

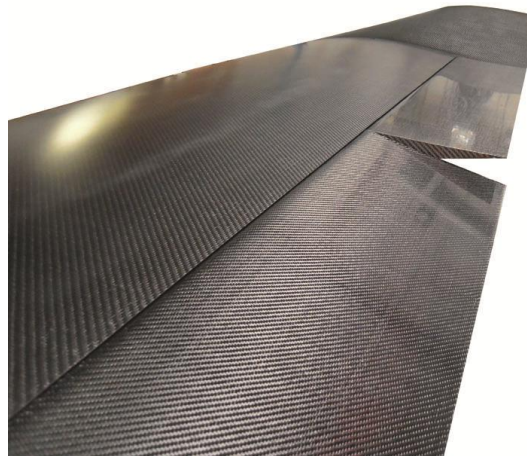
PROJET

5AG12

---

# Optimisation d'une aile delta en composite

---



3408302 Thayananthan Anujan

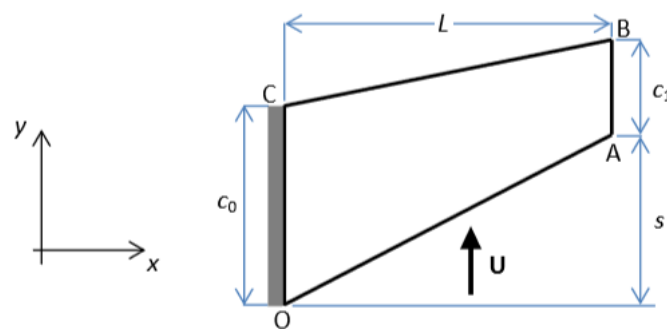
M2 Mécanique des structures : Modélisation et simulation

## Introduction

De nos jours, avec l'émergence de nouveaux matériaux comme les matériaux composites, on permet d'offrir aux structures une meilleure résistance à un coût faible. Un composite est généralement constitué d'une matrice et des fibres. Ces matériaux sont par la suite empilés et orientés de façon différente pour donner ce qu'on appelle un stratifié.

L'objectif de ce projet est de réaliser un calcul aux éléments finis de stratifié homogène afin d'en déduire l'empilement des composites optimales dans le but de maximiser la rigidité globale de la structure.

Dans ce projet on considère une aile en composites dont la géométrie est explicitée sur la figure suivante :



**Figure 1 : Représentation du modèle**

Avec -  $L = 50\text{cm}$  (longueur de l'aile)

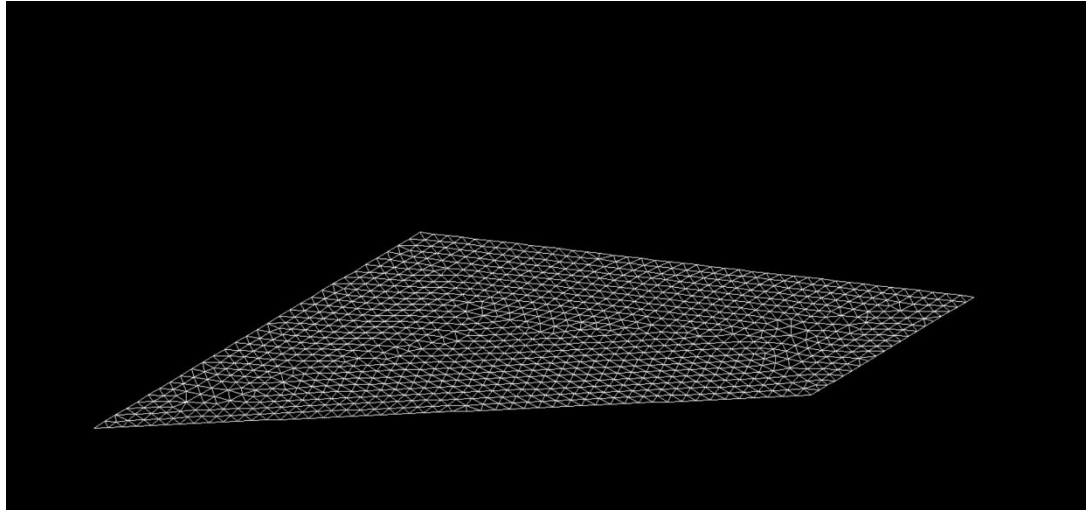
- $c_0 = 50\text{cm}$  (Corde-largeur de l'aile suivant  $y$ ) en  $x=0$
- $c_1 = 0.5 \cdot c_0$  (Corde-largeur de l'aile suivant  $y$ ) en  $x=L$

