

摺紙數學

摺紙公理

1. 給定兩點 P_1 、 P_2 ，僅有一條摺痕同時過這兩點
2. 給定兩點 P_1 、 P_2 ，僅有一種方法把折到上
3. 給定兩直線 L_1 、 L_2 ，可以把 L_1 折到 L_2 上
4. 給定一點 P_1 和一條直線 L_1 ，僅有一種方法過 P_1 折出 L_1 的垂線
5. 給定兩點 P_1 、 P_2 和一條直線 L_1 ，可以沿過 P_2 的直線將 P_1 折到 L_1 上
6. 給定兩點 P_1 、 P_2 和兩直線 L_1 、 L_2 ，可以一次將 P_1 、 P_2 分別折到 L_1 、 L_2 上
7. 給定一點 P_1 和兩直線 L_1 、 L_2 可以沿著 L_2 的垂線將 P_1 折到 L_1 上(L_1 、 L_2 不平行)

尺規 vs 摺紙

在正式的尺規做圖中，所能運用到的工具只有圓規及直尺，且兩者均無刻度。因此能做到的相當有限，尺規作圖相當於在解二次方程式。而摺紙幾何可以做到滑動(相當於有刻度的直尺)如前面的定理六，就是運用到滑動，摺紙幾何相當於在解三次方程式。因此有辦法解決三等分角以及倍立方這兩個問題。

總歸一句，摺紙幾何的能力要強於尺規作圖

古希臘 3 大難題: 3 等分角 化圓為方 倍立方

3 等分角:

設 $\angle EAB$ 是要 3 等分的角，折 A 到 FH 上、 G 到 AE 上

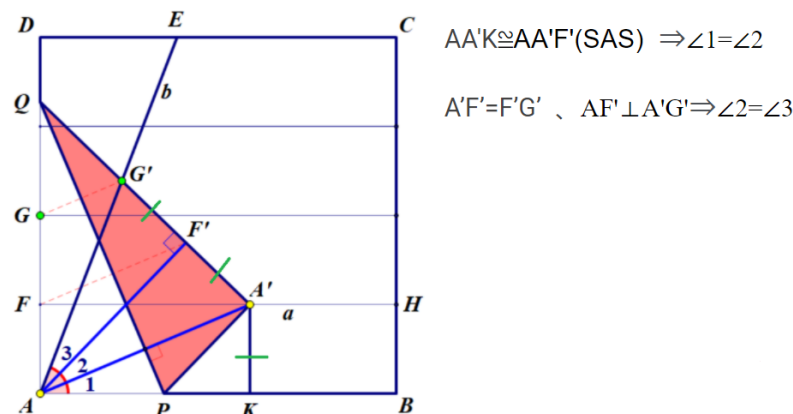
$AP=A'P \Rightarrow \triangle AA'P$ 是等腰 3 角形 $\Rightarrow \angle 1 = \angle AA'P$

$90^\circ - \angle AA'P = \angle F'A'A$

$\angle AA'P = \angle 1$

$180^\circ - 90^\circ - \angle 1 = \angle AA'K$

$\angle AA'K = \angle F'A'A$

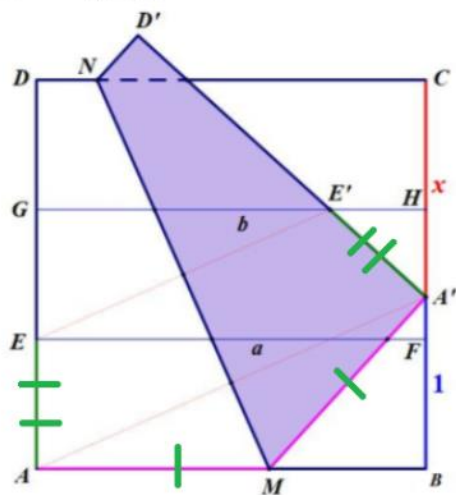


倍立方:

將正方形 3 等分，折 E 到 E'，同時 A 到 A'

$$x^3 = 2a^3$$

$$x = \sqrt[3]{2}a$$



$$BM^2 = A'M^2 - 1^2$$

$$= (x+1-BM)^2 - 1$$

$$= x^2 + 2x + 1 - 2(x+1) \cdot BM + BM^2 - 1$$

$$BM = \frac{x^2 + 2x}{2x + 2}$$

$$A'M = \frac{x^2 + 2x + 2}{2x + 2}$$

$$A'H = x - CH = x - \frac{x+1}{3} = \frac{2x-1}{3}$$

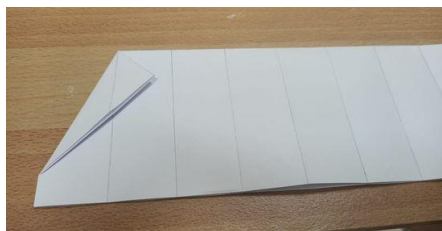
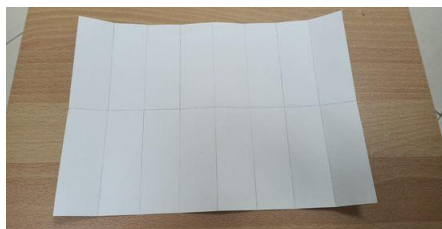
$$\frac{A'M}{BM} = \frac{A'E'}{A'H}$$

