

APS 1 : Transferência de Calor

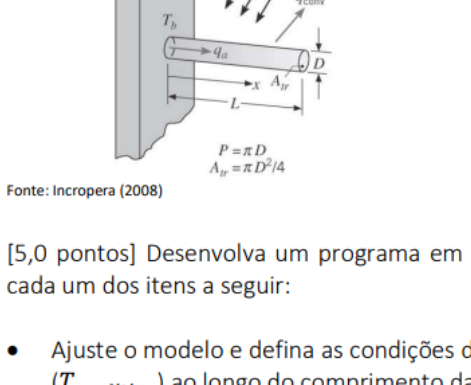


Tabela 1: Informações sobre geometria da aleta usada.

Raio da aleta [m]	12 × 10 <sup>-3</sup>
Comprimento da aleta [m]	168 × 10 <sup>-3</sup>

1. [5,0 pontos] Desenvolva um programa em Python que receba as informações necessárias para determinar cada um dos itens a seguir:
- Ajuste o modelo e defina as condições de contorno para obter um gráfico da distribuição de temperatura (*T<sub>analitica</sub>*) ao longo do comprimento da aleta. Qual a temperatura na extremidade da aleta?

Determine a taxa de transferência de calor, a eficiência e a efetividade para a geometria da aleta usada.

Assumindo a hipótese de aleta infinita, determine a taxa de transferência de calor. Compare esse valor com o resultado obtido no item anterior. Qual deveria ser o comprimento da aleta para que a hipótese de aleta infinita forneça uma medida precisa para a perda de calor.

Carregando as configurações, constantes, valores e funções necessárias para os cálculos

```
# imports

from math import *

import matplotlib.pyplot as plt

import numpy as np

#Informacoes da aleta

def perimetro_aleta(diametro):

    return pi*diametro

def area_aleta(diametro):

    return (pi*diametro**2)/4

def calcula_m(h,P,A_tr,k):

    return sqrt((h*P)/(A_tr*k))

def calcula_M(h,P,A_tr,k,T_amb,T_b):

    teta_b = T_b-T_amb

    return sqrt(h*P*k*A_tr)*teta_b

def distr_calor_geral (h,P,A_tr,k,L,T_amb,T_b,x):

    m = calcula_m(h,P,A_tr,k)

    num = cosh(m*(L-x))+(h/(m*k))*sinh(m*(L-x))

    den = cosh(m*L)+(h/(m*k))*sinh(m*L)

    res= num/den

    T_l = (T_b-T_amb)*res+ T_amb

    return T_l

def transf_calor_geral (h,P,A_tr,k,L,T_amb,T_b) :

    m = calcula_m(h,P,A_tr,k)

    M = calcula_M(h,P,A_tr,k,T_amb,T_b)

    num = sinh(m*L) + (h/(m*k))*cosh(m*L)

    den = cosh(m*L) + (h/(m*k))*sinh(m*L)

    return M*(num/den)

def transf_calor_infinita(h,P,A_tr,k,T_amb,T_b):

    M = calcula_M(h,P,A_tr,k,T_amb,T_b)

    return M

def efetividade (h,P,A_tr,k,L,T_amb,T_b,A_b):

    qa = transf_calor_geral(h,P,A_tr,k,L,T_amb,T_b)

    teta_b = T_b-T_amb

    return qa/(A_b*teta_b*h)

def efeciencia (h,P,A_tr,k,L,T_amb,T_b,A_s):

    # A_s precisa ser da superficie como um todo
    qa = transf_calor_geral(h,P,A_tr,k,L,T_amb,T_b)
    teta_b = T_b-T_amb

    return qa/(A_s*teta_b*h)

def fluxo_convexao_newton (h,T_b,T_amb) :

    return h*(T_b-T_amb)

def convert_Kelvin_to_Celsius(Temp):

    return Temp - 273

# Constantes

# Temperatura do ambiente[K]:
T_amb = 298

# Temperatura da base[K]:
T_b = 373

# Raio da Aleta [m]:
r_aleta = 12e-3

# Comprimento da aleta [m]:
L = 168e-3

# Diametro da aleta [m] :
diametro_aleta = r_aleta*2

# h -> coeficiente de convecção térmica [W/m^2K]:
h = 12

# P -> Perimetro da aleta [m]:
P = perimetro_aleta(diametro_aleta)

# A_tr -> Área transversal da Aleta [m^2]:
A_tr = area_aleta(diametro_aleta)

# A_b -> Área da base da Aleta [m^2]:
A_b = A_tr

# A_s -> Área da superfície da Aleta [m^2]:
A_s = A_tr + L*pi*diametro_aleta

# k -> coeficiente de condutividade térmica [W/mk]:
k = 154.808
```

