

機率與統計

4||23||07王怡文

4||23||28戴傳恩

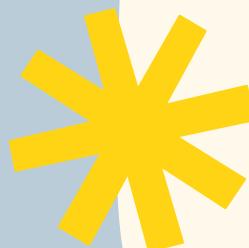
4||23||43林俊宏

4||03||40林咏勳

Start



假設你正在參加一個遊戲節目，你被要求在轍道有扇問
扇：其中一扇你所有門其他後選擇了一面一後選擇
門中選擇一扇：其山羊。你知道道所有門中後選擇
扇；其餘兩扇後號門，開啟了另兩扇中。之後選擇
三車門，麼的主持人，假設是三號門。轉換你的選擇
面有山羊的門，假設是二號門嗎？」轉換你的選擇
什後你對你來說是一種優勢嗎？



你會換門嗎？

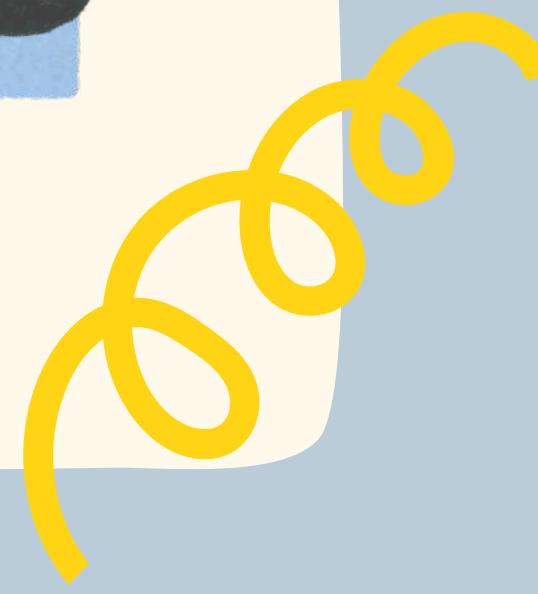
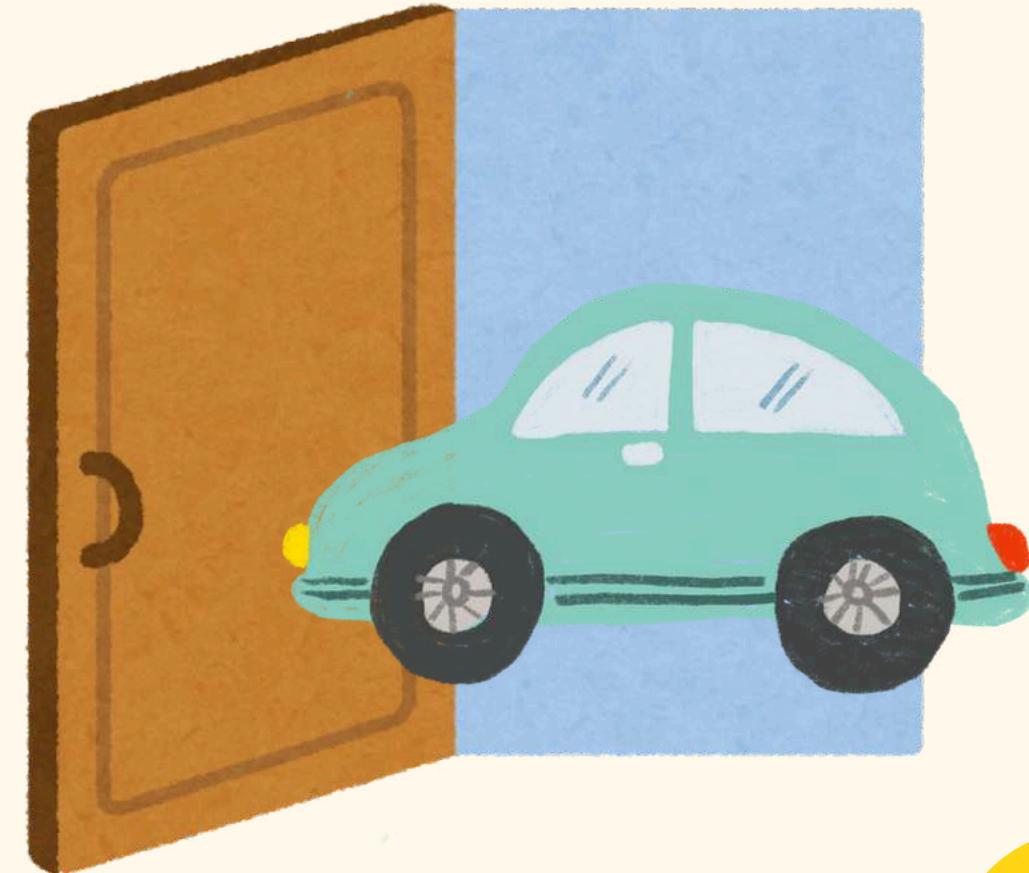
1



