

第九組數學解題方法期末報告

主題名稱:從特徵向量到特徵值

組員:

410631210 高浚洋

410831224 王皓正

410631214 吳承遠

動機:

去年晚上看新聞的時候偶然看到這篇報導，對當時的我們來說算是個蠻新穎的觀念，畢竟特徵值和特徵向量的求法可以說是我們大一進來就要學的東西，而且僅此一種方法，既然有新的發現可以更好的解出特徵向量，當然就當作一次課外學習的機會把它看一看。當初認為論文內容看來不多同時也是看來也比較熟悉，也鮮少有機會能夠看到一篇論文，便決定了以看懂論文且可以論述為目標進行了這篇報告。

說明：

量子力學與微中子：

量子力學在物理當中是個非常抽象的課題，有許多證明與觀念都是透過數學來完成，甚至可以說它就是線性代數的延伸。像本篇中介紹微中子，就我們認知的三維空間中，一個物體所受的力基本上都可以拆解成 XYZ 個方向的向量，而旋轉也是，既然旋轉可以透過座標系統來表示，我們當然也可以用矩陣中的旋轉矩陣來表示他。也因此我們會帶入到矩陣最常遇到的特徵值和向量的問題。

原論文之主題為 eigenvectors from eigenvalues

也就是從特徵值到特徵向量實際上不太正確

公式實際上還是需要矩陣內的數值

主要內容則是學者陶哲軒證明如下公式:

$$|v_{i,j}|^2 = \frac{\prod_{k=1}^{n-1} (\lambda_i(A) - \lambda_k(M_j))}{\prod_{k=1, k \neq i}^{n-1} (\lambda_i(A) - \lambda_k(A))}$$

相信特徵值與特徵向量對大多數人來說相當熟悉

當然這也是我們組選擇這篇論文的誘因

概略:

一開始便定義 A 為 $n \times n$ 的 Hermitan 矩陣

Hermitan 矩陣:共軛對稱矩陣

也同時告訴了讀者這篇公式最基本所需要的條件

主要內容分為三個段落

第一段主要用 cauchy-binet 與引用他人論文裡的一個公式來證明

第二段則是用 adjugate 矩陣來證明

第三段則是推論與討論

學者介紹:

陶哲軒:年 7 月 17 日生，華裔數學家，，24 歲當 UCLA 數學系終身教授，31 歲獲菲爾茲獎。

目前主要研究調和分析、偏微分方程、組合數學、解析數論和表示論。住在美國加利福尼亞州洛杉磯。

陶哲軒在 IMO 的成績分別為 11 歲銅牌,12 歲銀牌,13 歲金牌

也就是天才

獲獎無數且知名於

格林-陶定理 (關於質數之等差數列)

陶哲軒不等式(Tao's inequality)

掛谷猜想

Horn conjecture

來源:

<https://blog.csdn.net/D01D01D01/article/details/103131777>

http://www.imo-official.org/participant_r.aspx?id=1581

<https://kknews.cc/zh-tw/science/e6kz8xr.html>

<https://arxiv.org/abs/1907.02534>

<https://www.quantamagazine.org/neutrinos-lead-to-unexpected-discovery-in-basic-math-20191113/>

<https://arxiv.org/abs/1908.03795>