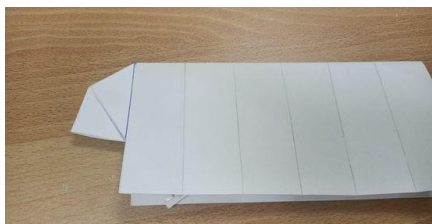
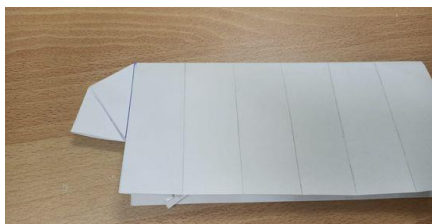
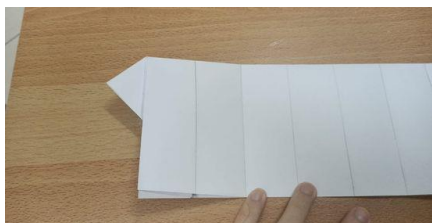
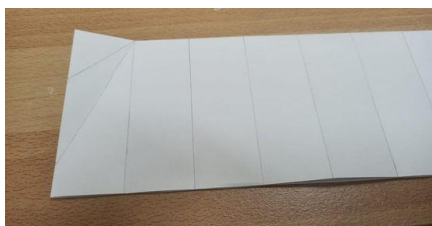
$$A'M \cdot A'H = BM \cdot A'E'$$

$$\frac{x^2 + 2x + 2}{2x + 2} \cdot \frac{2x-1}{3} = \frac{x^2 + 2x}{2x + 2} \cdot \frac{x+1}{3}$$

$$x = \sqrt[3]{2}$$

畢氏螺線(帶同學操作)





以此類推



組員:林宣佑 410931102

葉威志 410631106

吳承展 410931127

李簡奕辰 410931130

陸濱 410931133

資料來源:

<https://www.facebook.com/groups/108923286120994/permalink/1300337043646273/>
https://l.facebook.com/l.php?u=https%3A%2F%2Fzh.wikipedia.org%2Fwiki%2F%25E6%258A%2598%25E7%25BA%25B8%25E5%2585%25AC%25E7%2590%2586%3Ffbclid%3DIwAR14_0c8DreUPyITLiT4dj1PyPBnZZ-tF6M8pf76YYAAdwQjWOgQSa6Mj5s&h=AT1u7Fro-Fp02oHrWj6dym_1pedpp2e9wUSMIF7-hcxGw9fLLAxGPgvrKf4K2eMmtQrum1NZgRLHnz3CVLDHspBW4zp2TtP6u7yKx67Y5QY3JYUpe5Za6pwBPZM4PpSEUiM4

https://l.facebook.com/l.php?u=https%3A%2F%2Fwww.xuehua.us%2Fa%2F5eb595c786ec4d5f9a5e572c%3Fflang%3Dzh-tw%26fbclid%3DIwAR3AweXE8rcZ0k3VUD4hPSuwvuQ4fBCSQITyJHsF8TUCTkgyU0oQOjLUy1o&h=AT2hQTfEU005KqfrDb7nK_VocPn_D-xjoQay6Q55Tlc0hYAL3gvnsfQiEOwdoN66nXHCvdTzCSyhSt6Y-RfK_Q9wY94rPaJ7hF6m5OWfm0XMSfGjwVhsOu8QyyjP4K1BbrpWA

https://l.facebook.com/l.php?u=https%3A%2F%2Fwww.xuehua.us%2Fa%2F5eb595c586ec4d5f9a5e5707%3Ffbclid%3DIwAR0kwnMAIUFR9sDpBXex589Whs2g_3elo7TYA_uFcUiwWHx63jrGdYxC9Os&h=AT2hQTfEU005KqfrDb7nK_VocPn_D-xjoQay6Q55Tlc0hYAL3gvnsfQiEOwdoN66nXHCvdTzCSyhSt6Y-RfK_Q9wY94rPaJ7hF6m5OWfm0XMSfGjwVhsOu8QyyjP4K1BbrpWA