

第三組 1996 林孟勳 葉哲均 翁昌平 朱鈺暉 周郁儒

1.

$\alpha \beta \gamma$ 為方程式 $X^3-X-1=0$ 的根，

請計算 $(1+\alpha/1-\alpha)+(1+\beta/1-\beta)+(1+\gamma/1-\gamma)$

代數主題:周郁儒

2.

查找以下方程組的所有實根。仔細證明你的理由
回答。

$$\begin{cases} \frac{4x^2}{1+4x^2} = y \\ \frac{4y^2}{1+4y^2} = z \\ \frac{4z^2}{1+4z^2} = x \end{cases}$$

代數主題:葉哲均

3.

We denote an arbitrary permutation of the integers $1, \dots, n$ by $a_1 \dots a_n$. Let $f(n)$ be the number of these permutations such that

- (i) $a_1 = 1$;
- (ii) $|a_i - a_{i+1}| \leq 2$, $i=1, \dots, n-1$

Determine whether $f(1996)$ is divisible by 3.

翻譯:

我們把 $1, \dots, n$ 這些整數的任意排列表示為 $a_1 \dots a_n$

設 $f(n)$ 是這些排列的個數, 使得

- (i) $a_1 = 1$;
- (ii) $|a_i - a_{i+1}| \leq 2$, $i=1, \dots, n-1$

那麼請問 $f(1996)$ 是否能被 3 整除?

代數主題: 朱鈺暉

4.

設一個三角形 ABC 為等腰三角形且邊長 $AB=AC$ 。假設角 B 的角平分線與邊 AC 交於 D 點且邊長 $BC=BD+AD$ 。求角 A 。

幾何主題:林孟勳

5.

$r_1, r_2, r_3 \dots r_m$ 是 m 個正有理數

且 $r_1+r_2+r_3 \dots +r_m=1$

我們又定義一個函數 $f(n)$ ， n 是任意正整數

$$f(n)=n-([r_1 \times n]+[r_2 \times n]+[r_3 \times n] \dots [r_m \times n])$$

請找出 $f(n)$ 這個函數的最大值與最小值

高斯符號 $[x]$ 為不大於 x 的最大整數。

數論主題:翁昌平