

# 第三組

## 期末報告-黃金比例

組員：

吳尚恩411131201

吳建億411131205

呂侑宸411131215

蔡宗翰411131225

邱証揚411131233



# 黃金比例

探索數學、自然與藝術中和諧之美，揭開黃金分割的神秘面紗

# 黃金比例Geogebra實作

<https://www.geogebra.org/m/fehnnfpg#material/ma6awqes>

# 黃金比例的歷史

## 古埃及時期

黃金比例被應用於古埃及金字塔。許多學者認為古埃及人以此創造更美觀的建築

1

2

## 古希臘時期

古希臘的畢達哥拉斯學派研究過正五邊形和正十邊形的作圖，因此推斷當時學派已經觸及甚至掌握了一些規則，也發現無理數，但由於對於數字崇拜的宗教信仰拒絕承認其存在

3

## 文藝復興時期

文藝復興時期，黃金比例被廣泛應用於藝術和建築。達文西、米開朗基羅等大師的作品，如《蒙娜麗莎》，都運用黃金比例，創造和諧美感





# 從古希臘到現代的黃金比例

1

古希臘

畢達哥拉斯學派發現了  
正五邊形中的黃金比例

2

歐幾里德

歐幾里德在《幾何原本》中  
系統地論述了黃金比例

3

文藝復興

文藝復興時期，人們將黃  
金比例稱為「神聖比例」

4

現代命名

20世紀，黃金比例被稱為 $\phi$

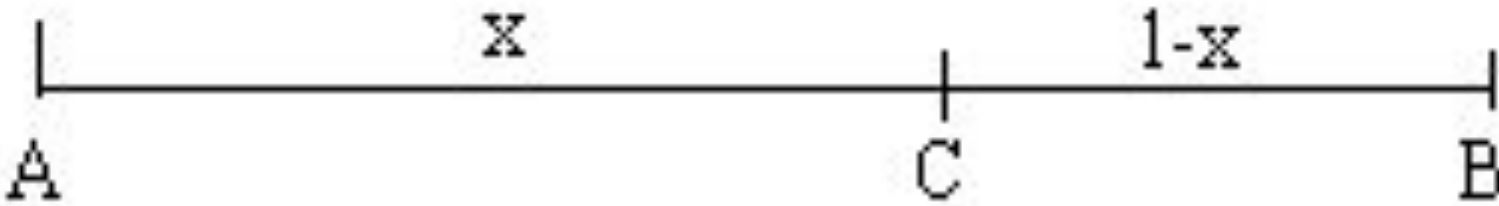
# 什麼是黃金比例？

## 數學比例

黃金比例是一種特殊的數學比例，滿足  
 $(a+b)/a = a/b = \varphi$ ，其中  $\varphi$  稱為黃金比例

## 黃金比例值

$\varphi \approx 1.618$ ，可以使用方程式  $x^2 - x - 1 = 0$  來  
計算


$$\frac{x}{1-x} = \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \text{ 或 } \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$$
$$\text{其大於0的解為 } x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \text{ 而 } \frac{1}{x} = \frac{2}{-1+\sqrt{5}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

# 黃金比例的特性

- 1 無理數  $\phi$ 是個無理數，無法用兩個整數的比值表示
- 2 倒數性質  $\phi$ 的倒數等於 $\phi - 1$
- 3 費氏數列 費氏數列中相鄰兩項的比值趨近於 $\phi$



# 費波那契 兔子繁殖

1

初始狀態

最初有一對公兔和母兔，一個月後它們可以繁殖，並假設他們不會死掉

2

繁殖與成長

每個月，每對成年兔子會生出一對幼兔(一公一母)

