

摺紙數學

摺紙公理

1. 給定兩點 P_1 、 P_2 ，僅有一條摺痕同時過這兩點
2. 給定兩點 P_1 、 P_2 ，僅有一種方法把折到上
3. 給定兩直線 L_1 、 L_2 ，可以把 L_1 折到 L_2 上
4. 給定一點 P_1 和一條直線 L_1 ，僅有一種方法過 P_1 折出 L_1 的垂線
5. 給定兩點 P_1 、 P_2 和一條直線 L_1 ，可以沿過 P_2 的直線將 P_1 折到 L_1 上
6. 給定兩點 P_1 、 P_2 和兩直線 L_1 、 L_2 ，可以一次將 P_1 、 P_2 分別折到 L_1 、 L_2 上
7. 給定一點 P_1 和兩直線 L_1 、 L_2 可以沿著 L_2 的垂線將 P_1 折到 L_1 上(L_1 、 L_2 不平行)

尺規 vs 摺紙

在正式的尺規做圖中，所能運用到的工具只有圓規及直尺，且兩者均無刻度。因此能做到的相當有限，尺規作圖相當於在解二次方程式。而摺紙幾何可以做到滑動(相當於有刻度的直尺)如前面的定理六，就是運用到滑動，摺紙幾何相當於在解三次方程式。因此有辦法解決三等分角以及倍立方這兩個問題。

總歸一句，摺紙幾何的能力要強於尺規作圖

古希臘 3 大難題: 3 等分角 化圓為方 倍立方

3 等分角:

設 $\angle EAB$ 是要 3 等分的角，折 A 到 FH 上、 G 到 AE 上

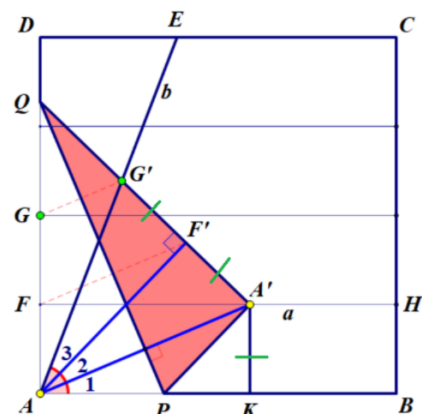
$AP=A'P \Rightarrow \triangle AA'P$ 是等腰 $\triangle \Rightarrow \angle 1 = \angle AA'P$

$90^\circ - \angle AA'P = \angle F'A'A$

$\angle AA'P = \angle 1$

$180^\circ - 90^\circ - \angle 1 = \angle AA'K$

$\angle AA'K = \angle F'A'A$



$AA'K \cong AA'F' (SAS) \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$

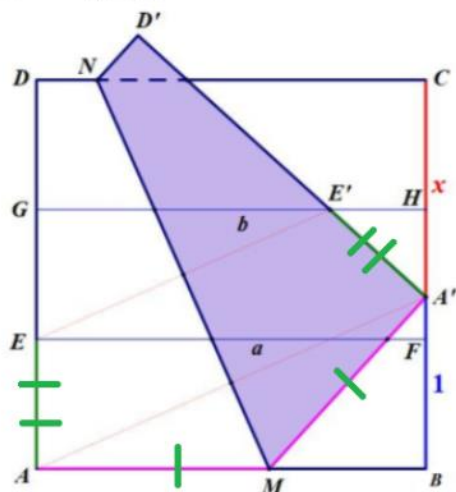
$A'F' = F'G' \text{ , } AF' \perp A'G' \Rightarrow \angle 2 = \angle 3$

倍立方:

將正方形 3 等分，折 E 到 E'，同時 A 到 A'