Calculando o array de valores de x=0 a L de temperatura do corpo com a aleta e plotando um gráfico

```
# Calculando o array de valores de x=0 a L de temperatura do corpo com a aleta
distribuicao_T = []

# Calculando o array de valores X's
x_array = np.arange(0,L,1e-6)

for x in x_array :

    distribuicao_T.append(distr_calor_geral(h,P,A_tr,k,L,T_amb,T_b,x))

distribuicao_T_Celsius = [convert_Kelvin_to_Celsius(temp) for temp in distribuicao_T]
x_array_mm = [ x*1e3 for x in x_array ]

fig, (T_K, T_C) = plt.subplots(nrows=1, ncols=2, figsize=(12, 8))

fig.suptitle(" Gráfico de distribuição de Temperatura de um corpo com aleta", fontsize=16)

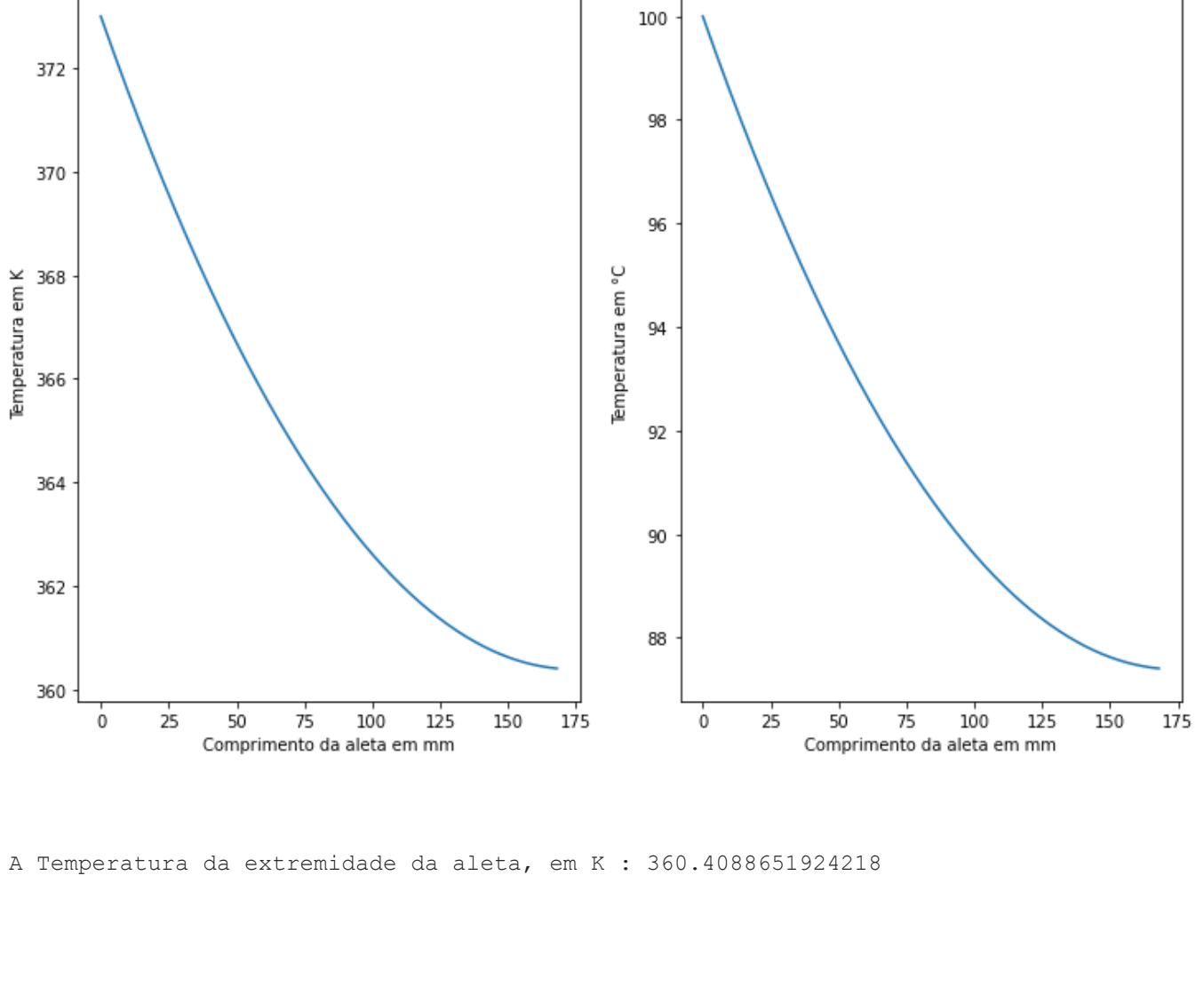
T_K.plot(x_array_mm,distribuicao_T)
T_K.set_ylabel("Temperatura em K")
T_K.set_xlabel("Comprimento da aleta em mm")

T_C.plot(x_array_mm,distribuicao_T_Celsius)
T_C.set_ylabel("Temperatura em °C")
T_C.set_xlabel("Comprimento da aleta em mm")

plt.show()

#Temperatura na extremidade da aleta
print("\n\n\n")
T_L_extr = distribuicao_T[-1]
print(f"A Temperatura da extremidade da aleta, em K : {T_L_extr} ")
print("\n\n\n")
```