3

持續增長

幼兔在一個月後長成成年兔，加入繁殖行列，而最終兔子的總數量形成費波那契數列



# 黃金比例的應用

黃金比例廣泛應用於各個領域，從自然界、藝術設計、建築到科技，無處不在



# 自然界的黃金比例

黃金比例存在於自然界中，例如  
植物、動物和天體的結構

這些自然現象體現了黃金比例在  
自然界中的重要性，它影響著生  
命的生長和演化



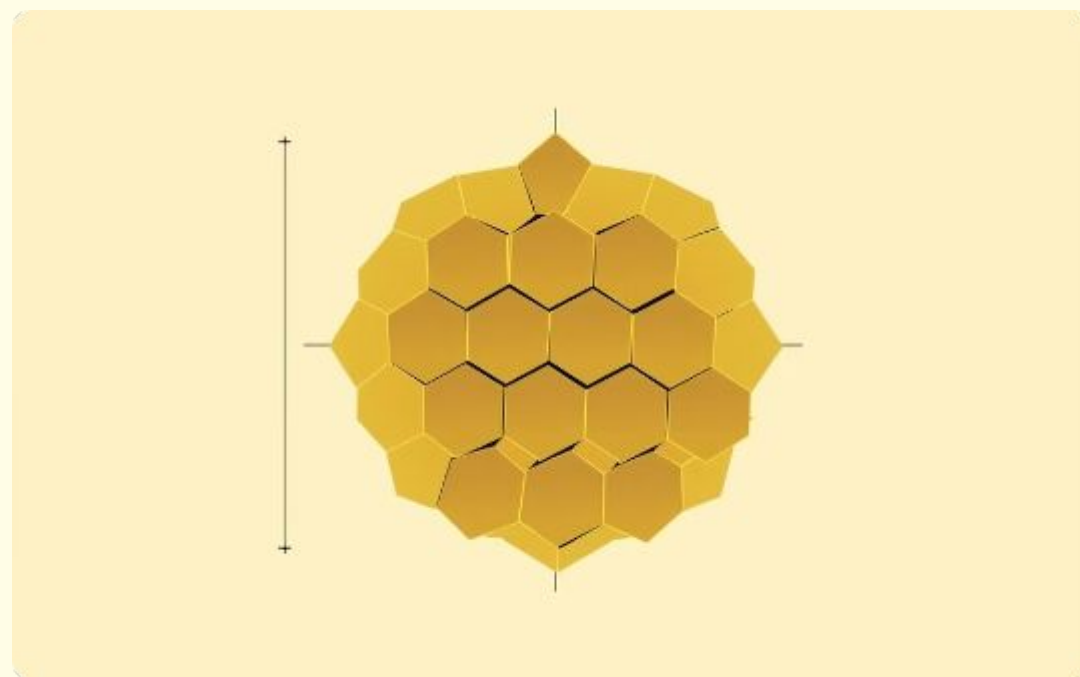


# 蜂巢結構



## 六邊形結構

為節省材料而設計，展現出蜂群的智慧



## 尺寸比例

接近黃金比例，蘊含著大自然的奧妙

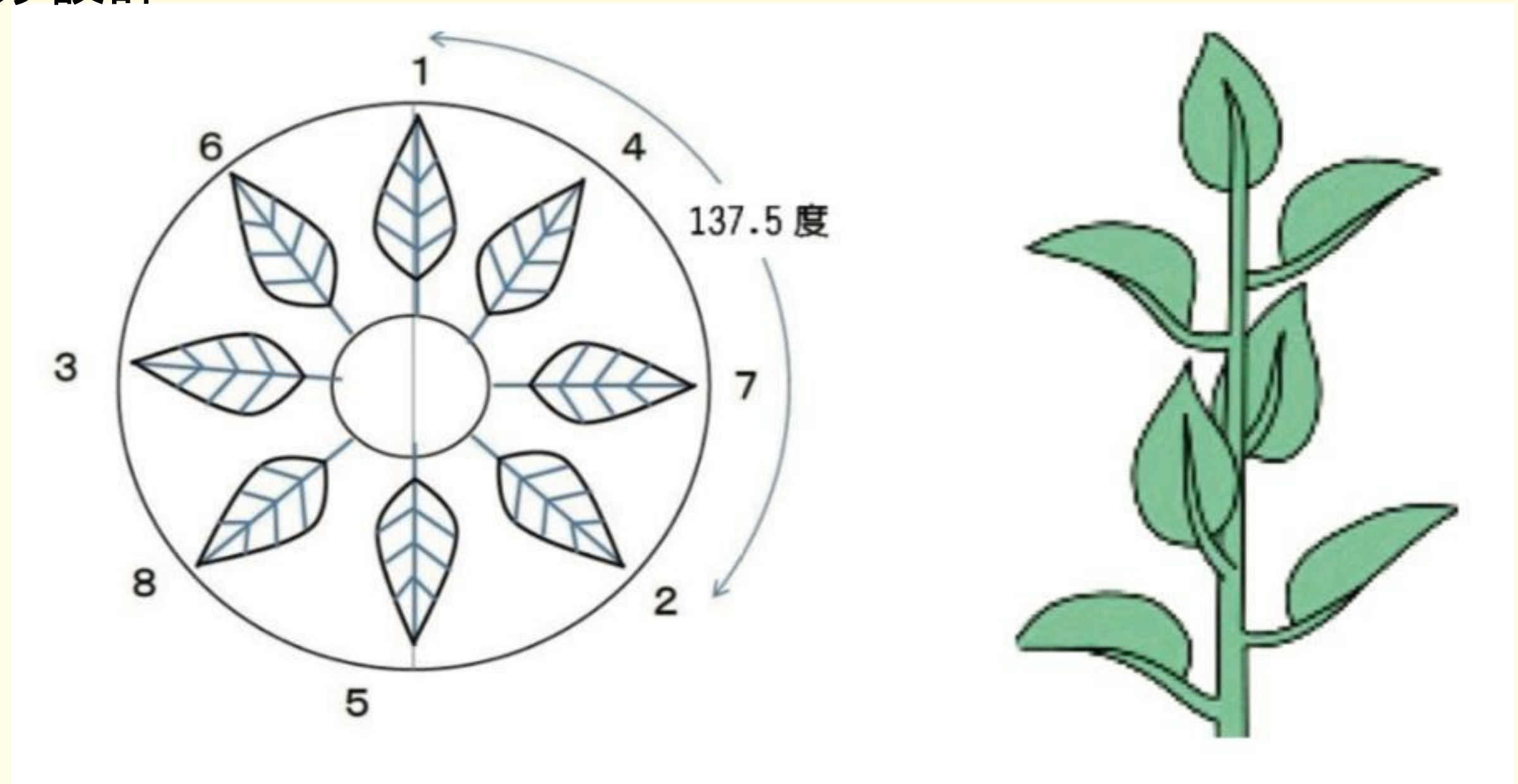


## 結合

美學與功能的完美結合，體現效率與精

# 樹葉的生長

樹葉的生長方式也遵循著黃金比例，葉子在枝條上的排列方式，會形成一個接近黃金螺旋的模式。這種螺旋排列有助於樹葉最大程度地接收陽光，避免相互遮擋，展現出自然界的精妙設計