## Partie 1 – Modélisation de l'aile d'avion en composite

### **1) Modèle Eléments Finis sous Cast3m**

Le projet porte sur l'étude d'une aile d'avion en composite. Pour la modélisation de cette aile, les hypothèses de modélisation faites sont :

- Modèle de plaque mince (type Love-Kirchhoff) en ELASTIQUE ORTHOTROPE
- Élément TRI3, élément utilisé pour le maillage des plaques minces (DKT)
- Dimension 3D
- Encastrement de l'aile en OC



**Figure 2 : Maillage de l'aile**

## 2) Chargement

En vol, l'aile d'avion est confrontée à un écoulement d'air autour du profil, et donc ce dernier est soumis à une pression  $P_0$  :

$$p_0 = \left(1 - \frac{c_0 - c_1 x}{c_0 L}\right) y^* (1 - y^*)^4, \text{ étant : } y^* = \frac{y - y_{\min}(x)}{c(x)}$$

Cette pression est modélisée comme une force surfacique.

## 3) Propriétés mécaniques du matériau

Le matériau est un stratifié orthotrope qui est constitué de 16 couches Unidirectionnelles en carbone époxyde T300/914 dont les propriétés mécaniques sont rappelées dans le tableau suivant :

Constantes de l'ingénieur	
$E_1$ (GPa)	181
$E_2$ (GPa)	7.17
$G_{12}$ (GPa)	7.17
$\nu_{12}$	0.28

**Tableau 1 : Propriété mécanique**

## Partie 2 - Stratification optimale

### 1) Calcul des modules polaires de la couche de base

Il faut savoir que le stratifié est un matériau orthotrope.

Le calcul des modules polaires de la couche de base sont issues de la théorie classique des stratifiés :

Calcul de la rigidité réduite en contrainte plane Q :

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{21}\nu_{12}}$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{21}\nu_{12}}$$

$$Q_{12} = \frac{E_2\nu_{12}}{1-\nu_{21}\nu_{12}}$$

$$Q_{66} = G_{12}$$

Calcul des modules polaires avec  $\sigma$  le tenseur des contrainte:

$$R^{CB} = \frac{\sigma_{11} - 2\sigma_{12} - 4\sigma_{66} + \sigma_{22}}{8}$$

$$R_1^{CB} = \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{8}$$

$$T_0^{CB} = \frac{\sigma_{11} - 2\sigma_{12} + 4\sigma_{66} + \sigma_{22}}{8}$$

$$T_1^{CB} = \frac{\sigma_{11} + 2\sigma_{12} + \sigma_{22}}{8}$$

Soit  $T_0^*$  et  $T_1^*$  les composantes polaires du tenseur de rigidité en membrane (A) et en flexion(D).

Via la loi d'homogénéisation, nous avons :

$$T_0 = \sum_1^N T_0^{CB}(Z_k - Z_{k-1}) = T_0^{CB}h_{tot}, \text{ soit } T_0^* = \frac{T_0}{h_{tot}} = T_0^{CB}$$

$$T_1 = \sum_1^N T_1^{CB}(Z_k - Z_{k-1}) = T_1^{CB}h_{tot}, \text{ soit } T_1^* = \frac{T_1}{h_{tot}} = T_1^{CB}$$

Et les conditions satisfaites par  $R_k^*$  et  $R_1^*$  sont :

$$0 \leq R_1^* \leq R_1^{CB}$$

$$R_k^* = R_0^{CB} \left( 2 * \left( \frac{R_1^*}{R_1^{CB}} \right)^2 - 1 \right)$$