Gráfico de distribuição de Temperatura de um corpo com aleta



A Temperatura da extremidade da aleta, em K : 360.4088651924218

Calculando a taxa de transferência de calor, a eficiência e a efetividade para a geometria da aleta usada.

```
# Calculando a taxa de transferência de calor, a eficiência e a efetividade para a geometria da aleta usada

transfer_de_calor = transf_calor_geral (h,P,A_tr,k,L,T_amb,T_b)
efetividade_aleta = efetividade(h,P,A_tr,k,L,T_amb,T_b,A_b)
eficiencia_aleta = efeciencia(h,P,A_tr,k,L,T_amb,T_b,A_s)

print(f"\nA transferência de calor para a geometria da aleta usada é de : {transfer_de_calor} W")
print(f"\nA efetividade para a geometria da aleta usada é de : {efetividade_aleta:.5} ")
print(f"\nA eficiência para a geometria da aleta usada é de : {eficiencia_aleta*100:.5} %")

A transferencia de calor para a geometria da aleta usada é de : 10.48 W

A efetividade para a geometria da aleta usada é de : 25.73

A eficiencia para a geometria da aleta usada é de : 88.72 %
```

Assumindo a hipótese da aleta infinita

```
# Assumindo a hipótese da aleta infinita
transfer_de_calor_infinita = transf_calor_infinita(h,P,A_tr,k,L,T_amb,T_b)
print(f"\nA transferência de calor para a hipótese de aleta infinita é : {transfer_de_calor_infinita} W")

A transferencia de calor para a hipótese de aleta infinita é : 10.48 W
```

Calculando o valor de L para qual o comprimento da aleta seja considerado infinito

```
# Calculando o valor de L para qual o comprimento da aleta seja cosiderado infinito
tolerancia = 1e-2

x_array = np.arange(0,10,1e-6)

x_array_mm = [x*1e3 for x in x_array]

transfer_de_calor_infinita_lista = [transf_calor_geral (h,P,A_tr,k,x,T_amb,T_b) for x in x_array]
diff_transfer_de_calor_infinita_lista = [abs(transfer_de_calor_geral (h,P,A_tr,k,x,T_amb,T_b)-transfer_de_calor_infinita) for x in x_array]

i = 0
while(1):
    if diff_transfer_de_calor_infinita_lista[i] < tolerancia:
        break
    i+= 1

fig, ax = plt.subplots(nrows=1, ncols=1, figsize=(12, 8))

fig.suptitle(" Gráfico de transferência de calor por comprimento", fontsize=16)

ax.plot(x_array_mm,transfer_de_calor_infinita_lista)
ax.set_xlim([0,1800])
ax.set_ylabel("Transferência de calor em W")
ax.set_xlabel("Comprimento da aleta em mm")

plt.show()
```

Gráfico de transferência de calor por comprimento



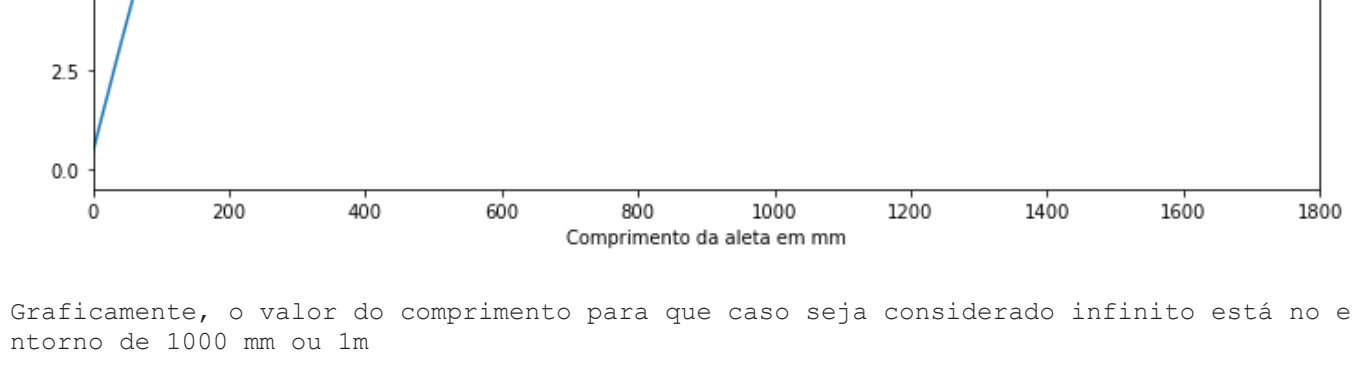
Analicamente,o comprimento mínimo para o qual a aleta seja considerada infinita é: 1139.7mm

```
#Vamos dar um zoom para entender melhor qual o valor está correto
fig, ax = plt.subplots(nrows=1, ncols=1, figsize=(12, 8))

fig.suptitle(" Gráfico de transferência de calor por comprimento", fontsize=16)

ax.plot(x_array_mm,transfer_de_calor_infinita_lista)
ax.set_xlim([0,1800])
ax.set_ylabel("transferência de calor em W")
ax.set_xlabel("Comprimento da aleta em mm")

plt.show()
print(f"\n\nGraficamente, o valor do comprimento para que caso seja considerado infinito está no e ntorno de 1000 mm ou 1m
```



