數學思維與解題期末報告

主題:生活中的機率



第三組

組員:陳品升410931117

王貴福410931125

黄崇銘410931108

黄俊程410931122



前言

首位系統性推算機率的人為十六世紀的卡爾達諾,在 他的著作中有許多與博弈相關的內容。然而,首次提 出系統研究機率的是帕斯卡和費馬來往的系列信件中。 通信最初是由帕斯卡提出向費馬請教幾個關於由 Chevalier de Méré (知名作家,亦為一名狂熱賭徒) 提出的問題—擲骰問題、獎金分配問題。我們可以發 現機率與博弈之間存在密不可分的關係,故希望藉由 此次報告略為闡釋「機率」與「博弈中的機 率」。 (參照參考資料1)

一、機率是甚麼

0至1之間的實數,是一種隨機事件發生的「可能性」。例如:擲一枚硬幣出現正面的機率為 $\frac{1}{2}$ (含有正反兩面因此各有 $\frac{1}{2}$ 的機率)、擲一顆六面骰子出現奇數點的機率為 $\frac{1}{2}$ (六面點數依序為 $1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6$,故擲出奇數點機率為 $\frac{1}{2}$)(參照參考資料1)

二:博弈中的機率

I猜拳

共有剪刀、石頭和布3種拳法,剪刀勝於布,布勝於石頭,石頭勝於剪刀,若出相同拳法則平手。而當遊戲人數大於2人時,若所出拳法中含有剪刀、石頭和布,該局即平手。

Q1:兩人進行猜拳遊戲,平手機率為何?

A1:兩人猜拳平手意即所出拳法相同,平手機率即「平手種類個數/兩人所出拳法的所有組合」 $=\frac{3}{9}$ (兩人皆出剪刀、石頭或布即平手;所有拳法組合即剪刀搭配剪刀、石頭或布,石頭搭配剪刀、石頭或布,布搭配剪刀、石頭或布等9種組合) $=\frac{1}{3}$

Q2:三人進行猜拳遊戲平手的機率為何?

A2:三人猜拳平手意即所出拳法相同或拳法含有剪刀、石頭和布,平手機率即「平手種類個數/三人所出拳法的所有組合」 = $\frac{9}{27}$ (三人皆出剪刀、石頭或布,或一人出剪刀、一人出石頭及一人出布,故共有3+6=9種平手方式;所有拳法組合即第一人可出的拳法種類×第二人可出的拳法種類×第三人可出的拳法種類即 $3\times3\times3=27$) = $\frac{1}{3}$

Q3:N人進行猜拳遊戲平手的機率為何?

A3:平手為「所有拳法組合—沒有平手的組合」,沒有平手表示n個人所出拳法只有2種(剪刀搭配石頭、石頭搭配布或布搭配剪刀),所以有3(2ⁿ)個,但2ⁿ含有2個「所有人皆出同一種拳法」表示平手的結果,故沒有平手的組合有3(2ⁿ – 2)個;所有拳法組合則為3ⁿ個。因此平手的機率為

$$\frac{3^n - 3(2^n - 2)}{3^n} = 1 - \frac{2^n - 2}{3^{n-1}}$$

Ⅱ撲克牌

共52張牌,分為4種花色(黑桃、紅心、方塊和梅花)且每種花色各擁有13張牌,依序為1(A)、2、3、……、11(J)、12(Q)、13(K)。此次會介紹的是撲克牌之組合、十三支中的特殊牌型與其獎金分配問題以及21點。

撲克牌之組合 (牌型)

撲克牌之組合(牌型):若為5張牌,那麼牌型由小至大為烏龍 (所有無法構成下述牌型的組合)、一對(含有2張相同點數且其 他3張皆為不同點數的牌)、兩對(含有2個不同點數的一對且第5 張為不同點數的牌)、三條(含有3張相同點數的牌,且其他2張皆 為不同點數的牌)、順子(分別由1、2、……、10為第一項的連續 整數數列,花色不得完全相同)、同花(花色相同,但無法組成同 花順的5張牌)、葫蘆(含有3張點數相同的牌且其他2張牌的點數 相同)、鐵支(含有4張點數相同的牌)、同花順(分別由1、 2、……、10為第一項的連續整數數列,花色須完全相同);若為3 張牌,則為烏龍(所有無法構成下述牌型的組合)、一對(含有2 張相同點數且第3張為不同點數的牌)、三條(含有3張相同點數的 牌)。

Q1:由一副完整的撲克牌中抽取5張牌,抽到一對、兩對、三條、順子、同花、葫蘆、鐵支、同花順的機率分別為何?

