

第四組書面報告

一、數學謎語

1. 謎語：

(1)問題：

以下式子經由一些數學計算，可以發現這個算式其實是一個節日！

請問這個節日是什麼？你是如何推導出來的呢？

$$y = \frac{\ln(\frac{x}{m} - as)}{r^2}$$

答案與解析：

由 $y = \frac{\ln(\frac{x}{m} - as)}{r^2}$ ，可推得 $r^2 y = \ln(\frac{x}{m} - as)$

左右兩邊同時以自然指數e為底數，得 $e^{r^2 y} = \frac{x}{m} - as$

左右兩邊各乘上m，得 $me^{r^2 y} = x - mas$

將左式改寫一下，可得 $me^{r^2 y} = x - mas$

因此，可看出，推導出此算式指出的是聖誕節。

(2)問題：

甲和乙各說各話起爭執，請丙來評理。甲： $\sqrt{4}$ ，乙： $\sqrt{5}$ ，請問誰吵贏了？

答案與解析：

甲吵贏了，因為丙給甲的是有理數，給乙的是無理數，所以甲是言之「有理」的一方。

(3)問題：

為什麼sin和cos一起唱歌總是會吵架？

答案與解析：

因為sin和cos的週期差了 $\frac{\pi}{2}$ ，以口語化的中文來說便是「半 π 」。所以其中一人會慢半拍。

(4)問題：

有一天三次函數打電話給二次函數，三次函數一聽到就說：喂喂喂，然後二次函數就不見了！請問這是怎麼回事？

答案與解析：

因為二次函數被喂(微)三次會等於0。

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f'(x) = 2ax + b$$

$$f''(x) = 2a$$

$$f'''(x) = 0$$

2. 笑話：

(1)<18禁笑話>

\sin 問 \cos 說今天晚上要 \tan 還是 \cot ?

可見 \sin 與 \cos 有非比尋常的關係~

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \quad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

(2)<微積分笑話之一>

某天，一位同學和微積分教授說：「教授啊，我今天心情很不好耶…」

教授就說：「那我用微積分來幫你卜卦看看好不好？」

於是，教授就要求同學隨意寫下兩個字，同學雖然半信半疑，但是還是寫了「麻煩」二字。

教授看了之後，笑笑地說：「你一定是被爸媽罵了。」

同學大驚：「哇塞！教授，你怎麼那麼厲害，一下就猜到了！」

教授說：「你別急，我來慢慢解釋給你聽。」

教授不急不徐地解釋：「首先我們先用一次微分把麻煩的「麻」字的蓋子微掉，不就剩下「林」了嗎？然後也把「煩」這個字用二次微分，分別把「火」和「乚」去掉，剩下的字就是「貝」。」

「此時我們可以得到「林貝」二字，這就說明你被你爸罵了！」

正當同學張大嘴巴說不出話來時，教授又繼續說了下去：「還沒完喔，現在再把剩下的「貝」字再做一次微分，把下面的「八」去掉，就得到「目」這個字。」

「因此我們又得到「林目」二字，這說明你也有被你媽媽罵！」

(3)<微積分笑話之二>

某天上微積分課時，教授提到了在坐標軸上的積分，學生們看著滿滿的黑板公式，趕緊在下面抄筆記，但是心似乎都不放在課堂之上。

講到一半，教授問一位女同學：「要先積甚麼？」

女同學被突如其來的問話嚇了一跳，緊接著說她不會，教授再問全班同學，也沒有人回答。

這時教授突然大吼一聲：「雞歪啦！連這個都不會。」

全班同學當場嚇了一大跳，教授竟然開口飆髒話！

結果仔細一看，才發現教授正在積 y 軸…

二、滑出新世界-華容道

1. 基本介紹: 在一百多年之前有一個數學謎題專家羅德Samuel Loyd 引進一個謎題玩具叫做「15-謎題」；這個玩具又叫數學推盤遊戲，數字華容道。

2. 遊戲規則:

在 mxn 的棋盤中有 $mxn-1$ 個方塊，玩家不允許拿起方塊，只可向平行或垂直的方向移動方塊，讓所有的方塊順著某一個數字的次序排列。常見的玩法是移動最少次數，或者用最少的時間來完成遊戲。

3. 說明原理:

這個謎題的原理其實是與數學裡的「排列群」有關，為了容易讓大家容易瞭解其中的道理，我們將「15-謎題」簡化為「5-謎題」的推盤，也就是 2×3 的欄柵；其中有兩列三行，如圖上面依序有標著1、2、3、4、5的號碼牌，加上一個空位在右下角。

1	2	3
4	5	

如果把最開始的形式視為12345，則最後的形式可視為一個動新的排列15243，2跑到原來3的位置，3跑到原來5的位置，而5佔住原來2的位置。這個新的排列在數學上也可以看成一個函數 $f: A \rightarrow A$ ，其中 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 而且 $f(1) = 1$, $f(2) = 3$, $f(3) = 5$, $f(4) = 4$, $f(5) = 2$ ，所以2、3、5三個數形成一個循環，即 f 將2映到3，再將3映到5，最後將5映回2，而 f 將1與4保持不動，我們就將 f 記為(235)並規定(352)與(523)是與(235)一樣。