2



3



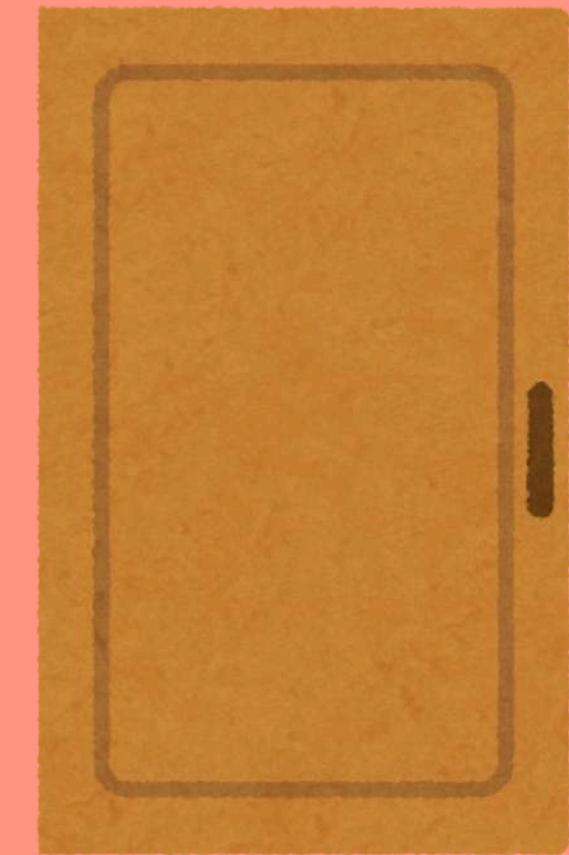
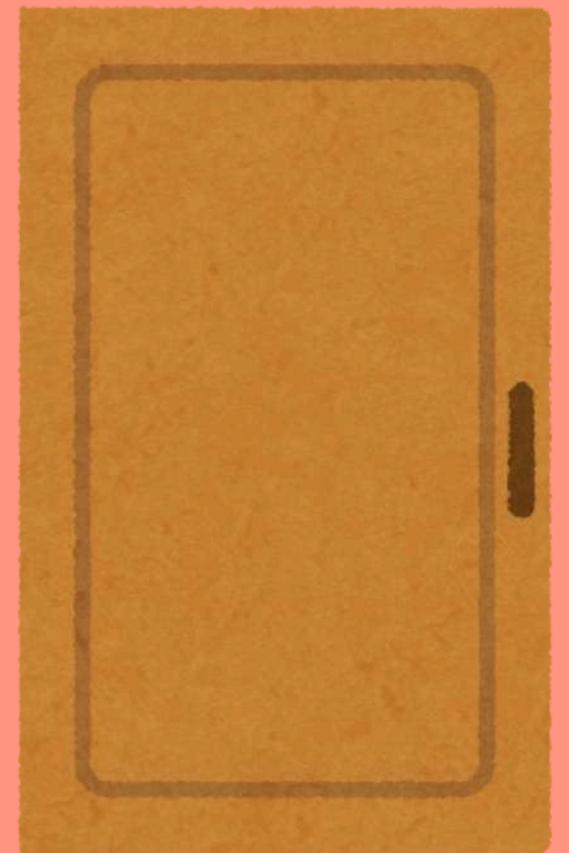
蒙迪. 霍爾悖論

這個猜謎的情節是美國電視益智節目「讓我們做個交易吧！」(Let's Make a Deal!)，主持人就是當時大名鼎鼎的蒙迪.霍爾 (Monty Hall)，而蒙迪以上的三門選擇問題又被稱為「蒙迪.霍爾悖論」(Monty Hall problem)。

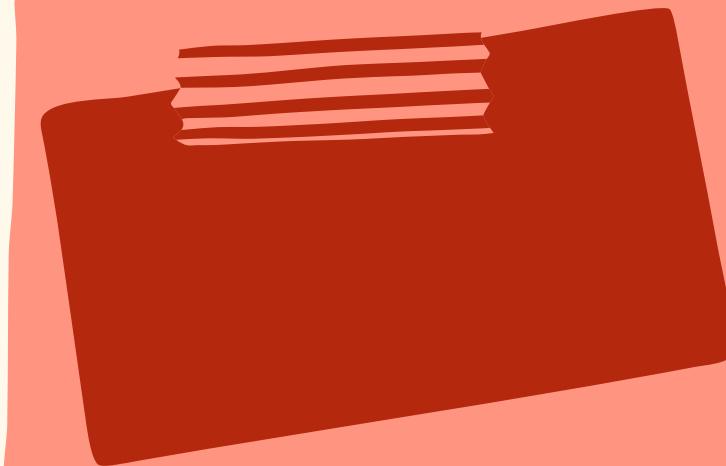
如果有100扇門呢

想像有 100 扇門，你選一扇，主持人打開 98 扇空門，只
剩你那扇和另一扇沒開。

你會換嗎？



I.2



1/3 機率選到車

2/3 機率選到羊

1/2 不換

1/2 換

1/2 不換

1/2 換



贏得車的機率是 $1/3 \times 1/2 = 1/6$

贏得山羊的機率是 $1/3 \times 1/2 = 1/6$

贏得山羊的機率是 $2/3 \times 1/2 = 1/3$

贏得車的機率是 $2/3 \times 1/2 = 1/3$

$$P(\text{得獎} | \text{換}) = p(\text{換了得獎}) / p(\text{換}) = 1/3 / (1/6 + 1/3) = 2/3$$

那如果現在有5個門，2輛汽車
主持人只幫你開一扇門呢

你會換嗎？

給個變化題，主持人想說不要對觀眾那麼好，在未被觀眾選中的 $N-l$ 道門中開啟 k 道後面有羊的門，總共有 A 輛車。那還要換嗎



1.5



回到游戏板

如果換門後中獎了代表先選到羊再換成車，所以一開始選到的門一定要是羊

$$P(\text{選到羊}) = (N-I)/N$$

在初選是羊的情況下，獎品一定藏在其他未開啟的門之中。

這時候未被開啟的門總共有 $N-I-K$ 扇門，車隨機分佈在這些門中。

$$P(\text{選到車}) = A/(N-I-K)$$

$$P(\text{選到羊}) * P(\text{選到車}) = [(N-I)/N] * A/(N-I-K)$$

I.6



回到游戏板

參賽者一開始選中的門是車且不換門的機率是 I/N ,

$$P(\text{換門得獎}) - P(\text{不換門得獎}) =$$

$$(A/N) * K / (N - K - I)$$

其中 $N-K$ 大於等於2， K 大於等於0， A 大於0

所以換門的機率一定比不換門的機率高!