一對: $\frac{c_4^{13} \times c_1^4 \times c_2^4 \times (c_1^4)^3}{c_5^{52}} = \frac{1056}{2499} = 42.2\%$ (13種點數先取4種,再由4種中選取1種 做對子,剩下3種則隨機分配花色)

兩對: $\frac{c_3^{13} \times c_2^3 \times (c_2^4)^2 \times c_1^4}{c_5^{52}} = \frac{198}{4165} = 4.75\%$ (13種點數先取3種,再由3種中選取2種做對子,剩下1種則隨機分配花色)

三條: $\frac{C_3^{13} \times C_1^3 \times C_3^4 \times (C_1^4)^2}{C_5^{52}} = \frac{264}{12495} = 2.11\%$ (13種點數先取3種,再由3種中取1種做三條,剩下2種則隨機分配花色)

葫蘆: $\frac{C_2^{13} \times C_1^2 \times C_3^4 \times C_2^4}{C_5^{52}} = \frac{6}{4165} = 0.14\%$ (13種點數先取2種,再由2種中選取1種做三條,剩下的一種則做對子)

鐵支: $\frac{C_2^{13} \times C_1^2 \times C_1^4}{C_5^{52}} = \frac{1}{4165} = 0.02\%$ (13種點數先取2種,再由2種中選取1種做鐵支,剩下的隨機分配花色)

Q1:由一副完整的撲克牌中抽取5張牌,抽到一對、兩對、三條、順子、同花、葫蘆、鐵支、同花順的機率分別為何?

 $10 \times \left((c_1^4)^5 - 4 \right)$ 順子: $\frac{5}{c_5^{52}} = \frac{5}{1274} = 0.4\%$ (有10種組成順子的連續整數數列,每1張隨機分配花色,但須扣去4個所有花色相同的結果)

同花: $\frac{(c_5^{13}-10)\times c_1^4}{c_5^{52}} = \frac{1277}{649740} = 0.2\%$ (13種點數隨機選取5種,扣去組成順子的10種組合,再隨機分配花色)

同花順: $\frac{10\times4}{c_5^{52}} = \frac{1}{64974}$ = 0.0015% (有10種組成順子的連續整數數列,但所有花色需相同)

十三支

每位玩家分得13張牌,依3-5-5將牌分成3墩,且首墩的牌型≦中墩的牌型≦尾墩的牌型,若牌型相同則以點數由小至大(2、3、·····、Q、K、A)排列,例:首墩和中墩皆為三條,若首墩為3三條,那麼中墩必須為4或以上點數的三條。

Q2:十三支中的經典牌型五輪車是由5個對子和其餘3張雜牌組成,若由1副牌中隨機抽取13張牌,能夠組成五輪車的機率為何?又所有五輪車中可排成首墩為A對的五輪車機率為何?

五輪車: $\frac{c_8^{13} \times c_5^{8} \times (c_2^{4})^{5} \times (c_1^{4})^{3}}{c_{13}^{52}} = \frac{320246784}{5669763925} = 5.65\% (13種點數先取8種,再由8種)$

中選取5種分別做對子,剩下的點數則隨機分配花色)

首墩為A對的五輪車: $\frac{c_2^4 \times c_7^{12} \times c_4^7 \times (c_2^4)^4 \times (c_1^4)^3}{c_8^{13} \times c_5^8 \times (c_2^4)^5 \times (c_1^4)^3} = \frac{5}{13} (分母為五輪車總數,分子為首$

墩為A對的五輪車總數,分子:先對A進行花色分配,由剩下的12種中選取7種,再自7種中選取4種分別做對子,剩下的點數則隨機分配花色)

十三支中的特殊牌型及其獎金分配如下:

三同花:中墩及尾墩為同花,首墩亦為3張相同的花色;每位玩家3分,總共9分

三順子:中墩及尾墩為順子,首墩亦為連續整數數列(QKA、KA2不算在內);每位玩家4分,總共12分

六對半:6個對子加1張雜牌;每位玩家4分,總共12分

湊一色:13張牌全是黑色或紅色;每位玩家10分,總共30分

全大/小:13張牌皆為8至A /2至8;每位玩家10分,總共30分

三分天下: 牌組有3個鐵支; 每位玩家20分, 總共60分

三同花順:中墩及尾墩為同花順,首墩亦為同花色的連續整數數列(QKA, KA2不算在內);每位

玩家20分,總共60分

十二皇族:13張牌皆為JQKA;每位玩家24分,總共72分

一條龍: A. K. Q. J. 10. 9. 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2各一張;每位玩家36分,總共108分

至尊清龍:所有牌花色相同的一條龍;每位玩家108分,總共324分

Q3:就機率而言有哪些特殊牌型具有獎金分配問題?

Q3:就機率而言有哪些特殊牌型具有獎金分配問題?

三分天下:
$$\frac{c_4^{13} \times c_1^4 \times c_1^4}{c_{13}^{52}} = \frac{11440}{635013559600} = 0.000002\%$$
(13種點數先取4種,再選1種做孤張)

三同花順:
$$\frac{c_3^4 \times c_1^3 \times 11 \times 10^2 + c_2^4 \times c_1^2 \times 41 \times 10}{c_1^{52}} = \frac{18120}{635013559600} = 0.000003\%$$
(第一種情形:分3種花色,再選1種做首墩;第二種情形:分2種花色,再選1種做3-5分墩或5-5分墩)

十二皇族:
$$\frac{c_{13}^{16}}{c_{13}^{52}} = \frac{560}{635013559600}$$
 = 0.00000009% (J. Q. K. A共16張牌)

一條龍:
$$\frac{c_1^{4^{13}}}{c_{13}^{52}} = \frac{67108864}{635013559600} = 0.01\% (每1張牌隨機分配花色)$$

至尊清龍:
$$\frac{4}{c_{13}^{52}} = \frac{4}{635013559600} = 0.000000000000$$

Q3:就機率而言有哪些特殊牌型具有獎金分配問題?

湊一色與全大/小獎金相同,全大/小獲得機率卻將近湊一色的2倍;三分天下和三同花順所得獎金相同,然而三同花順獲得機率卻是三分天下的1.5倍;十二皇族所得機率遠低於一條龍,獎金獲得卻是一條龍的2倍。

湊一色:0.0032% 分數:一人10分 共30分

全大/小:0.006% 分數:一人10分 共30分

十二皇族:0.00000009% 分數:一人24分 共72分

一條龍:0.01% 分數:一人36分 共108分

Q4:由1副完整的撲克牌隨機抽取5張牌, 按照21點的規則過五關且21點的機率為何?

 $A4: \frac{38040}{2598960} = 1.5\%; 將1分別表1和11,$ J.Q. K則表10 (窮舉法,詳解見<u>五-2</u>) 三:生活中的機率-生日問題

以下題目皆不考慮2/29 (Q2及延伸參照參考資料2)

Q1: 一位記者在路上隨機詢問路人的生日,請問至少要問幾人才能使得這些人至少有2人生日月分相同的機率大於 $\frac{1}{2}$?

設至少要問n人,則至少有2人生日月分相同的機率為「1-n人的生日月分皆不同的機率」= $1-\frac{c_n^{12}\times n!}{12^n}>\frac{1}{2}>\frac{c_n^{12}\times n!}{12^n}$ n ≥ 5 ,故至少要問5個人

Q2:一個房間內至少要有幾人才能使得至少有2人同一天生日的機率大於¹/₂?

A2: 設至少n人,則至少有2人同一天生日的機率為「1-n人的生日皆不同的機率」 = $1 - \frac{c_n^{365} \times n!}{365^n} > \frac{1}{2} \rightarrow n \ge 23$,故至少要有23人

延伸

在有100位同學相聚的同學會上,某數學高手三 句不離本行,提到生日問題,進行一個實驗。在 已知會中有二人或二人以上同日生的機率近乎1 的情形下,他請會中每人由前向後報出自己的生 日,倘若會中有人舉手表示與報出的生日相同, 立即停止試驗。高手願意與人打賭這個實驗必會 在第10個人報出他的生日或之前就會停止,結果 沒有人願意和他賭。