1	2	3
4	5	

 \rightarrow

1	2	
4	5	3

 \rightarrow

1		2
4	5	3

 \rightarrow

1	5	2
4		3

 \rightarrow

1	5	2
4	3	

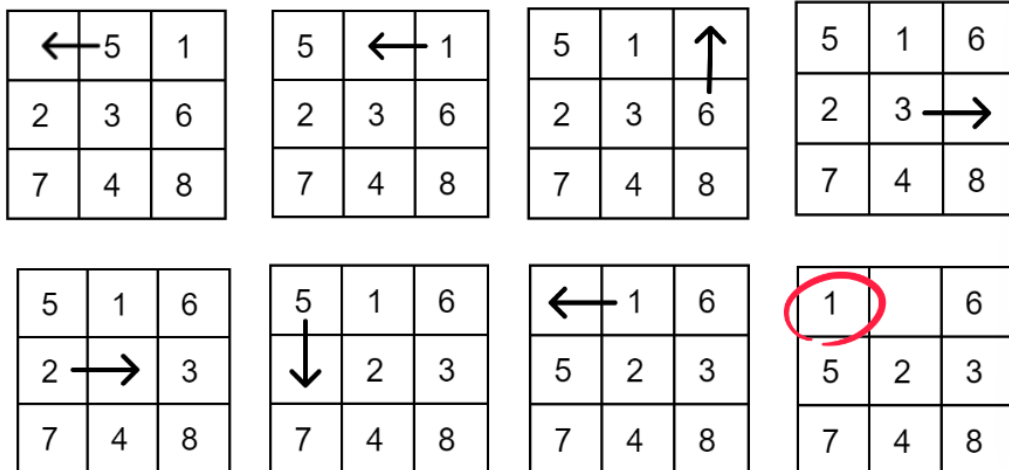
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

4. 練習題題目:

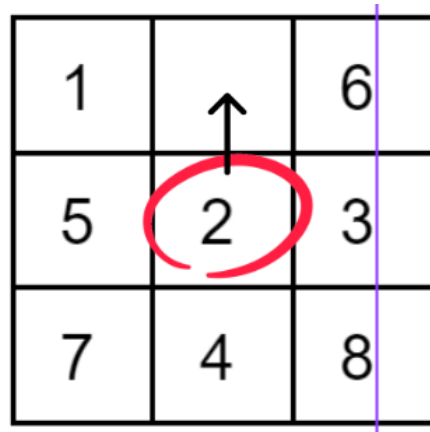
	5	1
2	3	6
7	4	8

5. 練習題講解:

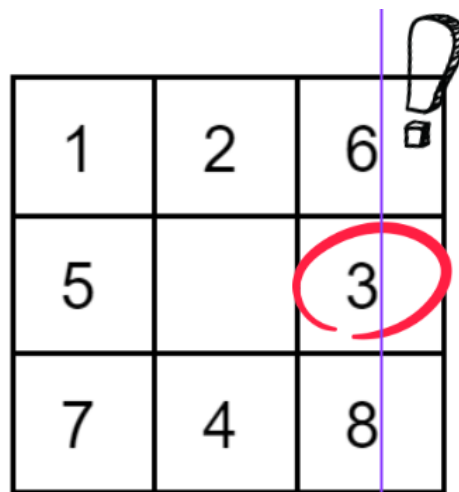
step1. 從頭開始先把1擺好



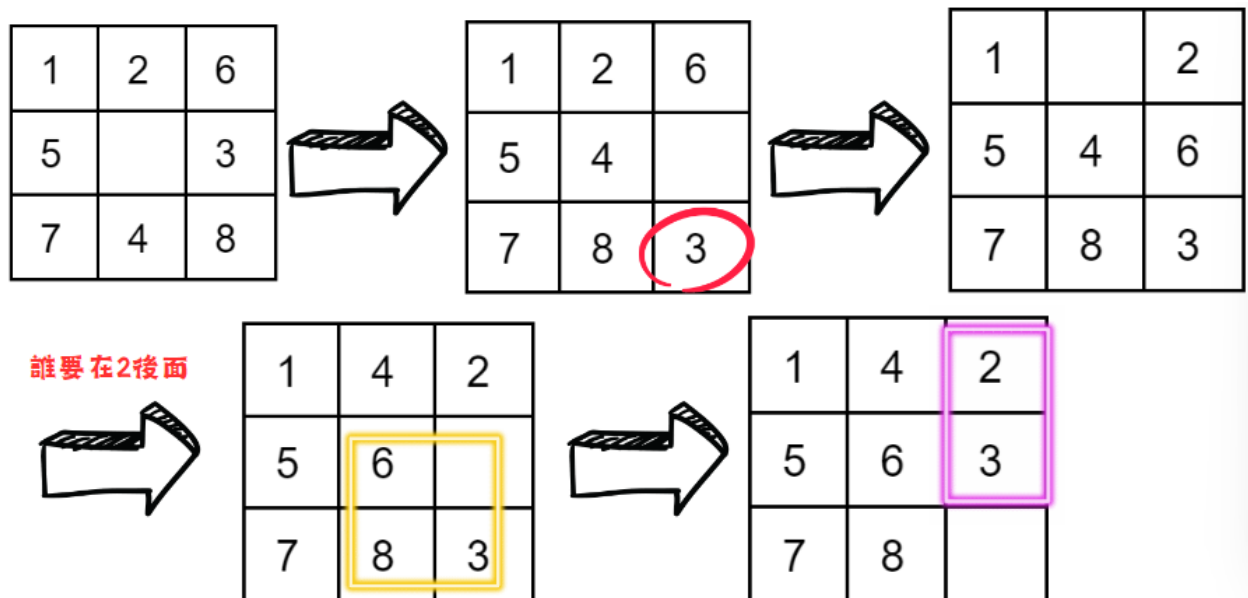
step2. 誰在1後面



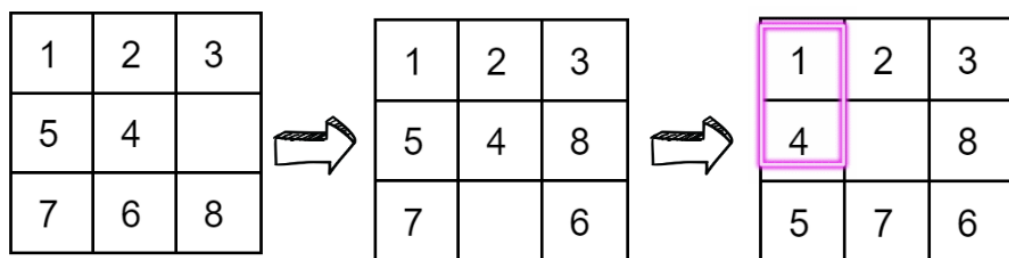
step3. 誰在2後面



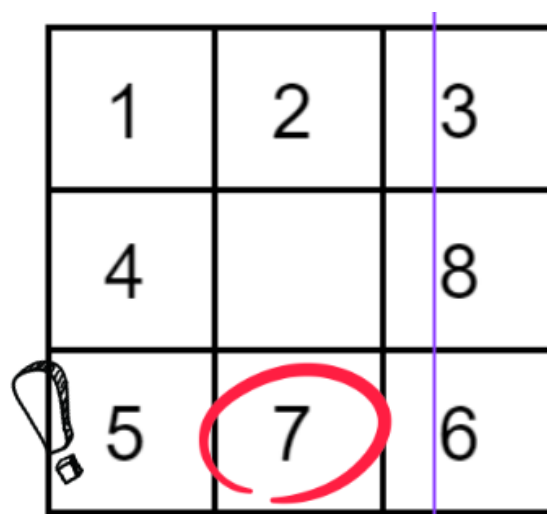
假動作！先把3移出循環群



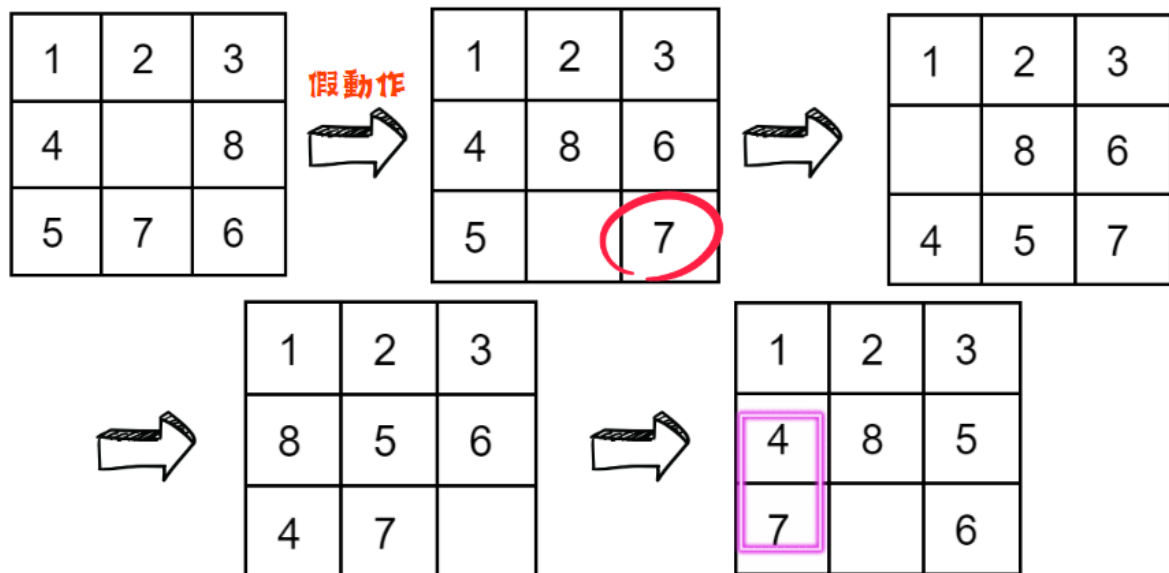
step4. 剩下兩排時採直式順序誰在1下面



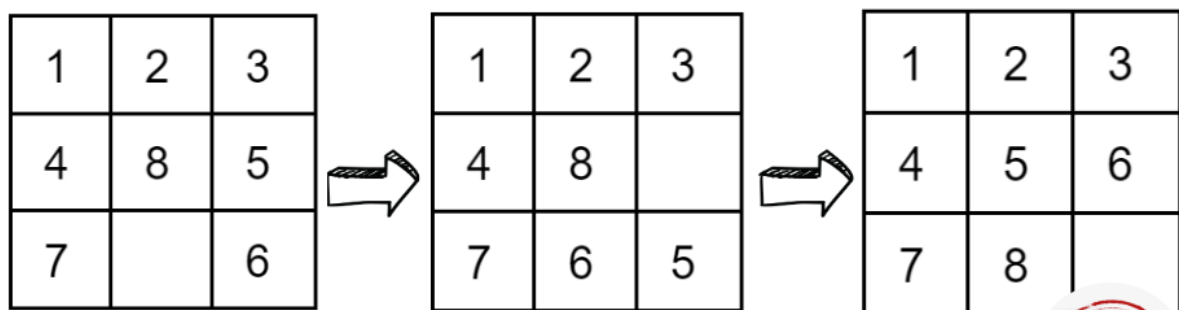
step5. 剩下兩排時採直式順序誰在4下面



假動作！先把7移出循環群



step6. 剩下最後三個就是一個小循環了



6. 推廣：以上範例為3x3，可推廣至nxn，其要領皆相同

❶ 誰在誰後面 ❷ 假動作 ❸ 剩最後兩排時走直線

三、原來可以這樣翻-翻烏龜

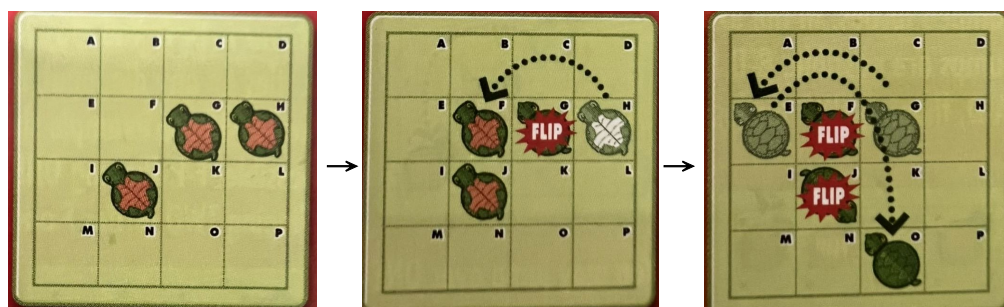
1. **基本介紹:**這是一款桌遊，由於遊戲規則說明是英文版，加上翻譯後的結果，我們將此桌遊稱為「翻烏龜」。

2. 遊戲規則:

- (1)根據卡牌的題目，擺放翻肚的烏龜至棋盤上，總共有15隻烏龜
- (2)遊戲目標是讓棋盤上的烏龜全部翻正，開始時可任意拿取一個翻肚的烏龜，被此烏龜跳過即可翻正
- (3)烏龜只能跳過一個，或是兩個，可跳對角線
- (4)卡牌從第1關至第40關，簡單到難，背面會附上最佳解答

3. 遊戲規則示範:

ex: 卡牌題目



(影片操作:<https://drive.google.com/drive/folders/1upgNujltKLt4ugoIgojzFBqs6DCE3Hj4>)

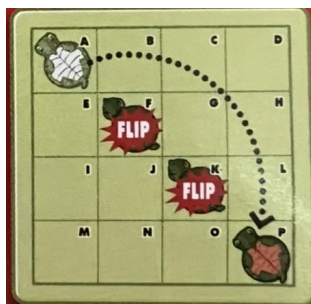
ex: 可對角跳

(1)



(影片操作:https://drive.google.com/drive/folders/1v04SWS1V0wREOb0_HrENo6f3vuMuxeVp)

(2)



(影片操作:<https://drive.google.com/drive/folders/1fS5CtJCzY5PfpqcuEBTWcAVirmJdkqqm>)

4. 練習一(第20關)

(1)題目：



(2)解答：



A-K

N-H

D-LJ

F-N

P-F

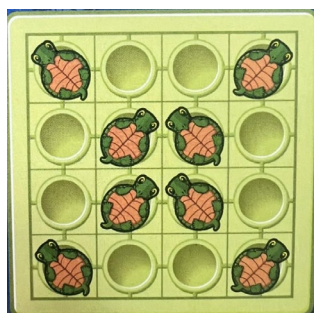
K-AC

(8 jumps)