你在三個行銷平台做投放（如 Google Ads、Facebook Ads、TikTok），初期你主力投在 Google Ads。後來數據顯示 Facebook 廣告表現明顯很差（被主持人「打開」）。

這時若你選擇從 Google Ads 轉向 TikTok（也就是「換門」），可能比持續砸錢在 Google Ads 更有效，尤其是初選平台時沒有充足數據。

心理學與p-hacking

2.0

类别二

在一項心理學實驗中，冥想訓練是否會影響人的10種不同認知能力(如記憶力，反應力，反應速度等等).研究者對同一組數據進行了10次獨立統計檢定.至少出現一次“型I誤差”的機率是多少？

2.I

类别二

設 H_0 :冥想對認知能力無效果

vs. H_1 :冥想對認知能力有效

果。

假設 H_0 為真(若 H_1 為真, 需要考慮鑑定力 $1-\beta$, 單這題只關注型一誤差的問題.)

类别二

在顯著水平=0.05的情況下.

顯著水平:

$P(\text{拒絕} H_0 | H_0 \text{為真}) = 0.05$

沒有型一誤差的機率就是

$$1 - 0.05 = 0.95$$

做了十次鑑定 = 0.95^{10}

至少一次型一誤差:

$$1 - (0.95)^{10} = 0.4013$$

沒有

2.3

类别二

當虛無假設 (H_0) 為真，某作正當時， $p < 0.05$ 的機率是 5%。若心理學論文報告 $p = 0.03$ ，心者宣稱“結果有 95% 信心確”。這個說法有問題嗎？

类别二

不行 ✗

p值的精確定義:在 H_0 為真的假設下,觀察到的當前數據的機率.

p值無法直接回答“假設為真的機率”. *
因為我們缺乏 H_0 本身為真的基礎機率.

类别二

如果天氣預報說今天會下雨,但是實際沒下的錯誤警報率.

假設 $p=0.03$ =若 H_0 為真,會有3%的機率看到這個錯誤.

但是假如今天下雨了,不能反推出天氣預報的準確率有97%.

类别二

一項研究同時檢驗“憂鬱症”與五種生物標記的關聯性.若希望整體型一誤差控制在0.05內,使用Bonferroni校正後,每個檢驗的顯著水平應設為多少?

2.8

类别二

為什麼需要Bonferroni?

做越多次鑑定後出現型一誤差的機率

會越大.這題的誤差機率是

$$1-(0.95)^5=0.226 \text{(遠大於0.05)}$$

原理:將顯著水平平均分給所有檢驗,確保“整體”錯誤率小於等於顯著水平

2.9

类别二

公式:顯著水準(單次)=顯著水準(整體)/檢驗次數. $0.05/5=0.01$

優點:簡單嚴格,控制整體錯誤率

缺點:過於保守(可能漏掉真是效應)

校正後只有 $p<0.01$ 的結果才算顯著,
降低型一誤差風險.

2.10

統計圖表的誤導



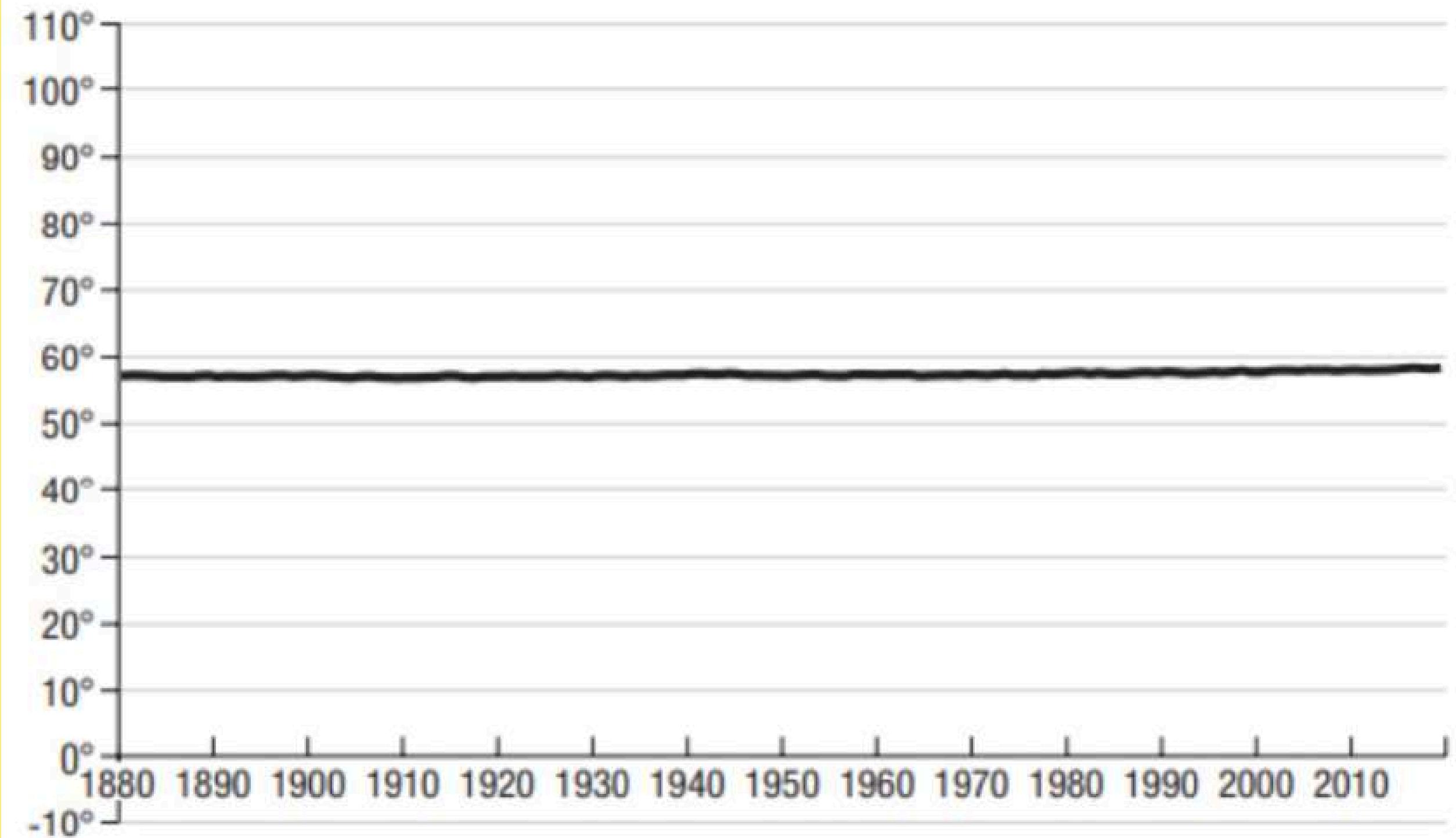
3.0



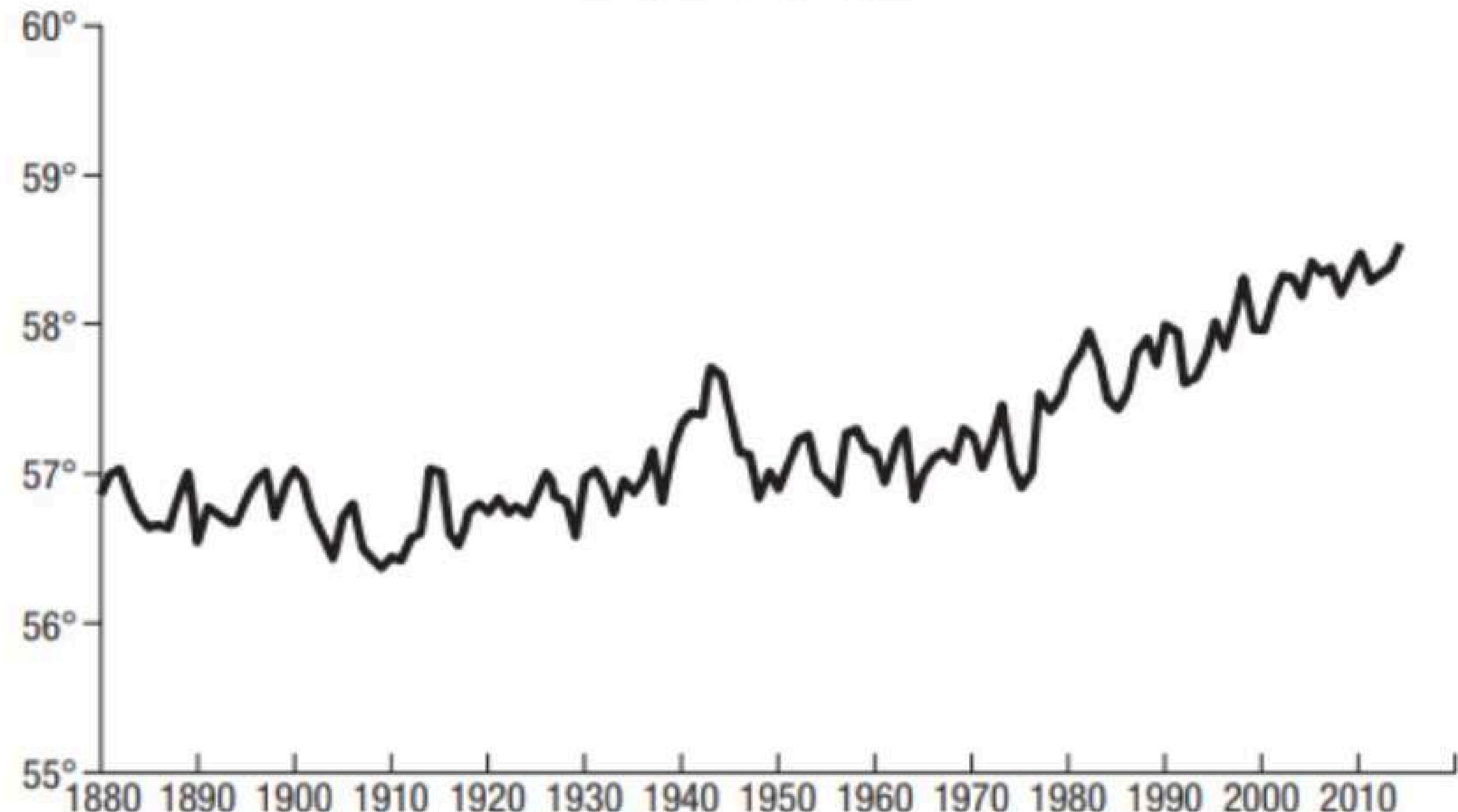
全球暖化圖表

3.2

1880 年～2019 年的全球（華氏）年均溫



平均全球年均溫



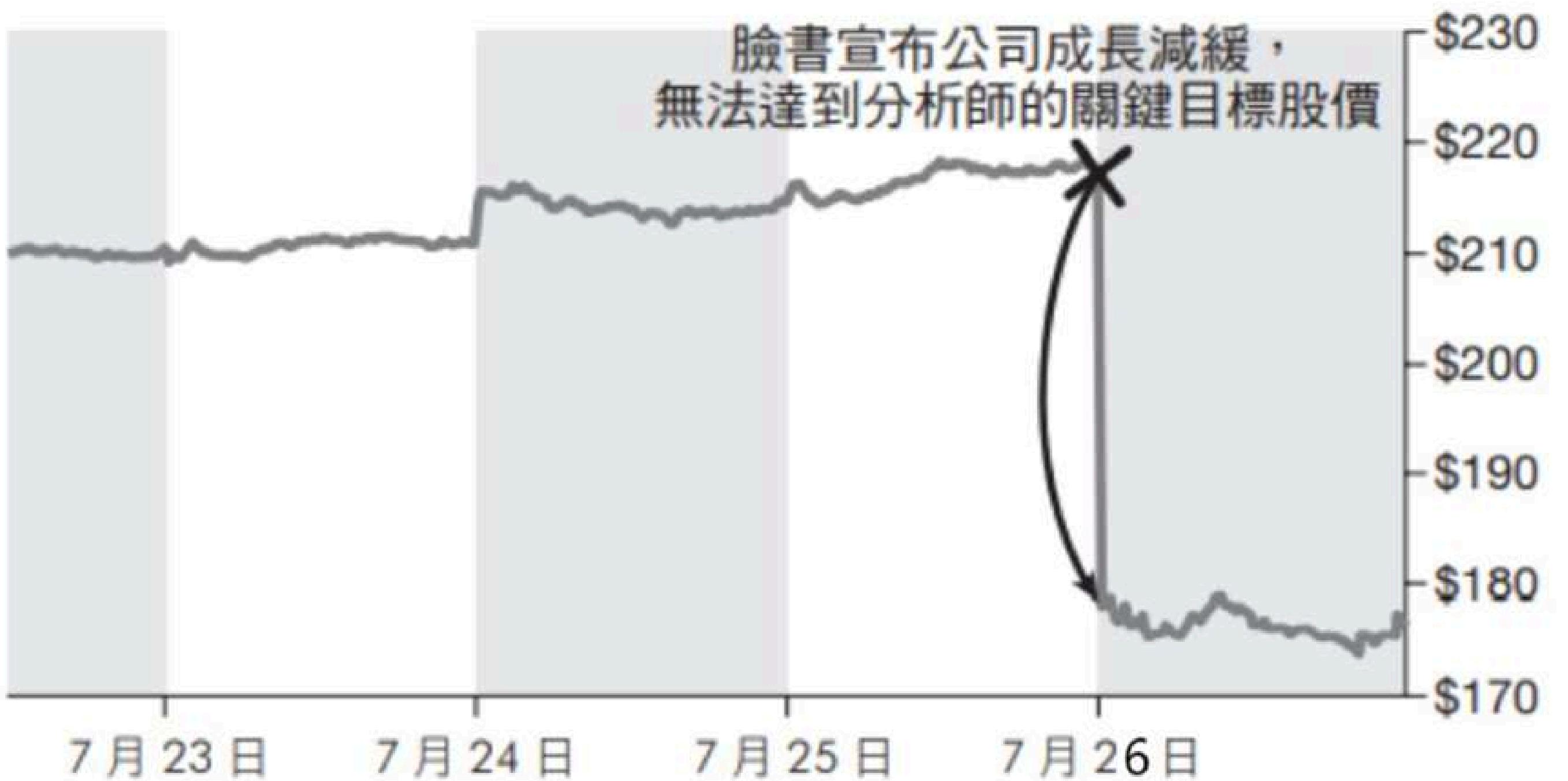
資料來源：美國太空總署（NASA）／哥達德太空研究院（GISS）

3.4

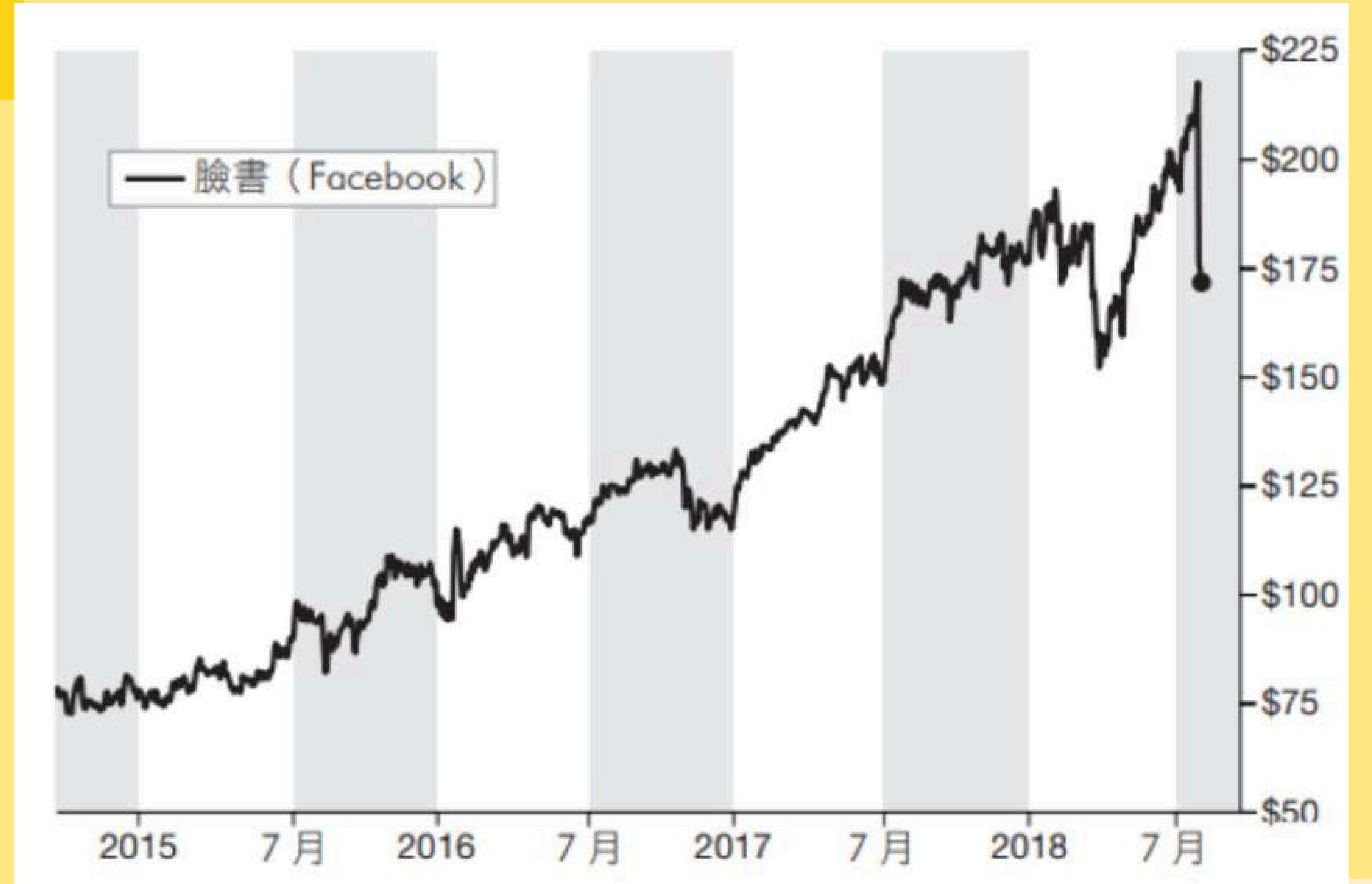
FB股價變化圖

3.5

臉書宣布公司成長減緩，
無法達到分析師的關鍵目標股價



3.6

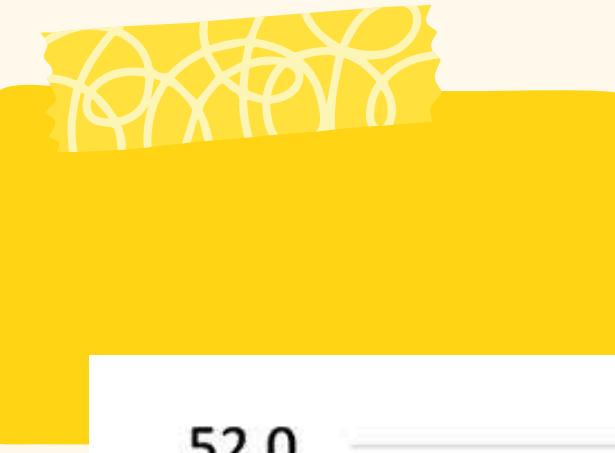


3.7

民調圖表



3.8



52.0

51.0

50.0

49.0

48.0

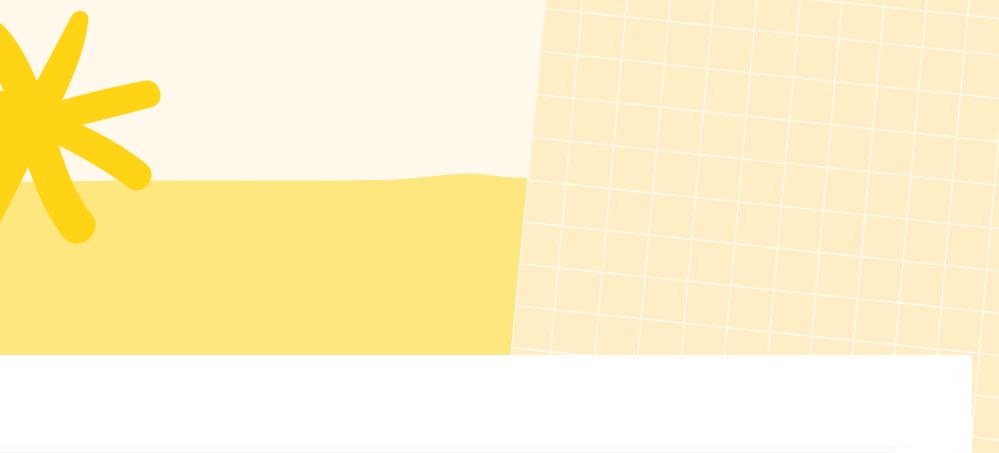
47.0

46.0

支持

反對

圖 1



100.0

80.0

60.0

40.0

20.0

0.0

48.1

支持

51.9

反對

圖 2



3.9

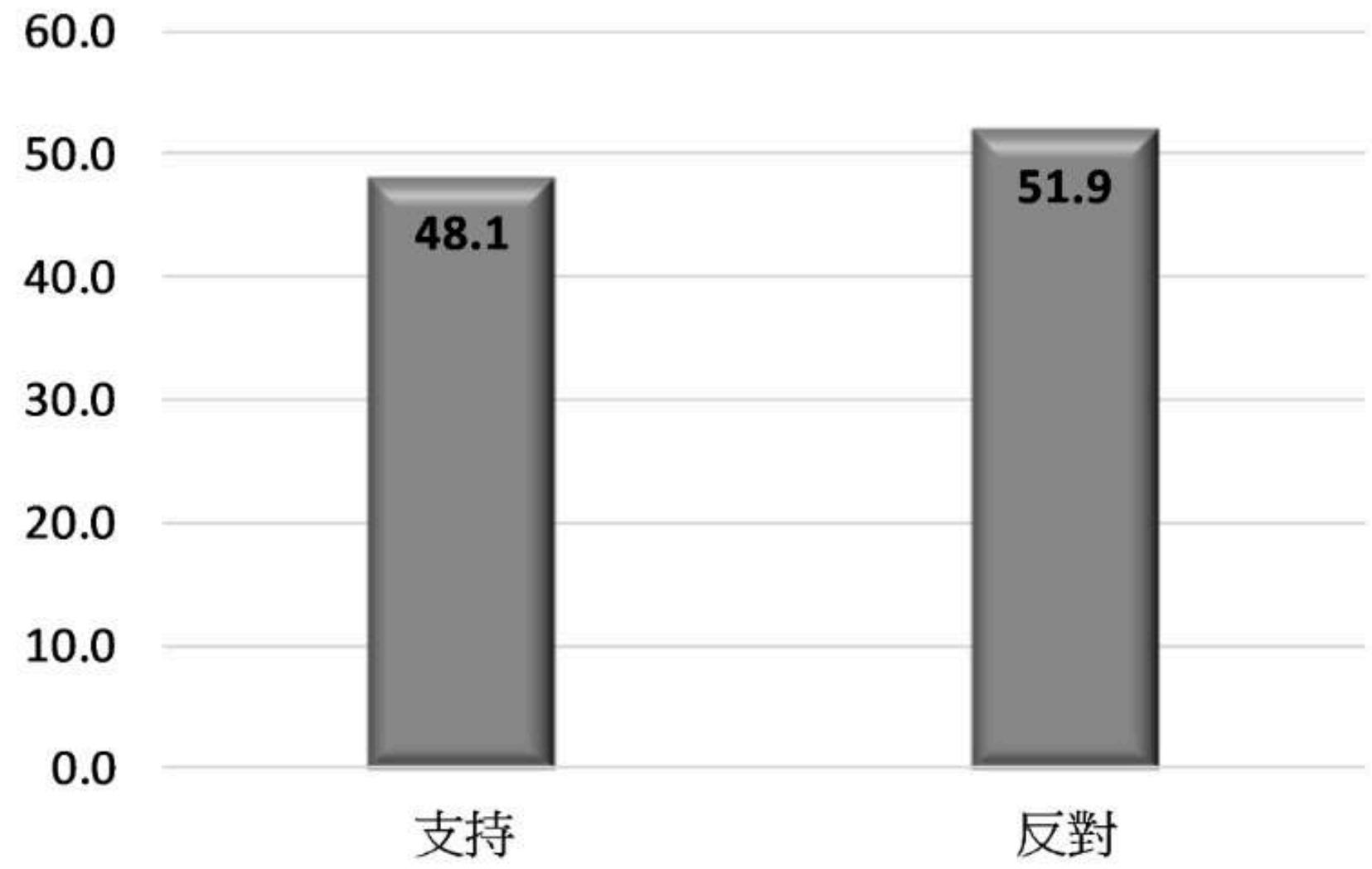


圖 3

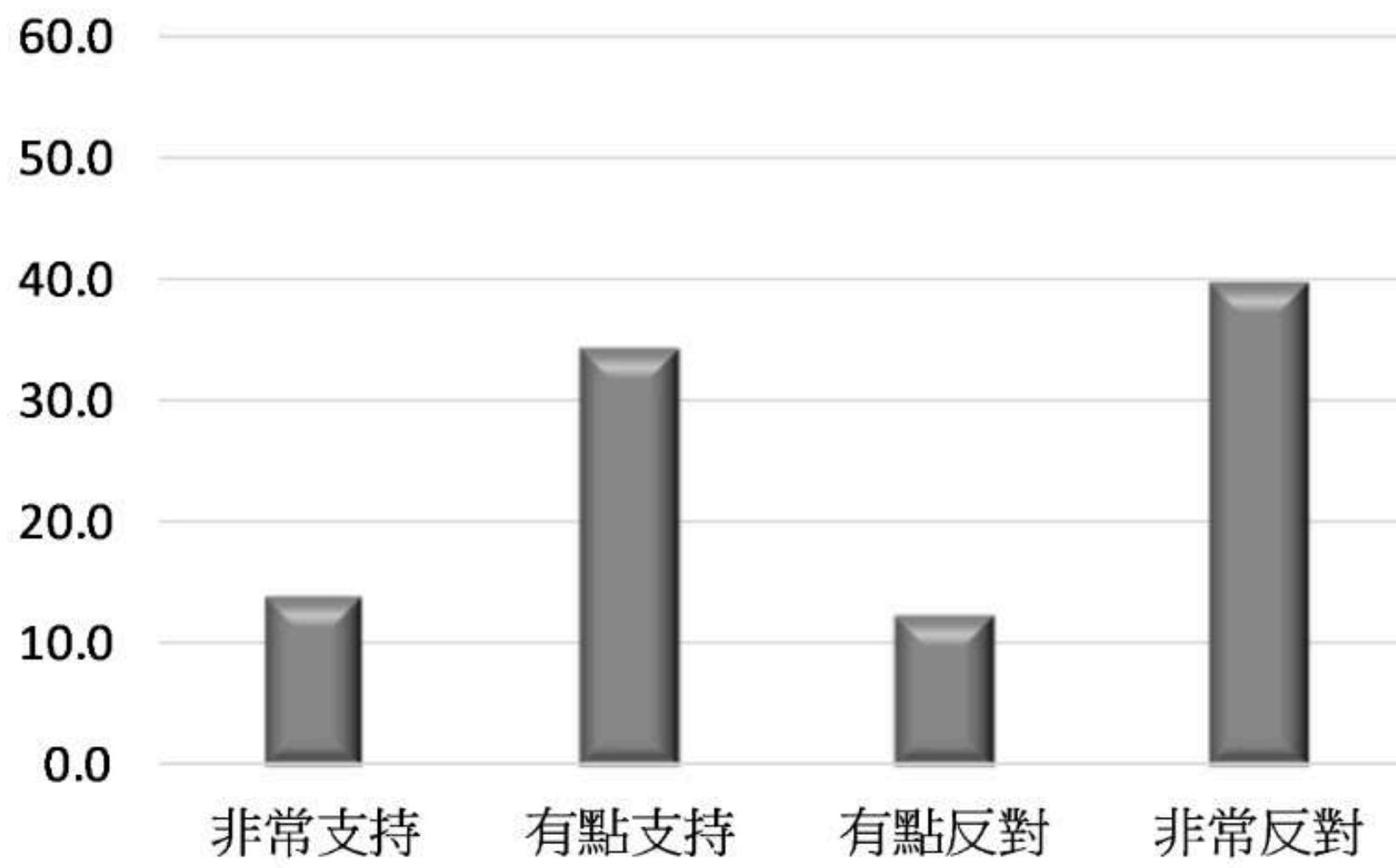


圖 4

类别四

為什麼賭場永遠贏？

回到游戏板



4.0

类别四

几乎每一種賭博遊戲，不管是輪盤、二十一點、百家樂、老虎機，規則設計上都讓賭場率高，但若下注莊家贏會被抽5%佣金。

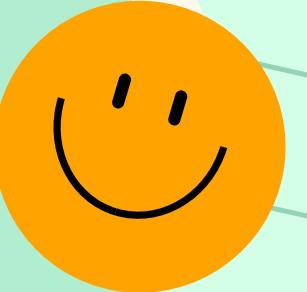


回到游戏板

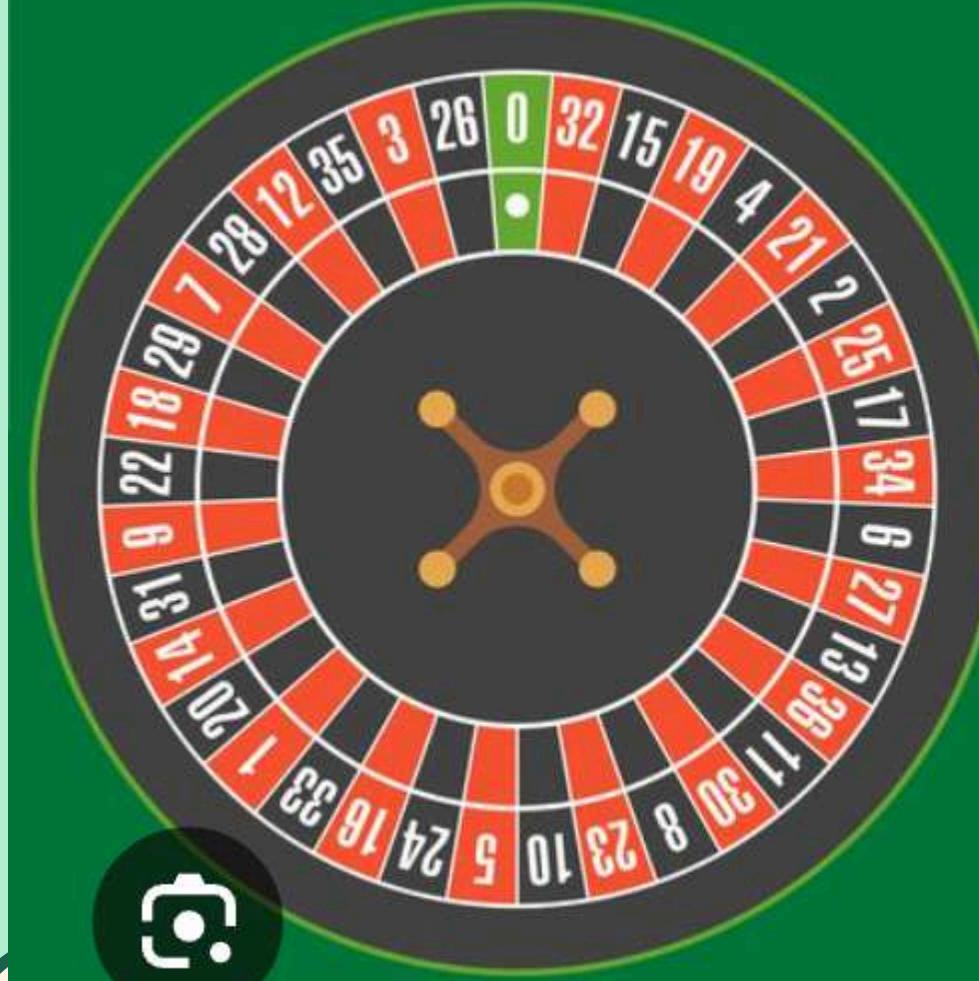
- 老虎機則透過機率控制，讓回報率低於100%，例如玩家每投100元，期望只能拿回90元。
- 這種設計讓即使短期內玩家贏錢，長期下來賭場總是穩賺。



4.1



美式輪盤



0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	2 to 1
0	2	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	2 to 1
0	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	2 to 1
1st 12					2hd 12					3rd 12			
1-18		EVEN			◆		◆		ODD		19-36		



1,200 × 506

4.2



回到游戏板



例子：美式輪盤 (Roulette)

輪盤有數字 1–36，加上 0 和 00（總共 38 個格子）。你下注紅色（有18個紅色號碼）：

- 贏的機率 = $18 / 38$
- 輸的機率 = $20 / 38$
- 贏了拿回下注金額 + 同額獎金
- 假設你下注 \$1：

計算期望值：

$$EV = (18/38) \times 1 + (20/38) \times (-1) = \frac{18 - 20}{38} = -\frac{2}{38} \approx -0.0526$$

👉 每下注 \$1，平均會輸 \$0.0526（約5.26%）。

這個 -5.26% 就是「**賭場優勢**」。

4.3

Thank you