

數學定理科普

數思解第七組

洪聖評、林凱晨、謝宏輝

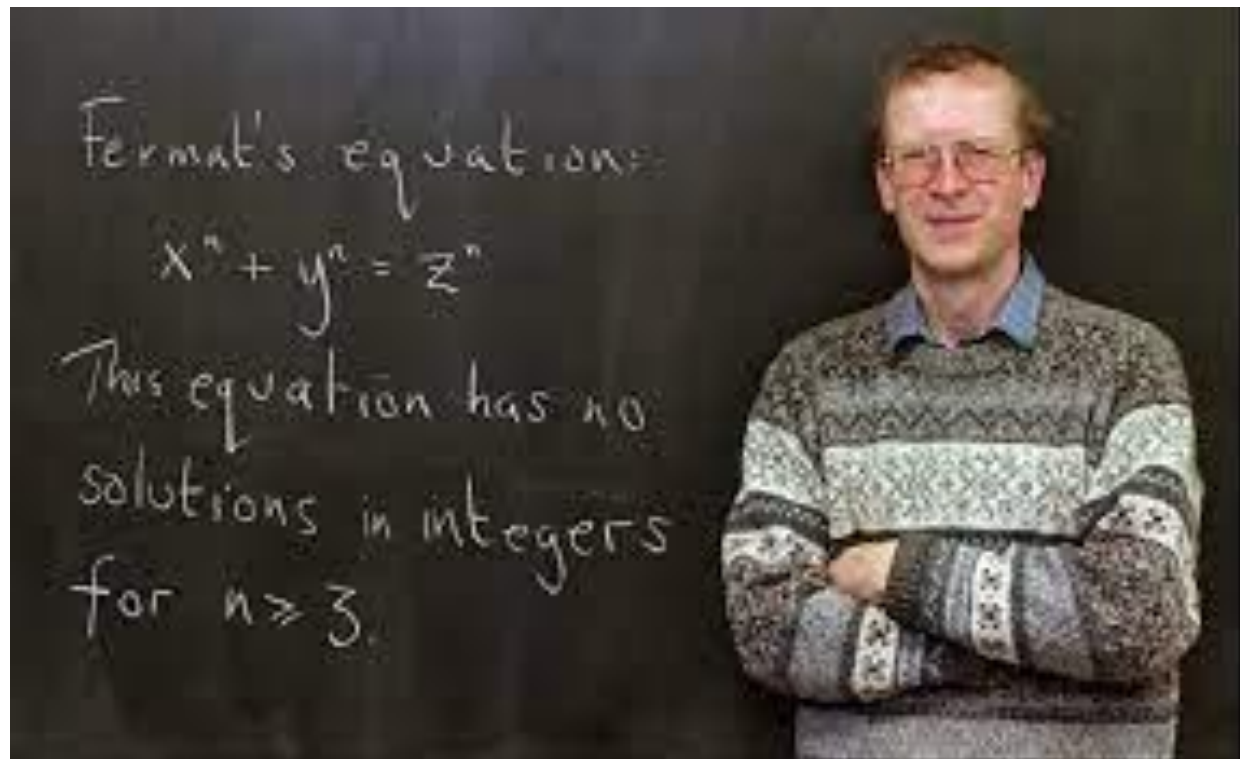
目錄

一.費馬定理

二.世界上最簡單的公式

三.三乘三盤面結構分析簡化

費馬定理



一.費馬定理

- 1.費馬
- 2.費馬小定理
- 3.費馬大定理
- 4.費馬平方和定理
- 5.費馬數
- 6.費馬螺線

費馬

費馬是一位17世紀的法國律師，被稱為業餘數學家之王，他在數學上的成就與貢獻不亞於職業數學家，在微積分及機率方面有很大的貢獻。

費馬小定理

費馬猜想 $2^{2^n}+1$ 為質數

當 n 為1時 $2^{2^n}+1=5$

當 n 為2時 $2^{2^n}+1=17$

當 n 為3時 $2^{2^n}+1=257$

當 n 為4時 $2^{2^n}+1=65537$

費馬小定理

前四條式子皆為質數

歐拉算出了 $n=5$ 的情況，而 $n=5$ 非質數，往後的 $n=5$ 、 $n=6$ 、 $n=7$ 皆不是質數，所以此猜想並非正確

費馬大定理

費馬猜測並說此定理是對的

$X^n + Y^n = Z^n$, 當 n 大於等於3時, 此式無正整數解

$X + Y = Z$ 此式任意兩正整數相加皆能使 Z 為正整數

$X^2 + Y^2 = Z^2$ 此式為畢氏數, 所有的畢氏數皆成立

費馬大定理

歐拉在1770年的時候，證明 $n=3$ 時定理成立。

1825年，高斯和熱爾曼同時獨立證明費馬定理5次幂。

費馬大定理

1995年，安德魯·懷爾斯和理查·泰勒在一特例範圍內證明谷山志村猜想，弗賴的橢圓曲線剛好在這一特例範圍內，從而證明費馬大定理。

安德魯·懷爾斯

出生於1953年，英國人，父親是工程學教授

從小就被數學所吸引

在牛津大學拿到學士、在劍橋大學拿到博士

2011回母校牛津大學任教

安德魯·懷爾斯的成就

