



第四組

(2011高年級春季)

組員: 賴龍斌 柯哲恩 蔡沁倫 溫俊智 何義勤 曾柏儒

題目翻譯

1. Baron Munchausen 有一套 50 枚硬幣。每個的質量都是一個不同的正整數且不超過 100，總質量是偶數。男爵聲稱不可能將硬幣分成總質量相等的兩堆。男爵能說對嗎

2. 在坐標空間中，矩形框的八個頂點中的每一個都有整數坐標。如果立體的體積是 2011 證明長方體的邊平行於坐標軸。

3. (a) 是否存在兩個橫截面相似的無限大三角梁 但不是全等三角形？
(b) 是否存在一個無限三角形梁，它的兩個橫截面分別是邊 1 和邊 2 的等邊三角形？

4. 有 n 根紅棒和 n 根藍棒。每種顏色的棍子總長度相同，並且可以用來構造一個 n 邊形。我們希望用每種顏色重繪一根棍子，這樣每種顏色的棍子仍然可以用來構造 n 邊形。
(a) $n=3$? (b) $n>3$?


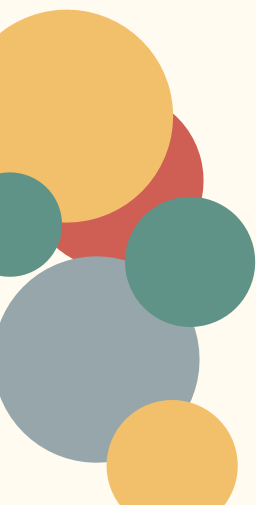
題目翻譯

5. 在凸四邊形 $ABCD$ 中， BC 平行於 AD 。兩條圓弧 ω_1 和 ω_3 通過 A 和 B 並且在 AB 的同一側。兩條圓弧 ω_2 和 ω_4 通過 C 和 D 位於 CD 的同一側。 ω_1 、 ω_2 、 ω_3 和 ω_4 的度量是 α 、 β 、 β 和 α 分別。如果 ω_1 和 ω_2 在外部彼此相切，證明 ω_3 和 ω_4 也是。
6. 在方表的每個單元格中都有一個數字。每行中最大的兩個數之和是 a ，每列中最大的兩個數之和是 b 。證明 $a = b$ 。
7. 在一群程序員中，每兩個要嘛彼此認識，要嘛不認識。其中十一人是天才。兩家公司一次聘用一名，交替聘用，並且可能不會雇用已經被另一家公司雇用的人。沒有條件顯示公司第一輪可能招聘的程序員。此後，公司只能雇用一名知道該公司已僱用的另一位程序員的程序員。不管其他公司的戰略如何，公司僱傭第二個程序員去網羅十個天才是否可行？



探討題目

Baron Munchausen 有一套 50 枚硬幣。每個的質量都是一個不同的正整數且不超過100，總質量是偶數。他聲稱不可能分裂 硬幣分成總質量相等的兩堆。這句話是對的嗎？



解答時間

- 硬幣皆正偶整數，又有50個不超過100，即為2、4、...、100
- 先計算總重量: $2+4+6+\dots+100=(2+100)*50/2 \Rightarrow 51*50$
- 所以可以知道若分為兩堆的話，一堆為 $25*51$
- 但硬幣的重量皆為偶數，無法分成奇數重量堆

所以此人說的是對的





延伸

問題

解答

若改成硬幣個數推廣到 n 個，
是否能分成兩堆呢？

N 為項數

$$2+4+\dots+2N=(2+2n)/2=(n+1)n$$

$\rightarrow n+1, n$ 不為4的倍數
則不可分兩堆



謝謝大家