原因

設n和k為正整數,其中n \geq k,P(n, k)代表在n人的群體至少有2人生日相同,而其中一人在前k人中的機率。樣本空間為365ⁿ,n維的數列,n=1, 2, …, 365。我們感興趣的事件為n維的前k維中至少有一維是重複的數列的集合。這集合的餘事件倒是相當容易計算。就是n維中前k維均不同的數列的集合,即365 × 364 × … × (365 – k + 1) × (365 – k)^{n-k},例如:20人中前3人喊出的生日皆與其他人的生日不同的事件則為365 × 364 × 363 × 362¹⁷。因此,P(n, k)=1— $\frac{365 \times 364 \times \dots \times (365 - k + 1) \times (365 - k)^{n-k}}{365^n}$,而P(100, 10)=1— $\frac{365 \times 364 \times \dots \times 356 \times 355^{90}}{365^{100}}$ \Rightarrow 0. 928,故高手賭贏的機率高達92. 8%

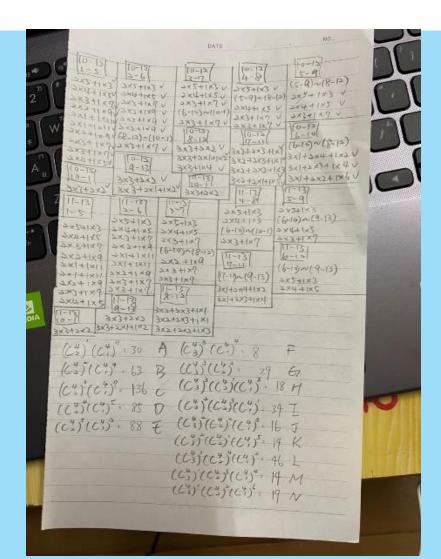
四:参考資料

- 1 https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%A6%82%E7%8E%87
- 2 http://episte.math.ntu.edu.tw/articles/mm/mm_04_4_03/index.html

五-1

Tari	[70-3]	123	1-3	Paral 1	5010	200	
11-2	206	(2-7)	(4-8)	(0.4)	(BNID)	3424143	State of
	61 -4)	341+344+14		2454K3 .	2054103	->11+14	BIRN
5#343#2	73-74	(4-8)	(1-4)	2×3+1×7	2414245	243 + Jan	THE PARTY
(2-6)	38/424/4/82	205113	(6+14)		Pal + CX	3×3+1×9	A CONTRACTOR OF THE PARTY OF TH
+4×1+5×5+5×	(4-P)	(509)	2434249	100 1130	121129	0 4/2	GUI
(3~7) 2=1+2=4+1×2	285+163	ustare E	2024/149	SXINIAIT	(Fee)	Systle3	1.00
	(409)	16413)	2514-1211	13-4	90131	3XV41XE	
(4~8)	3844185	=43+344	13247		SXS+M3	JEX-HUS	
17241K3	(6-2/4)	2124119	300	2844115 T	4241	2247	
(eng)	283+189	(Pa/2)-19-13	1 3×1+2×4+1	12 24 16"	bare(7211	Section .
1×4+1×5	17-49-19-13	24/4/4/1	9×2+1×3	In the long of the	2.704.40K.5	3×14/42	
6~10)~19~4)		(1000)	2×3+1×7	2-47	Particol	2×2+ (xt)	100
×3+1×7	(/00/)	343+149	Ant + tad	2X24 X3	5214 bis	2×2 + 1×9	-
12~1)	282+169	Devil 1	= 81+1×11	177-51	19-12	2-12	57630
41+242+146	226	2-7	15057	Ineri	2×5+19/3	24541K3	
744	(2-1-4)	3024303400	Taxi	Sel + 4 1034 (r.).		2×1+1×2	100
22	383-1382	3x1+ axyen	(1~5) 8x342x3	3245	3	120	1000
04745	13-7)	3414143	(204)	12763	200	271	4
2063	34343434161	383+769	Externation .	13-73	15.033	202	
CHARLES .	SKITAKEANA	2 K3+1KB	()~() Ex3+1/4	123+243	W. W. W.	25) 243+1×1	
343)	ttad)	213+149	(4-8)	(4-2)	13		
24/57 + 1X3		345/	SEST DESTRUCTIONS	18242020	100000	3×4+122	
×143×3+14	BNOOP A	HA.P.	1×1++×2+1×1	341-1243-1		(e) +(x3	
t-4)		#2.+3#3#[#1 67#3#\$#6#3	(Lasta Jacobia		4.85		
100 (00 CO)		K5 4 6K3	2834167 (invit)	Unight	David Chart	+1×2	
×34107 3	950	×4+175 +8341×7	2 = 4+1 ×3	-×3+1+	1 2834	(a) = (10 = 1)	
and 5	29	D2-140 M	Officer alleger	1500 点			
AND COLD		A 100		DEVAMED VET	Carlle and Land	164 1414	
	dulet L	123		2 2 2 3 + 6x 0 + x 4		F1K3	
5+1#3 EXC+ 24	V-1-17 31	14-24 G-188 BK24	2×34/41 8-9		243		
	121149 34	14 Torit S Low 5504	SECTION SECTION	a and	15-77		
22,28	X 1 1 1 2 2 2	THE SERVICE BYLL	HERE INTEREST		Inch Hay		
E + CHIE DAD	P- 12 BOX 20	Tet Pairs	eled Send	KIND BELLIN	Select BKD+2	KSHIKI	
2x441x5	waretat better 5	11 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	10-11-17 (2-15)	Manch P. Anti	5x1+	74(47	
+123 Hen 67	1 A . 5	34146	116.4 SEE	28341 28341	NO DAME	the:	
++185 1-5 (++187 3×3+2×5+	141 W3+143	Terror	Line		253	1147	
+149 38242184	tel 1x3+ax1+Ex	4-67	GAR.	426	the dist	446	
57 362+745	193 3494 1409	1X3+8+2	4+3+2004	18145-24686	Secret	700	
187 + 281 - 2834 181 - 382 + 281 -	1-6 3×1+2+2+14	m Sxx+Smanna	372-2-173-161 2-17-2-17-170	Sett and the	365-340410 365-1X7	2 345	
7×1+2×6 3×1+	(Len) alter	1) 3×1+ ×3+140	2274193	2010-415-7	+844145	3 X3 4: V	
41×9 (9011) LIGO	(2) 48441800	(2-10)-tlong		223446/6	= 134 (44)	a Karaya	
2884149	and a second	3234123	* 424 14K		1000		
THE RESERVE TO SERVE THE PARTY OF THE PARTY		10000			Marie To	axsa (k)	

DATE NO.	47	1687	
687 168 1687 168 68	8	9-13	
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	5+3x2 .	5x)+2xc	
38 - 11 - 11 - 11 - 11 - 11 - 11 - 11 -	4283418	2×/1+1×c	
3x7x1v3 3v1x vn+v3 3v1x v34v4 3x3+2x14x3 5x1x3+1v3 8x1	4 PARTITIONS	6-81	
4x 24 1x 5 2414 7 x 44 414 4 5x 7 + 7x 7 + 1x 2 24 2 4 1 2 2 1 2 2 2 2 2 2	4+1×3	AKEHKS	
2x2x1x3 5x1+2x2+1x1 5x7 +2x1+1x2 2x7x3+1x1 7x1+1x2	Company of the last of the las		
SALTER DATE OF THE SALTER DATE OF THE SALTER OF THE	-9		
TI LEIN PRIFERS PRIFERS PRIFERS COLLECTS	[-1]		
The state of the s	(3+7×2	181	
	x1+2x4+	142	
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	x5+1x3		
		7	
3x1+2x4+1x3 3x5+1x3 3x2+2x2+1x6 3x1+2x4+1x6	3 8-13		
2x1+1x21	1 2×2+1	23	
5×4+1×6 4-4 2×2+1×3 2×3+1×3 100 10 100 100	-x44+		
1/- (1) -x - 1 - 1 -x + 1 x		(8-12)	
1 3×3+3×3	- 2x3+		
2×54×2 2-6 1-9 1-07 2×54×6×107 2×54×6	2474		
2×4+1×5 (2-6)-15-9) (3-7)-(5-0) 3×2+1×2+1×2	2×24		
5x1+1x2 5x2+1x3 3x1+5x4+1x5 5x1+5x2 5x1+1x2	100000		
2×4+1×2 2×0+1×2 3×1×2×1+1×1 (3-1)-(6-10)	18-10		
Section Sectio	The same of the sa	I I I I	
3 X S X Y W 2 X 4 M	(4-8)~	The state of the s	
+x1+1x11 Q-117 +x1+1x11 1x3+1x3	3×1+7×1	WHITE CONTRACTOR	
2x1+1x11 2-6 19-10 2x4+1x5 2x1+1x11	3x1+7X	CONTROL OF THE PARTY OF THE PAR	
Q-11 2x541x3 3-7 2x3+1x11 1100	3×1+3×		
11- E 3x441x7 3x24105 121111 2-0	247+1		
75+1x2 (6-4)"(6-13) 7x1+1x2 (4-1) 7x1+2x9+1x1	15-107	~ 1	
TXT+TXZ TXT+TXZ TXT+TXZ TXT+TXZ TXT+TXZ	6-10		
2x3+1x9 2x321x0 2x3+1x9 (4-8)-1(31) 3x2+2x3+1x3	3XX+XX		
7×5+ xil 1	3×3+2×		
2x2+1x9 [C 0] [4-11] 2047103 3x1+3x3+1x[3×3+1×		
2x2+124 (5-0) (1/-11) 10-14 2x3+1x0 1-31-14	3×2+20		
5x3+1x1 3x1+5x11+1x7 3x3+7x7 18-10	18-107	N. A. L.	
2×3+1×7 3×1+3×3+1×4 3×3+3×1+1×2	9-11		
THE PARTY OF TAXABLE O	3×3+3	San	
12X3+1X1	and the second		
R-11 9-12 19-12 18 18 18 18 18 18 18		SXI+IX	
C-101	4 3 4 1 4	5X741X3	
(X) 4-20 (10) 5X 512 X X		TANT TIXE	
3X7+7X341X1 3X3+5X1+1X5 TURE VOLIV	8-12		
	The same of		
47 +74 + 185 3X7+24 + 185 17 1	3×2+7		
X1+2x2+1xg 3x2+1x3+1x1	3X2+2X3+1x1		
WARRIED TO THE PARTY OF THE PAR	34123	X4+IX	



