

2. Semestrální práce, 2013

NEU

HOPFIELDOVA SÍŤ

MARKÉTA JEDLIČKOVÁ

28. PROSINCE 2013



KATEDRA KYBERNETIKY
ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

NEU - Zadání semestrální práce č.2

Navrhnete Hopfieldovu síť tak, aby do ní bylo možné relativně spolehlivě¹ zaznamenat číslíce od 0 do 9 (nebo jakýchkoli 10 různých znaků dle vašeho výběru). Činnost sítě vyzkoušejte pro různé vstupy s obsahem až 30 % šumu (ve srovnání s “čistými” daty zaznamenanými do sítě). Součástí řešení bude referát, kde popíšete postup, jakým jste síť navrhovali, a tento postup zdůvodníte. Zároveň v referátu uveďte, jak se síť chová pro různé vstupy, a pokuste se zdůvodnit proč je její chování právě takové. Funkční program i referát odevzdejte vyučujícímu.

8.11.2013, Vlasta Radová

¹ To znamená tak, aby síť neměla příliš mnoho falešných rovnovážných stavů

Obsah

1	Řešení	1
1.1	Hopfieldova síť	1
1.2	Program	3
1.3	Testování sítě	3
2	Závěr	5

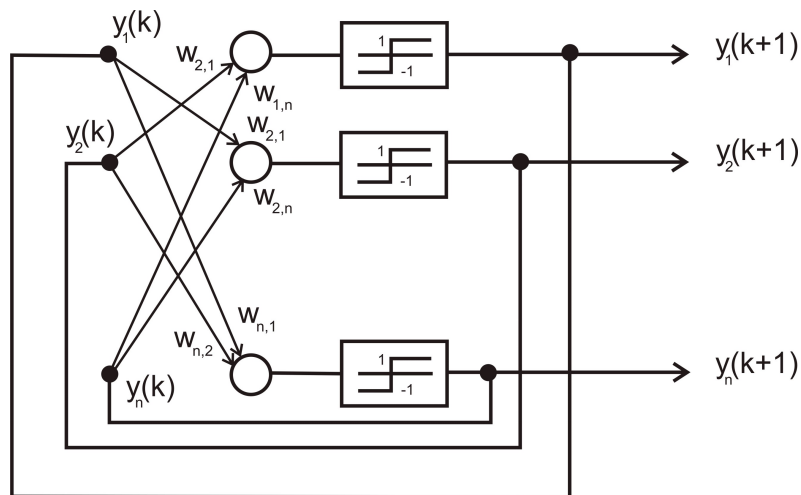
Seznam obrázků

1.1	Schéma Hopfieldovy sítě	1
1.2	Výsledné chování pro číslice <i>Times New Roman</i>	3
1.3	Výsledné chování natrénované sítě	4

Řešení

1.1 Hopfieldova síť

Jde o jednovrstvou rekurentní síť s neurony s bipolární binární aktivační funkcí, symetrickou váhovou maticí s nulami na diagonále a nulovým prahovým vektorem (tj. $w_{ij} = w_{ji}$ pro $\forall i, j, i \neq j$ a $w_{ii} = 0$). Schéma této sítě můžeme vidět na 1.1.



Obrázek 1.1: Schéma Hopfieldovy sítě

Pro výstup jednotlivých neuronů platí následující rovnice:

$$y_i(k+1) = \text{sgn}(\sum w_{ij} \cdot y_j(k)) \quad (1.1)$$

- $y(k)$... výstup sítě v čase k
- $y(0)$... inicializační stav

Po inicializaci v čase $k = 0$ přechází síť samovolně z jednoho stavu do druhého. Ke změně stavu sítě dochází v našem případě asynchronně, výstupy neuronů v kroku $k+1$ se určují postupně tak, že v každém okamžiku se přepočítává výstup pouze jednoho neuronu. Výstup tohoto neuronu se přitom vypočítá na základě výstupů neuronů v právě minulém okamžiku. Neuron, jehož výstup se bude přepočítávat se obvykle vybírá náhodně. Proces změny stavu sítě v asynchronním režimu se nazývá *stochastická asynchronní rekurze*.

