

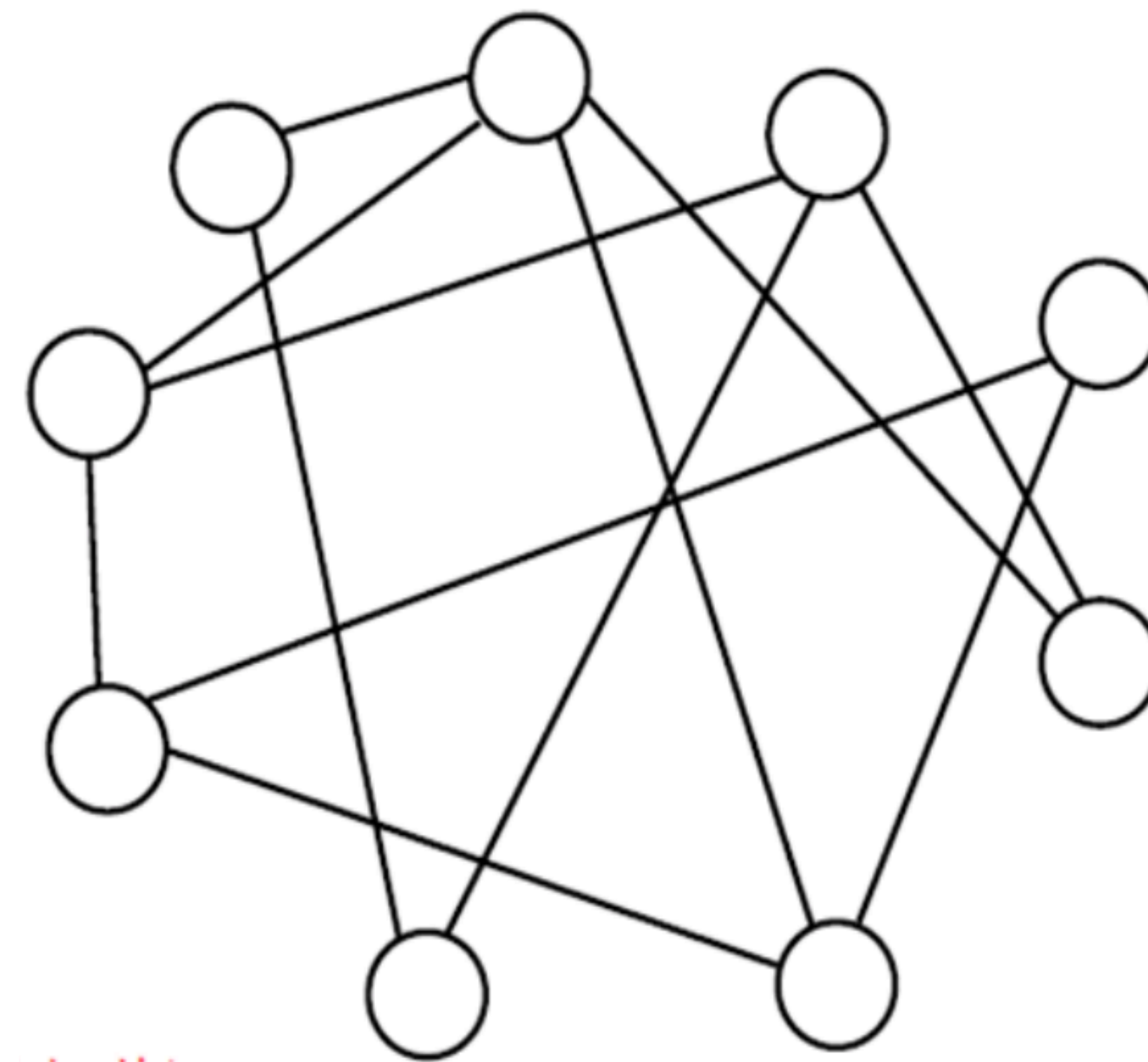
# 數學思維與解題

葉均承

Week 8

# 問題

將數字1~9不重複地填入右圖中的9個圓圈內，使得與填入1的圓圈相連接的圓圈內的數字和等於10；與填入2的圓圈相連接的圓圈內的數字和等於15；...；與填入9的圓圈相連接的圓圈內的數字和等於21；其餘填法如右圖下所列。