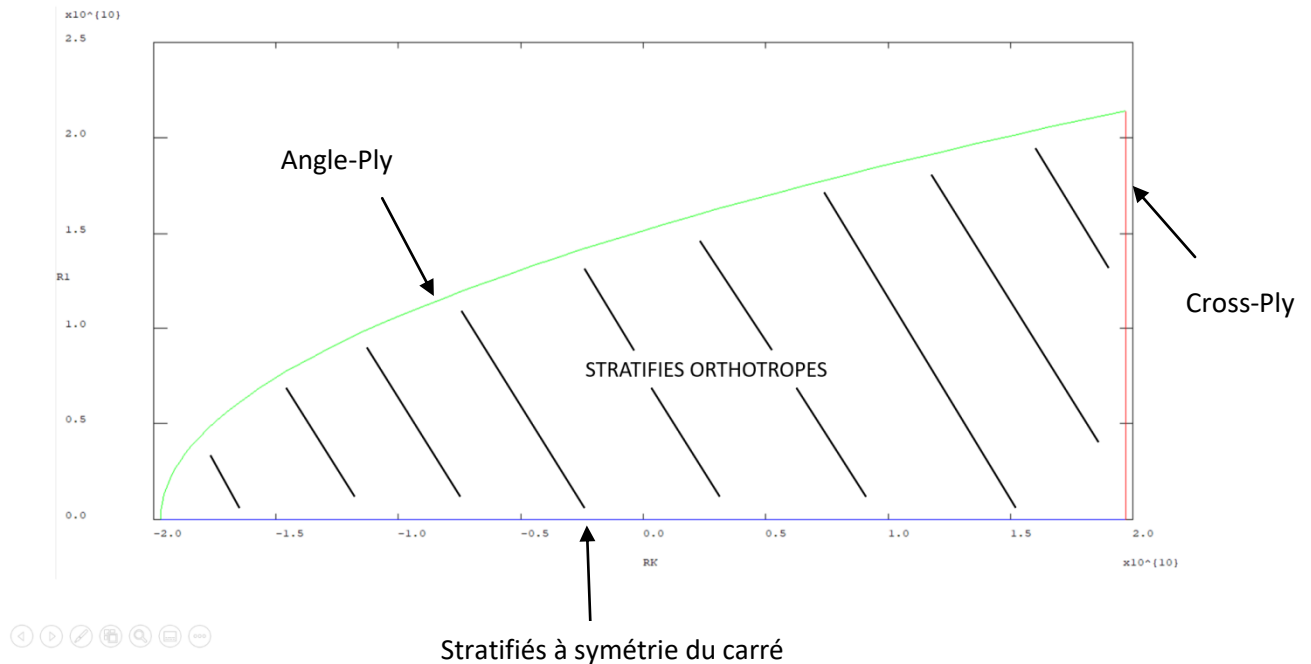
## 2) Domaine des stratifiés orthotropes admissibles

Pour tracer le domaine de stratifiés orthotrope admissible, nous avons récupéré l'évolution de  $R_k$  et de  $R_1$  suivant le cas de stratifiés étudiée.

stratifiés angle-ply	stratifiés cross-ply	stratifiés à symétrie du carré
$0 \leq R_1^* \leq R_1^{CB}$	$0 \leq R_1^* \leq R_1^{CB}$	$R_1 = 0$
$R_k^* = R_0^{CB} \left( 2 * \left( \frac{R_1^*}{R_1^{CB}} \right)^2 - 1 \right)$	$R_k^{CB} = R_0^{CB}$	$-R_0^{CB} \leq R_k \leq R_0^{CB}$

**Tableau 2 : Condition Polaire**

Nous avons tracé  $R1^*$  en fonction de  $Rk^*$  pour visualiser le domaine de stratifiées orthotrope admissible.



**Figure 3 :** Domaine des stratifiées orthotrope admissibles

La zone délimité nous renseigne sur le domaine des stratifiés, domaine dans lequel tout le matériau est orthotrope.

### 3) Minimisation de l'énergie

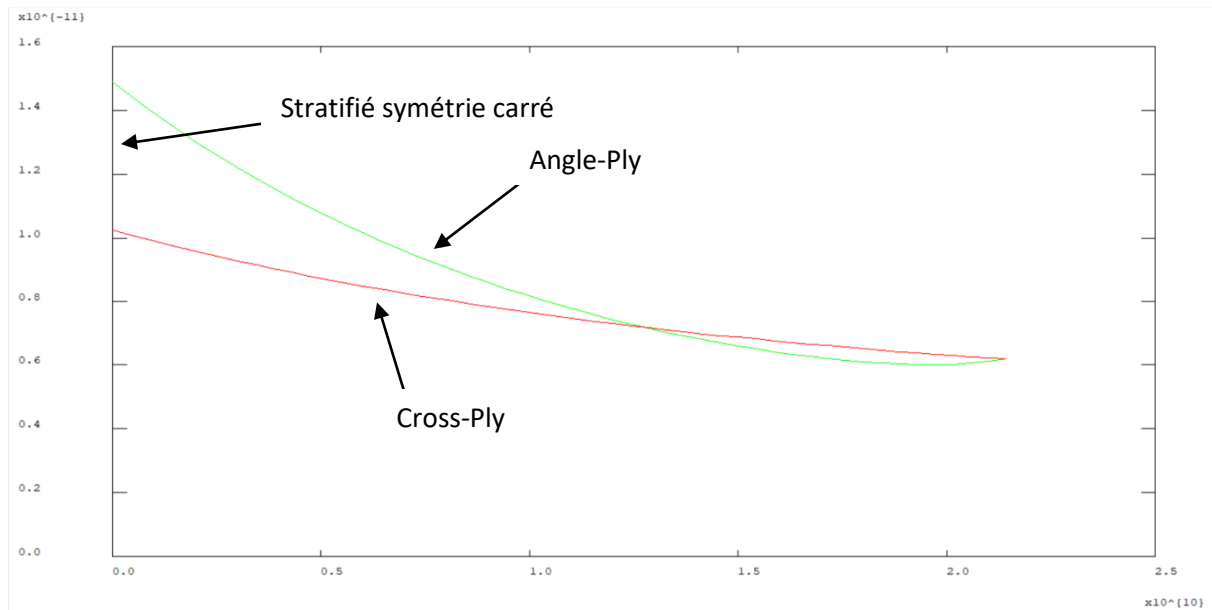
Afin d'obtenir un stratifié avec une grande rigidité, nous devons passer par la minimisation du travail des actions externes à savoir l'énergie élastique.

Pour cette étude, nous avons testé deux types d'empilement qui correspond à deux axes orthotropie différente afin d'en conclure sur l'empilement de la stratification optimale:

- 1<sup>ère</sup> axe orthotropie : (1. 0. 0.)
- 2<sup>ème</sup> axe orthotropie : bi-corde : 10 (sw0+c1) 0.

### 1<sup>ère</sup> axe orthotropie : (1. 0. 0.)

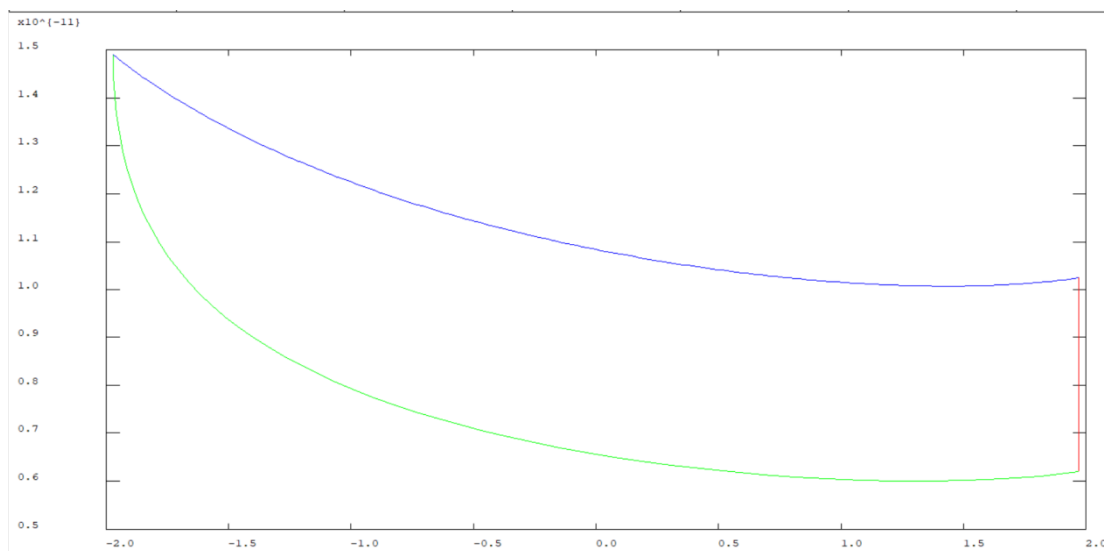
Nous avons tracé ici les courbes d'énergie en fonction de R1.



**Figure 4 :** Courbes d'énergies en fonction de R1

D'après ce graphe le minimum de l'énergie est obtenu pour l'Angle-Ply, et se situe donc à  $5.99^E-12$  J (voir tableau suivant). Graphiquement, on peut récupérer la valeur de R1\_optimisé :

$$R1_{\text{optimisé}} = 1.7^E+10$$



**Figure 5 :** Courbes d'énergies en fonction de Rk

On a tracé ici l'énergie en fonction de Rk, on peut ainsi récupérer le Rk\_optimisé qui vaut  $1.30^E+10$  associé au minimum de l'énergie élastique.

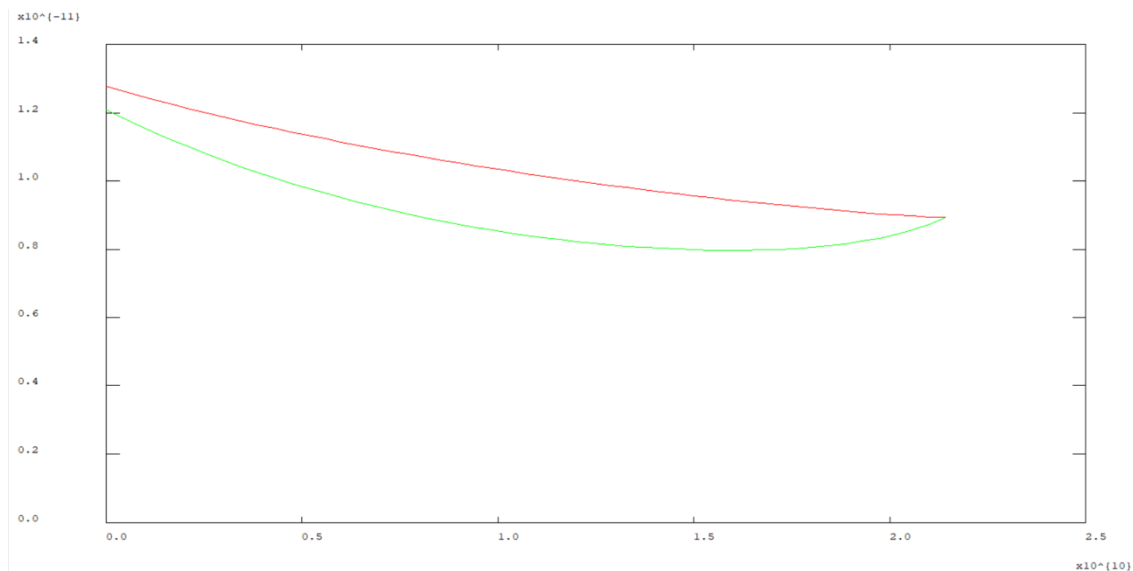
Nous observons à travers le graphe précédent que l'énergie minimum est obtenue pour le stratifiée angle-ply. En effet, le tableau suivant résume l'énergie minimum obtenu pour chaque domaine du stratifié.

