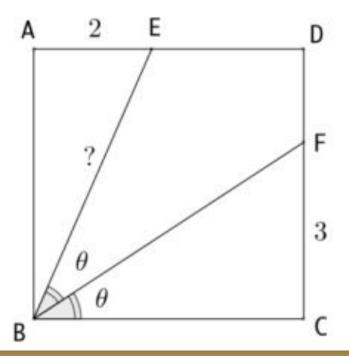
# 數學解題方法-期中報告

#### 第八組

411131136 侯逸樺 / 411131118 董奕寬 411131114 林進暄 / 411131126 李霖嘉 411131138 侯卉榛 / 411031146 楊煥宇

## Question:

ABCD 是個正方形, E 是邊 AD 上的一點, 在 A 與 D 之間; F 是邊 CD 上的點, 在 C 與 D 之間, 而且 BF 平分 EBC。若 AE = 2, CF = 3, 求 EB。



(出自南非奧林匹克 2016)

#### Solution to the question

$$BC = \frac{3}{\tan \theta} = AB = 2\tan 2\theta = \frac{4\tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$\frac{3}{\tan \theta} = \frac{4\tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

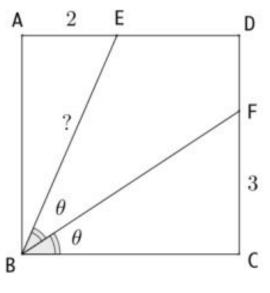
$$\frac{3}{\tan \theta} = \frac{4\tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$3 - 3\tan^2\theta = 4\tan^2\theta$$

$$\tan^2 \theta = \frac{3}{7}$$

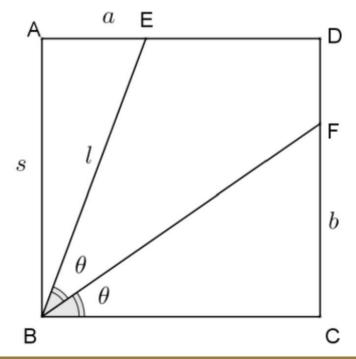
so 
$$\tan \theta = \sqrt{\frac{3}{7}}$$

so 
$$BE = \sqrt{AB^2 + AE^2} = \sqrt{(\frac{3}{\sqrt{\frac{3}{7}}})^2 + 2^2} = \sqrt{21 + 4} = 5$$



## Question:

ABCD 是個正方形, E 是邊 AD 上的一點, 在 A 與 D 之間; F 是邊 CD 上的點, 在 C 與 D 之間, 而且 BF 平分 EBC。若 AE = a, CF = b, 試證明: BE=a+b。



#### Solution to the question

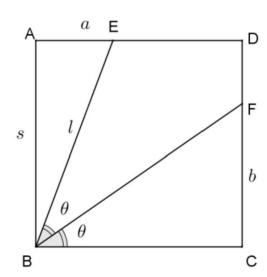
 $a = s \cot 2\theta$ ,  $b = s \tan \theta$ ,  $EBF = CBF = \theta$ 

因為  $\cot 2\theta = 1 - t^2/2t$ ,  $t = \tan \theta$ , 故a/s =  $1 - t^2/2t = 1 - (b/s)^2/2(b/s) = s^2 - b^2/2bs$ ,

即2abs=s³-sb², 由於s≠0, 故2ab=s²-b²,

則 $EB^2=a^2+s^2=a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ ,

故EB=a+b=AE+CF



#### **Another Solution**

 $\Delta$ BAE=sa/2  $\Delta$ BCF=sb/2  $\Delta$ EDF=(s-a)(s-b)/2  $\Delta$ EBF=b $\sqrt{(s^2+a^2)/2}$ 

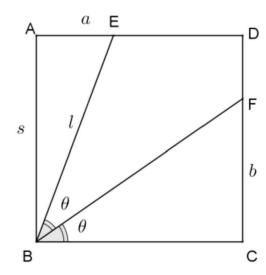
4個面積相加為ABCD=s²

即sa/2+sb/2+(s-a)(s-b)/2+b $\sqrt{(s^2+a^2)/2=s^2}$ 

進行化簡後獲得s²=b²+2ab

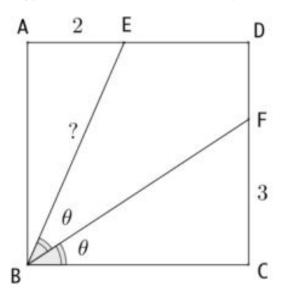
 $EB^2=a^2+s^2=a^2+b^2+2ab=(a+b)^2$ 

EB=a+b



#### Questions and answer contest with no prizes

- 1.將AD向上平移並延伸BE至E與D重疊, 此時BE=?
- 2.將AD向下平移至F與D重疊, 令其為A'D'並令BE與A'D'的焦點為E', 此時BE'=?



Ans: 1,  $\frac{5\sqrt{21}}{2}$ 

2,  $\frac{2\sqrt{21}}{7}$ 

# The End