

# Princípios Gerais e Erros

Prof. Jonathan Esteban Arroyo Silva

Departamento de Ciência da Computação  
Universidade Federal de São João del-Rei  
`silva.jea@ufsj.edu.br`

# Sumário

Introdução

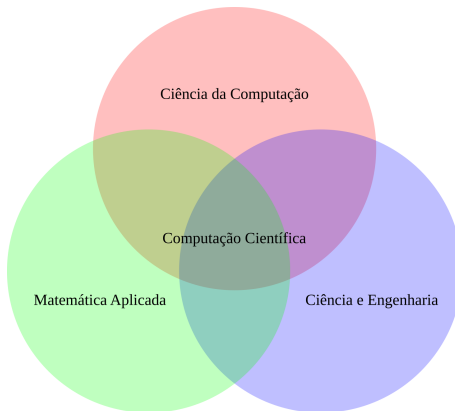
Sistema de ponto flutuante

Erros

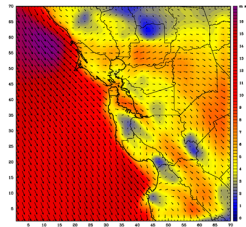
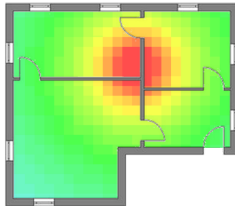
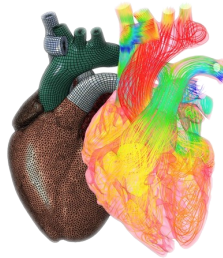
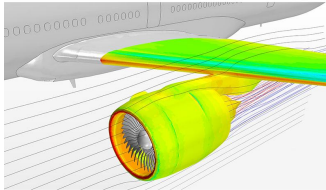
# O que é Computação Científica?

- ▶ Desenvolver e analisar **algoritmos** para resolver, de forma numérica, problemas **matemáticos** que surgem na **ciência e engenharia**

- Michael T. Heath



# Exemplos



# O que é Computação Científica?

- ▶ Para que serve computação científica?
  - ▶ Simulação preditiva de fenômenos naturais
  - ▶ Prototipagem virtual de projetos de engenharia
  - ▶ Análise de dados
- ▶ Diferentes aspectos da computação científica:
  - ▶ Trabalhar com quantidades *contínuas* que são geralmente medidas com números reais (por exemplo: tempo, distância, velocidade, temperatura, densidade, pressão)
  - ▶ Avaliar os efeitos da *aproximação*

# O que é Cálculo numérico?

Uma disciplina introdutória para *Computação científica*

- ▶ Compreender como os números são representados nas calculadoras e computadores
- ▶ Apresentar os efeitos de utilizar *aproximações*
- ▶ Conhecer os algoritmos clássicos para resolução de problemas numéricos
- ▶ Comparação e critério na escolha da *melhor* opção possível

# Solução Analítica × Solução Numérica

- ▶ Solução Analítica:
  - ▶ Representação numérica exata ou simbólica da solução
  - ▶ Exemplo: Fórmula de Bháskara
- ▶ Solução numérica:
  - ▶ Representação computacional ou aproximada da solução
  - ▶ Exemplo: Algoritmo de Eudoxo

**Por quê estudar soluções  
aproximadas?**

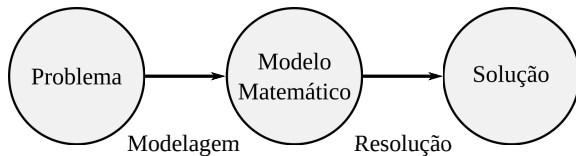


*I've learned that, in the description of Nature, one has to tolerate **approximations**, and that work with approximations can be **interesting** and can sometimes be **beautiful**.*

*- P. A. M. Dirac*

*Aprendi que, ao descrever a Natureza, é preciso tolerar **aproximações**, e que o trabalho com aproximações pode ser **interessante** e, por vezes, **belo**.*

# Descrevendo a Natureza



# Como resolver um problema numérico?

Para resolver um problema numérico, é necessário entender bem cada uma das três etapas:

- ▶ Método matemático: uma descrição matemática sobre o processo de solução
- ▶ Algoritmo: um passo-a-passo de como executar o método (Pseudocódigo)
- ▶ Implementação: uma instanciação particular do algoritmo (utilizando alguma linguagem de programação)

A representação de ponto flutuante é baseada na notação científica. Nessa notação um numero real não nulo  $x$  é expresso por:

$$x = \pm d \times \beta^e$$

sendo

- ▶  $d$  representa a mantissa;
- ▶  $\beta$  representa a base do sistema de numeração
- ▶  $e$  representa o expoente