Proces samovolného přechodu končí buď v rovnovážných stavech, kdy $y(k + 1) = y(k)$, nebo v rovnovážných cyklech tvořenými stavy, mezi kterými síť kmitá.

Pro Hopfieldovu síť platí:

- Jestliže rekurentní neuronová síť pracuje v **asynchronním režimu**, váhová matice je symetrická a prvky na diagonále jsou nezáporné \rightarrow síť vždy konverguje do rovnovážného stavu
- Jestliže rekurentní neuronová síť pracuje v synchronním režimu a váhová matice je symetrická, pak síť vždy konverguje do rovnovážného stavu nebo cyklu délky 2.

U Hopfieldovy sítě nedochází k učení, váhy sítě jsou určovány pomocí tzv. záznamového algoritmu, během kterého se do sítě zaznamenávají požadované rovnovážné stavy. Pro Hopfieldovu síť platí:

$$w = \sum_{p=1}^P u_p \cdot u_p^T - P \cdot I \quad (1.2)$$

- u_p ... prototypy, tj. rovnovážné stavy, které mají být do sítě zaznamenány (dimenze n)
- P ... počet zaznamenaných prototypů
- I ... identická matice (řádu n)

Pro Hopfieldovu síť lze definovat tzv. výpočetní energii ve tvaru:

$$E(y) = -\frac{1}{2} \cdot y^T \cdot W \cdot y \quad (1.3)$$

lze ukázat, že při přechodu sítě z jednoho stavu do jiného se tato energie nezvyšuje a v rovnovážném stavu (resp. cyklu) je minimální. Pro každý rovnovážný stav \mathbf{u} existuje také komplementární stav \mathbf{u}' , pro který platí $\mathbf{u} = \mathbf{u}'$.

Tento stav je také rovnovážným stavem, i když v průběhu záznamového algoritmu nebyl do sítě zaznamenán. Zda proces přechodu sítě z jednoho stavu do jiného skončí v požadovaném nebo komplementárním rovnovážném stavu závisí při asynchronním režimu na pořadí přepočítávání výstupů jednotlivých neuronů \rightarrow nelze ovlivnit.

Do Hopfieldovy sítě lze spolehlivě zaznamenat maximálně

$$P \leq 0.14 \cdot n \quad (1.4)$$

prototypů (n je počet neuronů sítě). Pokud je v síti zaznamenáno rovnovážných stavů více, může proces synchronní i asynchronní rekurze skončit v tzv. *falešném stavu*, který neodpovídá žádnému zaznamenanému ani žádnému komplementárnímu stavu.

1.2 Program

Program je spouštěn pomocí **NEU_2.m** kde je podle výše uvedeného algoritmu vytvořen model Hopfieldovi neuronové sítě. Splnění podmínky pro správný průběh asynchronního režimu se odvíjí od vhodného zvolení prototypů.

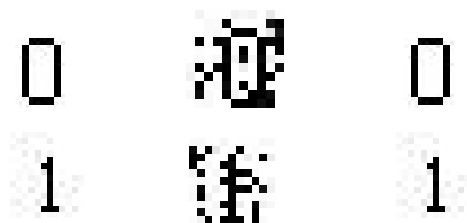
1.3 Testování sítě

Největším problémem bylo zvolení vhodných prototypů při nastavování Hopfieldovi sítě. Prototypy jsou tvořeny čísly od 0 do 9 formou černobílých obrázků. Lze si je představit jako dvourozměrné pole s hodnotami 0 a 1. V programu jsou reprezentovány jako jednorozměrné pole s hodnotami -1 a 1 (změna z 0 na -1 aby bylo vyhověno bipolární binární aktivační funkci). Převod do jednorozměrného pole je vytvořen pomocí **vec2mat.m** a zpět pomocí **mat2vet.m**, kvůli lehčímu zpracování dat touto formou.

