

**1. Определете броя на подвижните звена и вида на кинематичните двоици на механичната система. Опишете детайлите, от които е съставено неподвижното звено. Определете вида на механизма. Начертайте кинематична схема на лостовия механизъм и определете степените на свобода. Изберете обобщена(и) координата(и).**

а) Броят на подвижните звена е 5:

- 4, 1' – зъбни колела;
- $B_1$  – вал;
- 1 – диск;
- 2 – звено (лост);

Вид на кинематичните двоици на механичната система:

- между 4 и 1' – шарнир;
- между 1' и  $B_1$  – цилиндрична;
- между 1 и  $B_1$  – цилиндрична;
- между 1 и 2 – плъзгаща;
- между 2 и С – плъзгаща;

б) Опишете детайлите, от които е съставено неподвижното звено:

Неподвижното звено представлява плоскост, върху която са монтирани: електродвигател, статор, и три опори. Двете опори имат отвори в горната средна част, за да може да се върти вала  $B_1$ . Третата опора има монтирана към нея неподвижна ос – С, която влиза в канал на лоста (звено 2).

с) Определете вида на механизма:

Механизма използван в нашия случай е “КУЛИСЕН МЕХАНИЗЪМ”.

д) Кинематична схема на лостовия механизъм:

Определяне на степените на свобода:

Степените на свобода се пресмятат по следната формула (равнинен механизъм):  **$h=3n-2p_5-p_4$**

- $n$  – подвижни, свободни звена;
- $p_5$  – двоици от 5 клас (елементрани);
- $p_4$  – двоици от 4 клас (контурни);

Броят на степените на свобода е:  $h=3n-2p_5-p_4=3.3-2.4-0=1$ ;

е) Изберете обобщена(и) координата(и):

Избирам за обобщена координата ъгъла  $\varphi_1$ .

**2. Начертайте план на положението на механизма за зададената стойност на ъгъла  $\varphi_1$ . Постройте още два плана на механизма за мъртвите положения.**

Зададени параметри:

- $OA=0,035 \text{ m};$
- $x_c=0,09 \text{ m (OC)};$
- $AM=0,05 \text{ m};$
- $\angle CAM=\beta=45^\circ;$
- $\angle \phi_1 = 135^\circ$

а) План на положението на механизма за зададената стойност на ъгъла  $\phi_1$ :

$$CM' = m$$

б) План на положението на механизма при мъртвите положения

За трите плана:  $k_l=0,06/60 [\text{mm/m}]=0,001$

**3. Съставете векторните уравнения за скоростта на точка М. Чрез метода на плановете намерете скоростта на точката М за зададената стойност на ъгъла  $\phi_1$ :**

а) Векторни уравнения за скоростта на точка М:

■ За  $\vec{V}_{A_2} : \vec{V}_{A_2} \perp OA$

Дадено.:  $\omega_1 = 50 \text{ s}^{-1}$   
 $OA_2 = 0,035 \text{ m}$

Търси се:  $V_{A_2} = ?$

$$V_{A_2} = \omega_1 \cdot OA_2 = 50 \cdot 0,035 = 1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

■ За намиране на скоростта на  $\vec{V}_{C_2}$  решаваме следната система:

$$| \vec{V}_{C_2} = \vec{V}_{A_2} + \vec{V}_{C_2 A_2} |$$

$$| \vec{V}_{C_2} = \vec{V}_{A_3} + \vec{V}_{C_2 A_3} |$$

■ За  $\vec{V}_{C_2 A_2} : \vec{V}_{C_2 A_2} \perp AC$

■ За  $\vec{V}_{C_3} : V_{C_3} = 0 \Rightarrow \vec{V}_{C_2} = \vec{V}_{C_2 A_3}$

$$\blacksquare \quad 3a \quad \overrightarrow{V_{C_2C_3}} : \overrightarrow{V_{C_2C_3}} \parallel AC$$

$$\overrightarrow{V_{C_2C_3}} = \overrightarrow{V_{A_2}} + \overrightarrow{V_{C_2A_2}}$$

$$\overrightarrow{V_{M_2}} \rightarrow \Delta ACM \sim \Delta A_2 C_2 M_2$$

$$k_v = k_l \cdot \omega_1 = 0,001.50 = 0,05 \frac{m}{mm}$$

$$\dot{p}_a = \frac{V_a}{k_v} = \frac{1,75,8}{0,05} = 35 \text{ mm}$$

$$\dot{V}_{ca} = \dot{a}c \cdot k_v = 95.0,05 = 4,75 \frac{m}{s}$$

$$\dot{V}_M = \dot{p}_M \cdot k_v = 65.0,05 = 3,25 \frac{m}{s}$$

$$\dot{V}_c = \dot{p}_c \cdot k_v = 80.0,05 = 4 \frac{m}{s}$$

**4.С помощта на данните от т.2 изчислете мощността на силата F. Като вземете предвид зададения КПД и пренебрегнете инерционните сили, определете мощността и въртящия момент на електродвигателя за зададената стойност на  $\phi_1$ :**

$$\cos \beta = \frac{CP^2 + PM^2 - CM^2}{2 \cdot CP \cdot PM} = 0,835$$

$$b = 33,3$$

▪ Зададени параметри:

Търси се:

$$F = 0,9 \text{ kN} = 0,9 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$P_F = ?$$

$$P_F = F \cdot \cos \alpha \cdot V_M = 0,9 \cdot 10^3 \cdot \cos 146,7^\circ \cdot 3,25 \approx -1687,7 \text{ W}$$

**Мощността на силата F е 1687.7 W.**

▪ Зададени параметри:

Търси се:

$$P_F = 1687,7 \text{ W}$$

$$\eta = 0,62$$

$$P_{\partial \phi} = ?$$

$$P_{\partial \phi} = \frac{P_F}{\eta} = \frac{1687,7}{0,62} \approx 2722 \text{ W}$$

**Мощността на електродвигателя е 2722 W.**

- Зададени параметри: Търси се:

$$P_{\text{дв}} = 2722 \text{ W} \quad M_{\text{д}} = ?$$
$$\omega_1 = 50 \text{ s}^{-1}$$
$$z_1 = 69 \text{ бр.}; z_4 = 17 \text{ бр.}$$

$$i_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{z_4}{z_1} \Rightarrow \omega_4 = \frac{\omega_1 \cdot z_1}{z_4} = \frac{50 \cdot 69}{17} \approx 202.94 \text{ s}^{-1}$$

$$M_{\text{д}} = \frac{P_{\text{дв}}}{\omega_4} = \frac{2722}{202.94} \approx 13.41 \text{ N.m}$$

**Въртящият момент на електродвигателя е 13.41 N.m.**

**5. Изчислете геометричните параметри на зъбната предавка и зъбните колела:**

- а) Геометрични параметри на зъбните колела:

*Зададени параметри:*

$$\alpha = 20^\circ; h_a^i = 1; c^i = 0.25; m = 1.5 \text{ mm}$$

- *За зъбното колело  $z_1 = 69$  бр.*

**1) Стъпка по делителната окръжност:**

$$p = \pi \cdot m = 3.14 \cdot 1.5 = 4.71 \text{ mm}$$

**2) Диаметър на делителната окръжност:**

$$d = m \cdot z_1 = 1.5 \cdot 69 = 103.5 \text{ mm}$$

**3) Дебелина на зъба по делителната окръжност:**

$$s = \frac{p}{2} = \frac{4.71}{2} = 2.35 \text{ mm}$$

**4) Диаметър на основната окръжност:**

$$d_b = m \cdot z_1 \cdot \cos \alpha = 1.5 \cdot 69 \cdot 0.9397 = 99.71 \text{ mm}$$

**5) Диаметър на петовата окръжност:**

$$d_f = m \cdot (z_1 - 2 \cdot (h_a^i + c^i)) = 1.5 \cdot (69 - 2 \cdot (1 + 0.25)) = 99.75 \text{ mm}$$

**6) Диаметър на върховата окръжност:**

$$d_f = m \cdot (z_1 + 2 \cdot h_a^i) = 1.5 \cdot (69 + 2 \cdot 1) = 106.5 \text{ mm}$$

- *За зъбното колело  $z_1 = 17$  бр.*

**1) Стъпка по делителната окръжност:**

$$p = \pi \cdot m = 3,14 \cdot 1,5 = 4,71 \text{ mm}$$

**2) Диаметър на делителната окръжност:**

$$d = m \cdot z_4 = 1,5 \cdot 21 = 25,5 \text{ mm}$$

**3) Дебелина на зъба по делителната окръжност:**

$$s = \frac{p}{2} = \frac{4,71}{2} = 2,35 \text{ mm}$$

**4) Диаметър на основната окръжност:**

$$d_b = m \cdot z_4 \cdot \cos \alpha = 1,5 \cdot 21 \cdot 0,9659 = 30,47 \text{ mm}$$

**5) Диаметър на петовата окръжност:**

$$d_f = m \cdot (z_4 - 2 \cdot (h_a^* + c^*)) = 1,5 \cdot (21 - 2 \cdot (1 + 0,25)) = 21,75 \text{ mm}$$

