

# 囚徒困境

## 第七組

411231203 王琬儀

411231206 楊書婷

411231210 黃柏崴

411231217 李彥槿

411231218 譚浚邦

# 囚徒困境 (Prisoner's Dilemma)

## 零、前情提要

📺「囚徒困境」最佳演繹，結局絕對讓你意想不到！(中文字幕)

囚徒困境是博弈論中的經典問題，描述了個體在追求自身利益時，可能會因缺乏合作而導致次優結果。

關鍵特徵有：雙方參與者、合作與背叛選擇、結果取決於雙方的選擇。

## 一、囚徒困境簡介

### 1. 問題背景

囚徒困境最早由梅爾文·德雷舍 (Melvin Dresher) 和默里·福洛德 (Merrill Flood) 提出，並由阿爾伯特·塔克 (Albert Tucker) 以“囚犯”情境闡釋成為經典模型。該模型展示了兩個行為主體在面對合作與背叛選擇時的抉擇困境。

### 2. 故事場景

假設有兩名犯罪嫌疑人 (A 和 B) 被警方抓捕，但缺乏直接證據能使他們定罪。警方分別審訊二人 (關鍵條件：兩個犯罪嫌疑人是“分開偵訊”，兩個人無法溝通交換訊息) 並提出以下選擇：若一人供認 (背叛)，而另一人保持沉默 (合作)，背叛者將被釋放，而沉默者將判處 10 年徒刑。若雙方均背叛，則各判 5 年徒刑。若雙方均合作 (保持沉默)，則各判 1 年徒刑。

(嫌疑犯A,嫌疑犯B)	A認罪	A不認罪
B認罪	(5年,5年)	(10年,0年)
B不認罪	(0年,10年)	(1年,1年)

## 二、囚徒困境的博弈結構

### 1. 將案例以支付矩陣表示

以支付矩陣的形式顯示兩個人在不同選擇下的結果：保持沉默為選擇與對方“合作”，認罪並供出對方表“背叛”。

(嫌疑犯A,嫌疑犯B)	A選擇背叛	A選擇合作
B選擇背叛	(-5,-5)	(0,-10)
B選擇合作	(0,-10)	(-1,-1)

## 2. 納什均衡：理性選擇的結果

納什均衡：在不同場景下，選擇的策略並不一定是全局的最優解，但卻是相對於其他人的策略而做出的最優解，即每個人的決策都是對自己最有利的解決方案，我們稱之為納許均衡，又稱為非合作博弈均衡。

在囚徒困境中，囚徒二人均為理性的個人，且只追求自己個人利益。兩個囚徒的理性選擇都是背叛，因為這樣能最大化自己的利益，所以背叛是最穩定的策略，即使兩個合作能達到更好的結果。

A的心路歷程：

- 如果B招供了，那麼我招供的話我就會判5年，不招供的話就判10年，所以我會選擇招供，收益是-2。
- 如果B不招供，那麼我招供的話我就會被釋放，不招供的話就判1年，所以我會選擇招供，收益是0。
- 所以，不管B招不招供，A只要招供了，對A而言是最優的策略。

B的思考邏輯同上，所以此時的納許均衡點為：A和B都招供。

兩人無法溝通，於是從各自的利益角度出發，都依據各自的理性而選擇了招供，這種情況就稱為納許均衡點。這時個體的理性利益選擇是與整體的理性利益選擇不一致的。

基於經濟學中「理性經濟人」的前提假設，兩個囚犯符合自己利益的選擇是坦白招供，原本對雙方都有利的策略不招供從而均被判刑半年就不會出現。這樣兩人都選擇坦白的策略以及因此被判兩年的結局被稱作是「納許均衡」（也叫非合作均衡）。

## 3. 帕雷托最適解

在囚徒困境中，雙方選擇「合作」的結果  $(-1, -1)$  是帕雷托最適，任何一方改變策略都會導致另一方收益下降（例如變成  $(-10, 0)$  或  $(0, -10)$ ）。