2. (2,0 pontos) Um longo bastão circular de alumínio tem uma de suas extremidades fixado a uma parede aquecida e transfere calor por convecção para um fluido frio.
- Se o diâmetro do bastão fosse triplicado, qual seria a mudança na taxa de transferência de calor através do bastão?
  - Se um bastão de cobre com o mesmo diâmetro fosse usado em lugar do bastão de alumínio, qual seria a mudança na taxa de transferência de calor através do bastão? Considere  $k_{Al} = 400 \frac{W}{m \cdot K}$  e  $k_{Cu} = 240 \frac{W}{m \cdot K}$ .

diâmetro:  $d$  [m]  
 $D$   
 novo diâmetro:  $3d$  [m]  
 $D_n$

\* o comprimento, coeficiente de convecção e condutividade térmica e Temperatura da base são os mesmos:

Variáveis antes de ser triplicado:

$$M = \sqrt{h P k A_{tr}} \theta_b$$

Variáveis depois de ser triplicado:

$$M_n = \sqrt{h P_n k A_{tr}} \theta_b$$

Como o enunciado diz que o bastão é longo, podemos considerar o caso de área infinita, para simplificar os nossos cálculos.

$$q = M \quad \text{e} \quad q_n = M_n$$

$$q = \sqrt{h P k A_{tr}} \theta_b$$

$$q_n = \sqrt{h P_n k A_{tr}} \theta_b$$

\* como:

$$P_n = \pi \cdot d_n = 3 \cdot \pi \cdot d$$

$$P = \pi \cdot d$$

$$\text{logo: } P_n = 3P$$

$$\hookrightarrow q_n = \sqrt{3 P h k A_{tr}} \theta_b \rightarrow q_n = \sqrt{3} q$$

A relação entre a transferência de calor com aumento com a sem aumento é:

$$q_n = \sqrt{3} q$$

↳ Portanto:

$$\frac{q_n}{q} = \sqrt{3} \approx 1,73 \rightarrow$$

Existe um aumento de aproximadamente 73% de transferência de calor, quando o diâmetro é triplicado.

\* o comprimento, coeficiente de convecção, diâmetro e Temperatura da base são os mesmos:

Bastão de cobre:

$$M_{cu} = \sqrt{k_{cu} P h A_{tr}} \theta_b$$

Variáveis depois de ser triplicado:

$$M_{Al} = \sqrt{k_{Al} P h A_{tr}} \theta_b$$

Como o enunciado diz que o bastão é longo, podemos considerar o caso de área infinita, para simplificar os nossos cálculos.

$$q_{cu} = M_{cu} \quad \text{e} \quad q_{Al} = M_{Al}$$

$q_{cu}$  transferência do bastão de Cu

$q_{Al}$  transferência do bastão de Al

↳ Podemos estabelecer as seguintes relações:

$$M_{cu} = \sqrt{k_{cu} P h A_{tr}} \theta_b$$

$$M_{cu} = \sqrt{k_{cu} \frac{M_{Al}}{k_{Al}}} \rightarrow$$

$$M_{cu} = \sqrt{\frac{k_{cu}}{k_{Al}}} M_{Al}$$

$$q_{cu} = \sqrt{\frac{k_{cu}}{k_{Al}}} q_{Al}$$

$$\frac{q_{cu}}{q_{Al}} = \sqrt{\frac{k_{cu}}{k_{Al}}} = \sqrt{\frac{400}{240}} \approx 1,29$$

A transferência de calor do bastão de cobre é aproximadamente 29% maior do que a de alumínio

