

數學思維與解題期末報告

作品說明書

組別：第一組

作品名稱：多方塊積木和組木之探索

組員：徐丙忠、林承俊、邱嵩槐、溫成鐘、黃虹菱

摘要

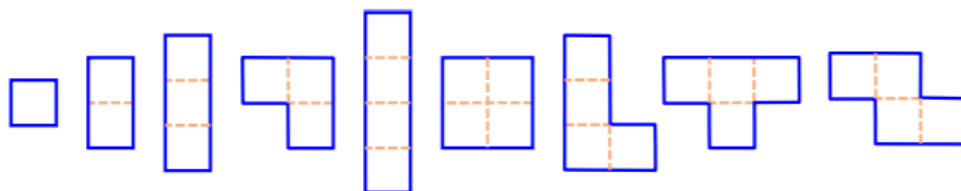
多方塊積木和組木的組合方式，涉及建築接榫工法、多面變化、空間分析…等領域，同時也是多數人童年益智類的玩具，因此我們藉由介紹多方塊積木和組木的各種不同組合方式以及解法；並透過 Burr Tools 軟體，實現判定多方塊組木之組合有解或無解，並具現化有解時的各種組合方式；最後，憑藉實體的多方塊積木，展示出一些著名的組木組合方式，作為報告的結尾。

壹、多方塊積木和組木之介紹

1、多方塊簡介

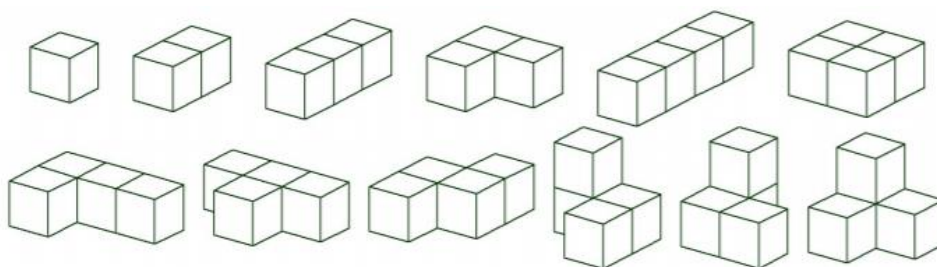
多方塊其實就是將雙方塊(Domino)的概念推廣，將 n 個邊長相等的正方形相連在一起，形成所謂 n -方塊(n -omino)。多方塊(Polyomino)這個詞彙其實最早出自於 1954 年在【美國數學月刊 American Mathematical Monthly】由所羅門·沃爾夫·哥倫布(Solomon W. Golomb)博士所發表的關於多方塊論文中。而美國休閒數學專欄作家格納(M. Gardner)在其早期的專欄中則稱之為超級方塊(super-dominoes)。

這裡我們以 $n \leq 4$ 的 n -方塊來做為舉例，則以下 9 個形狀都可以被稱為 n -方塊。



(圖一) n -方塊

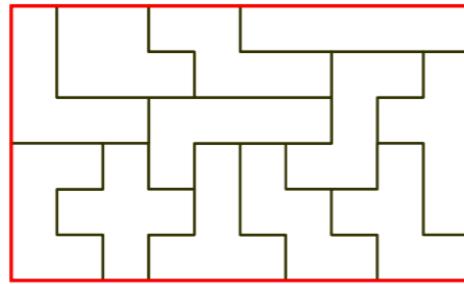
而我們今天所要探討的多方塊組木，其實就是將多方塊在平面上的概念藉由立體化擴充到三維空間，形成多個正方體的相連。當 $n \leq 4$ 時，可以構成以下 12 種圖形，而這也是我們本次報告所要探討的重點之一。



(圖二) 多方塊體

最早流行的多方塊積木為平面 5-方塊組(Pentomino set)亦稱為『五方連』，有如下圖所示 12 種形狀，共有 $12 \times 5 = 60$ 平方單位，故可以拼成如下幾種形狀：

- ◎. 6 x 10 的矩形： 2339 組解
- ◎. 5 x 12 的矩形： 組解
- ◎. 4 x 15 的矩形： 368 組解
- ◎. 3 x 20 的矩形： 2 組解
- ◎. 3x4x5 長方體： 3940 組解
- ◎. 2x5x6 長方體： 組解
- ◎. 2x3x10 長方體： 12 組解



