

環球城市數學競賽 (2009年)

組員:411031116 楊子毅 411031117 劉秉翰

411031118 張銓敏 411031121 戴士成

411031125 陳宣睿 411031128 蔣一豪

第一題 分類:幾何

- 一個矩形被分解成幾個較小的矩形。有沒有可能對於任意兩個矩形，連接它們中心的線段與第三個矩形相交？

第二題 分類:數列

- 設一個由不同的正整數組成的無限序列，使得每一項（除了第一項以外）是該項前後兩項的算術平均值或幾何平均值。它是否意味著從某個項開始序列變為算術級數或是幾何級數？

假設 $a_{2k-1}=k^2$ 、 $a_{2k}=k(k+1)$

$$\sqrt{a_{2k-1}a_{2k+1}}=\sqrt{k^2(k+1)^2}=k(k+1)=a_{2k}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(a_{2k}+a_{2k+2})&=\frac{1}{2}(k(k+1)+(k+1)(k+2))=\frac{1}{2}(k+1)(2k+2)\\&=(k+1)^2=a_{2k+1}\end{aligned}$$

➡ 因此可知這個數列是由等差、等比數列交叉而成
不是單一種數列組成

相似題

- 1
- 11
- 21
- 1211
- 111221
- 312211
- 13112221
- 1113213211

- 31131211131221
- 13211311123113112211

- _____

11131221133112132112212221

相似題

- 1248、3612、973、1610、_____771
- 6、2、8、2、10、18、4、_____12
- 1、1、4、3、9、_____5、16、7、25、9

第三題 分類:數論

- 將一塊方形板分成 10×10 的正方形板，每個正方形板上都包含一個芯片。可以選擇含有偶數數量的芯片的斜線並從中取走任何數量的芯片。找出最大的芯片數可以通過這些操作從板上移除。

第四題 分類:幾何

- 三個平面將一個平行六面體解剖成八個六面體，而它們的所有面皆是四邊形（每個平面與對應的兩對相對的面相交且平行六面體不與其餘兩個面相交）。其中一個六面體有一個外接的球體。證明這些六面體中的每一個都有一個外接球體。

第五題 分類:數論

- 令 (n, k) 是從 n 個對象的集合中選擇 k 個對象的子集合（無論順序如何）的方式。證明如果正整數 k 和 l 大於 1 且小於 n ，則整數 (n, k) 和 (n, l) 有一個大於 1 的公因數。

第六題 分類:數論

- 給出一個整數 $n > 1$ 。兩名玩家輪流在一個圓圈上標記點。第一個玩家使用紅色，而第二個玩家使用藍色。當每個玩家標記 n 個點時遊戲結束。然後每個玩家找出從自己的結束點起的最大弧長，且其中不包含任何其他標記點(紅藍皆不行)。如果弧線更長者勝(如果長度相等，或者雙方都沒有這樣的弧線，比賽以平局結束)。請問哪個玩家有制勝法寶？

第七題 分類:數論

- 最初，數字 6 被寫在黑板上。在第 n 步，黑板上的整數 k 替換為 $k + \gcd(k, n)$ 。證明每一步黑板上的數字都會增加 1 或質數。

※ $\gcd(k, n)$: k 與 n 的最大公因數

End