1 -> 10; 2 -> 15; 3 -> 5  
4 -> 9; 5 -> 7; 6 -> 20  
7 -> 17; 8 -> 18; 9 -> 21

# 問題

在右列方格表中，每個格子內放入一個貼有數字的硬幣，這些硬幣中有些是真的，有些是假的。但不全是假的。硬幣上的數字是指出在它所有的相鄰格子(包括斜對角的格子)上真幣的數量。真幣上貼的數字都是正確的，假幣上貼的數字都是錯的。請將假幣找出來並將它塗上顏色。

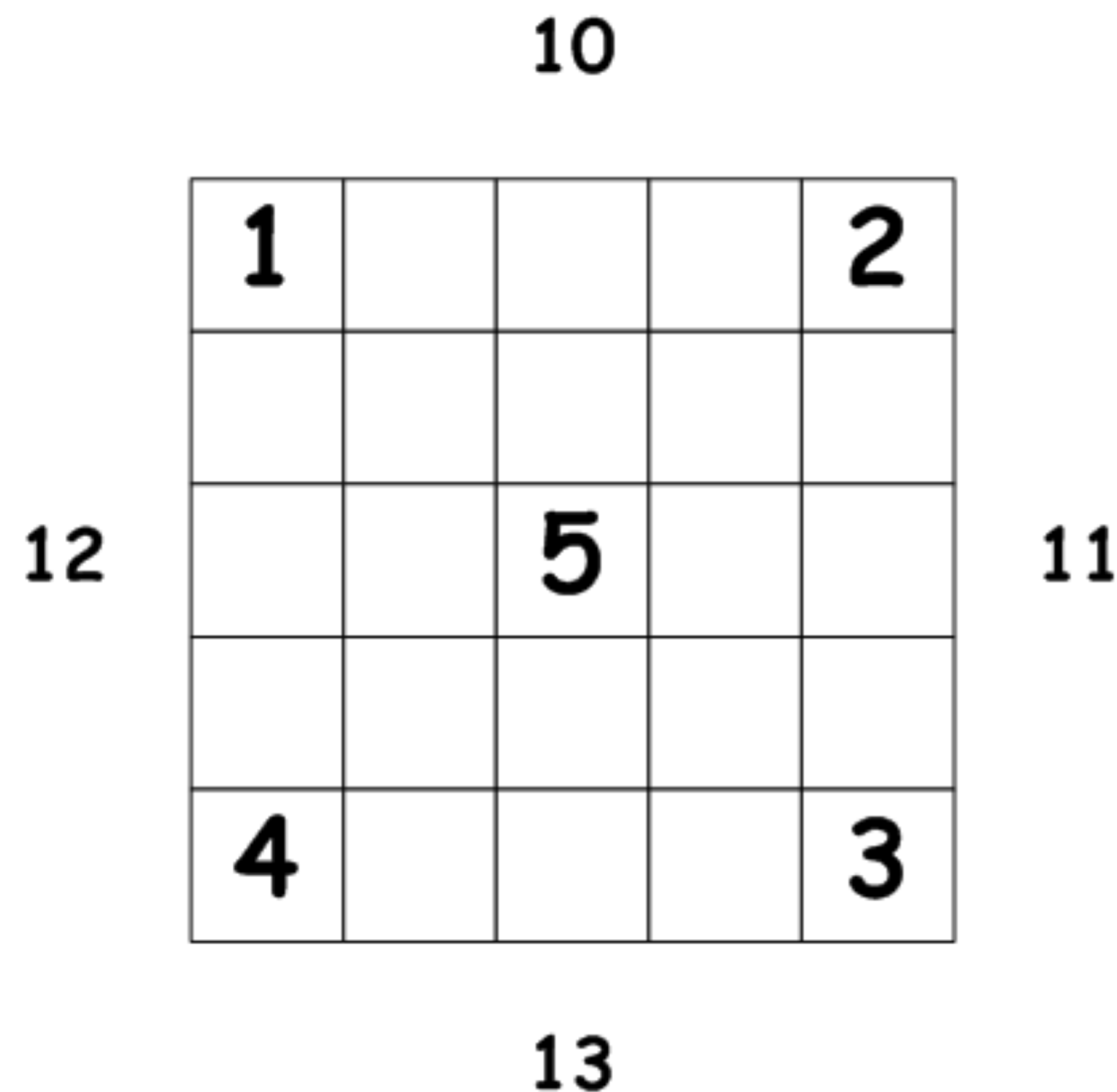
|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| ② | ④ | ④ | ④ | ② |
| ④ | ⑦ | ⑥ | ⑤ | ③ |
| ③ | ⑤ | ⑤ | ⑤ | ③ |
| ⑤ | ⑤ | ⑤ | ⑤ | ③ |
| ① | ④ | ③ | ③ | ② |

