = G_{12}$$

On peut ensuite déterminer les différents modules polaires de la couche de base T_0^{CB} , T_1^{CB} , R_0^{CB} et R_1^{CB} :

$$T_0^{CB} = \frac{1}{8}(Q_{11} - 2Q_{12} + 4Q_{66} + Q_{22})$$

$$T_1^{CB} = \frac{1}{8}(Q_{11} + 2Q_{12} + Q_{22})$$

$$R_0^{CB} = \frac{1}{8}(Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 4Q_{66})$$

$$R_1^{CB} = \frac{1}{8}(Q_{11} - Q_{22})$$

$$\nu_{12} = \frac{E_2}{E_1} \nu_{21}$$

II. Homogénéisation

Les invariants polaires R_k^* et R_1^* doivent respecter différentes conditions suivant la configuration que l'on utilise. On distinguera 3 cas :

- Cross-Ply : $R_k^* = R_0^{CB}$; $R_1^* \in [0, R_1^{CB}]$
- Angle-Ply : $R_k^* = R_0^{CB}[2(R_1^*/R_0^{CB})^2 - 1]$; $R_1^* \in [0, R_1^{CB}]$
- Sym-carré : $R_k^* \in [-R_0^{CB}, R_0^{CB}]$; $R_1^* = 0$

Dans tous les cas : $T_0^* = T_0^{CB}$; $T_1^* = T_1^{CB}$.

On peut donc en déduire le domaine d'admissibilité des modules polaires des stratifiés orthotropes :

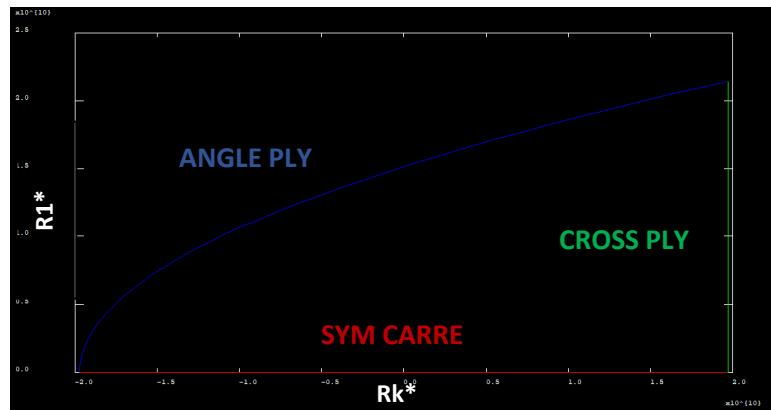


Figure 4 : Domaine des stratifiés orthotropes admissibles

On remarque que les stratifications angle-ply, cross-ply et symétrie du carré représentent les bords de ce domaine. Le but de l'analyse étant de déterminer la stratification qui minimise l'énergie de déformation (et donc maximiser la rigidité de la structure), on va alors balayer le contour du domaine des stratifiés orthotrope, tester différentes configurations (Cross-ply, angle-ply et symétrie du carré), déterminer la configuration la plus rigide possible en utilisant deux axes d'orthotropie différents (suivant l'axe x et suivant la mi-corde) et enfin en déduire la stratification optimale.

Pour cela il faut pour chaque cas :

- 1) Trouver les composantes du tenseur A^* (ou D^*)

$$A_{11} = T_0^{CB} + 2T_1^{CB} + R_k^* + 4R_1^*$$

$$A_{22} = T_0^{CB} + 2T_1^{CB} + R_k^* - 4R_1^*$$

$$A_{12} = -T_0^{CB} + 2T_1^{CB} - R_k^*$$

$$A_{66} = T_0^{CB} - R_k^*$$

- 2) En déduire les modules de l'ingénieur de la structure homogénéisée :

$$E_x = \frac{A_{11} \times A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} \quad E_y = \frac{A_{11} \times A_{22} - A_{12}^2}{A_{11}} \quad G_{xy} = A_{66} \quad \nu_{xy} = \frac{A_{12}}{A_{22}}$$

III. Analyse et optimisation

❖ *Calculs*

En utilisant ces modules de l'ingénieur homogénéisés, on pourra par la suite enchaîner sur un calcul $KU=F$ classique en considérant le chargement aérodynamique obtenu précédemment.