證明費馬大定理

菲爾茲獎

沃爾夫獎

阿貝爾獎

費馬平方和定理

質數除4之後如果餘數為1

則此質數會是兩個數的平方和

$$3 = \times$$

$$5 = 1^2 + 2^2$$

$$7 = \times$$

$$11 = \times$$

$$13 = 2^2 + 3^2$$

$$17 = 1^2 + 4^2$$

$$19 = \times$$

$$23 = \times$$

$$29 = 2^2 + 5^2$$

費馬數

費馬數的概念是延續前面費馬小定理

$2^{2^n} + 1$ 以知 $n=0$ 到 4 皆為質數

此五個數字稱為費馬質數

也是目前已知的

費馬數

而 $n=5$ 以後的數字是否皆為合數，目前還不知道

$$F_5 = 2^{32} + 1 = 4,294,967,297 = 641 \times 6,700,417$$

費馬螺線

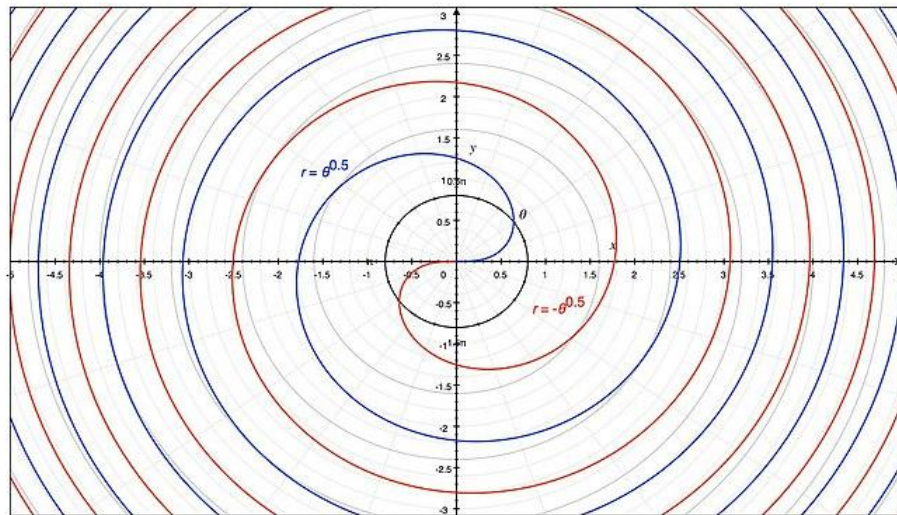
費馬螺線是拋物螺線的一種
極座標系的表達式為


$$r^2 = a^2 \theta$$

數學式

$$r = \sqrt{\theta}$$

$$r = -\sqrt{\theta}$$





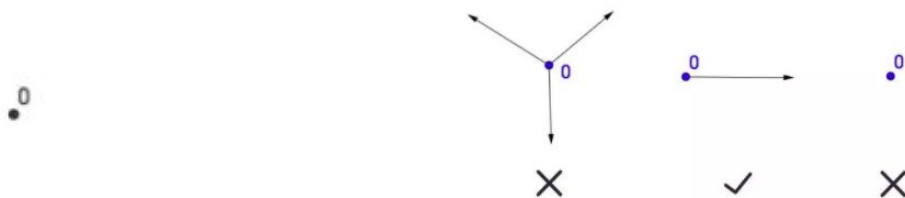
世界上最簡單的公式：
 $1+1=2$

皮亞諾推導

理論一: 0 是自然數。

理論二: 每一個確定的自然數 a , 都有一個確定的後繼數 a' , a' 也是自然數。

理論三: 0 不是任何自然數的後繼數。

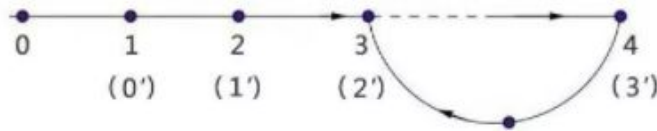


理論四：如果 n 與 m 均為自然數且 $n \neq m$ ，那麼 $n' \neq m'$ ；如果 $b、c$ 均為自然數，且 $b' = c'$ ，那麼 $b = c$ 。

