

1. 令 $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$.

試計算下列和

$$\left(\frac{1}{1996}\right) + f\left(\frac{2}{1996}\right) + f\left(\frac{3}{1996}\right) + \dots + f\left(\frac{1995}{1996}\right)$$

數論問題

2. 令 a, b 和 c 是正實數

證明

$$a^a b^b c^c \geq (abc)^{\frac{a+b+c}{3}}$$

代數問題

3.

將迴旋鏢定義為四邊形，其相對側不相交，並且其內角之一大於 180 度。

（看顯示的圖。）

令 C 為具有 5 個邊的凸多邊形。

假設 C 的內部區域是 q 個四邊形的聯集，它們的內部沒有一個相交。

還假設這些四邊形中的有 b 個迴旋鏢。

證明。

$$q \geq b + \frac{s-2}{2}$$

幾何問題

4.

令 n 是一個固定的正整數。

證明僅對於非負整數 k ，

不定方程式

$$x_1^3 + x_2^3 + \dots + x_n^3 = y^{3k+2}$$

在正整數 x_i 和 y 中有無限解。

代數問題

5.

假設 u 為一個實數參數且 $0 < u < 1$

定義

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq x \leq u \\ 1 - (\sqrt{ux} + \sqrt{(1-u)(1-x)})^2 & \text{if } u \leq x \leq 1 \end{cases}$$

以及定義遞迴數列 $\{u_n\}$

$$u_1 = f(1), \quad u_n = f(u_{n-1}) \quad \text{當 } n > 1$$

證明存在正整數 k 使得 $u_k = 0$

數論問題