(影片操作：<https://drive.google.com/drive/folders/1-4K7YDM3g9ZbhRzc4R9Iijiw0e01GoW>)

5. 練習二(第30關)

(1)題目：



(2)解答：



F-H

D-LB

A-CO

P-FN

M-PF

G-E

(10 jumps)

(影片操作：<https://drive.google.com/drive/folders/1Av4tUF061LHDrQMR2tx-724vP2bgkyy1>)

6. 挑戰題(40關)

(1)題目：



(2)我們的想法：

1. 先處理邊(不含4角)

(影片操作：https://drive.google.com/drive/folders/1myfk-qJN7lsp6PuIQ30VkJb_hmXm_mmA)

2. 再把下面的2個角翻正

(對角線的小技巧：https://drive.google.com/drive/folders/1c7RvbGEAurx_k-0x4hPRy7DUGI9VKQy1)

(影片操作：<https://drive.google.com/drive/folders/18acCy8oIzUpftQmd0zFexh8N8WMjqHAD>)

3. 再把右上翻正

(影片操作：<https://drive.google.com/drive/folders/1fpQ1Z5abdP5yE4h7KIA1rUCQg8TW9ohd>)

4. 再把剩下的翻正

(影片操作：<https://drive.google.com/drive/folders/17d7gyVSE6oZdua0cMKYVXQWQfLBiZrC1>)

(3)解答：



A-K D-P M-P

D-A L-D E-M

B-D I-L H-E

N-B A-I N-H

F-N D-A P-N

P-F P-D M-P

(18 jumps)

(影片操作：https://drive.google.com/drive/folders/1DivEg_1khcQXvf2Ju5VTFp4skUfDwJ72)

(4)總結：

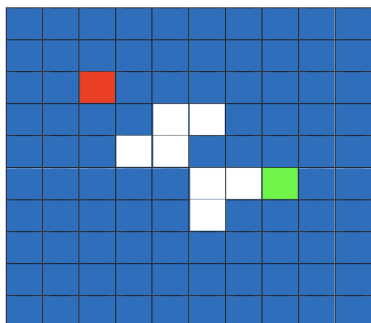
我們的做法為先處理邊，而解答把2個角處理完再處理邊，會比較省步數

四、優秀的騎士

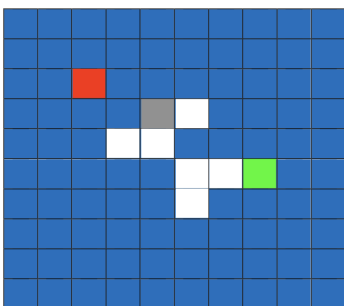
(一) 規則說明：遊戲玩家須遵從「馬走日」的規則，從起點開始，完美經過所有沿途點，最終到達終點，即可通關。(註：所有點都需要經過且僅經過一次)

(二) 例題示範：

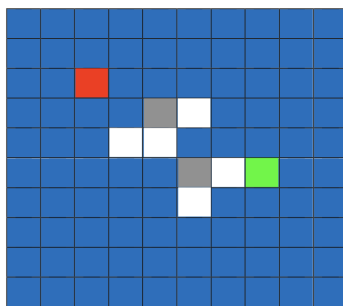
2-1 題目：



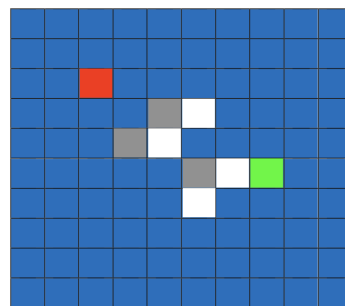
2-1 解答：



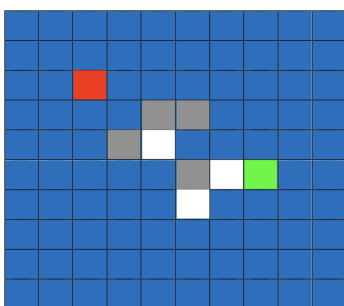
(第一步驟)



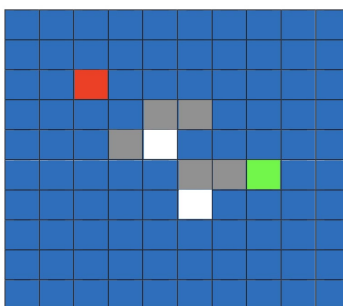
(第二步驟)



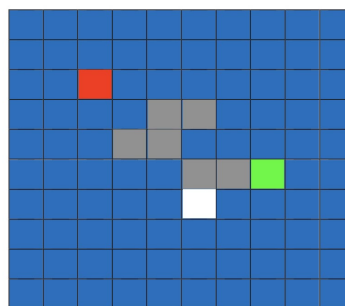
(第三步驟)



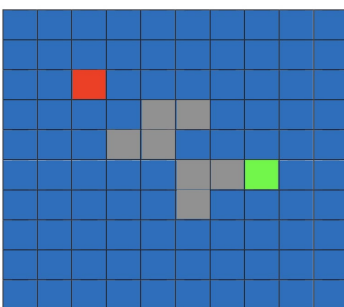
(第四步驟)