個人利益與集體利益的衝突：「背叛」是個人理性最優的選擇，因為無論對方如何選擇，「背叛」都會帶來更高或至少不變的收益。但「合作」能實現集體利益最大化（總收益為-2，好於-10的總收益）。

納什均衡 ≠ 帕雷托最適：納什均衡  $(-5, -5)$  並非帕雷托最適，因為雙方都可以通過選擇背叛來改善各自的收益。但由於缺乏信任或協調機制（溝通），玩家難以達到帕累托最優的狀態。

我們可以瞭解到博弈論中「個人理性」與「集體理性」的衝突。在囚徒困境中，納什均衡通常並非帕雷托最適，這揭示了囚犯之間的利益矛盾。

囚徒困境的納許均衡，顯然不是顧及團體利益的帕雷托最適解決方案。以全體利益而言，如果兩個參與者都合作保持沉默，兩人都只會被判刑半年，總體利益最高。但均衡狀況會是兩個囚徒都選擇背叛，結果二人判監刑期均比合作高，總體利益較合作低。這就是「困境」所在。此有效地證明了：非零和賽局中，帕雷托最適（團體利益最大化）和納許均衡（個人利益最大化）是互相衝突的。

### 三、名詞定義

#### 1. 支付矩陣

正則形式 (Normal-form game) 是用矩陣來描述賽局的一種方式。這種方式在識別出嚴格優勢策略和納許均衡上更有用。賽局的正則形式的表述方式包括如下部分：每個參與者所有顯然的和可能的策略，以及和與其相對應的收益。

支付矩陣：在博弈論中，用來描述兩個人或多個參與人的策略和支付的矩陣，支付指的是不同人的利潤或是收益。

#### 2. 納什均衡

條件：只有兩位或以上參與者的非合作賽局中，假設每位參與者都知道其他參與者的策略情況下，沒有參與者可以透過改變自身策略使自身受益。

定義：如果每個參與者都選擇了自己的策略，並且沒有玩家可以透過改變策略而其他參與者保持不變而獲益，那麼當前的所有策略及其相應結果（利益）構成平衡狀態（每個人的行動都會是自己的最大利益）。此時，這個狀態就叫「納什均衡 (Nash equilibrium)」。

公式：假設現在有  $n$  個參與者，參與一場非合作的賽局，則第  $i$  位參與者得到的收益為

$$P_i(s_i, s'_i) = \max_{\forall r_i} [P_i(r_i, s'_i)]$$

- \*  $p_i$  為參與者  $i$  的收穫 (payoff)。
- \*  $s_i$  代表參與者  $i$  使用的策略， $s'_i$  代表其他參與者使用的策略。
- \*  $r_i$  代表參與者  $i$  的一種替換策略。

每個玩家在其他玩家策略固定的情況下，只有選擇自己使用中策略 ( $s_i$ ) 應該能使收益最大，替換其他的策略 ( $r_i$ )，並不會帶來更大的效益。所以沒有動機改變策略。

#### 3. 帕雷托最適解

帕雷托最適是指資源分配的一種理想狀態。給定固有的一群人和可分配的資源，如果從一種分配狀態到另一種狀態的變化中，在沒有使任何人情況變壞的前提下，使得至少一個人變得更好，這就是帕雷托改善。帕雷托最適的狀態就是不可能再有更多的帕雷

托改善的狀態；換句話說，不可能在不使任何其他入受損的情況下再改善某些人的情況。

帕雷托最適只是各種理想態標準中的「最低標準」。也就是說，一種狀態如果尚未達到帕雷托最適，那麼它一定是不理想的，因為還存在改進的餘地，可以在不損害任何人的前提下使某一些人的福利得到提高。但是一種達到了帕雷托最適的狀態並不一定真的很「理想」。

#### 四、囚徒困境的現實例子及應用

##### 1. 節目效果

英國BBC電視中心製作的Golden Balls節目中，二名參賽者爭取一筆獎金，例如1000英鎊。二人隔桌對坐，面前各有兩顆金球，其中一個金球裡面寫著Split（平分），另一個寫著Steal（竊佔）。如果二人均選擇Split，則獎金平分。如果二人均Steal，則獎金槓龜。而如果一人Steal而另一人Split，則Steal者獨佔全額獎金，而Split者只能抱蛋含恨而歸。