On obtient la déformée suivante :

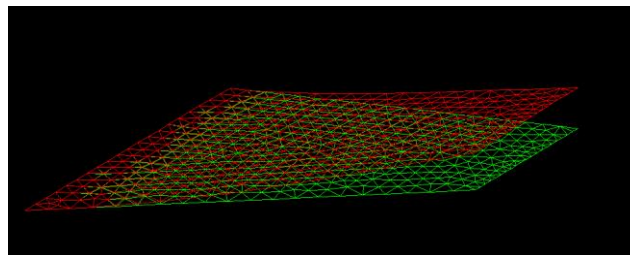


Figure 5 : Déformée de l'aile

Cette déformée reflète l'effet que la distribution de pression a sur l'aile (effort selon l'axe Z), qui peut se traduire par un effet de portance et donc va permettre au drone de voler.

Les champs de contraintes et de déformations utilisés par la suite sont les suivants :

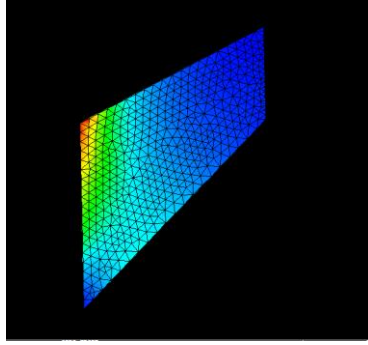


Figure 6 : Champ de contraintes

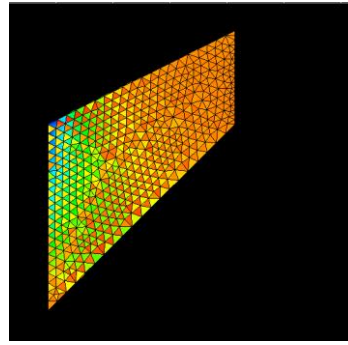


Figure 7 : Champ de déformations

L'énergie de déformation du système peut être déterminée par la fonction ENER qui basiquement effectue le produit tensoriel contracté des tenseurs de déformations et des contraintes, soit :

$$W = \sigma \cdot \varepsilon$$

Remarque : la fonction ENER ne divise pas l'énergie de déformation par $\frac{1}{2}$. Il faut penser à effectuer cette opération lors de l'implémentation.

On intègre ensuite cette énergie avec la fonction INTG sur toute la surface, qui basiquement effectue l'opération suivante :

$$w = \int_{stot} \sigma \cdot \varepsilon$$

En considérant les 3 différentes stratifications et les 2 angles d'orthotropie, on étudiera alors 6 cas au total, que l'on départagera en déterminant le cas qui minimise le plus l'énergie de déformation.

❖ Optimisation

Puisqu'on cherche la configuration qui minimise le plus l'énergie de déformation, on procèdera en 2 étapes :

- Détermination du type de stratifié qui minimise l'énergie de déformation.
- Détermination de l'angle d'orthotropie qui minimise l'énergie de déformation.

On tracera donc l'évolution de cette dernière pour les différents cas en fonction de $R1^*$.

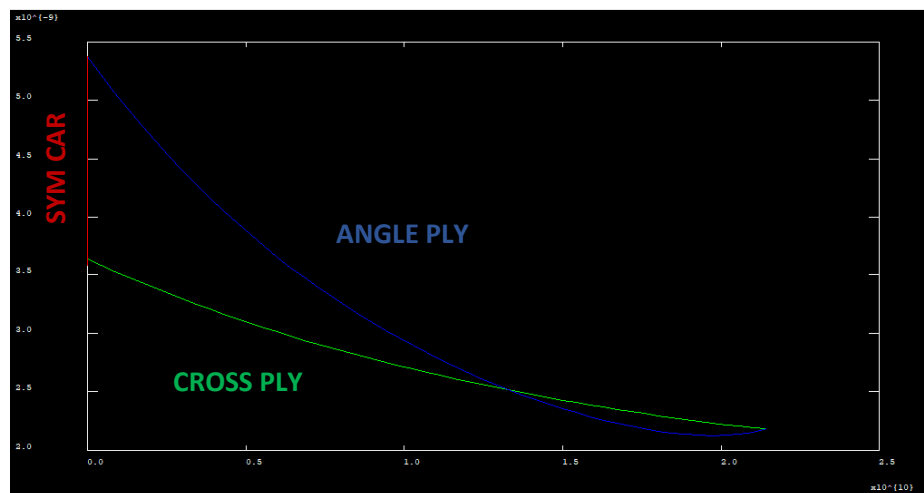


Figure 8 : Variation de l'énergie élastique en fonction de $R1^*$ (ortho x)