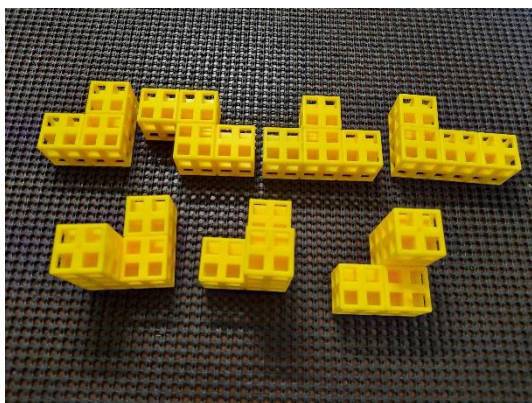
(圖三) 五方連拼圖

2、多方塊的積木與組木(Put-together&Interlock Polycube Puzzles)

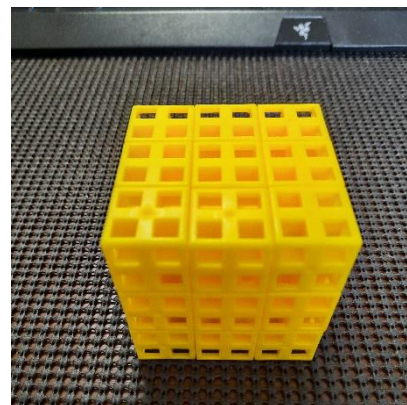
組木(Interlock puzzles)類的益智玩具與積木類的益智玩具，最大的差別在於「組木」玩具一旦完成組裝後，往往只有一個角度或是一個角度、一組零件可以被拆解。例如早期源自於建築接榫技術的「三桿組木 3 pieces burr」、「六桿組木 6 pieces burr」、「魯班鎖」、「孔明鎖」…等，且因為早期組木的設計趨勢朝向「更多桿件」或「多面體化」。因此大部分的組木都有更加絢麗的外表及更高的難度。

積木(Put-together puzzle)類的益智玩具，就是要將所有的玩具組件給堆疊、排列成為「特定的形體」，或是放入特定的容器之中。而這也是益智玩具中歷史最悠久，數量最多的一個類別，同時也是我們生活中最常接觸到的玩具類型。

