



# 數學思維與解題

組員:陳品宏、陳冠霖、陶柏頤、李冠言

# 題目(TRML2007)

2. 平面上一個長為  $m$ 、寬為  $n$  的長方形，若  $m$ 、 $n$  互質，則它的一條對角線會穿過幾個單位正方形？



# 解答

2. 平面上一個長為  $m$ 、寬為  $n$  的長方形，若  $m$ 、 $n$  互質，則它的一條對角線會穿過幾個單位正方形？

【參考解答】：以長方形左下角的頂點為原點，建立坐標系。由假設條件  $m$ 、 $n$  互質，若對角線會通過長方形內部的格子點  $(u, v)$ ，其中  $1 \leq u < m$ ， $1 \leq v < n$ ，則  $\frac{u}{v} = \frac{m}{n}$ ，此與  $m$ 、 $n$  互質矛盾，因而對角線不會通過任何格子點。此時，對

角線在水平方向會通過  $m$  個單位正方形，在鉛直方向會通過  $n$  個單位正方形；不過左下角的那一個單位正方形被重複計算。因此在  $(m, n) = 1$  的情形下，對角線總共穿過了  $m + n - 1$  個單位正方形。



# 延伸題

- 空間中有一個長為 $M$ 、寬為 $N$ 、高為 $K$ 的長方體，他的一條對角線會穿過幾個單位小正方體？

# 解答

- 他的對角線會穿過  
單位小正方體

個