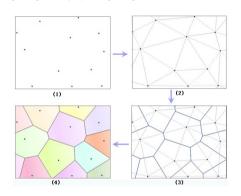
第三組期末書面報告

一、拿破崙的四色禮物

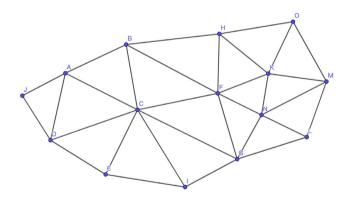
(1)泰森多邊形

- 1. 一開始會利用日常的問題引起台下同學的動機,詢問大家是否知道「平均降雨量」要怎麼測量?
- 2. 美國氣候學家A·H·Thiessen提出了一種根據離散分布的氣象站的降雨量,來計算平均降雨量的方法,即將所有相鄰氣象站連成三角形,作這些三角形各邊的垂直平分線,將每個三角形的三條邊的垂直平分線的交點(也就是外接圓的圓心)連線起來得到一個多邊形。
- 3. 用這個多邊形內所包含的一個唯一氣象站的降雨強度來表示這個多邊形區域內 的降雨強度,並稱這個多邊形為泰森多邊形。

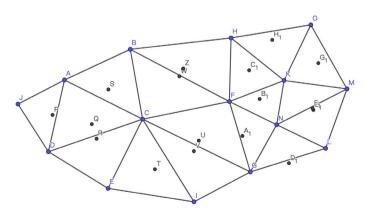


4. 接著,利用實際的步驟操作解釋泰森多邊形

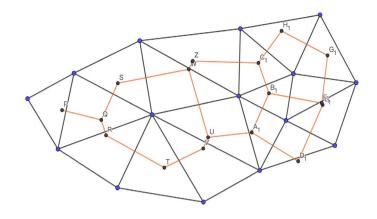
<步驟1>將離散點連成三角形



<步驟2>找出每個三角形的外心



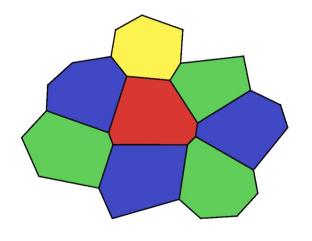
<步驟3>將外心連接成多邊形

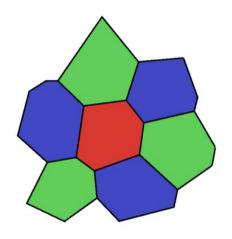


- 5. 接著, 詢問大家有沒有覺得泰森多邊形和什麼東西有相似, 並且統整泰森多邊 形的一些特性泰森多邊形的特性:
 - 1、每個泰森多邊形內僅含有一個離散點數據。
 - 2、泰森多邊形內的點到相應離散點的距離最近。
 - 3、位於泰森多邊形邊上的點到其兩邊的離散點的距離相等。

(2)四色猜想

- 1. 一開始會詢問大家:在有限個泰森多邊形中,相鄰的多邊形不能塗相同的顏 色,則最少可以用幾種顏色來塗完。
- 2. 接著詢問大家: 第四種顏色最少出現幾次?如何讓第四種顏色出現最少次?
- 3. 簡單介紹四色猜想內容:
 - (1、相鄰的多邊形,所著顏色不同,最少可以用四色來覆蓋平面上有限個相鄰之多邊形。
 - 2、在泰森多邊形為條件下,奇數邊多邊形與其相鄰之多邊形,最少需要四種顏色塗完;而偶數邊多邊形與其相鄰之多邊形,最少需要三種顏色塗完。)



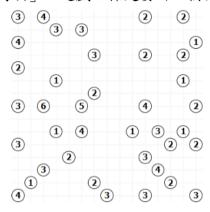


- 4. 給出例題讓大家試著塗塗看,如何讓第四種顏色使用最少次。
- 5. 播放我們的原發想出處影片「最強大腦」片段。

二、邏輯推理遊戲-數橋

(1)概述:

带數字的圓圈,稱為「島嶼」,遊戲目標是要用「橋梁」連接島嶼。



(2)規則:

- 1. 橋梁的兩端必須是不同的島嶼,且島嶼間必須以直線連接
- 2. 橋梁的中間不可以再跨過第三個島嶼,否則橋梁數必須分開計算
- 3. 橋梁不可以與另一個橋梁交會
- 4. 兩座不同的島嶼間最多只可以有兩座橋梁連接
- 5. 一座島嶼連接的橋梁數必須與該島嶼所帶有的數字相匹配
- 6. 所有島嶼必須透過橋梁形成一個群體,即不可以有孤立的島群

線上數橋聯結:https://zh.puzzle-bridges.com/

(3)解題技巧:

數橋題目的解題過程通常是透過漸進式地把可能解一一消除之後,形成唯一解並反覆進行。

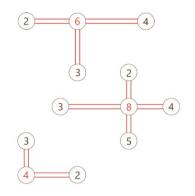
通常下列幾種情況可以湊成「唯一解」,是數橋題目最優先進行的步驟

1.

單行(一個方向)的1或2,這代表說該島嶼只能透過唯一的方向建造相等數量的橋梁與其他島嶼連接。

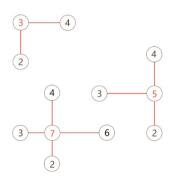
角落的4,由於一個方向所能建造的最多橋梁數為2,兩個方向所能建造的最多橋梁 數即為4,也因此有唯一解。

邊上的6、角落的4與中央的8同理。



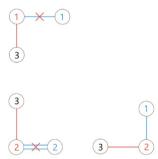
2.

角落的3,這種情況下每一個方向都至少有一道橋梁,因此可以先連結兩座橋梁。 邊上的5,與角落的3同理。 中央的7。



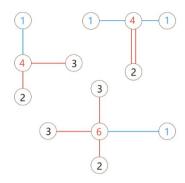
3.