# 花瓣數目

## 花瓣的排列

花瓣的數目常常遵循著黃金比例，例如：許多花卉的花瓣數目為 3、5、8、13 等，這些數目都是斐波那契數列中的數字，而斐波那契數列與黃金比例密切相關

## 視覺上的美感

這種排列方式不僅使花朵具有美觀的視覺效果，而且有助於花朵最大程度地吸引昆蟲授粉



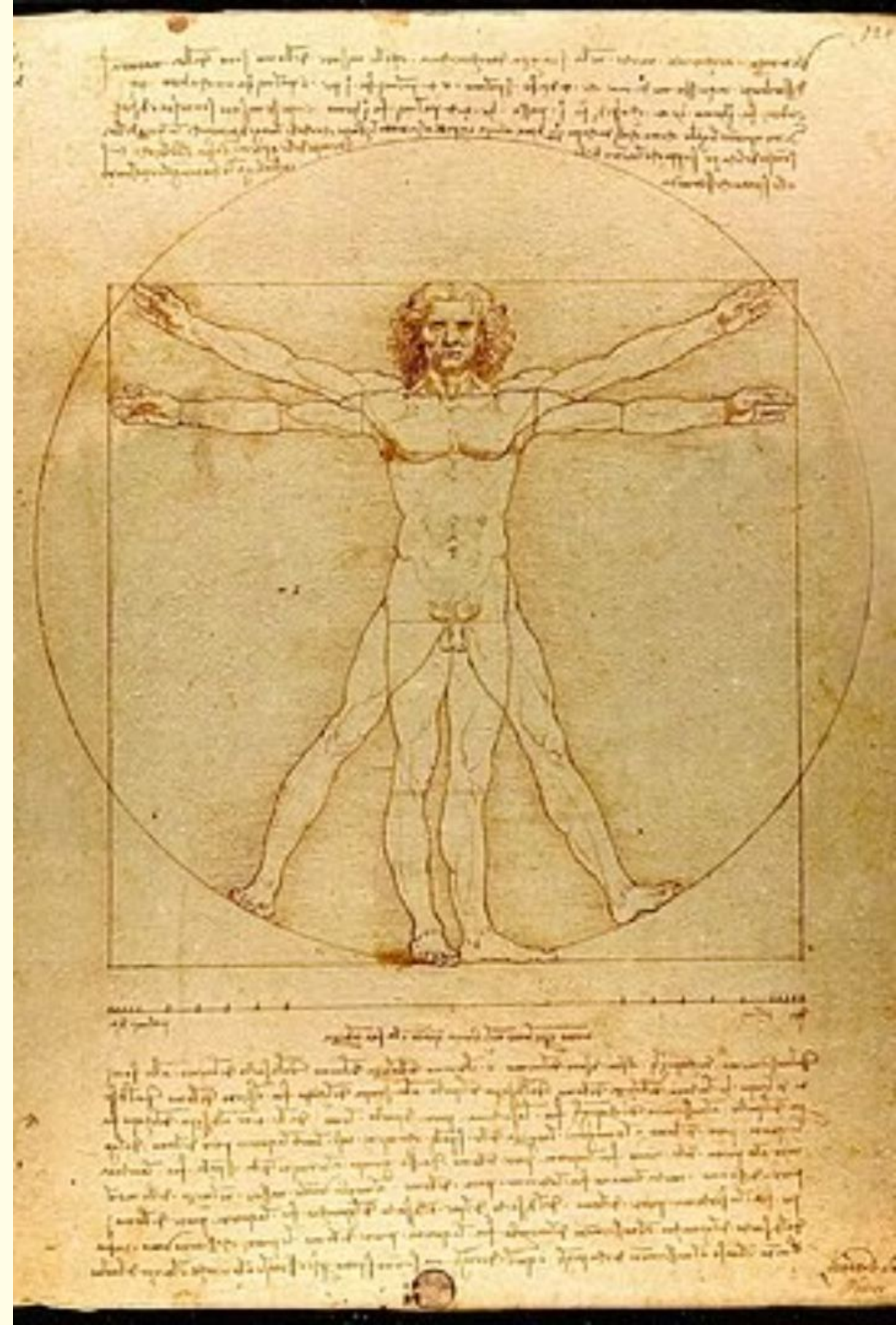


# 人體

人體的比例與黃金比例息息相關，從古希臘時期，藝術家就觀察到人體的比例近似於黃金分割，並將其應用於雕塑、繪畫等藝術作品中

例如，肚臍的位置正好將人體分為上下兩個部分，而這兩個部分的比例近似於黃金比例

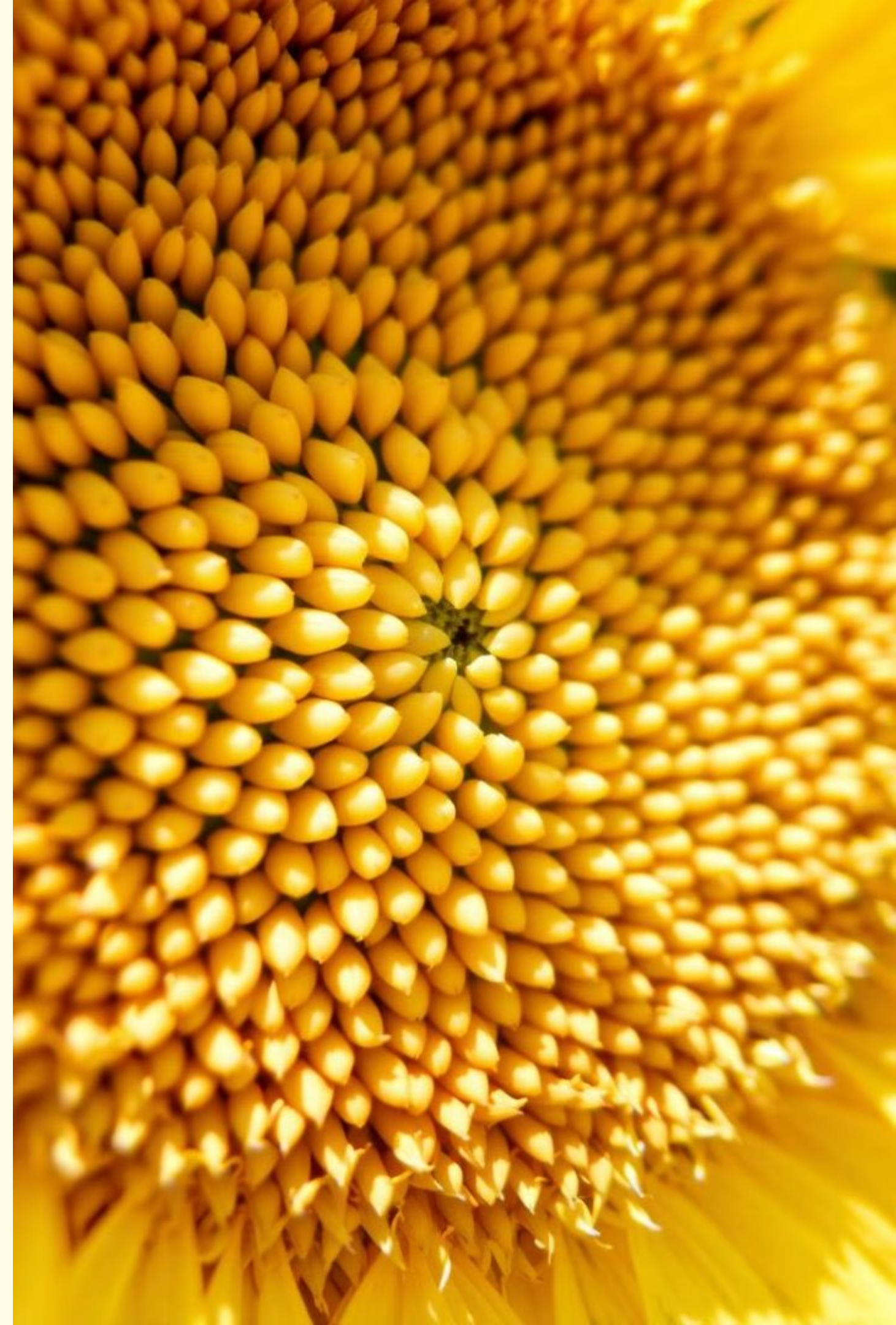
此外，雙肩的寬度，鎖骨到乳線的距離，肩至肘的長度，肘至腕的長度，膝關節至腳掌的長度，也都可以觀察到黃金比例的蹤跡





# 種子排列

種子排列方式，例如向日葵種子頭部的螺旋排列，  
呈現出兩個方向的螺旋線，而這兩個螺旋線的數目  
通常是斐波那契數列中的相鄰兩項，例如：34 和  
55







# 鸚鵡螺

鸚鵡螺的螺旋形外殼展現出近乎完美的黃金比例，  
螺殼上的螺旋線以黃金比例不斷擴展，這種精妙的  
設計讓鸚鵡螺可以有效地利用空間，並在水中保持  
平衡

螺旋形的結構不僅美觀，也體現了自然界中黃金比  
例的奇妙應用



# 建築的黃金之美

黃金比例在建築設計中運用也極為廣泛，  
從古代文明到現代建築，都能發現黃金比  
例的蹤跡

例如：古埃及的金字塔、希臘的帕德嫩神  
廟、法國的艾菲爾鐵塔，都是黃金比例的經  
典範例

這些建築以其比例和諧、美感獨特，而聞名  
於世



# 金字塔

金字塔是古埃及文明的象徵，其建造過程中也蘊藏著黃金比例的奧秘

例如：吉薩大金字塔的底座邊長與高度的比例接近黃金比例，這或許並非巧合，而是古埃及人刻意設計的結果





# 人面獅身像

人面獅身像為埃及古文明的傑作，它巨大的身軀和神秘的面容吸引著世人。據推測，其建造時間可以追溯到古埃及第四王朝時期，當時法老王卡夫拉即位，並以自己的名字為獅身像命名。考古學家發現人面獅身像的建造比例與黃金比例密切相關。

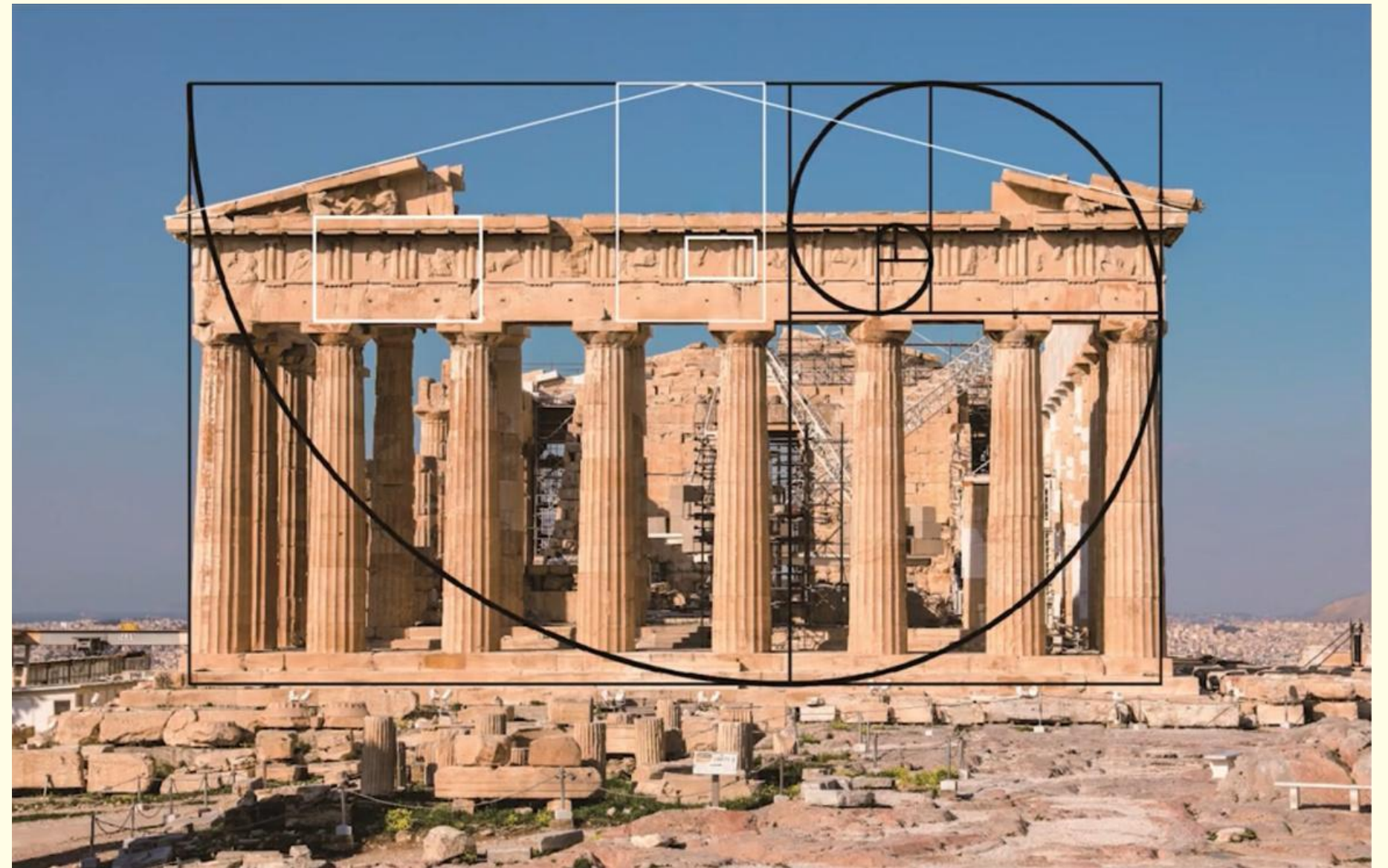
例如：獅身像的頭部與身體的比例，以及整體結構的長寬比例，都與黃金比例相吻合，這表明古埃及人對數學和美學有深刻的理解。