	Energie élastique (en J)
stratifiés angle-ply	$5.99^E-12$
stratifiés cross-ply	$6.19^E-12$
stratifiés à symétrie du carré	$1.00^E-11$

**Tableau 3 :** Minimum des énergies élastiques des domaines du stratifiés (1<sup>ère</sup> axe orthotropie)

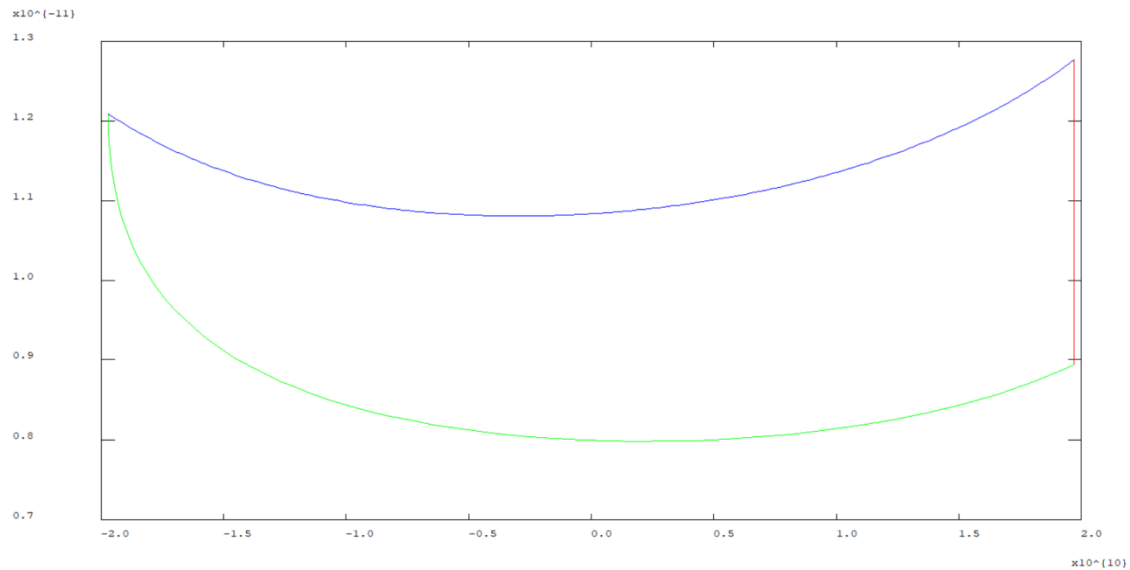
### 2ème axe : orthotropie : bi-corde l0 (sw0+c1) 0.

Nous avons tracé ici les courbes d'énergie en fonction de R1.



**Figure 6 :** Courbes d'énergies en fonction de R1

Le minimum est toujours atteint pour la configuration angle-ply (vert). Le minimum de l'énergie est atteint pour  $7.97^E-12$  J. Elle est légèrement plus grande que le premier axe orthotropie. La valeur de R1\_optimise vaut  $1.48^E+10$ .



**Figure 7 :** Courbes d'énergies en fonction de Rk

Comme vue précédemment, on récupère sur le graphe la valeur de  $Rk_{\text{optimisé}} = 0.5^{\circ}10$ .

	Energie élastique (en J)
stratifiés angle-ply	$7.97^E-12$
stratifiés cross-ply	$8.93e-12$
stratifiés à symétrie du carré	$1.08e-11$

**Tableau 4 :** Minimum des énergies élastiques des domaines du stratifiés (2<sup>ère</sup> axe orthotropie)

### Conclusion :

On peut conclure, au vue des résultats, que la configuration angle-ply est plus conforme pour la stratification optimale. Sachant que cette dernière repose sur la séquence suivante :  $+\alpha$  et  $-\alpha$ , on peut déterminer l'angle optimisé.

La configuration optimale des stratifiées est que l'empilement des composite soit orienté de :

$$(R_1^*)_{ap} = R_{CB_1}^{CB} \cos(2\alpha)$$

$$\alpha^{optimale} = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{R_1^*}{R_{CB_1}^{CB}}\right)$$

Calcul numérique :  $\alpha^{optimale} = 21.134^{\circ}$