(第五步驟)

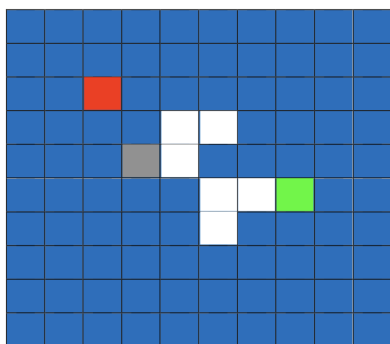


(第六步驟)

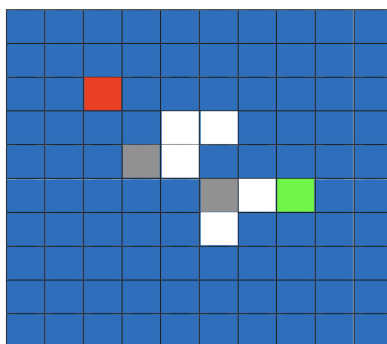


(第七步驟) 完成

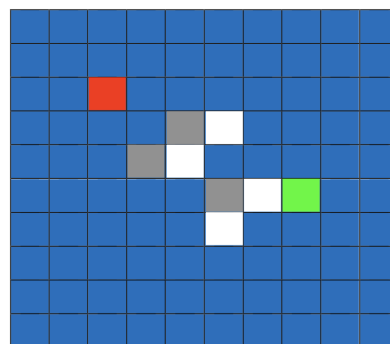
2-1錯誤示範：



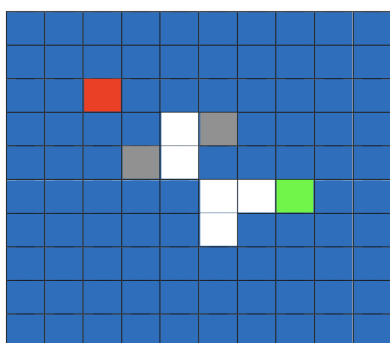
(第一步驟)



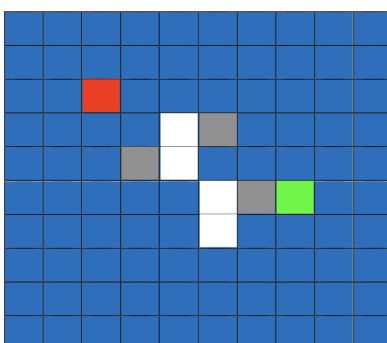
(第二步驟)



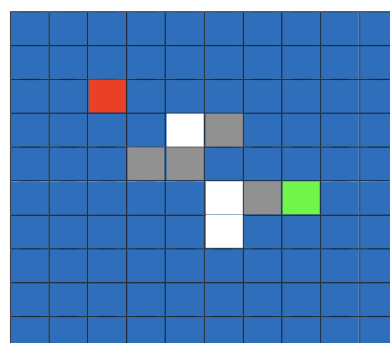
(第三步驟) 無法前進



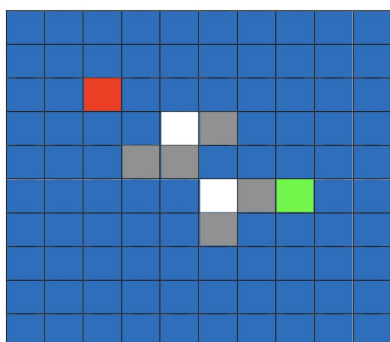
倒退回 (第二步驟)



(第三步驟)

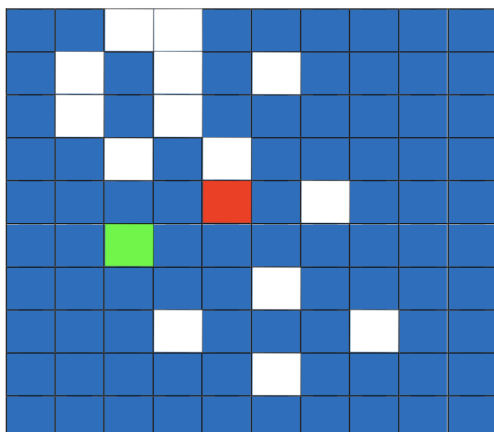


(第四步驟)