節目的變數在於它允許了參賽者在選擇前進行溝通，多了個訊號傳遞的過程，下圖是以支付矩陣的形式表示的結果：

(甲,乙)	甲選擇合作	甲選擇背叛
乙選擇合作	(500,500)	(1000,0)
乙選擇背叛	(0,1000)	(0,0)

Golden Balls賽局容許參賽者在決定Split或Steal之前互相溝通，這是賽局理論所謂的「訊號傳送」(signaling)機制，讓參賽者向對方暗示甚或明示自己是何種類型的玩家。可是即使雙方協議Split，因為口說無憑，輕易信賴對方的承諾反而容易吃虧上當。

##### 2. 商業與國際案例

- 商業競爭：公司之間的價格戰，兩家公司都可能選擇降價來爭奪市場份額，最終雙方都可能受損。
- 環境問題：國家面對全球氣候變遷協議時的合作與背叛，單個國家減排會遭受經濟損失，而不減排會造成全球問題。

##### 3. 政治學例子：軍備競賽

兩國甲、乙國都可以聲稱有兩種選擇：增加軍備（背叛）、或是達成削減武器協議（合作）。

(甲國,乙國)	甲選擇合作	甲選擇背叛
乙選擇合作	和平	乙國敗北
乙選擇背叛	甲國敗北	軍力相同

#### 4.經濟學例子：關稅戰

兩國甲、乙國都可以有兩種選擇：提高關稅保護商品（背叛）、與對方達成協定降低關稅（合作）。

(甲國,乙國)	甲選擇合作	甲選擇背叛
乙選擇合作	共同獲利	乙國敗北
乙選擇背叛	甲國敗北	雙方經濟驟減

雙方在意識到經濟驟減時，又會回到共同協議，持續重複。

#### 5.為何現實中沒有實行囚犯理論？

若只有一位犯罪者甲，另一位無辜者乙。

(甲,乙)	甲沉默	甲供認
乙供認(乙不知犯罪事實)	甲乙各判1年	乙被判10年
乙沉默	X	X

但甲會為了減輕罪刑而獨自背叛，無論何者無辜者都會因為甲的犯罪事實而入獄會導致人民對司法體制的不信任。

### 五、囚徒困境的變體與延伸

#### 1.重複囚徒困境(Iterated Prisoner's Dilemma)

- 解釋重複博弈的概念：囚徒困境可以進行多次，這樣參與者會根據過去的選擇做出調整。

面對不斷重複發生的問題，我們可以用未來的決策當作當前討論的重要籌碼，雙方可以達成協議選擇犧牲自己來保全對方。

- 進化穩定策略：如何在多次博弈中實現合作，例如“以牙還牙”(Tit for Tat)策略。

若有人違反約定選擇背叛，另一個人可以在之後的輪迴中一直選擇出賣對方。

雙方因為害怕未來遭到報復，會選擇犧牲自己來減少對方的報復，但若輪迴有終點，情況會完全不一樣，雙方在最後一次選擇時因沒有後續作用所以會選擇背叛來獲得最高利益；既然知道最後一天都會背叛，則倒數第二天的選擇也不會影響最後一天的背叛，以此類推，在有終點的博弈導致兩人會一直背叛到底，合作不會在任意一天達成。

我們將未來的價值係數用 $\delta$ 來表示，若是 $\delta=0$ 的話，表示他們根本不在意未來的刑期的價值，導致他們選擇互相出賣對方，並持續下去，若 $\delta$ 趨近於1的話，則代表他們會顧慮未來的刑期而選擇犧牲自己來保全對方；若是 $\delta$ 介於0-1時，任何情況都可能發生。