**6) Диаметър на върховата окръжност:**

$$d_f = m \cdot (z_4 + 2 \cdot h_a^*) = 1,5 \cdot (21 + 2 \cdot 1) = 28,5 \text{ mm}$$

b) Геометрични параметри на зъбната предавка:

Зададени параметри:

$$\alpha = 20^\circ; h_a^* = 1; c^* = 0,25; m = 1,5 \text{ mm}$$

■ **Ъгъл на зацепване:**

$$\alpha_w = \alpha = 20^\circ$$

■ **Радиуси на началните окръжности:**

$$r_{w_1} = r_1 = \frac{d_{z_1}}{2} = \frac{69}{2} = 34.5 \text{ mm} \text{ и } r_{w_2} = r_2 = \frac{d_{z_2}}{2} = \frac{17}{2} = 8.5 \text{ mm}$$

■ **Междучентрово разстояние:**

$$\alpha_w = r_{w_1} + r_{w_2} = 34.5 + 8.5 = 43 \text{ mm}$$

**6. Пресметнете момента, с който се натоварва вал  $V_1$ . Изберете материал и изчислете диаметъра на вала от условието за якост на усукване. Изчислете ъгъла на усукване на вала за същото положение:**

а) **Моментът, с който се натоварва валът  $V_1$  ( $M_{yc}$ )** се изчислява по формулата:

Зададени параметри:

Търси се:

$$M_\partial = 13.41 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$z_1 = 69 \text{ бр.}$$

$$z_4 = 17 \text{ бр.}$$

$$M_{yc} = ?$$

$$M_{yc} = M_\partial \cdot \frac{z_1}{z_4} = \frac{13.41 \cdot 69}{17} \approx 54.4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

б) Избирам за материал на вала **чугун** и по следната формула се пресмята **диаметъра на сечението на вала ( $d$ )**:

Мра			
	Стомана	Чугун	Дурал
статично	120	60	90
пулсиращо	80	40	50
знакопроменливо	60	30	30
	$8 \cdot 10^{10}$	$4 \cdot 10^{10}$	$2.65 \cdot 10^{10}$

Зададени параметри:

Търси се:

$$M_{yc} = 54,4 \text{ N} \cdot \text{m} \quad d = ?$$

$$\tau_{yc} = 40 \text{ MPa} = 40 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{yc}}{\pi \cdot \tau_{yc}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 54,4}{3,14 \cdot 40 \cdot 10^6}} = 1,906 \text{ cm}$$

(Тъй като на вала действа пулсиращо натоварване, то за чугуна  $[\tau_{yc}] = 40 \cdot 10^6 \text{ Pa}$  ).

с) Ъгълът на усукване на вала ( $\phi$ ) се пресмята чрез следните формули:

Зададени параметри:

Търси се:

$$d = 2,07 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$M_{yc} = 54,4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$L = 0,30 \text{ m}$$

$$G_1 = 4 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$$

$$I_c = ?$$

$$\phi = ?$$

$$I_c = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot (2,07 \cdot 10^{-2})^4}{32} = 1,8 \cdot 10^{-8}$$

$$\phi = \frac{M_{yc} \cdot L}{G_1 \cdot I_c} = \frac{54,4 \cdot 0,3}{4 \cdot 10^{10} \cdot 1,8 \cdot 10^{-8}} = 0,022 \text{ rad} = 1,22^\circ$$



**7.Определете приведения масов инерционен момент и приведения момент на активните сили на механичната система:**

а) **Приведен масов инерционен момент ( $I_r$ ):**

Зададени параметри:

Търси се:

$$I_{\partial}=0,02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_r = ?$$

$$I_4=0,002 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_1=0,002 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_2=0,002 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$m_2=0,3 \text{ kg}$$

$$\omega_1=50 \text{ s}^{-1}; \omega_4=202.94 \text{ s}^{-1}$$

$$I_r = \sum_1^n \left[ I_i \left( \frac{\omega_i}{\omega_r} \right)^2 + m_i \left( \frac{V_{c_i}}{\omega_r} \right)^2 \right]$$

$$I_r = (I_{\partial} + I_4) + \left[ I_1 \left( \frac{\omega_1}{\omega_4} \right)^2 + m_1 \left( \frac{V_{c_1}}{\omega_4} \right)^2 \right] + \left[ I_2 \left( \frac{\omega_2}{\omega_4} \right)^2 + m_2 \left( \frac{V_{c_2}}{\omega_4} \right)^2 \right]$$