# 帕德嫩神廟

帕德嫩神廟是古希臘雅典衛城中最著名的建築之一。作為雅典娜女神的神廟，帕德嫩神廟的設計與建造也融入了黃金比例的理念

神廟的整體比例，柱子的高度與寬度、門廊的尺寸，以及建築物的長寬比例，都與黃金比例息息相關。展現了古希臘人對美學和數學的精準追求



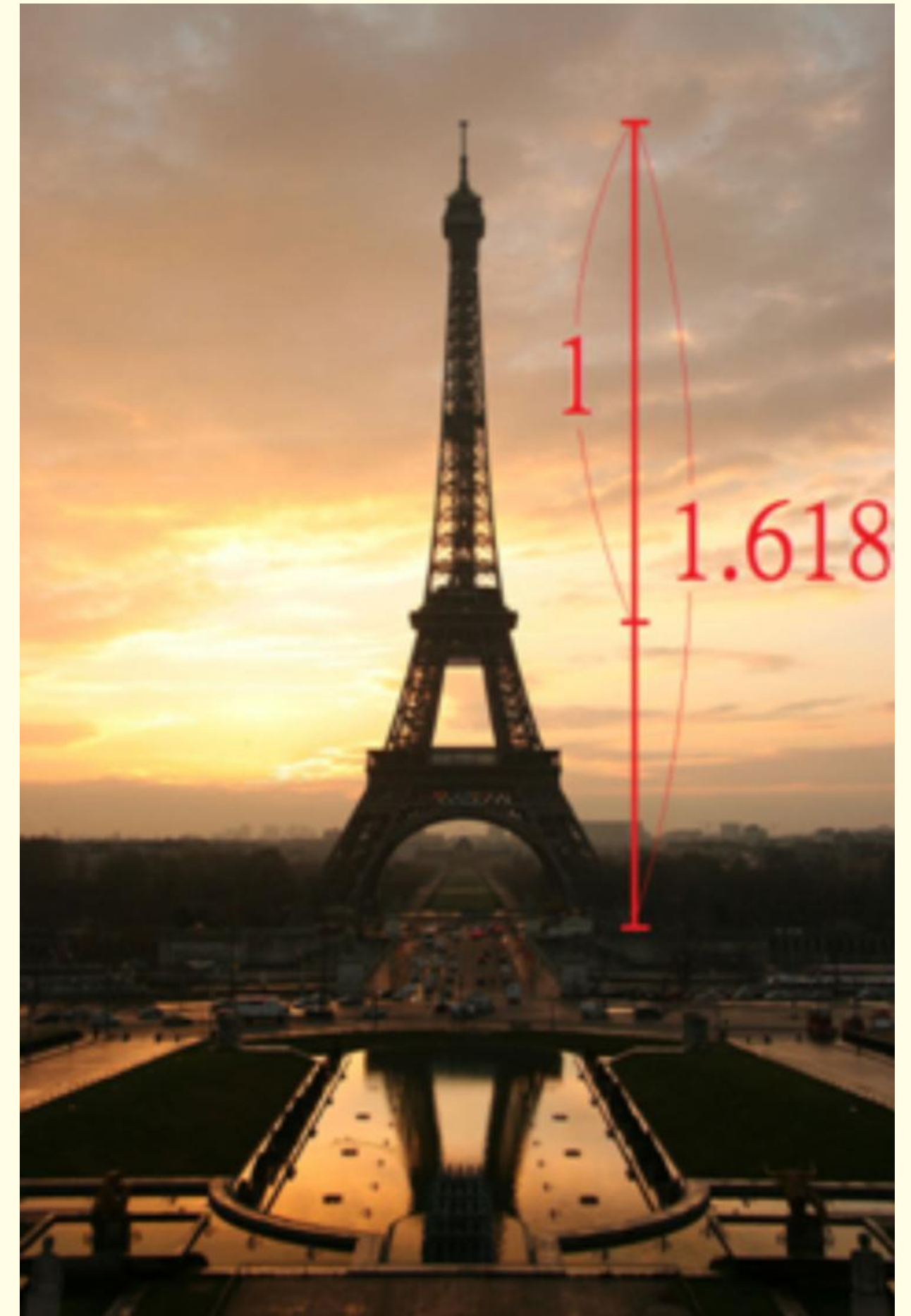


# 艾菲爾鐵塔

艾菲爾鐵塔，法國巴黎的標誌性建築，其設計也蘊含了黃金比例的應用

鐵塔的整體高度與底座的比例，以及塔身各部分的比例，都符合黃金比例的原則

這使得鐵塔的比例協調和諧，展現出古典美學與現代建築的完美結合



# 多倫多電視塔

多倫多電視塔是加拿大最高的建築，也是世界上最高的獨立式建築之一，其高度和底座的比例，也符合黃金比例的原則

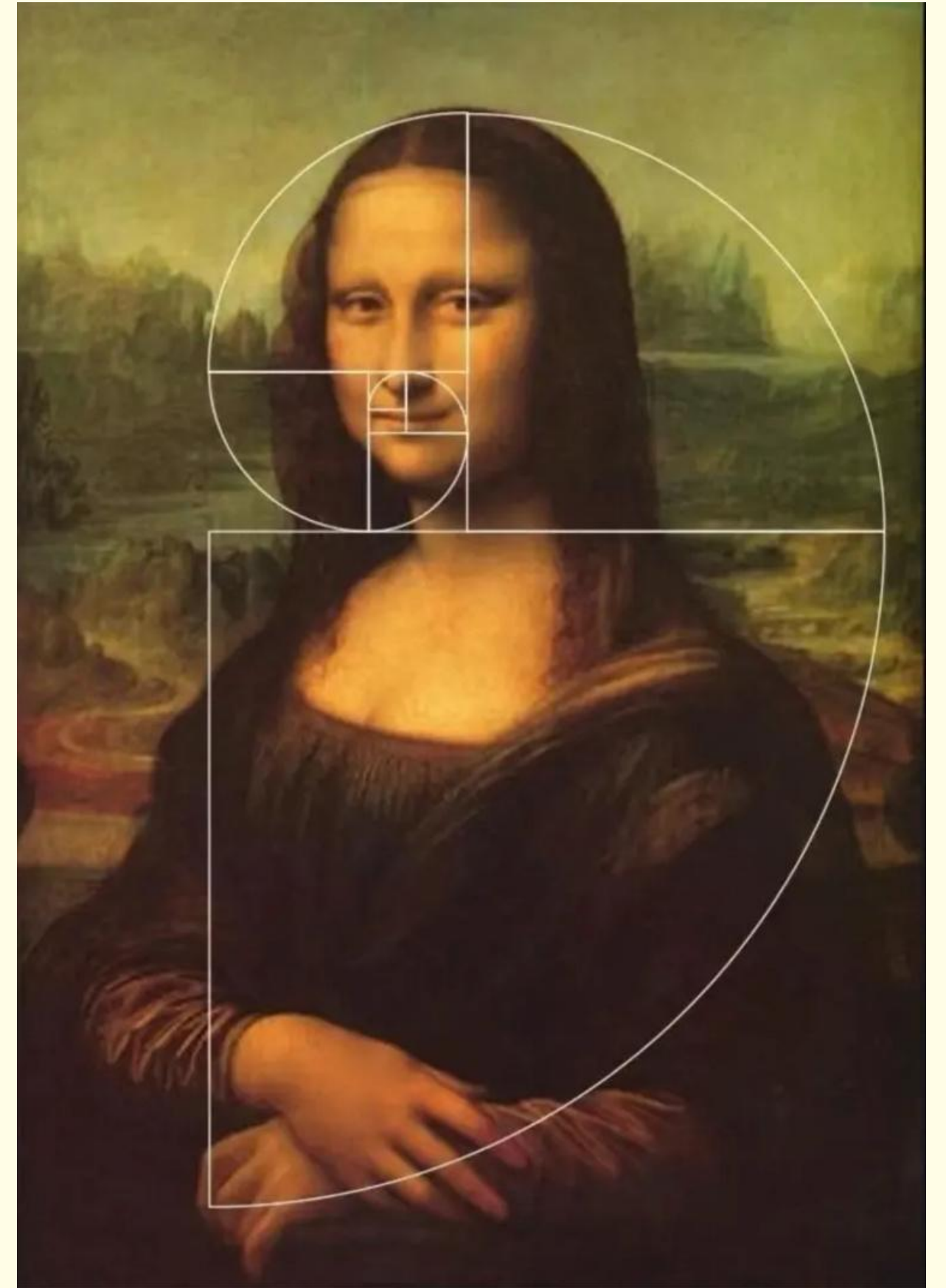
電視塔的設計師使用了黃金比例，使電視塔看起來更加美觀和諧，也提升了其整體視覺效果



# 蒙娜麗莎的微笑

達文西的蒙娜麗莎，以神秘的微笑聞名。畫作中運用黃金比例，創造出和諧的視覺平衡

頭部、身體和背景比例，都符合黃金分割，呈現出經典的美感





# 聖母領報

達文西的《聖母領報》，運用黃金比例構圖，畫作中的主要人物比例、背景元素的位置，都與黃金比例相呼應

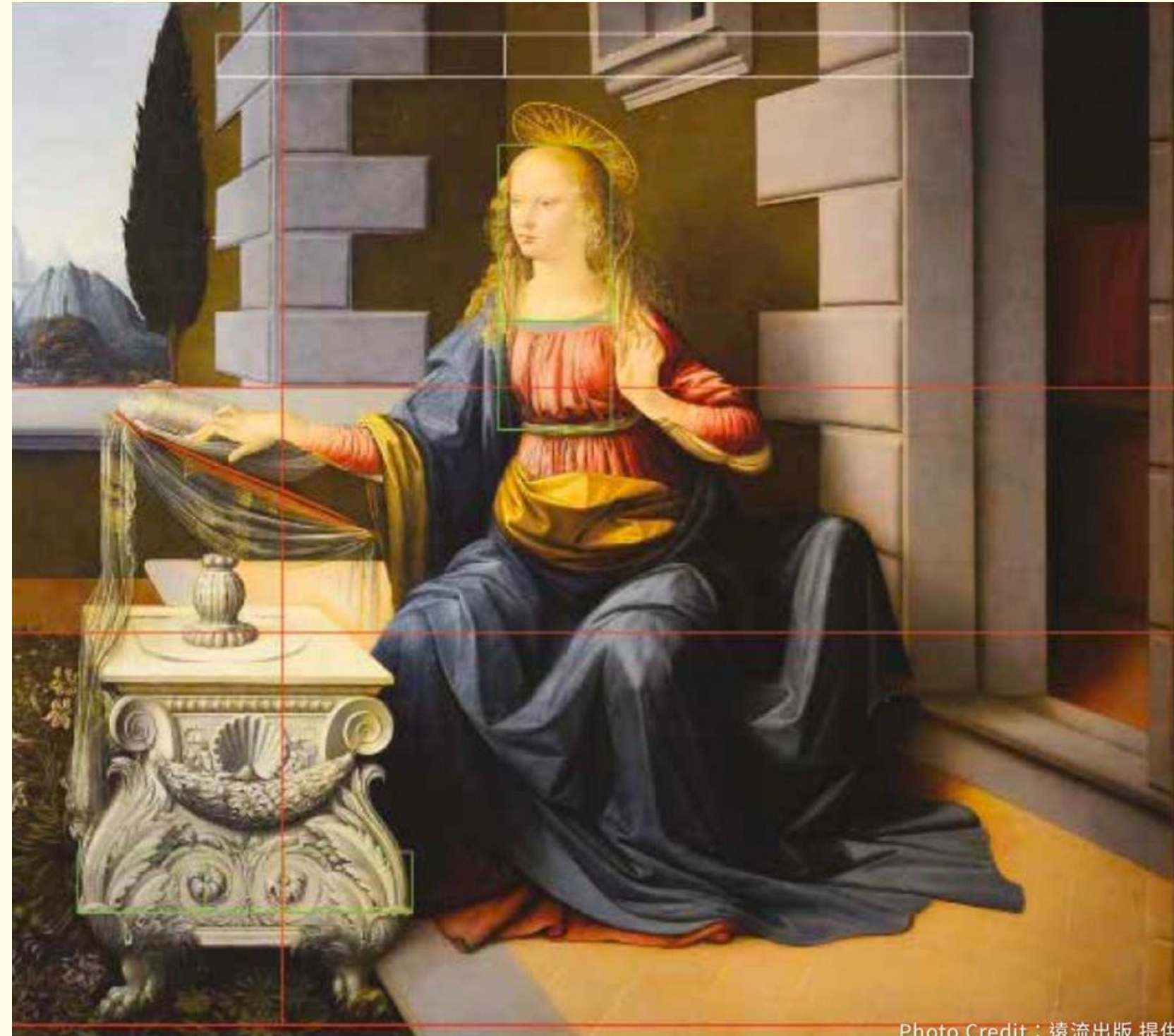


Photo Credit: 遠流出版 提供



# 創造亞當

米開朗基羅的《創造亞當》  
是文藝復興時期最著名的  
壁畫之一

畫作中，上帝和亞當的手指  
幾乎觸碰，呈現出黃金比例  
的構圖

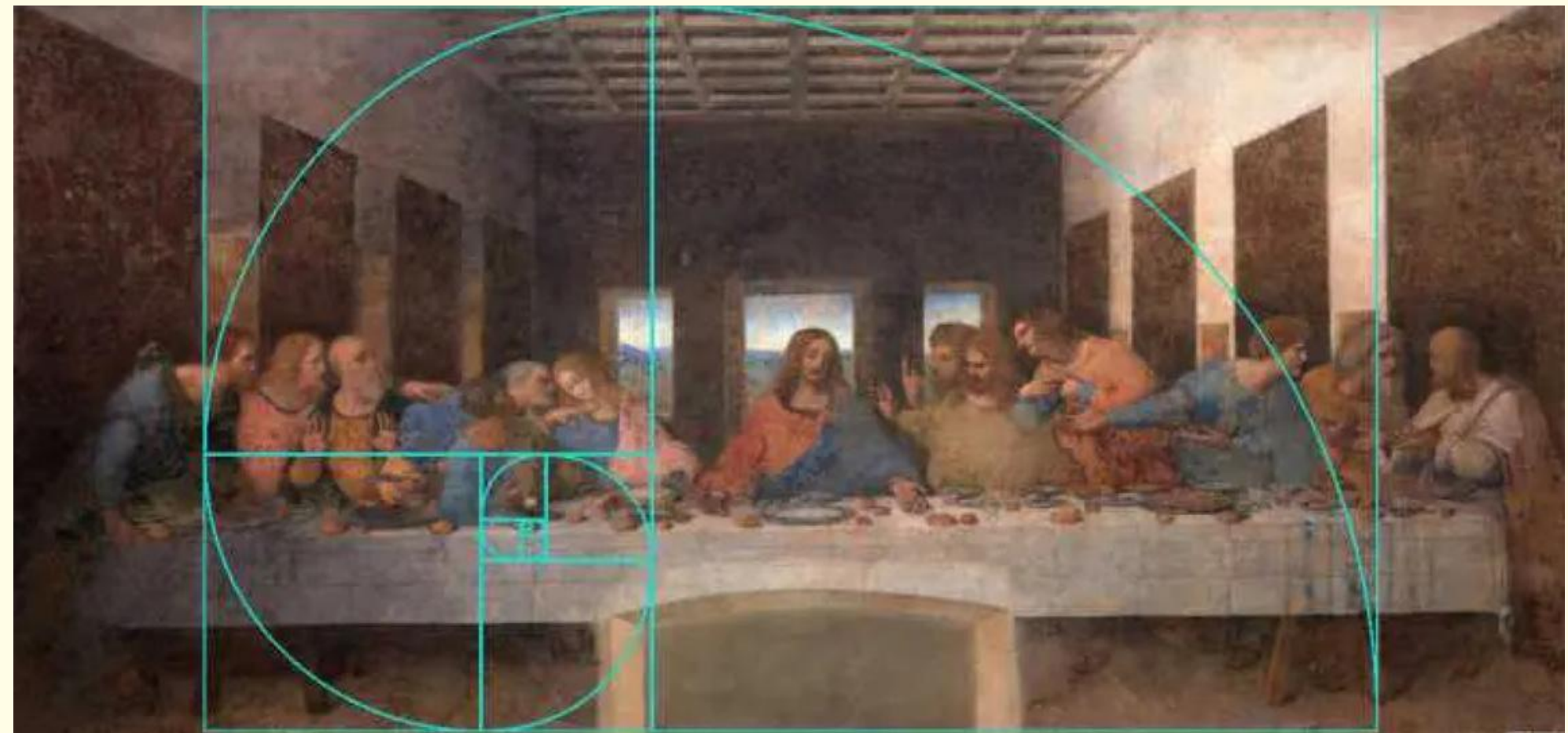


Photo Credit：遠流出版 提供

# 最後的晚餐

達文西《最後的晚餐》，是藝術史上運用黃金比例的傑作。餐桌、人物比例、空間位置都依照黃金比例設計，呈現和諧的構圖

畫作中的人物表情、動作、空間透視，都充滿了力量與美感，展現出黃金比例在藝術創作中的重要性





# 生活中的黄金比例

黄金比例可以延伸至，從使用者介面設計到產品外觀，處處隱藏黃金比例的蹤跡





# 現代設計中的黃金比例



## UI/UX 設計

在使用者介面設計中，黃金比例有助於創造視覺平衡和易用性，提升使用體驗



## 品牌 LOGO

在品牌標誌設計上，黃金比例能使 logo 更具視覺吸引力，並提升品牌辨識度



## 攝影構圖

在攝影構圖中運用黃金比例，能提升視覺美感和平衡性，使照片更具感染力

# 螢幕

現代科技產品，尤其是智慧型手機和平板電腦，也廣泛應用黃金比例設計螢幕比例

當螢幕比例符合黃金比例時，能更符合人眼視覺，提升使用者的體驗



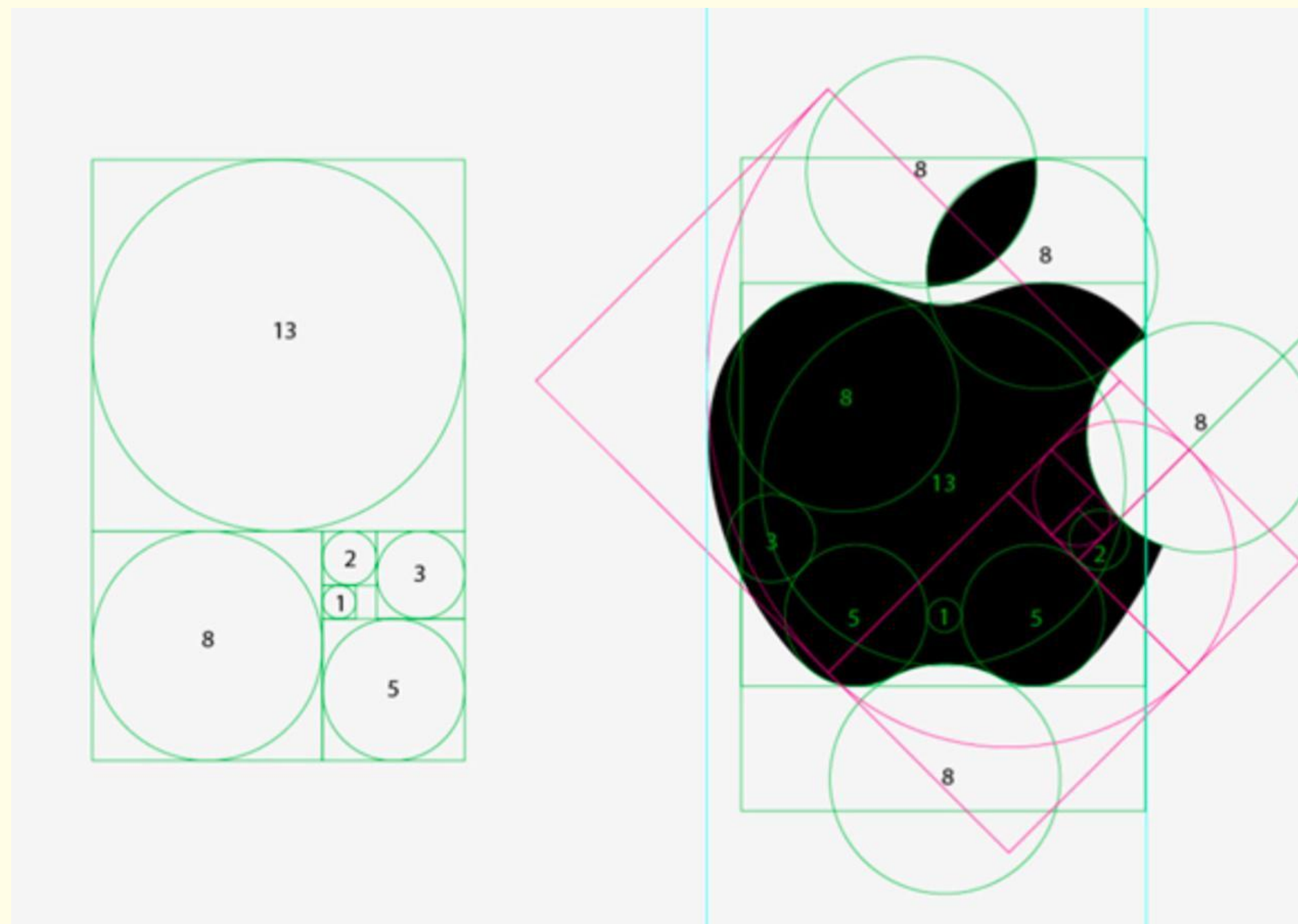
# Apple 設計

Apple 的產品設計，從 iPhone 的螢幕比例到 MacBook 的鍵盤布局，處處體現黃金分割的精髓

這讓 Apple 產品更具視覺平衡感，提升了產品的整體美感，也更符合人體工學

Apple 標誌，以其簡潔美觀而聞名，它完美地利用了黃金比例，創造出和諧的視覺效果

其中的圓形和咬一口的缺口，都符合黃金分割，展現出 Apple 設計的精緻與平衡

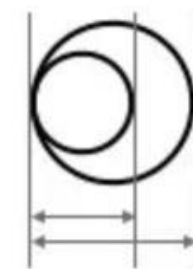




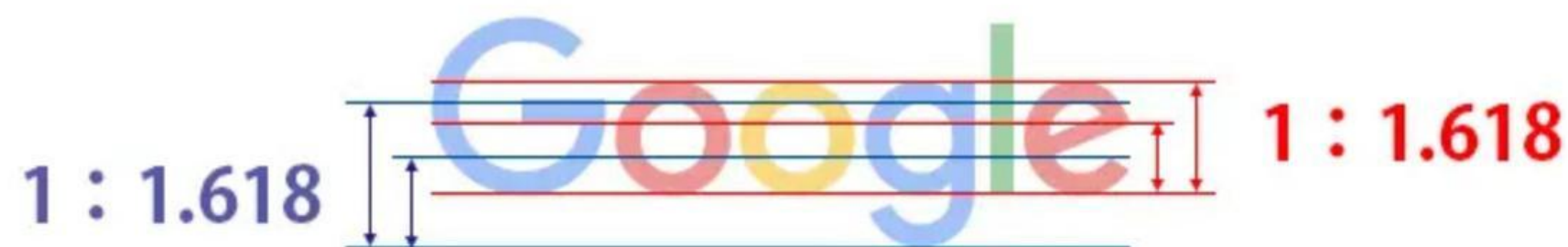
# Google

Google 的設計也巧妙地融入了黃金比例，從品牌標誌到產品介面，處處應用到黃金比例

Google 品牌標誌以四個不同顏色的方塊組成，這些方塊的比例也遵循黃金比例，營造出平衡與和諧的視覺效果



大小2つの円の直径は、ほぼ1 : 1.618



# Nissan logo

日產汽車的設計也融合了黃金比例，其標誌和汽車外觀都採用了黃金比例的元素

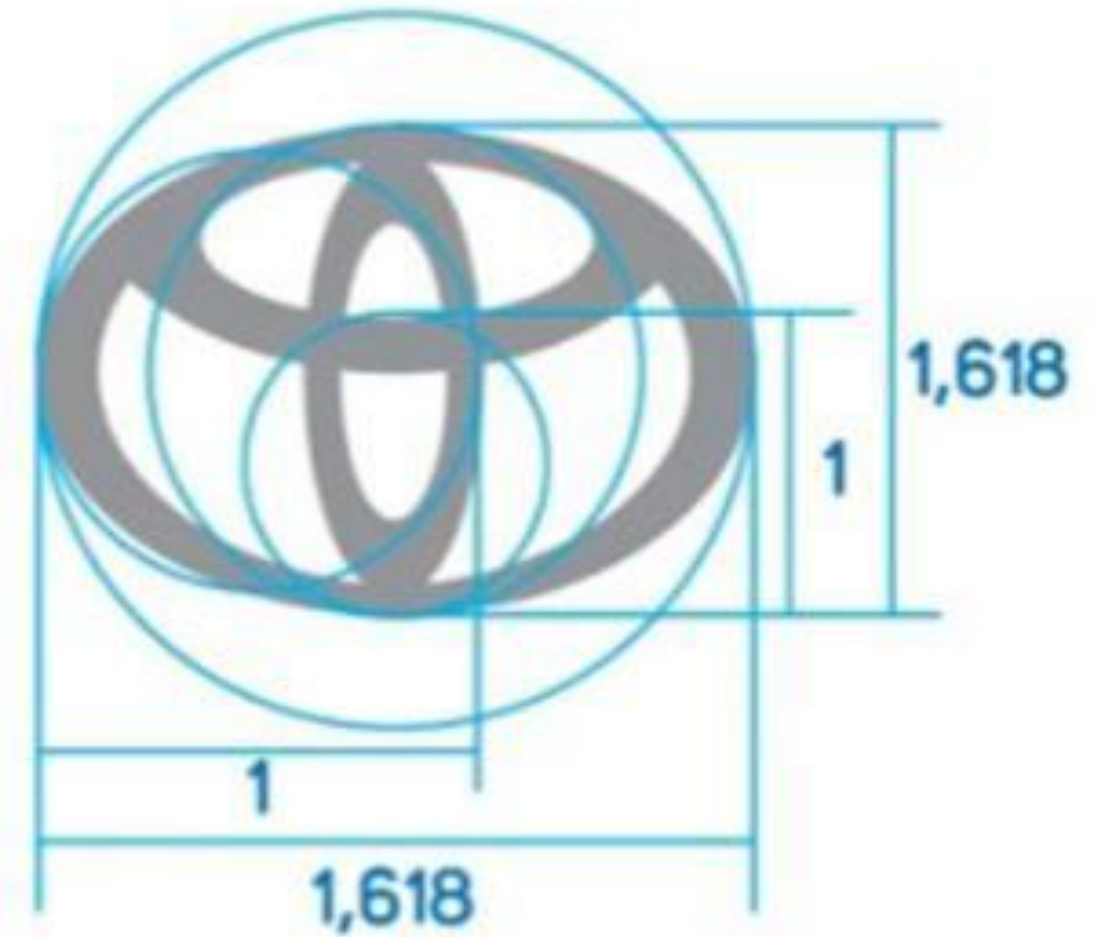
日產汽車的標誌，是一個圓形中包含一個圓形，兩者比例接近黃金比例，使其看起來更加平衡和諧





# Toyota logo

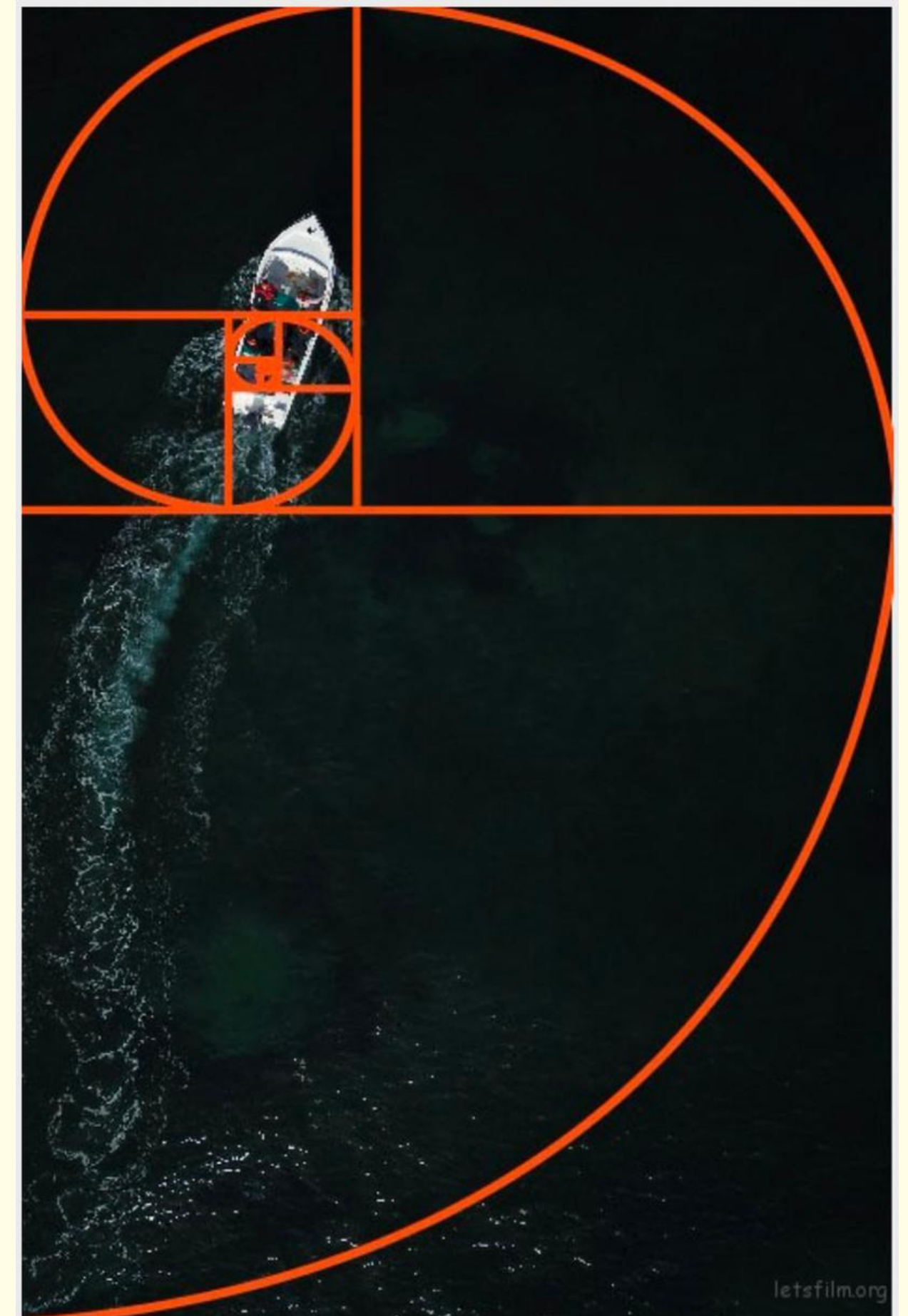
豐田汽車的標誌，一個橢圓形中包含一個圓形，兩者的比例接近黃金比例



# 攝影

攝影師運用黃金比例構圖，可使照片更具美感

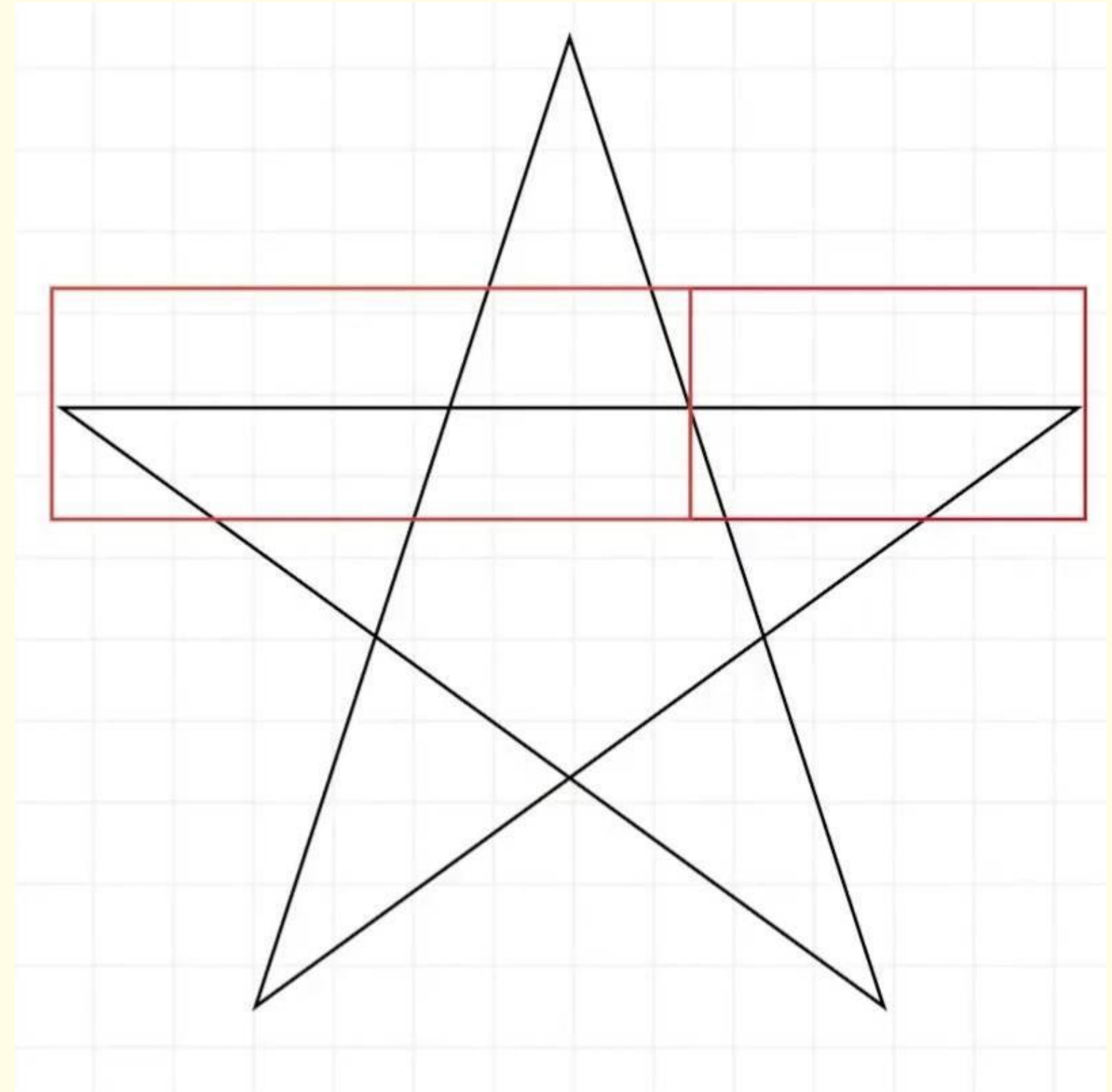
黃金比例不僅適用於靜態照片，也能應用於動態影片





# 五芒星

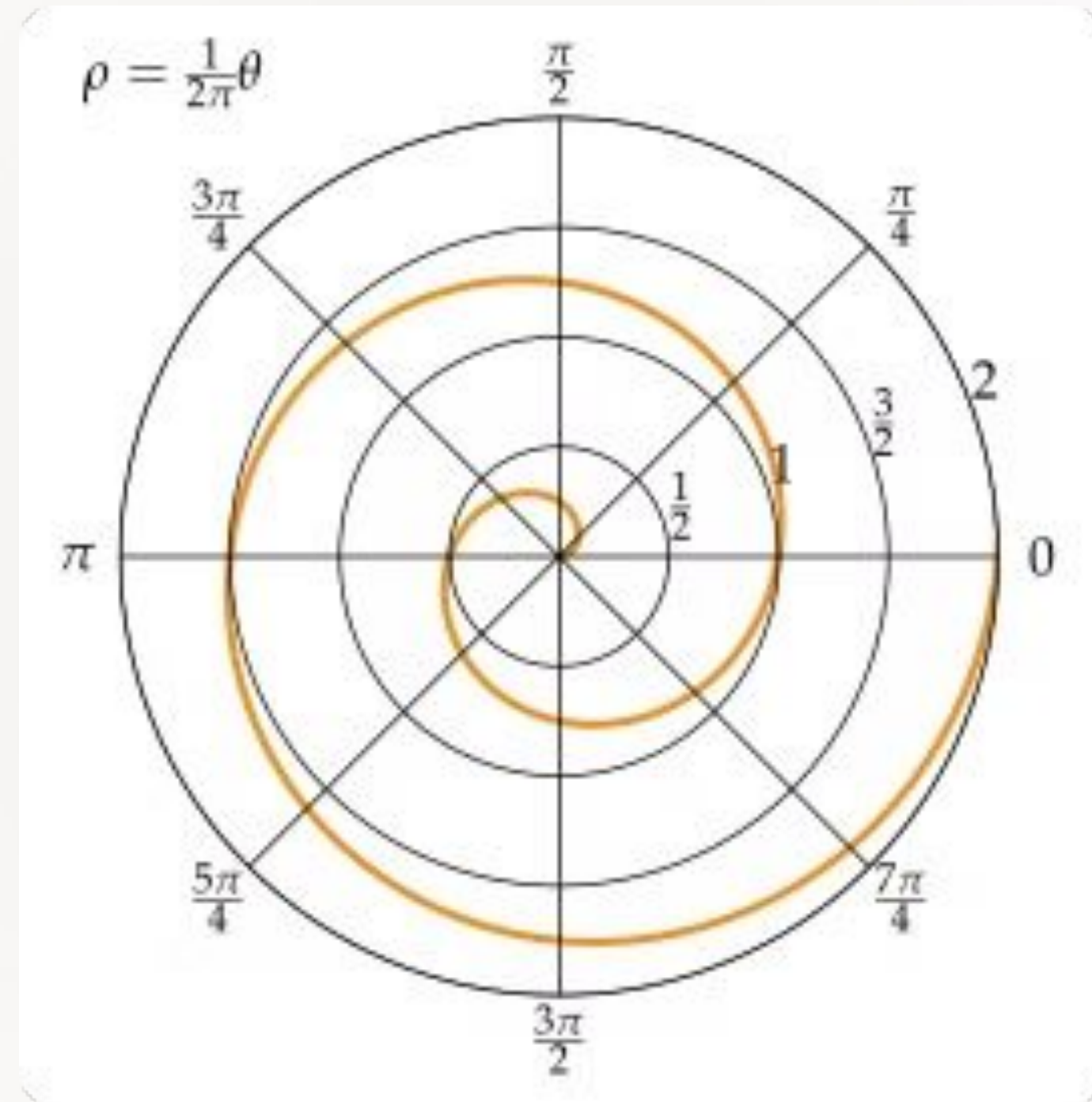
五芒星是古希臘時代「畢達哥拉斯學派」的象徵符號，其中的黃金比例，是在每條線上的交叉點都是黃金分割點



# 阿基米德螺旋線

阿基米德螺旋線，亦稱「等速螺線」。當一點P沿動射線OP以等速率運動的同時，這射線又以等角速度繞點O旋轉，點P的軌跡稱為「阿基米德螺旋線」

它的極坐標方程為： $r = a + b * \theta$ ，這種螺線的每條臂的間距永遠相等於 $2\pi b$







## 資料來源:

- <https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E9%BB%84%E9%87%91%E5%88%86%E5%89%B2%E7%8E%87>
- <https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E9%98%BF%E5%9F%BA%E7%B1%B3%E5%BE%B7%E8%9E%BA%E7%BA%BF>
- <https://yrgnthu.medium.com/%E9%9A%B1%E8%97%8F%E5%9C%A8%E7%94%9F%E6%B4%BB%E4%B8%AD%E7%9A%84%E6%95%B8%E5%AD%B8-%E9%98%BF%E5%9F%BA%E7%B1%B3%E5%BE%B7%E8%9E%BA%E6%97%8B-411c7a15335e>
- <https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E7%BB%B4%E7%89%B9%E9%B2%81%E5%A8%81%E4%BA%BA>



- <https://youtu.be/680BZM637kk?feature=shared>
- [https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&opi=89978449&url=https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%25E9%25BB%2584%25E9%2587%2591%25E5%2588%2586%25E5%2589%25B2%25E7%258E%2587&ved=2ahUKEwjNwsPw3ouKAxXCdPUHHRWbN98QFnoECF8QAQ&usg=AOvVaw0F7zRIHgt3NJgC5dE\\_3Nte](https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&opi=89978449&url=https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%25E9%25BB%2584%25E9%2587%2591%25E5%2588%2586%25E5%2589%25B2%25E7%258E%2587&ved=2ahUKEwjNwsPw3ouKAxXCdPUHHRWbN98QFnoECF8QAQ&usg=AOvVaw0F7zRIHgt3NJgC5dE_3Nte)
- [https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&opi=89978449&url=https://derjensun.pixnet.net/blog/post/234749237&ved=2ahUKEwjL1KDQ4luKAxWUkK8BHa\\_mGWgQFnoECDUQAAQ&usg=AOvVaw1djwhXd\\_dLe95y0xmaWGsL](https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&opi=89978449&url=https://derjensun.pixnet.net/blog/post/234749237&ved=2ahUKEwjL1KDQ4luKAxWUkK8BHa_mGWgQFnoECDUQAAQ&usg=AOvVaw1djwhXd_dLe95y0xmaWGsL)
- <https://www.geogebra.org/m/fehnnfpq#material/ma6awqes>

# 報告結束~

## 謝謝大家