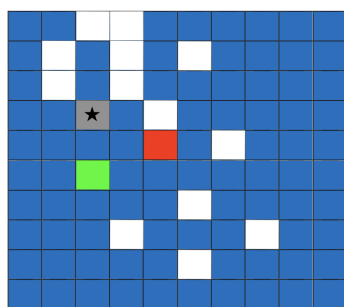


(第五步驟) 尚未經過所有點

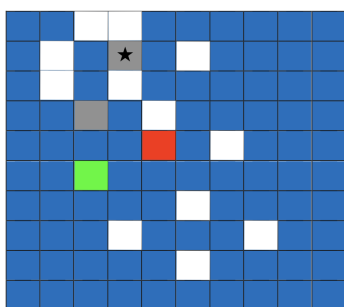
2-2題目：



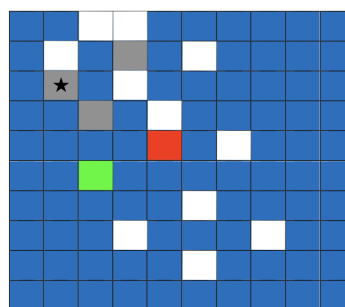
2-2解答：



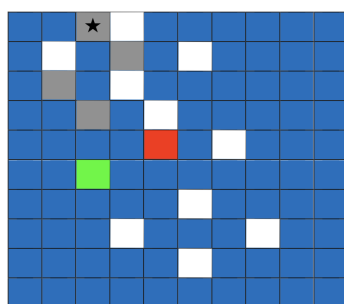
(第一步驟)



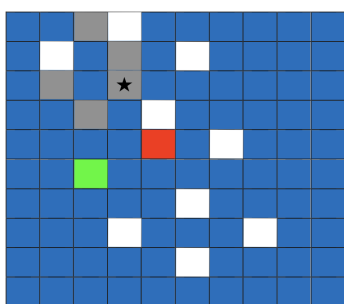
(第二步驟)



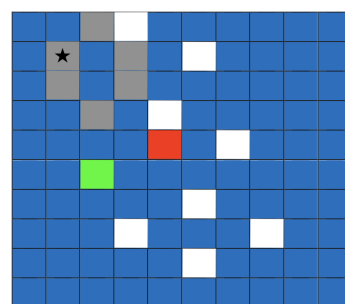
(第三步驟)



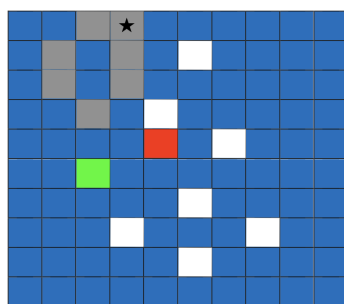
(第四步驟)



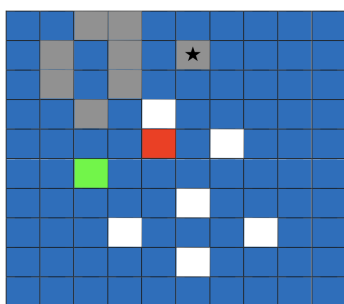
(第五步驟)



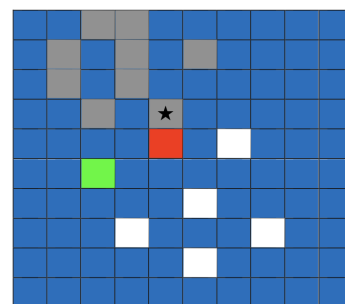
(第六步驟)



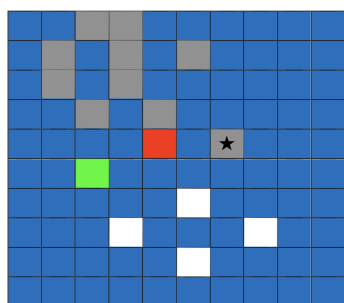
(第七步驟)



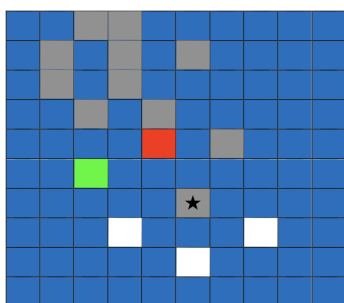
(第八步驟)



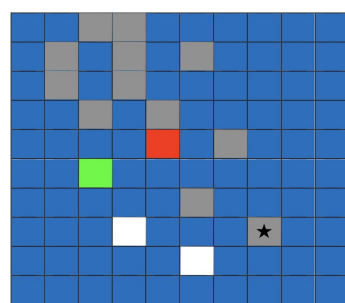
(第九步驟)



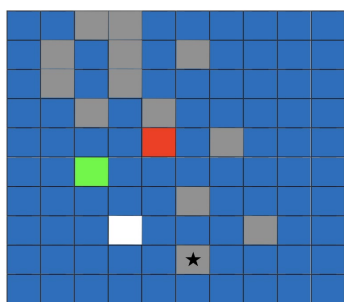
(第十步驟)



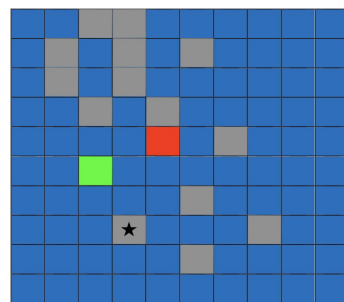
(第十一步驟)



(第十二步驟)

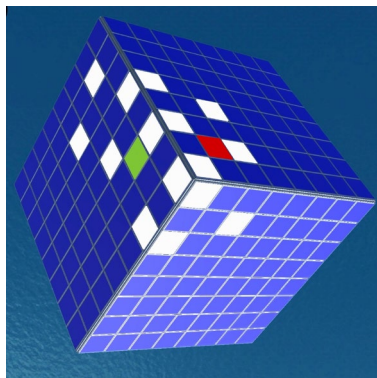


(第十二步驟)