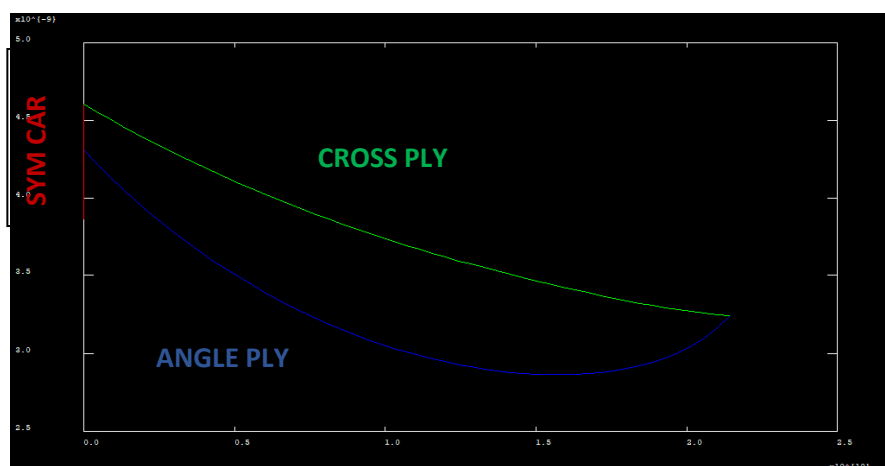


Figure 9 : Variation de l'énergie élastique en fonction de $R1^*$ (ortho mi -corde)

On constate directement en analysant les deux graphiques que la stratification qui minimise l'énergie est la stratification angle-ply, que ce soit avec l'angle d'orthotropie (1. 0. 0.) ou parallèle à la mi-corde.

Grâce à cette analyse, on a pu éliminer les stratifications cross – ply et symétrie du carré (donc 4 cas) et donc on cherchera par la suite à déterminer l'angle d'orthotropie qui conduit à une rigidité maximale de la structure.

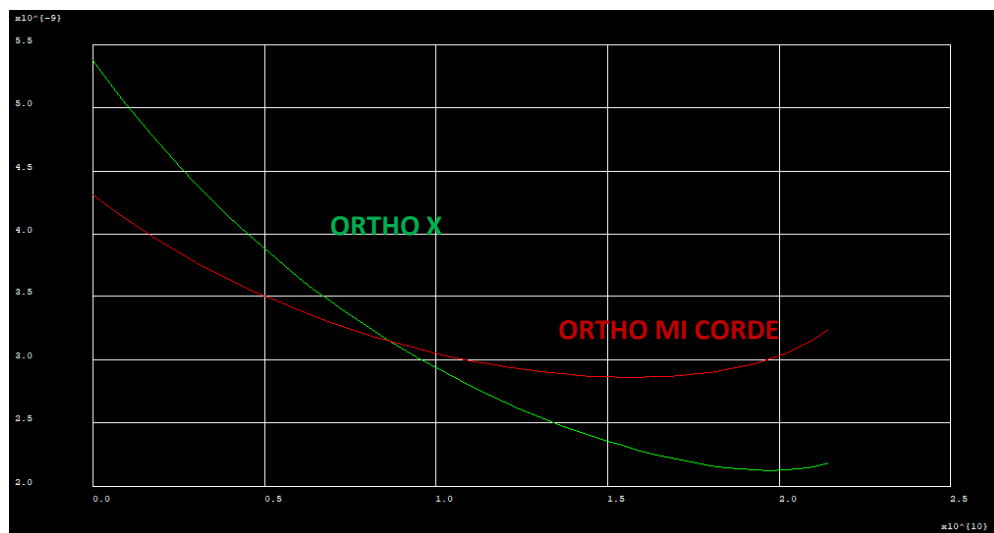


Figure 10: Variation de l'énergie élastique en fonction de $R1^*$
d'une stratification angle-ply pour les deux angles d'orthotropie

On remarque grâce à ce graphique que l'angle pour lequel on obtient la valeur minimale d'énergie de déformation est l'angle parallèle à l'axe x (1. 0. 0.).

On vérifie cette hypothèse grâce aux valeurs :

Ortho x	Ortho mi-corde
2.12579 e-9 J	2.86253 e-9 J

Nous pouvons donc en déduire que la configuration qui minimise l'énergie est une configuration **angle-ply avec un axe d'orthotropie orienté selon l'axe x.**

Cependant, un stratifié angle-ply est défini par une séquence du type $[\alpha/-\alpha]$ sym, on peut chercher à déterminer la valeur de l'angle α pour laquelle l'énergie de déformation est la plus faible.

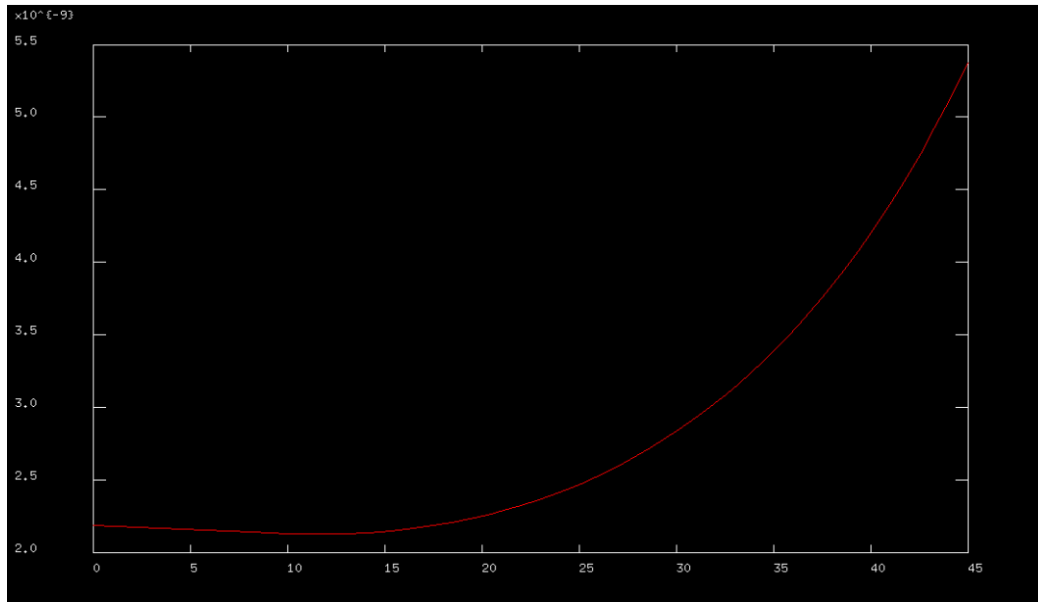


Figure 11 : Variation de l'énergie élastique en fonction de l'angle α

On voit sur cette courbe que l'angle optimal se situe entre 10 et 15°, qui est en fait égal à **11.5°** (obtenu en vérifiant les résultats sur CASTEM).

Conclusion

Finalement, la stratification optimale que l'on a obtenue est une stratification **angle-ply avec un angle $\alpha = 11.5^\circ$ dont l'axe d'orthotropie est orienté selon x**. Cette configuration dite idéal garantira une rigidité maximale de l'aile.

Ce genre d'étude d'optimisation est un mal nécessaire dans le cadre de la conception de structures destinées à un usage industriel ou autre, qui pourrait permettre à des entreprises d'augmenter l'efficacité de leurs produits et réduire les coûts à long terme. Cependant, les matériaux composites restent encore relativement chers et moins utilisés que des matériaux comme l'acier et l'aluminium.

Pour avoir des résultats plus précis, on aurait pu tester d'autres axes d'orthotropie pour vérifier si l'énergie n'était pas plus basse (même si d'instinct on aurait tendance à penser que plus l'axe d'orthotropie se rapproche de l'axe Y, plus l'énergie augmentera) ou encore une étude de convergence du maillage pour avoir une idée du nombre d'éléments optimal à utiliser sans à avoir à perdre trop de temps en calcul.