- 單次的「囚徒困境」最終會導致「納許均衡」僅落在非合作點上的賽局模型。
- 無限的重複的囚徒困境：「納許均衡」趨向於「帕累托最優」。
- 有限的重複囚徒困境：若輪迴有終點，情況會完全不一樣，雙方在最後一次選擇時因沒有後續作用所以會選擇背叛來獲得最高利益；既然知道最後一天都會背叛，則倒數第二天的選擇也不會影響最後一天的背叛，以此類推，在有終點的博弈導致兩人會一直背叛到底，合作不會在任意一天達成。

2. 公共財問題與自由騎士問題：描述個體為了自己利益不為公共利益出力的情形。

公共財問題：個人為了避免付出代價而利用他人的貢獻，例如環境保護或公共服務中的合作。

自由騎士問題：人們受益於公共資源，但選擇不為其提供資金或支持。

3. 囚徒困境與帕雷托改進

要實現帕雷托最適需要額外的條件，例如：

- 信任與協調機制：如果雙方能相互承諾合作（例如長期合作的重複博弈），可能形成信任並達到帕累托最優。
- 外部干預（激勵或懲罰）：外部機構（如法律或規則）可以設計激勵機制，使合作變得更有吸引力，從而避免「背叛」導致的劣勢均衡。

## 六、總結

囚徒困境反映了自私行為與合作之間的緊張關係，提醒我們在很多情境中，選擇合作能夠達到更好的集體結果。

合作的重要性：即便個人短期利益可能衝突，長期合作更能帶來最大收益。

囚徒困境展示了個體理性導致集體不理性的情境。納什均衡通常與帕累托最優不一致，但這一矛盾揭示了設計激勵機制、促進合作的重要性，是經濟學和社會科學中的關鍵課題之一。

## 七、參考資料

▶「囚徒困境」最佳演繹，結局絕對讓你意想不到！（中文字幕）

泛科學：金球的囚徒 | 囚徒困局系列(一)

[https://pansci.asia/archives/89905#google\\_vignette](https://pansci.asia/archives/89905#google_vignette)

泛科學：為什麼同伴會出賣你？從「囚徒困境」來看共犯為什麼先招了！——《大話題：賽局理論》

<https://pansci.asia/archives/364437>

維基百科：囚徒困境

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%9B%9A%E5%BE%92%E5%9B%B0%E5%A2%83>

智庫百科：支付矩陣

<https://wiki.mbalib.com/zh-tw/%E6%94%AF%E4%BB%98%E7%9F%A9%E9%98%B5>

小白也懂博弈論：納許均衡

<http://www.jetchen.cn/nash-equilibrium/>

囚徒困境\_帕累托最优

<https://www.bing.com/videos/search?q=%E5%9B%9A%E5%BE%92%E5%9B%B0%E5%A2%83%E7%9B%B8%E9%97%9C%E9%81%8A%E6%88%B2&mid=6C559310C830A6F793256C559310C830A6F79325&view=detail>

維基百科：正則形式的賽局

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%AD%A3%E5%88%99%E5%BD%A2%E5%BC%8F%E7%9A%84%E5%8D%9A%E5%BC%88>

解决"囚徒困境"的最佳策略

[https://www.bilibili.com/video/BV1621kYrE2b/?spm\\_id\\_from=333.788.top\\_right\\_bar\\_window\\_history.content.click](https://www.bilibili.com/video/BV1621kYrE2b/?spm_id_from=333.788.top_right_bar_window_history.content.click)

維基百科：納許均衡

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%BA%B3%E4%BB%80%E5%9D%87%E8%A1%A1>

維基百科：帕累托最適

<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E5%B8%95%E7%B4%AF%E6%89%98%E6%95%88%E7%8E%87>

囚徒困境与帕累托最优

<https://github.com/Kitmeer/Economic-model/blob/master/articles/%E5%9B%9A%E5%BE%92%E5%9B%B0%E5%A2%83%E4%B8%8E%E5%B8%95%E7%B4%AF%E6%89%98%E6%9C%80%E4%BC%98.md>

canva範本:Brown and Yellow Scrapbook Brainstorm Presentation