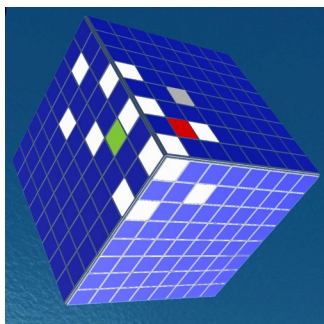


(第十三步驟) 完成

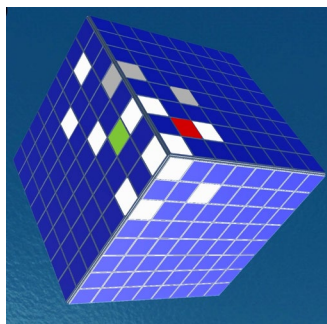
2-3題目（進入立體環節）：



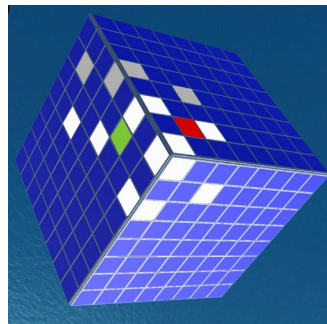
2-2解答：



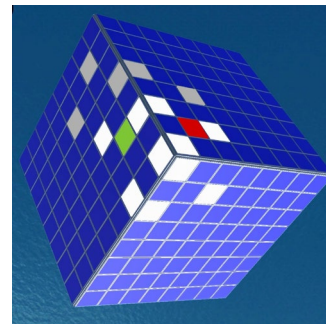
（第一步驟）



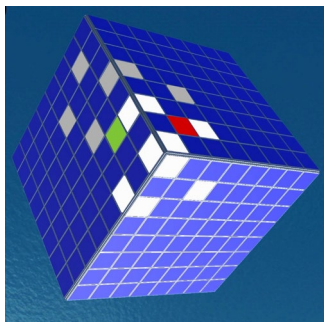
（第二步驟）



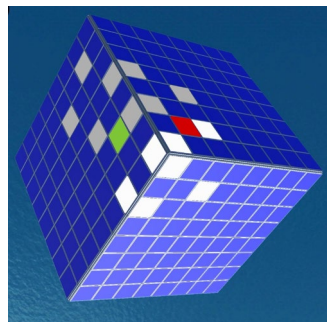
（第三步驟）



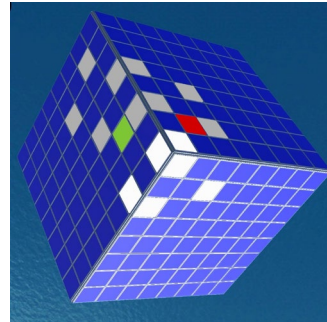
（第四步驟）



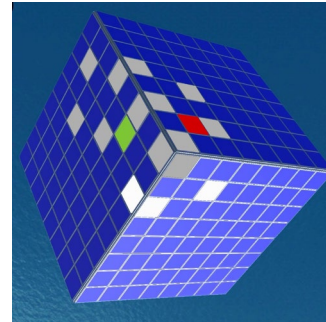
（第五步驟）



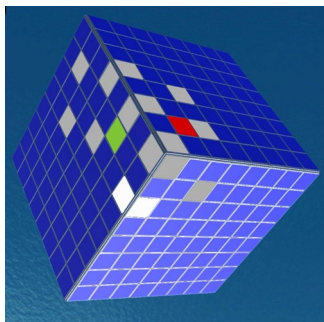
（第六步驟）



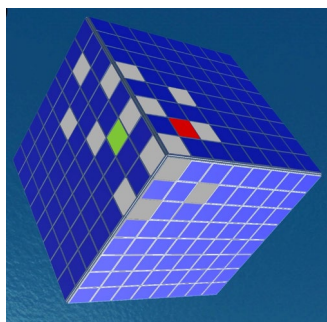
（第七步驟）



（第八步驟）



（第九步驟）



（第十步驟）完成

總結：因為每個點必須經過，且僅經過一次，因此我們可以視為題目屬於唯一解。
但是，請注意，並非任意的出題一定有解，有些題目可能無解，而無解之題在此報告我們並不探討。

五、參考資料：

1. 數學笑話，笑話數學(昌爸工作坊): <https://reurl.cc/0lg5WA>
2. 數學好的人才懂的笑話(深卡):<https://reurl.cc/QXnymM>
3. Handout Ch3 實習:<https://reurl.cc/4o5AGD>
4. 華容道萬用破解教學:
<https://www.youtube.com/watch?v=DRsk5j-J4gs>
5. 科學月刊-玩具中的數學:
<https://www.scimonth.com.tw/archives/4865>
6. 立方騎士參考影片:
<https://www.youtube.com/watch?v=C6w6w26xX-A>