五-2

```
4B=11×13×7/84×9/44×5/54×1
 3 B > 18 = 11 × 1 × 4 / 1 × 9 / 3 × 6 / 3 × 11 × 1 / 5 × 3 1
3 1 - 2 1 1 1 1 2 2 x 5 (2.14) / 3 x (1.14) (8.7) / 3 x (2.10) (4.8) 

- 13 x (1.8) (3.6) / 3 x (8.10) / 2 x (5.10) (6.19) / 3 x (2.10) (4.8) 

- 13 x (1.8) (3.6) / 5 x (2.14) / 6 x (1.12) 

- 13 x (1.8) (3.6) / 5 x (2.14) / 6 x (1.12) 

- 13 x (1.8) (3.6) / 5 x (2.14) / 6 x (1.12) 

- 13 x (1.12) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (4.8) (
                                                                      22x(31475161718)x(11/917/5/3/1)
                                                                      3×(42/51/62/72)×(7/5/3/1)
     42x(52/62)x(3/1) (3/1) (3/16/6) (4/5/10) (4/78)

243 24 = 11x1x(2.3/4)/12x(3/8/9) (3/7/9) (4/6/9) (5/6/8)

2 x (1/7/9) (3/4/3)(3/6/8) (4/6/7)/3 x (1/5/3) (1/6/8) (2/5/8) (4/5/6)

2 x (1/7/9) (3/5/9) (4/5/8)

4 x (1/3/9) (2/3/8) (1/3/8) (1/4/6) / 6 x (1/3/5)/7 x (1/3/5)

4 x (1/3/9) (2/3/8) (1/3/7) (2/3/6) / 5 x (1/3/7) (2/3/6) / 6 x (2/3/4)/7 x (1/3/5)/7 x (1/3/5)
                 5 1 (1,2,3,5,10)、(1,2,3,6.9)、(1,2,3,7.8)、(1,2,4.5.9)
                                                                           11.2,4.6.8), (1.2,5.6.7), (1.3,4.5.8), (1,3.4.6.1)
                                                                           (2.3.4.5.1).
                                                                                                                                                                                            SB xB=17(C; C; C;)
         4 [ 4 ( C4)
       3周3月:5(C3 C4) 2月3末56(C4 C4 C4 C4)
           37 > 3/2 > 26 (C3 C4 C4) 53/2:12 (C4)
                                                                                                                                                                                       38040
```

謝謝大家