

## 主題：魔術方塊四面還原的數學理論

### 一. 簡介:

魔術方塊，在台灣稱為魔方，在香港稱為扭計骰，為由匈牙利建築學教授暨雕塑家魯比克·厄爾諾於 1974 年發明的機械益智玩具，最初的名稱叫 Magic Cube，1980 年 Ideal Toys 公司於販售此玩具，並將名稱改為 Rubik's Cube。

魔術方塊在 1980 年代最為風靡，至今未衰，每年都會舉辦大小賽事。截至 2009 年 1 月，魔術方塊在全世界售出了 3 億 5 千多萬個。面世不久後，很多類似的玩具也紛紛出現，有些出自發明人魯比克，包括二階、四階、五階、六階、七階、八階、九階和十一階版本的魔術方塊；有些則是出自他人之手。

### 二. 歷史:

1970 年 3 月，Larry Nichols 發明了「Puzzle with Pieces Rotatable in Groups」，並申請了加拿大專利，是個 2x2x2 的魔術方塊，但是每個方塊之間是用磁鐵互相吸在一起。1972 年獲得美國專利第 3,655,201 號，比魯比克教授的魔術方塊早兩年。魯比克·厄爾諾是匈牙利的建築學和雕塑

學教授，為了幫助學生們認識空間立方體的組成和結構，所以他自己動手做出了第一個魔術方塊的雛形來，其靈感是來自於多瑙河中的沙礫，1974 年，魯比克教授發明了第一個魔術方塊（當時稱作 Magic Cube），並在 1975 年獲得匈牙利專利號 HU170062，但沒有申請國際專利。第一批魔術方塊於 1977 年在布達佩斯的玩具店販售。與 Nichols 的魔術方塊不同，魯比克教授的零件是像卡榫一般互相咬合在一起，不容易因為外力而分開，而且可以以任何材質製作。

1979 年 9 月，Ideal Toys 公司將魔術方塊帶至全世界，並於 1980 年一、二月在倫敦、巴黎和美國的國際玩具博覽會亮相。

展出之後，Ideal Toys 公司將魔術方塊的名稱改為 Rubik's Cube，1980 年 5 月，第一批魔術方塊在匈牙利出口。

### 三. 魔方的構成:

不同的魔術方塊有不同的結構，以最經典的三階魔術方塊為例，三階魔術方塊由 1 個中心軸/核心球、6 個中心塊、12 個邊塊及 8 個角塊構成，當它們組合在一起的時候每個零件會互相牽制不會散開，並且任何一面都可水平轉動而不影響到其他方塊。三階魔術方塊的結構不只一種，例如空心魔術方塊。

#### 四.魔方的對稱性:

舉例而言， $3 \times 3 \times 3$  的魔術方塊能拼出的圖樣組合最少有 43, 252, 003, 274, 489, 856, 000 種，因此，想要快速解魔術方塊時，沒有人會實際動手逐一嘗試各種轉動角度，而是先觀察，爾後再快速動作。近年來魔術方塊再度流行，坊間也有許多教人快速解法的書籍，而各種解法的文字，若以數學切入，最終也都可以化作「對稱性」的數學語言——群論。

群論的概念與其他多數的數學發現不同，當時並沒有有人在特別尋找群論或對稱性的理論。而是數學家在歷經千年，由淺入深漸次破解代數方程，卻在尋求五次方程式公式解法遇到關卡，再經過數百年後，挪威數學家阿貝爾發現，若以我們熟悉的四則運算和求根運算一旦遇上五次（以上）方程便束手無策。這項知識在數學史上有著劃時代的突破，從原本只需設法求解的方向，轉變為必須先證明某類方程式是否真的存有解法。

而在之後的法國數學家伽羅瓦，則提出：若是想知道一個方程式能不能求解，並非直接求解，而只需要推想方程式解，並檢視各解的置換排列現象，就能知道方程是是否能求解。此時對稱性變成關鍵概念，而伽羅瓦群則是方程是對稱性的直接測定標準。

## 五.魔方群(群論):

在數學中，魔術方塊群是一個群( $G$ ;)對應於集合  $G$  的所有魔術方塊塊正常轉動可能形成的所有情形. 從完好魔術方塊從發到任一種狀態所經歷的操作，都與群元有一一對應的關係.

對於一個 3 階標準魔術方塊，除去中心塊外一共有 48 個色塊，因此一個魔術方塊狀態可以由 1-48 的某種排列表示，但由於魔術方塊本身的幾何結構約束，並不是所有的序號排列都是合法的魔術方塊狀態. 在這種表示下，對魔術方塊的一個操作可以表示成一個置換. 因此, 3 階魔術方塊群是置換群的子群，並滿足和置換群相同的運算規則.

和置換群相同，魔術方塊群是一個非阿貝爾群，對魔術方塊的操作不滿足交換律。

## 六.結論

魔術方塊是非常困難的數學遊戲，雖然完成它的過程，並沒有任何的數字，但其實用到的思考方式，都是與數學息息相關。經過觀察、分析，我們不僅可以找到魔方中蘊涵的數學知識，也看到了魔方中的教學因素：通過魔方的外觀展示和結構剖析幫助學生建立立體模型的概念，增強空間觀念，通過魔方還原有助於學生深刻感受置換、循環，

理解群論的相關概念，從外觀一個簡單的立體圖形，到還原過程中的各類變換有助於學生邏輯思維能力的學習和提升。魔方中處處是數學邏輯，沒有了數學還是可以生活，但能夠把數學應用到日常工作上，卻可以讓生活更加美好。