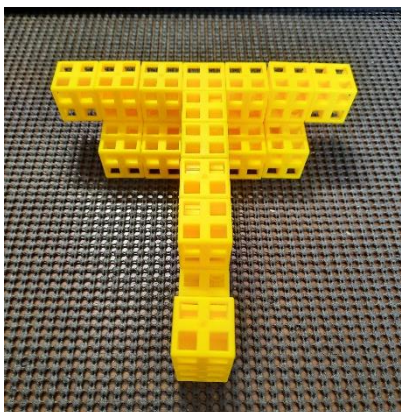
貳、多方體組木實際操作



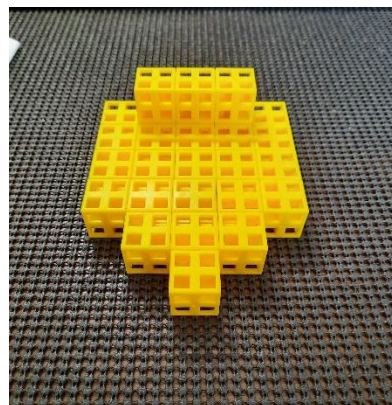
(圖四) Burrtool 操作例子 1



(圖五) Burrtool 操作例子 2



(圖六) Burrtool 操作例子 3



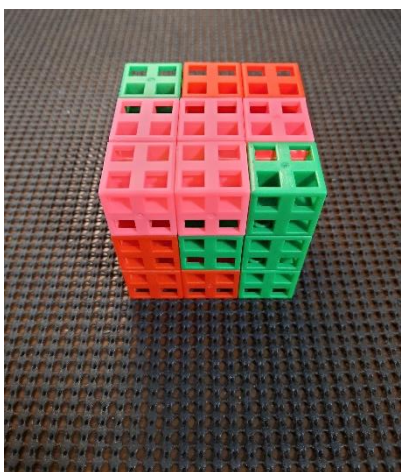
(圖七) Burrtool 操作例子 4



(圖八) Burrtool 操作例子 5



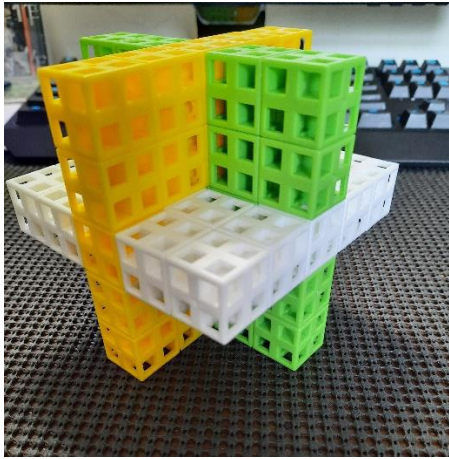
(圖九) Burrtool 操作例子 6



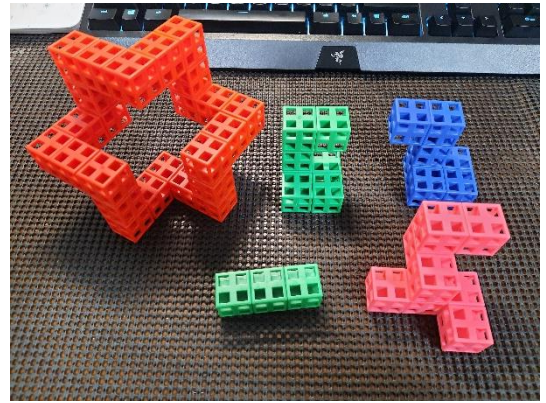
(圖十) Burrtool 操作例子 7



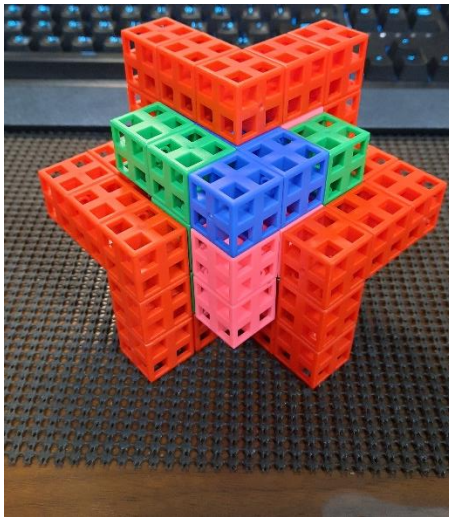
(圖十一) Burrtool 操作例子 8



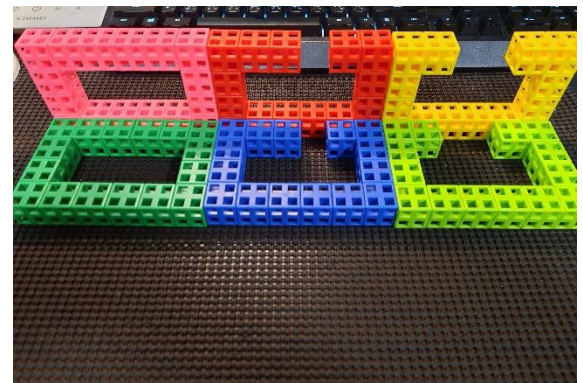
(圖十二) Burrtool 操作例子 9



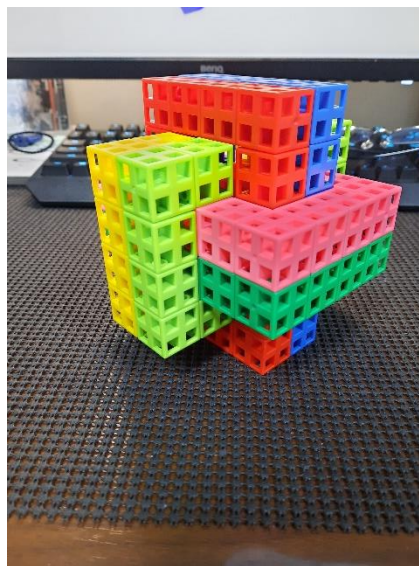