理論五：

假定 $P(n)$ 是自然數的一個性質，如果 $P(0)$ 是對的，且假定 $P(n)$ 是正確的，則 $P(n')$ 也是真的，那麼命題對所有自然數都為真。

另外一種形式：設 S 是自然數集的一個子集，且滿足 (i) 0 屬於 S ；(ii) 如果 n 屬於 S ，那麼 n' 也屬於 S ；則 S 是包含全體自然數的集合，即 $S = N$ 。



再定義加法是滿足以下兩種規則的運算：

1. 對於任意自然數 m , $0 + m = m$;
2. 對於任意自然數 m 和 n , $n' + m = (n + m)'$ 。

$$1 + 1 = 0' + 1 = (0 + 1)' = 1' = 2;$$

或者, $1 + 1 = 0' + 0' = 0'' = 2。$

$$1 + 1 = 2$$

哥德巴赫猜想

他生平最喜歡玩的遊戲竟是加法運算，而且還在玩加法遊戲的過程中發現了一個奧妙：任何大於 3 的奇數都是三個素數之和。

1742 年 6 月 7 日，哥德巴赫寫信給歐拉，提出：任何大於 5 的奇數都是三個素數之和。隨便取個奇數 77，可寫成三個素數之和， $77=53+17+7$ ；再任取一個奇數 461， $461=449+7+5$ ，也是三個素數之和，461 還可以寫成 $257+199+5$ ，仍然是三個素數之和。

1742 年 6 月 30 日，歐拉給哥德巴赫回信：這個命題看來是正確的，但是他也給不出嚴格的證明。為了挽回下自己居然也給不出證明的面子，狡猾的歐拉同時還提出了另一個等價命題：任何一個大於 2 的偶數都是兩個素數之和。但這個命題他也沒能給予出證明。

「任一充分大的偶數，都可以表示成為一個素因子個數不超過 a 個的數，與另一個素因子不超過 b 個的數之和」命題，就被統記作「 $a+b$ 」，哥德巴赫猜想（也稱哥德巴赫-歐拉猜想），也就被稱為另一個「 $(1+1)$ 」。

三乘三盤面結構分析簡化

取材自中華民國第55屆中小學科學展覽會

尋找:最短步數

研究目的

找出3X3的盤面上一共有3種珠子每種有3顆 如何最快的排完上面的圖形



方法

排列組合是

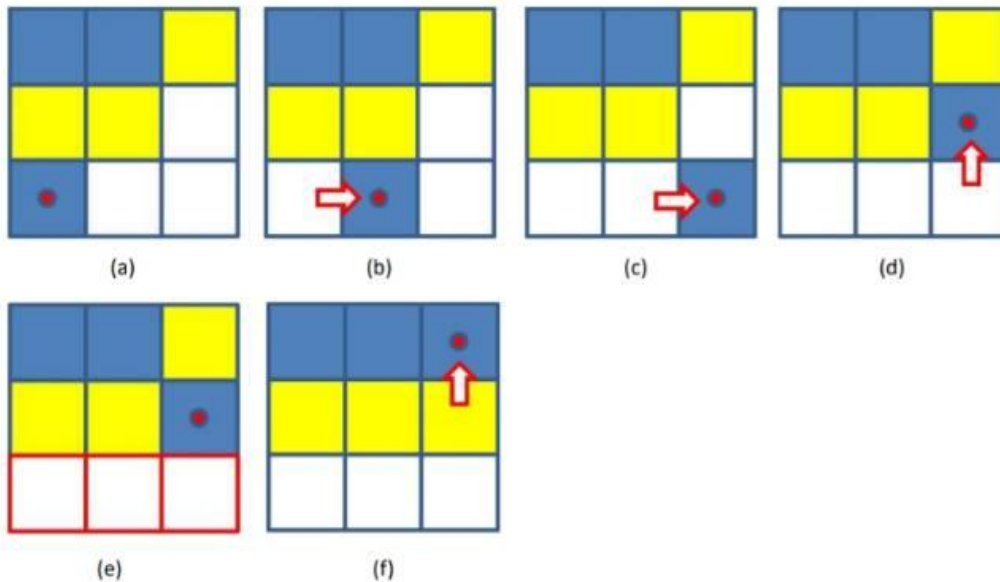
$$\frac{C_3^9 \times C_3^6 \times C_3^3}{3!} = 280$$