角落的1,若角落的1有其中一個方向也是對到數字1的話,由於角落的1與另一個1連接會形成「孤立島群」,所以此時角落的1隻能往另一個方向連接橋梁。 角落的2,與角落的1同理,若有其中一個方向對到數字1或2的話,則另一個方向一定有橋梁連接。



4.

邊上的4,若其中一個方向對到數字1,可以將其化簡看作「角落的3」,並捨掉對到數字1的方向。若有兩個方向都對到數字1,則形成唯一解。 中央的6,若其中一個方向對到數字1,則可化簡看作「邊上的5」。



若以上幾種方法都無法繼續推論解題過程,則可以使用矛盾法解設連接一個方向的橋梁,若是此解會形成「孤立島群」或「橋梁數不符合」,則可以捨掉此種變化。

三、賽局理論

- (1) 概述:具有競爭或對抗性質的行為稱為「賽局」。而在賽局中的各方參與者各自 具有不同的目標或利益,為了達到目標,必須考慮對方各種可能的行動方案,並 藉以尋求對自己最為有利或合理的方案。常以「數學理論」的方式推導並歸納結 果。
- (2)遊戲由來:「美人投票」遊戲出自日本漫畫「彌留之國的愛麗絲」。其發想於英國經濟學家凱因斯的「選美理論」:在一場選美大賽中,眾多美人裡能選中最受歡迎的冠軍之投票觀眾即可獲得大獎。他認為最佳選擇並不是擇已所愛,而是預測大眾所愛,這樣的思維模式可用以詮釋股票市場的「投機行為」,即為對於大眾心理的猜測。惟基本假設是作決策者彼此相信對方是理性的,此舉例亦為「競局理論」的經典範例之一。
- (3)遊戲規則:預設人數為五人,每人皆有十積分,每一回合中全員皆須於一分鐘內在零至一百中挑選出一個整數。待全員選擇完畢後,計算出每人所選數字的平均數並將其乘以0.8,得到「目標數」(此名稱乃為方便稱呼而取,並非出自原作),最接近目標數家於該回合獲勝,其他落敗玩家則各扣一點積分,當剩餘積分歸零時,該玩家淘汰。直到最後倖存玩家出現,其即為最終贏家。其中為了避免僵局出現,當有玩家淘汰時,依序追加規則:
 - A. 當有人猜測的數字恰等於平均值*0.8時,答錯者扣兩分。
 - B. 當有複數人選擇同一個數字時,該回答無效。 (比方三人選了4、8、4,之前是選4的兩人勝利,但追加規則後因為兩個4同票無效,所以8勝利)
 - C. 當同時出現玩家選取"100"和"0"時,選"100"者獲勝。
- (4)遊戲原理:在競局理論中,若所有人彼此相信對方是理性思考的,則選擇結果會 趨近於一個均衡點,此即「納許均衡」。而該遊戲的均衡點為零,可玩家間常

有思考速度落後或不按常理出牌的情況出現,如何考慮他人「合理思考」的範圍,即為本遊戲中最大的變數及設計核心。

(5)流程設計:首先找五個同學上台體驗(或者可以請各組分好組後(預計耗時一到兩分鐘),其一同學作為裁判,計算目標數並記錄各個玩家的剩餘積分,並不強求於五人遊玩),於台上闡述並抄寫基本與追加規則供參(實際遊玩時間預計耗時八到十分鐘)。遊戲結束後,請幾位體驗同學試著分享其於該遊戲中的思考方式或遭遇困難點為何,進而揭曉遊戲出處與發想源頭:「選美理論」及其核心概念與數學關聯(預計耗時兩到三分鐘)。註:需備有一台計算機(本組將會準備一段程式碼供加速計算所用),用以快速計算目標數。

(6) 原理補充:

1. 為什麼「均衡點」是0呢?

首先假設參與遊戲所有人都能進行快速的邏輯思考,那我們就可以用簡單的例子做假設,如果大家都選100,那麼目標數是80,聰明的大家就都會選擇80,但是當大家都選擇80時,目標數又變成64了,大家又會第一時間想到要選64。到了最後,所有參與者就會發現,只要參與遊戲的大多是跟我一樣的聰明人,那麼0一定最接近目標數。

2. 為什麼要有追加規則呢?

一樣假設參與遊戲所有人都能進行快速的邏輯思考,經過了第一輪遊戲後,大部分參與者應該都知道要選0了,那大家都選0或多人選同一數字的情況將會大量出現,為了保證遊戲能順利運行,我們就需要追加規則來限制參與者的選擇同時增加遊戲的可玩性。

資料來源:

一、拿破崙的四色禮物

泰森多邊形法的簡介、特性:

https://www.newton.com.tw/wiki/%E6%B3%B0%E6%A3%AE%E5%A4%9A%E9%82%8A%E5%BD%A2%E6%B3%95

四色定理(猜想)內容:

https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E5%9B%9B%E8%89%B2%E5%AE%9A%E7%90%86

最強大腦第六季第10期片段:

https://www.youtube.com/watch?v=_LnTeIq7S08&1ist=PLGnjPtt6DJXT-QRbg-gstroYV izswZaYW&index=13

二、邏輯推理遊戲-數橋

數橋規則:

https://zh.m.wikipedia.org/zh-tw/%E6%95%B8%E6%A9%8B

解題方法:

https://kknews.cc/zh-tw/news/ny6baoq.html

線上數橋:

https://zh.puzzle-bridges.com/

三、競局理論

美人投票遊戲於原著中的玩法解析(《◆K-美人投票》):

http://cvcv152.blog.fc2.com/blog-entry-53.html