(圖十三) Burrtool 操作例子 10



(圖十四) Burrtool 操作例子 11



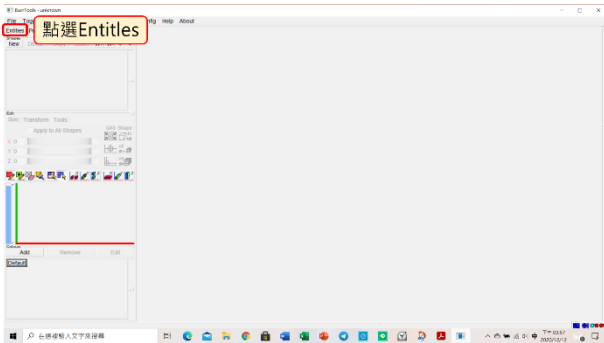
(圖十五) Burrtool 操作例子 12



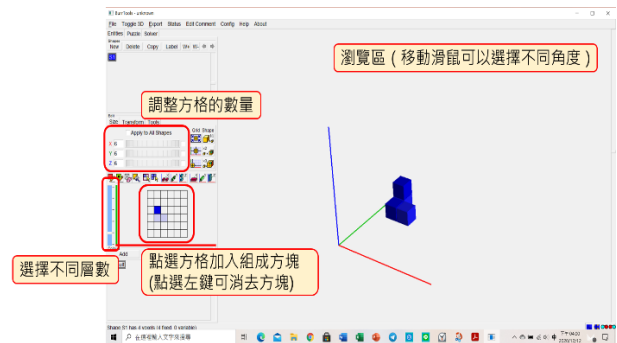
(圖十六) Burrtool 操作例子 13

參、介紹 Burrtools 和操作應用

1. 基本建構組木與解決其問題(以下取幾張投影片中之附圖作為範例)



(圖十七) burrtool 介紹圖 1

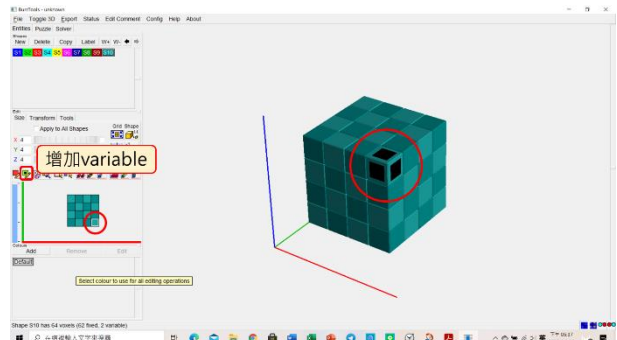


(圖十八) burrtool 介紹圖 2

2. Voxel 介紹(以下取幾張投影片中之附圖作為範例)



(圖十九) burrtool 介紹圖 3

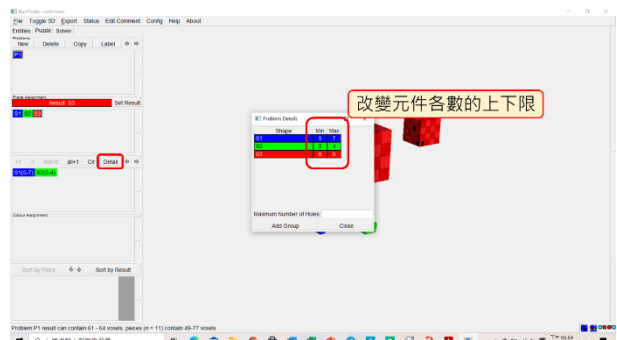


(圖二十) burrtool 介紹圖 4

3. 組成單元之數量條件變化(以下取幾張投影片中之附圖作為範例)



(圖二十一) burrtool 介紹圖 5



(圖二十二) burrtool 介紹圖 6

肆、著名例子和生活應用

1、榫卯工藝(木工工藝)



