



第四組

(2013高年級秋季)

組員: 賴龍斌 柯哲恩 蔡沁倫 溫俊智 何義勤 曾柏儒

題目翻譯

1. 有一張8乘8的黑白相間棋盤，Pete在心中選擇了一個正方形和一個內部點。Basil可以在平面上繪製任意多邊形(沒有自相交)，並問Pete選擇的點是否在該多邊形的內部還是在外部。請問最少要問多少問題才足夠確定Pete選擇的點是白色還是黑色？
2. 找出敘述的所有正整數 n : 對於任意兩個 n 次方的多項式 $P(x)$ 和 $Q(x)$ ，他們存在一項 $a(x^K)$ 和 $b(x^L)$, $0 \leq K, L \leq n$ ，使得 $P(x) + a(x^K)$ 和 $Q(x) + b(x^L)$ 的圖沒有相交的點。
3. 設 ABC 為以 O 為中心的正三角形。通過 C 的直線與三角形 AOB 的外接圓在 D 和 E 相交。證明點 A 、 O 與線段 BD 、 BE 的中點是同圓。
4. 每個整數是否都是有限數量的不同整數的立方的總和？
5. 對於每個整數，是否存在兩個整數值函數 f 和 g
(a) $f(f(x))=x$ 、 $g(g(x))=x$ 、 $f(g(x)) > x$, $g(f(x)) > x$?
(b) $f(f(x)) < x$ 、 $g(g(x)) < x$ 、 $f(g(x)) > x$, $g(f(x)) > x$?
6. 在一張桌子上，有11堆石頭，每堆都有10顆石頭，Pete和Basil玩一個遊戲。輪流一次取1、2或3石頭::Pete從任意一堆石頭取石頭，而Basil從不同的石頭堆中取石頭，但每堆不超過1顆。Pete先行動。拿不到石頭就輸了。請問誰有必勝策略？
7. 在平面中繪製了一條閉合的折斷自相交線。這條線的每個鏈接都恰好相交一次，並且沒有三個鏈接在同意點相交。此外，在頂點處沒有自相交，並且沒有兩個鏈接具有公共線段。是否會發生每個自相交點將兩個鏈接分成兩半的情況。