旋轉視為相同情況則除以四

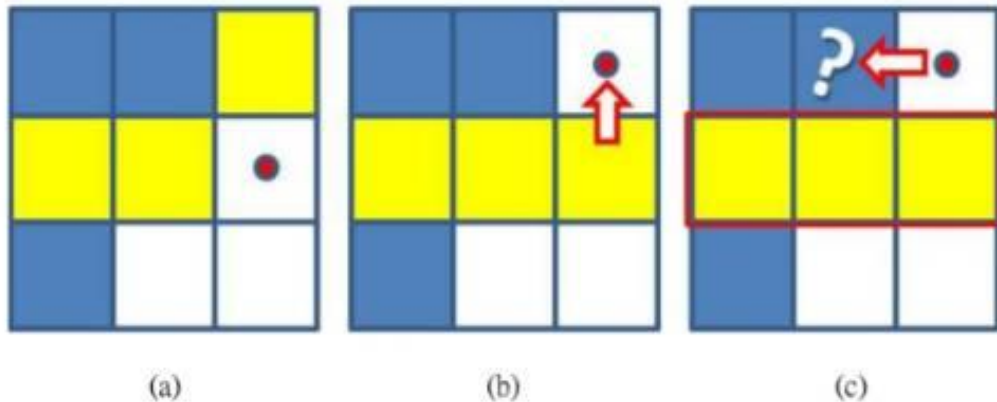
让我想想



最佳解為4步



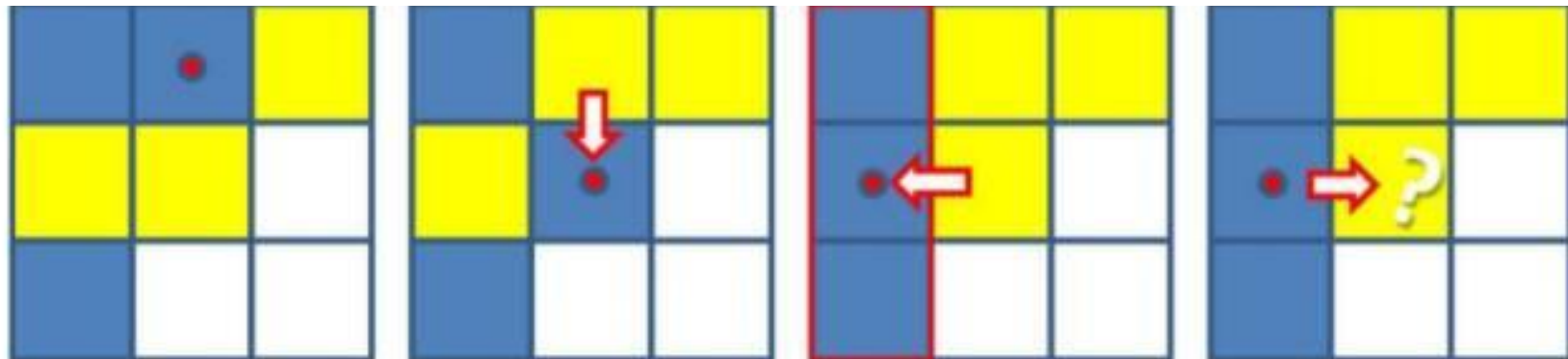
先完成一個顏色的連線為主



選完成連線最少步數的顏色(黃色) 發現不成立

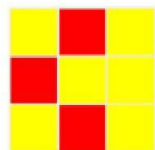
起手連線需要在邊線完成 不能在中間完成

起手色珠不能與起手連線同色

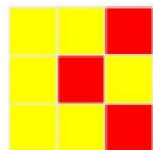


Step1 發現總結以上三點可以先分成兩步第一是先完成第一個連線

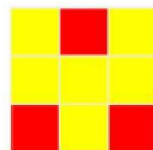
Step2 接著在3X2的圖形中完成最短步數



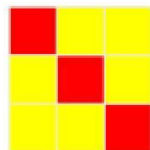
(a) 邊く型



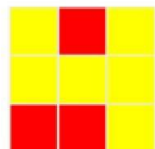
(b) 中く型



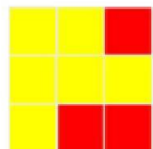
(c) 三角型



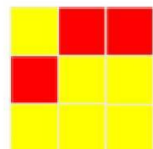
(d) 斜型



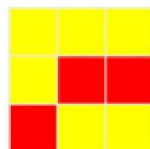
(e) 中二型



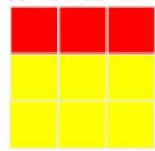
(f) 邊二型



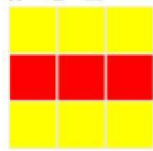
(g) 中厂型



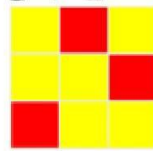
(h) 邊厂型



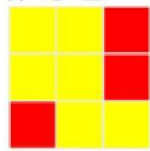
(i) 邊一型



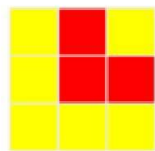
(j) 中一型



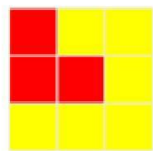
(k) Y型



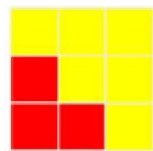
(l) J型



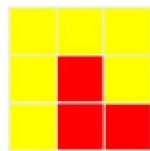
(m) L22型



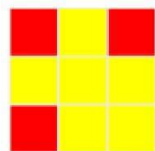
(n) L12型



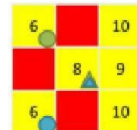
(o) L31型



(p) L32型



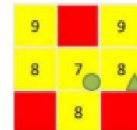
(q) 直角型



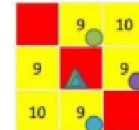
(a) 邊く型



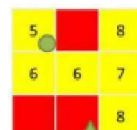
(b) 中く型



(c) 三角型



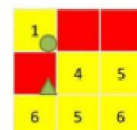
(d) 斜型



(e) 中二型



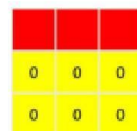
(f) 底二型



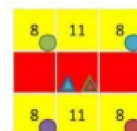
(g) 中厂型



(h) 底厂型



(i) 底一型



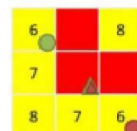
(j) 中一型



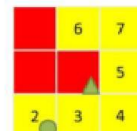
(k) Y型



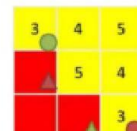
(l) J型



(m) L22型



(n) L12型



(o) L31型



(p) L32型



(q) 直角型

6	4	4	3	0	0	5	5	4	4
2	3	5	5	0	0	4	4	1	1
3	2	3	4	0	0	1	1	4	4

結論

因為探討了所有的可能性故沒有例外 但是因為遊戲內是6X5的地形所以幫助較少

THE END