(圖二十三) 平板明榫角結合



(圖二十四) 楔釘榫



(圖二十五) 攢邊打槽裝板

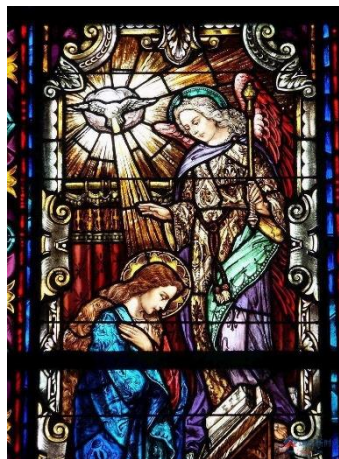
2、拼圖和彩繪玻璃



(圖二十六) 七巧板



(圖二十七) 彩繪玻璃 1



(圖二十八) 彩繪玻璃 2

3. 藝術拼貼地板畫



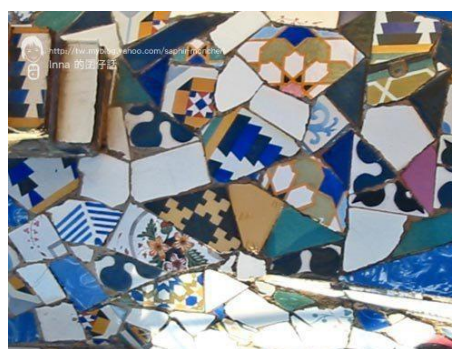
(圖二十九) 藝術拼貼地板畫 1



(圖三十) 藝術拼貼地板畫 2



(圖三十一) 藝術拼貼地板畫 3



(圖三十二) 藝術拼貼地板畫 4

4. 益智遊戲



(圖三十三) 聖劍 puzzle



(圖三十四) 魯班鎖



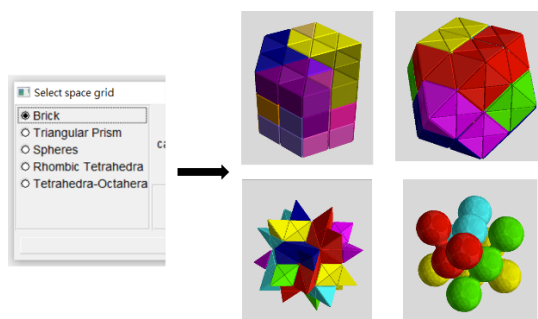
(圖三十五) 魯班盒



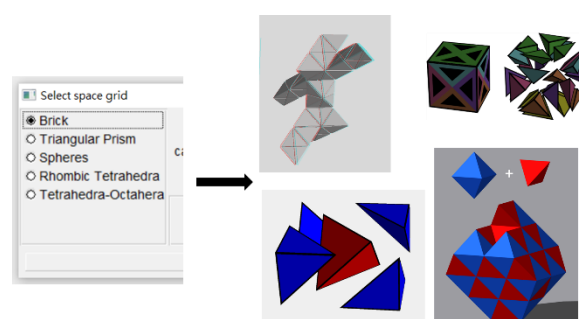
(圖三十六) 魔珠金字塔

伍、延伸探討

以上所介紹的多方體積木和組木都聚焦於多個「正方體」連結所產生的圖形，但其實不只是正方體方塊有這些有趣的特性和組合，其實將正方體推廣至球體、四面體…等，都有著類似的性質。



(圖三十七) 異正方體之組木 1



(圖三十八) 異正方體之組木 2

陸、結論

我們利用多方塊積木的組合方式，像蓋房子一樣展現出不同的多面變化、空間分析…等，同時也是多數人童年的益智玩具。以上是我們這組一起共同合作完成的積木實際操作，並透過 Burrtools 軟體，判定多方塊組木之組合有解或無解，進而做出以上的實際操作；而生活中息息相關榫卯工藝(木工工藝)、拼圖和彩繪玻璃、藝術拼貼地板畫…等，其實也都內含著這些組木的概念。最後我們發現不只是正方體方塊有這些有趣的特性和組合，若將正方體推廣至球體、四面體…等，似乎也都有著類似的特性。這次的報告是大家經過多番討論之後，很努力一起共同完成的。

柒、參考資料

1. https://en.wikipedia.org/wiki/Solomon_W._Golomb
2. <http://burrtools.sourceforge.net/gui-doc/Spacegrids.html>
3. <http://puzzlewillbeplayed.com/index.html.en>
4. <http://burrtools.sourceforge.net/>
5. <https://www.youtube.com/watch?v=6UbtwJpaA8A&t=178s>
6. <https://www.youtube.com/watch?v=gWEIYiOegFQ>
7. <https://www.youtube.com/watch?v=fbaSLbDOCjs&feature=youtu.be>
8. 高師大數學系—美數學創社—數學玩具活動講義