探討題目

桌子上有11堆石頭，每堆石頭都有10顆。

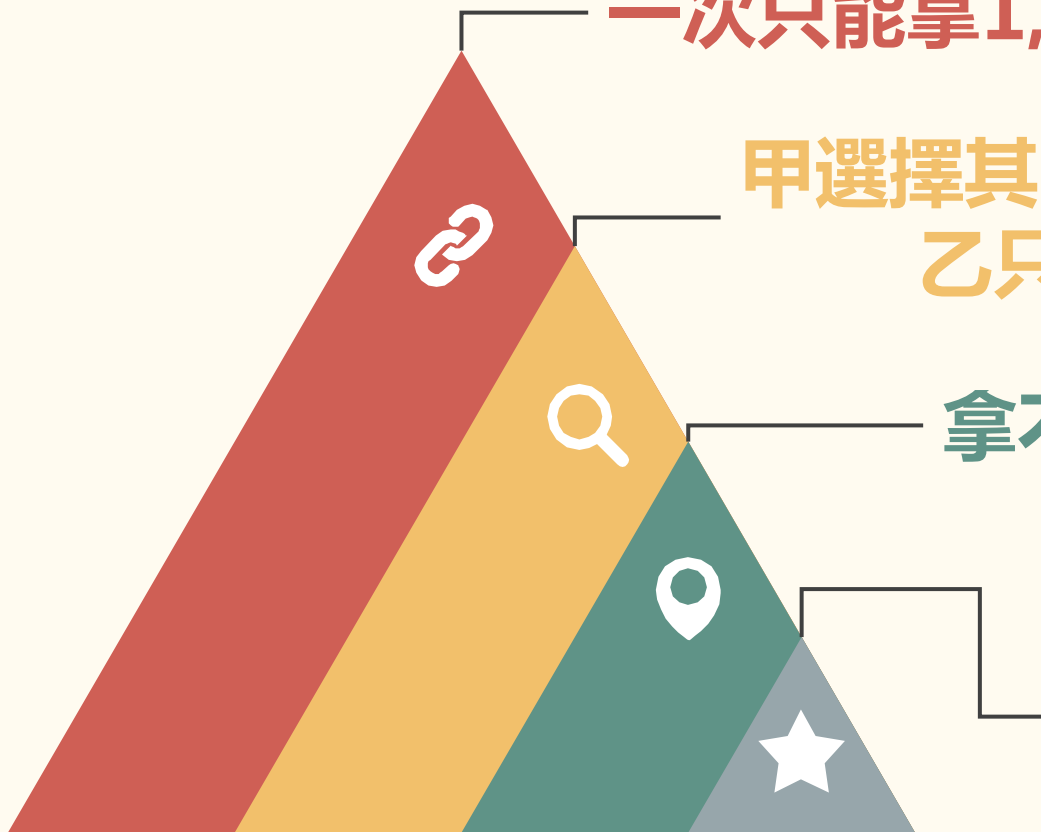
甲和乙玩一個遊戲，規則如下：

一次只能拿1,2或3顆石頭

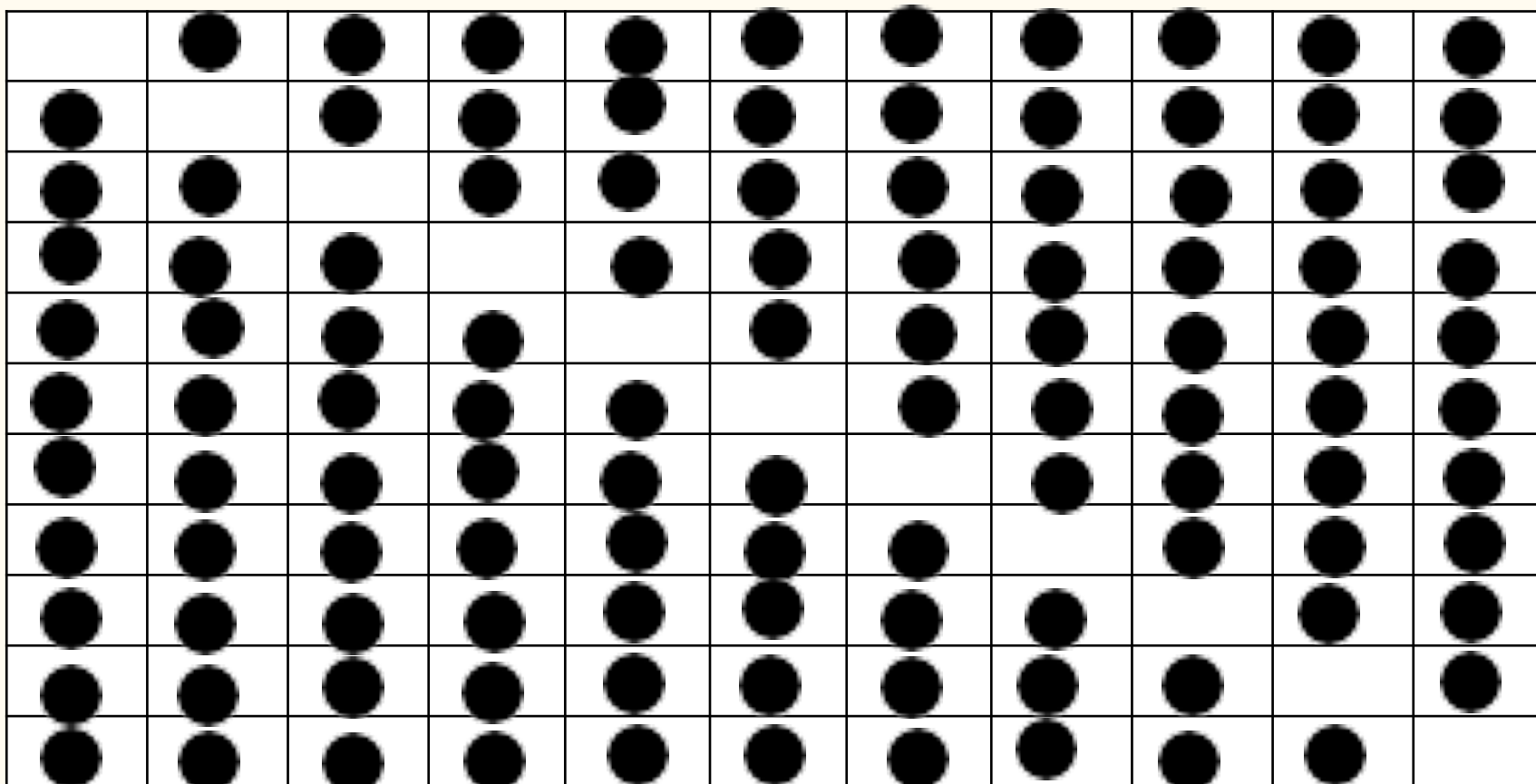
甲選擇其中一堆拿，
乙只能從其他堆拿且每堆最多拿1顆

拿不到石頭的則輸了，甲先開始拿

在這樣的條件下，
甲或乙誰會有必勝方式？



我們可以把11堆石頭每堆10顆石頭看成一個11X11棋盤對角線不放黑點(如圖)



每一行當成一堆，所以照題意，

甲只能拿同一行，

而乙只能從甲選其他行的石頭且每行也只能拿一顆

而乙的策略就是以甲的移動為根據

以空對角線對稱的方式移動

由於與列對稱的行沒有共同的石頭

所以只要甲能移動 那乙也一定能行動

(乙每次都可以恢復被破壞的對稱性)

而石頭的數量有限 所以最後甲一定輸。





延伸

問題

解答

若甲乙條件設為每次拿都可以選擇拿同堆
或是拿其他堆但每堆不能超過一顆的話，
是否會有不一樣的結果？

仍是後者會贏



謝謝大家