

# Describir las condiciones de singularidad de manipuladores seriales

Gutiérrez Muñoz José de Jesús

7 - A

Ing. Mecatrónica

1 - octubre - 2019

Direcciones singulares a continuación, se resumen los principales procedimientos para obtener las direcciones singulares asociadas a las singularidades:

En primer lugar se procede a expresar  $J_G(q)$  en los diferentes sistemas de referencia asociados a las articulaciones, esto es  ${}^i J_G(q)$  para todo  $i = 0, 1, \dots, 7$  y se evalúan dichas matrices en cada una de las configuraciones singulares. Si aparece una fila de ceros, la dirección singular se alinea con uno de los ejes principales del sistema de referencia  $i$ . Esto se debe a que la componente correspondiente de la velocidad lineal o angular del elemento terminal no podrá generarse sea cual sea el vector de velocidades articulares. Si la fila de ceros es una de las tres primeras filas, la dirección singular será la traslación a través del correspondiente eje del sistema de referencia  $i$  mientras que si la fila de ceros es una de las tres últimas, entonces la dirección singular será la rotación alrededor del correspondiente eje de dicho sistema de referencia.

Una segunda opción consiste en expresar  $J_G(q)$  en un sistema de referencia  $F$  distinto de los sistemas de referencia asociados a las articulaciones. Al igual que en el caso anterior, si en  ${}^F J_G(q)$  hay una fila de ceros, la o las direcciones singulares estarán alineadas con algunos de los ejes de  $F$  ya sea impidiendo la traslación o rotación alrededor de ellos.

Una tercera opción es usar la descomposición en valores singulares (SVD por sus siglas en inglés (Strang, 1980)) del jacobiano.

$J_G(q) = U \Sigma V^T$ , con  $U \in M_6$  y  $V \in M_7$  matrices ortogonales y  $\Sigma \in M_6$  matriz diagonal verificando  $\text{diag}(\Sigma) = (\sigma_1, \dots, \sigma_6)$  donde  $\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_6 \neq 0$  son los valores singulares de  $J_G(q)$ . En una configuración singular en la que se pierden los últimos valores

singulares son nulos y, por lo tanto, las filas de  $M = \Sigma \Delta V^T$  corresponden a filas de ceros. Como

$$U^T J_G(q) = M,$$

U puede verse como la matriz  $B$  de la ecuación que permite expresar el jacobiano en otro sistema de referencia, en el cual, la o las direcciones singulares están alineadas con algunos de sus ejes principales, lo que impide la traslación o rotación alrededor de dichos ejes.

Como  $J_G(q)$  ha sido expresado en el sistema de referencia por conveniencia para el cálculo de las configuraciones singulares, se reutiliza así para la obtención de las direcciones singulares:

Singularidades de posición:

$$q_4 = 0$$

$${}^4J_{11} = \begin{bmatrix} 790c_2s_3 & 790c_3 & 0 & 390 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 390s_4 & 390c_4 + 400 & 390s_4 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

Es claro que la dirección singular asociada es la traslación a lo largo del eje y del sistema de referencia 4.

$$q_4 = \frac{\pi}{2} \text{ y } q_3 = \frac{\pi}{2}$$

$${}^4J_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -390 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 390s_4 & 390c_4 + 400 & 390s_4 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

También en este caso la dirección singular asociada es la traslación a lo largo del eje y del sistema de referencia 4.

Singularidad de Orientación:

$$q_6 = 0$$

En este caso lo más sencillo es expresar la submatriz  $J_{22}$  en el sistema de referencia 5, obteniendo:

$${}^5J_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Por tanto, la dirección singular asociada es la rotación alrededor del eje x del sistema de referencia 5.

Singularidad Acoplada.

$$q_2 = -\frac{\pi}{2}, \quad q_3 = 0, \quad q_4 = 0, \quad q_5 = 0 \text{ y } q_6 = 0$$

$${}^5J_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

La dirección singular asociada es la rotación alrededor del eje x del sistema de referencia 4. En este caso, además, se cumple que el número de GdL que se pierden es mayor que uno, lo que implica que hay más de una dirección singular. De hecho, las direcciones singulares son las rotaciones alrededor de los ejes x de los sistemas de referencias 1, 2, 3, 4, 5 y 6.