$$I_r = (I_{\partial} + I_4) + \left[ I_1 \left( \frac{\omega_1}{\omega_4} \right)^2 + m_1 \left( \frac{0}{\omega_4} \right)^2 \right] + \left[ I_2 \left( \frac{\omega_1}{\omega_4} \right)^2 + m_2 \left( \frac{V_M}{\omega_4} \right)^2 \right]$$

$$I_r = (I_{\partial} + I_4) + I_1 \left( \frac{\omega_1}{\omega_4} \right)^2 + I_2 \left( \frac{\omega_1}{\omega_4} \right)^2 + m_2 \left( \frac{V_M}{\omega_4} \right)^2$$

$$I_r = (0,02 + 0,002) + 0,002 \cdot \left( \frac{50}{202,94} \right)^2 + 0,002 \cdot \left( \frac{50}{202,94} \right)^2 + 0,1 \cdot \left( \frac{3.25}{202.94} \right)^2 = 0,0222684 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

▪ За зъбното колело 1' –  $V_{c_2} = 0 \text{ m/s}$ , тъй като масовият му център лежи на неговата ос на ротация;

▪  $\omega_1 = \omega_2$ , тъй като зъбното колело 1' и звеното 2 имат една и съща ъглова скорост;

▪  $V_{c_2} = V_M$ , тъй като масовият център на звеното 2 е точката М;

**Приведеният инерциален момент е:**  $I_r = 0,0222684 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

b) **Приведен момент на активните сили ( $M_r$ ):**

Зададени параметри:

Търси се:

$$M_0 = 13,41 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$F = 0,9 \text{ kN} = 0,9 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$\alpha = 146,7^\circ$$

$$V_M = 3,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\omega_4 = 202,94 \text{ s}^{-1}$$

$$M_r = ?$$

$$M_r = M_0 - F \cdot \frac{V_M \cdot \cos \alpha}{\omega_4} = 13,41 - 0,9 \cdot 10^3 \cdot \frac{3,25 \cdot \cos 146,7^\circ}{202,94} = 21,73 \text{ N} \cdot \text{m}$$

**Приведеният момент на активните сили е:**  $M_r = 21,73 \text{ N} \cdot \text{m}$

**8. Разпишете уравненията за движение на механичната система в диференциална и интегрална форма:**

a) Уравнение за движение на механичната система в диференциална форма:

Изследването на движението на равнинни механизми с една степен на свобода се свежда до определяне на закона на движение на динамичния му модел – въртящо се тяло с привиден инерциален момент  $I_r$  под действие на приведен момент  $M_r$ . Движенията на останалите звена на механизма еднозначно се определят след кинематичен анализ по даден закон за движение на механизма.

Уравнението за движение на механичната система в диференциална форма е така нареченото диференциално уравнение на Лагранж от втори род:

$$I_r \cdot \omega_r \cdot \frac{d\omega_r}{d\phi} + \frac{\omega_r^2}{2} \cdot \frac{dI_r}{d\phi} = M_r$$

Може да се преобразува във вида:

$$I_r \cdot \frac{d\omega_r}{dt} + \frac{\omega_r^2}{2} \cdot \frac{dI_r}{d\phi} = M_r, \text{ тъй като } \omega_r = d\phi/dt$$

b) Уравнение за движение на механичната система в интегрална форма:

- Приведеният момент зависи от положението, т.е.  $M = M(\phi)$  и  $I = I(\phi)$  :

$$I \cdot \frac{\omega^2}{2} - I_0 \cdot \frac{\omega_0^2}{2} = \int_{\phi_0}^{\phi} M d\phi = \Delta A, \text{ където}$$

$I_0, \omega_0, I, \omega$  са стойности на масовия инерционен момент и на ъгловата скорост съответно при ъгли  $\phi_0$  и  $\phi$ , определящи началното и текущото положение на главния вал на механизма.

Като се вземе предвид, че  $\omega = d\phi/dt$ , се получава:

$$dt = \frac{d\phi}{\omega}, \quad t = t_0 + \int_{\phi_0}^{\phi} \frac{d\phi}{\omega(\phi)} = t(\phi)$$

- Приведеният момент зависи от положението, т.е.  $M = M(\phi)$  и  $I = \text{const}$  :

$$I \cdot \frac{d\phi}{\omega(\phi)} = M$$

При  $I = \text{const}$  се получава:

След отделяне на променливите  $t$  и  $\omega$  и интегриране при начални условия  $t_0=0$  и  $\omega=\omega_0$  се получава уравнението в интегрална форма: