

數學解題方法

第七組 組員名單：

410831153張至言 411131107洪聖評
411131115吳杰翰 411131124陳翊翎 411131135謝宏輝

6位數ABCABC正好有16個正因數，則這個6位數最小是多少？

6位數ABCABC正好有16個正因數，則這個6位數最小是多少？

$$\because ABCABC = 7 \times 11 \times 13 \times ABC$$

6位數ABCABC正好有16個正因數，則這個6位數最小是多少？

$$\because ABCABC = 7 \times 11 \times 13 \times ABC$$

$$\therefore ABCABC = 1 \times ABCABC$$

6位數ABCABC正好有16個正因數，則這個6位數最小是多少？

$$\because ABCABC = 7 \times 11 \times 13 \times ABC$$

$$\begin{aligned}\therefore ABCABC &= 1 \times ABCABC \\ &= 7 \times (11 \times 13 \times ABC)\end{aligned}$$

6位數ABCABC正好有16個正因數，則這個6位數最小是多少？

$$\because ABCABC = 7 \times 11 \times 13 \times ABC$$

$$\begin{aligned}\therefore ABCABC &= 1 \times ABCABC \\ &= 7 \times (11 \times 13 \times ABC) \\ &= 11 \times (7 \times 13 \times ABC)\end{aligned}$$

6位數ABCABC正好有16個正因數，則這個6位數最小是多少？

$$\because ABCABC = 7 \times 11 \times 13 \times ABC$$

$$\therefore ABCABC = 1 \times ABCABC$$

$$= 7 \times (11 \times 13 \times ABC)$$

$$= 11 \times (7 \times 13 \times ABC)$$

$$= 13 \times (7 \times 11 \times ABC)$$

6位數ABCABC正好有16個正因數，則這個6位數最小是多少？

$$\because ABCABC = 7 \times 11 \times 13 \times ABC$$

$$\therefore ABCABC = 1 \times ABCABC$$

$$= 7 \times (11 \times 13 \times ABC)$$

$$= 11 \times (7 \times 13 \times ABC)$$

$$= 13 \times (7 \times 11 \times ABC)$$

$$= (7 \times 11) \times (13 \times ABC)$$

6位數ABCABC正好有16個正因數，則這個6位數最小是多少？

$$\because ABCABC = 7 \times 11 \times 13 \times ABC$$

$$\therefore ABCABC = 1 \times ABCABC$$

$$= 7 \times (11 \times 13 \times ABC)$$

$$= 11 \times (7 \times 13 \times ABC)$$

$$= 13 \times (7 \times 11 \times ABC)$$

$$= (7 \times 11) \times (13 \times ABC)$$

$$= (7 \times 13) \times (11 \times ABC)$$

6位數ABCABC正好有16個正因數，則這個6位數最小是多少？

$$\because ABCABC = 7 \times 11 \times 13 \times ABC$$

$$\therefore ABCABC = 1 \times ABCABC$$

$$= 7 \times (11 \times 13 \times ABC)$$

$$= 11 \times (7 \times 13 \times ABC)$$

$$= 13 \times (7 \times 11 \times ABC)$$

$$= (7 \times 11) \times (13 \times ABC)$$

$$= (7 \times 13) \times (11 \times ABC)$$

$$= (11 \times 13) \times (7 \times ABC)$$

6位數ABCABC正好有16個正因數，則這個6位數最小是多少？

$$\because ABCABC = 7 \times 11 \times 13 \times ABC$$

$$\therefore ABCABC = 1 \times ABCABC$$

$$= 7 \times (11 \times 13 \times ABC)$$

$$= 11 \times (7 \times 13 \times ABC)$$

$$= 13 \times (7 \times 11 \times ABC)$$

$$= (7 \times 11) \times (13 \times ABC)$$

$$= (7 \times 13) \times (11 \times ABC)$$

$$= (11 \times 13) \times (7 \times ABC)$$

$$= (7 \times 11 \times 13) \times ABC$$

6位數ABCABC正好有16個正因數，則這個6位數最小是多少？

$$\because ABCABC = 7 \times 11 \times 13 \times ABC$$

$$\therefore ABCABC = 1 \times ABCABC$$

$$= 7 \times (11 \times 13 \times ABC)$$

$$= 11 \times (7 \times 13 \times ABC)$$

$$= 13 \times (7 \times 11 \times ABC)$$

$$= (7 \times 11) \times (13 \times ABC)$$

$$= (7 \times 13) \times (11 \times ABC)$$

$$= (11 \times 13) \times (7 \times ABC)$$

$$= (7 \times 11 \times 13) \times ABC$$



ABCABC只要16個正因數，而 8 組乘積剛好是16個正因數
ABC一定要是質數，否則ABCABC就會有超過16個正因數
而三位數最小質數為101，所以ABCABC的最小值為101101。

6位數 $ABCABC$ 正好有32個正因數，則這個6位數最小是多少？

6位數 $ABCABC$ 正好有32個正因數，則這個6位數最小是多少？

$$ABCABC = 7 \times 11 \times 13 \times ABC$$

$\therefore ABCABC$ 有32個正因數

$\therefore ABCABC$ 不是質數

6位數ABCABC正好有32個正因數，則這個6位數最小是多少？

$$ABCABC = 7 \times 11 \times 13 \times ABC$$

$\therefore ABCABC$ 有32個正因數

$\therefore ABCABC$ 不是質數

找N的正因數個數設N=a的 α 次 \times b的 β 次 \times c的 γ 次 $\times \cdots$

N的正因數個數 $= (\alpha + 1)(\beta + 1)(\gamma + 1) \cdots$

6位數ABCABC正好有32個正因數，則這個6位數最小是多少？

$$ABCABC = 7 \times 11 \times 13 \times ABC$$

$\therefore ABCABC$ 有32個正因數

$\therefore ABCABC$ 不是質數

找N的正因數個數設N=a的 α 次 \times b的 β 次 \times c的 γ 次 $\times \dots$

N的正因數個數= $(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)\dots$

令ABC=a的 α 次 \times b的 β 次 \times c的 γ 次 $\times \dots$

$$ABCABC = 7^1 \times 11^1 \times 13^1 \times a^\alpha \times b^\beta \times c^\gamma \times \dots$$

6位數ABCABC正好有32個正因數，則這個6位數最小是多少？

$$ABCABC = 7 \times 11 \times 13 \times ABC$$

$\therefore ABCABC$ 有32個正因數

$\therefore ABCABC$ 不是質數

找N的正因數個數設N=a的 α 次 \times b的 β 次 \times c的 γ 次 $\times \dots$

N的正因數個數 $= (\alpha + 1)(\beta + 1)(\gamma + 1) \dots$

令ABC=a的 α 次 \times b的 β 次 \times c的 γ 次 $\times \dots$

$$ABCABC = 7^1 \times 11^1 \times 13^1 \times a^\alpha \times b^\beta \times c^\gamma \times \dots$$

ABC的正因數個數 $32 = (1+1)(1+1)(1+1)(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1) \dots$

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times (\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1) \dots$$

$$(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1) \dots = 4 = 2 \times 2$$

$$(\alpha+1)(\beta+1) = 2 \times 2$$

$$\alpha = 1, \beta = 1$$

$$\therefore ABCABC = 7^1 \times 11^1 \times 13^1 \times a^1 \times b^1$$

$$ABC \text{ 最小值} = 2^1 \times 53^1 = 106$$

$$ABCABC \text{ 最小值為 } 106106$$

試題來源：中華數學協會(56屆國中組)

國中組樣題

其他組別樣題，請至協會官網下載。

競速賽

S1. 計算 $100 + (-101) + 102 + (-103) + 104 + (-105) + \cdots + (-2019) + 2020 = ?$
(A) 1010 (B) -1010 (C) 1020 (D) 1060

S2. 如圖，是以2021根火柴棒所排成的x個三角形，則x = ?
(A) 674 (B) 677 (C) 1009 (D) 1010

思考賽

I1. 6位數ABCABC正好有16個正因數，則這個6位數最小是多少？

I2. 用數字0, 1, 2, 3, 4, 5不重複排成的6位數中，百位數字不是2的奇數有多少個？

極力賽

R1-A. 兩個整數x, y滿足 $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + xy + y = 9 \end{cases}$ ，則 $|y - x| = ?$

R1-B. T = 你將得到的數，已知a, b, c為實數，且 $a + b + c = T$, $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ ，求 $ab + bc + ac = ?$

團體賽

T1. 已知正整數a, b, c, d滿足 $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{49}{17}$ ，則c = ?

T2. 八位數abcdefgh滿足 $a < b < c < d < e$ ，求 $|a - b| + |b - c| + |c - d| + |d - e| + |e - f| + |f - g| + |g - h|$ 的最大值。

SCTE C'BITM PCTE1 D'ZS
Z'LL E'VIM 101101'11 0'1S