# 問題

有數項郊遊形成供全班 20 位學生參加，每項行程至少有四位學生參加。證明存在有一項行程使得參加此項行程的每位學生參加郊遊的項數至少為此班所有學生參加郊遊項數的  $\frac{1}{17}$ 。

# 問題

建商欲在右圖每個方格內各蓋一棟不超過五層樓的房子，並以數字表示樓層數，而四面的數字則分別代表從該面望去的房子數(註：矮樓層的房子會被高樓層的房子擋住而看不到)。除此之外，還要使得數字1~5在每行每列都恰好各出現一次。請問建商該如何分配樓層數？



# 問題

請問是否存在一個十位數的十個數碼都不相同，且任意移除六個數碼後，剩下的四個數碼在不變動其順序下所構成的四位數恆是個合數？

# 問題

若干位賓客圍坐在一圓桌前，桌上有一個裝有 2011 顆藍莓的盤子。依照順時針方向，每位賓客吃掉藍莓的總顆數正好都為下一位賓客的兩倍或比他少六顆。請證明這盤藍莓最後沒有被吃光。



# 問題

老王購買一張彩券，彩券上他可以任意填入一個  $n$  位數，但此  $n$  位數不可以有數碼 0。開獎時，彩券公司會揭示一張  $n \times n$  的方格表，每個小方格內包含有一個從 1 到 9 的數碼，從方格表上的每行或每列，由左到右、由右到左、由上往下、由下往上共可讀出  $4n$  個  $n$  位數。如果彩券上的  $n$  位數與這些  $n$  位數全都不吻合，則可獲得獎金。老王想要賄賂彩券公司的職員，請他們洩漏一些老王挑選的小方格內的數碼。請問老王至少要知道幾個小方格內的數碼，才能保證可以獲得獎金？



# 問題

在一個 $10 \times 10$  方格表的踩地雷遊戲中，每個小方格內都可能藏有一枚地雷或 沒有地雷。在每個沒有地雷的小方格內寫上與此小方格有公共邊或公共頂點 的所有小方格內藏有地雷的總數。現若將所有的地雷移除，而在原沒有地雷 的小方格內都放一枚地雷，然後在現在沒有地雷的小方格內寫上與此小方格 有公共邊或公共頂點的所有小方格內藏有地雷的總數。請問有沒有可能使最後所有方格內所填的數之總和大於原來所有方格內所填的數之總和？

# 問題

是否任何正整數乘以 1、2、3、4、5 中的一個數都可以使得所得之乘積為以 1 開頭的數？