思維與解題期末書面報告

組別：第九組

作品名稱：連續正整數的鈍角三角形劃分

組員：朱鈺暉、劉家宇、蔡智仰、凃心睿、蔡佾哲

摘要

對於集合S={k,k+1,...,k+3n-1 } ，考慮其所有三元子集的劃分，我們研究在其中所有子集皆含有的一致性：鈍角三角形。文中給出了對於初始值 尋找 的方法，並證明其存在性。對於所有 我們都能給出 的下界，並且發現這下界其實是相當緊的，如果能給出遞增性並且將極小值都構造出來，我們即可將所有 最小值之上下界差皆壓至1。在文末我們期望能夠從解析方面來對這問題進行更深的剖析，所以對於一類鈍角三角的的劃分方式給出了其必要條件的限制，並且同時作出關於全體鈍角三角形的等價類分組方式。

研究結果

一、給出原題證明並且構造。

二、$\frac{-(6k-3)+\sqrt{141(2k-1)^2+484}}{44} \leq M_k \leq \left[\frac{3}{2}\left\lceil\frac{\sqrt{2}k+1}{3}\right\rceil\right]$

三、$\frac{-(6k-3)+\sqrt{141(2k-1)^2+484}}{44} \leq U_k \leq 2\left\lceil\frac{k-1}{\sqrt{3}-\frac{1}{2}}\right\rceil+1$

四、利用引理給出的不等式找出前幾個 M_k 的值，給出了 $M_2 \sim M_{17}$ 的值，並且最大作出到 M_{26} 的值。

五、利用引理和定理給出前幾個 U_k 的值(k=2,3,...,7)。

六、給出全體鈍角三角形的一個等價類劃分，針對正規劃分給出限制。

結論

目前的研究我們已證明出，U_k、M_k的上下界，但是兩者是以不同方法解出，這可能刻畫出 U_k的複雜程度，也可能暗示出 U_k的劃分方法是固定的，所以他的上界沒辦法做到下修。在給出M_k 得更好的上界時，我們使用的是另一種不同的劃分方法，雖然他無法推到更大的情況，卻仍大幅的降低了上下界的範圍，這讓我們開始探討： U_k、 M_k 是否在夠大的數時會不相等？最後注意到我們在構造鈍角三角形劃分的方法其實具有一般化的想法，所以事實上我們已能給出U_k的計算方法。

結語

我們這一組會選這個主題，主要是偶然間看到有一屆的科展第一名的作品是這個，看了一下內容，覺得不會太艱澀難懂，而且內容也是相當有趣，雖然內容都是別人做好的成品，但是我們自己也花了不少時間去慢慢了解以及搞懂這個主題的內容，整體來說過程是有趣而且也激盪腦力的，而且也讓人對數學更加深一點興趣。