A mantissa é a representação de um número da seguinte forma:

$$(0.d_1d_2d_3\cdots d_t)_\beta$$

sendo

- ▶ Os dígitos da mantissa são  $0 \leq d_i \leq \beta - 1$ , para  $i = 1, \dots, t$  e com  $d_1 \neq 0$
- ▶ Dizemos que o número está **normalizado** quando  $d_1 \neq 0$
- ▶ O expoente está no intervalo  $[m, M]$

# Sistema de ponto flutuante

Um sistema de ponto flutuante é representado da forma:

$$F(\beta, t, m, M)$$

em que:

- ▶  $\beta$  é a base do sistema
- ▶  $t$  é o número de dígitos da mantissa ou precisão
- ▶  $m$  é o menor valor para o expoente
- ▶  $M$  é o maior valor para o expoente

# Propriedades de um sistema de ponto flutuante

- ▶ Um sistema de ponto flutuante é finito e *discreto*
- ▶ Não todos os números reais são representados de forma exata
- ▶ A quantidade total de números de um sistema de ponto flutuante é dada por:

$$2(\beta - 1)\beta^{t-1}(M - m + 1) + 1$$

- ▶ O menor número positivo normalizado é dado por:  
 $\text{UFL} = \beta^{m-1}$
- ▶ O maior número representável é dado por:  
 $\text{OFL} = \beta^M(1 - \beta^{-t})$

## Exemplo

- ▶ Considerando o sistema de ponto flutuante  $F(10, 3, -3, 3)$ , o número 12.5 será representado por:

$$0.125 \times 10^2$$

- ▶ O número de Euler,  $e = 2.718281\dots$ , será representado por:

$$0.271 \times 10^1 (\text{com truncamento})$$

$$0.272 \times 10^1 (\text{com arredondamento})$$



## Exemplo

- ▶ Considerando o sistema de ponto flutuante  $F(10, 3, -3, 3)$ , todo número  $x$  tal que  $UFL \leq |x| \leq OFL$  pode ser representado no sistema, sendo com arredondamento ou truncamento
- ▶ Se  $|x| < UFL$ , o número não pode ser representado no sistema, ocorrendo o erro chamado de **underflow**, (e.g.,  $0.517 \times 10^{-8}$ )
- ▶ Se  $|x| > OFL$ , o número não pode ser representado no sistema, ocorrendo o erro chamado de **overflow**, (e.g.,  $0.725 \times 10^9$ )

# Operações aritméticas em ponto flutuante

As propriedades aritméticas não são verdadeiras para todos os casos em sistemas de ponto flutuante:

Associatividade:  $(a + b) + c = a + (b + c)$

Distributividade:  $a(b + c) = ab + ac$

# Exemplo

Considerando o sistema de ponto flutuante  $F(10, 3, m, M)$  com arredondamento, verifique se:

- ▶  $(11.4 + 3.18) + 5.05 = 11.4 + (3.18 + 5.05)$
- ▶  $5.55(4.45 - 4.35) = 5.55 \cdot 4.45 - 5.55 \cdot 4.35$

# Tipos de erros

Sendo  $\tilde{x}$  uma aproximação de  $x$ , definimos como:

- ▶ Erro absoluto:

$$EA(\tilde{x}) = |x - \tilde{x}|$$

- ▶ Erro relativo:

$$ER(\tilde{x}) = \frac{|x - \tilde{x}|}{|\tilde{x}|} = \frac{EA(\tilde{x})}{|\tilde{x}|}$$

desde que  $\tilde{x} \neq 0$

Outros tipos de erros são encontrados quando se realiza as operações aritméticas nas seguintes condições:

- ▶ Soma entre dois números com ordens muito distintas
- ▶ Subtração entre dois números de magnitudes semelhantes

# Exemplo

Considerando o sistema de ponto flutuante  $F(10, 4, m, M)$  com arredondamento, realize as seguintes operações e compare os resultados com sua solução exata:

▶  $0.1 + 5000.0$

▶  $\sqrt{37} - \sqrt{36}$

# Conclusão

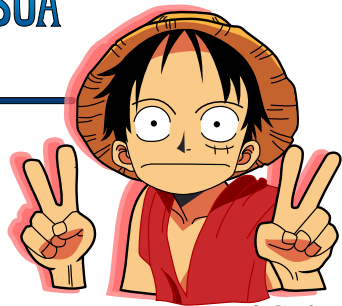
Foram abordados os seguintes assuntos:

- ▶ Cálculo numérico como uma disciplina introdutória para *Computação científica*
- ▶ Solução analítica  $\times$  Solução numérica
- ▶ Aritmética de ponto flutuante
- ▶ Tipos de erros em consequência de trabalhar com um sistema *discreto* e finito

---

BRIGADO PELA SUA  
PARTICIPAÇÃO

---



One Piece ©