$$x^3 = 2a^3$$

$$x = \sqrt[3]{2}a$$



$$BM^2 = A'M^2 - 1^2$$

$$= (x+1-BM)^2 - 1$$

$$= x^2 + 2x + 1 - 2(x+1) \cdot BM + BM^2 - 1$$

$$BM = \frac{x^2 + 2x}{2x + 2}$$

$$A'M = \frac{x^2 + 2x + 2}{2x + 2}$$

$$A'H = x - CH = x - \frac{x+1}{3} = \frac{2x-1}{3}$$

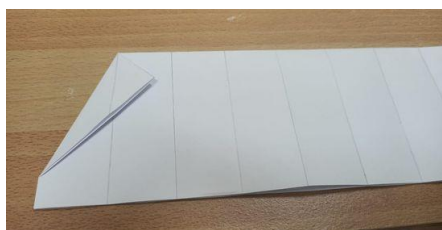
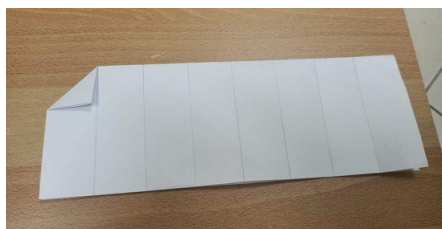
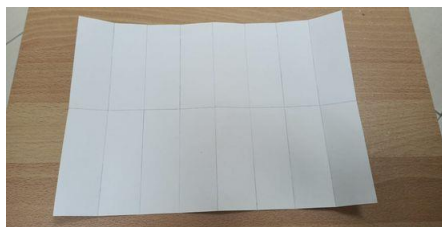
$$\frac{A'M}{BM} = \frac{A'E'}{A'H}$$

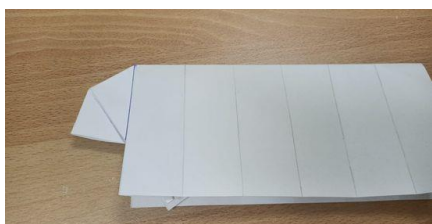
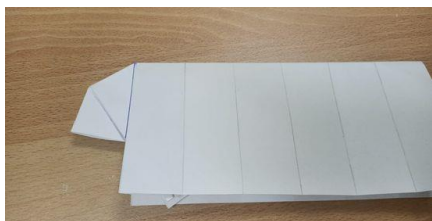
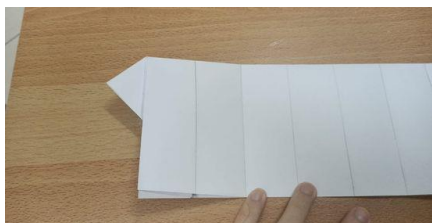
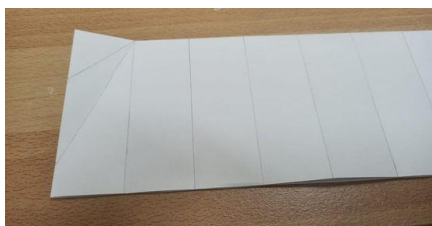
$$A'M \cdot A'H = BM \cdot A'E'$$

$$\frac{x^2 + 2x + 2}{2x + 2} \cdot \frac{2x-1}{3} = \frac{x^2 + 2x}{2x + 2} \cdot \frac{x+1}{3}$$

$$x = \sqrt[3]{2}$$

畢氏螺線(帶同學操作)





以此類推



組員:林宣佑 410931102

葉威志 410631106

吳承展 410931127

李簡奕辰 410931130

陸濱 410931133

資料來源:

1. <https://youtu.be/KXfWAsFWumg>
畢氏螺線
2. https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%8A%98%E7%BA%B8%E5%85%AC%E7%90%86?fbclid=IwAR14_0c8DreUPyITLiT4dj1PyPBnZZ-tF6M8pf76YYAAdwQjWOgQSa6Mj5s
摺紙公理
3. https://l.facebook.com/l.php?u=https%3A%2F%2Fwww.xuehua.us%2Fa%2F5eb595c786ec4d5f9a5e572c%3Fclang%3Dzh-tw%26fbclid%3DIwAR3YaF_u_QGJQ9YhqmP4esEnaURdcWUzOl5ZJ7W_9RhveGsa_T9-L_u dDdk&h=AT1UDXu09sIsHBVggv6MYy96YYIMrJpEbnnrm5le1rNjyzjNSTQkBw6w-dpPYtUoSnkOmQZvMmrBVZx4LRNxjhFOLh0Fhvc pHqGlAh2HCpC36j8E_E-fy_iIogf8VkvDyqGng5w
倍立方
4. https://l.facebook.com/l.php?u=https%3A%2F%2Fwww.xuehua.us%2Fa%2F5eb595c586ec4d5f9a5e5707%3Ffbclid%3DIwAR0kwnMAIUFR9sDpBXex589Whs2g_3elo7TYA_uFcUiwWHx63jrGdYxC9Os&h=AT2hQTFEU005KqfrrDb7nK_VocPn_D-xjoQay6Q55Tic0hYAL3gvnsfQiEOwdoN66nXHCvdTzCSyhSt6Y-RfK_Q9wY94rPaJ7hF6m5OWfm0XMSfGjwVhsOu8QyyjP4K1BbrpWA
三等分角