Volba kritérií byla prováděna na základě dvou specifikací. První z nich je platnost vztahu 1.4 a druhou je podobnost prototypů, nesmějí si být příliš podobné. V opačném případě dochází ke špatné identifikaci rovnovážných stavů a algoritmus končí v tzv: "falešných rovnovážných stavech".

Testování sítě bylo provedeno na několika různých sadách. Jedna z nich byla složena z číslic napsaných fontem *Times New Roman*. Po spuštění programu pro první dvě číslice (například 0,1), proběhlo rozpoznání v pořádku, jak je možné vidět na obrázku 1.2. Po přidání dalších čísel začalo docházet ke vzniku falešných stavů, které nebyli v síti zaznamenány a rozpoznáno bylo jen několik číslic.

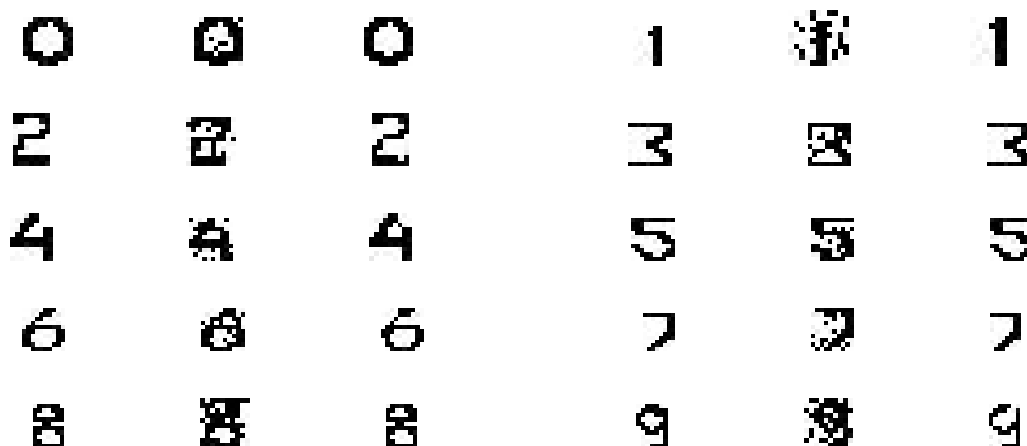
Na základě tohoto testu bylo zjištěno, že pokud budou na vstupu nijak neupravované prototypy (čísla 0-9), je vlivem jejich podobnosti obtížné pro program jejich správné rozpoznání.



Obrázek 1.2: Výsledné chování pro číslice *Times New Roman*

K dosáhnutí lepších výsledků, došlo k vytvoření vlastních prototypů, tak aby program dokázal všechny rozpoznat. Po každém přidání čísla byla zkontrolována správná funkčnost programu. Pokud program nerozeznal všechny dosud zaznamenané číslice došlo k úpravě posledního přidáního prototypu. Jejich velikost byla zvolena jako 10 x 10 pixelů. Byl kladen důraz na to aby si znaky nebyli příliš podobné.

Na obrázku 1.3 můžeme vidět výsledky experimentu na zašuměných datech. Vlevo jsou původní navržené znaky, uprostřed jsou tyto znaky po zatížení 30% šumem a vpravo je jejich podoba po průchodu algoritmu hopfieldovy sítě.



Obrázek 1.3: Výsledné chování natrénované sítě

Kapitola 2

Závěr

V této semestrální práci jsme se seznámili s použitím Hopfieldovy sítě a její realizací v Matlabu. Vyzkoušeli jsme si rekonstrukci zašuměných čísel v rozmezí 0-9 a jejich vhodného zvolení pro natrénování sítě což bylo největším problémem této úlohy. Při trénování jsme došli k tomu, že vhodná volba prototypů záleží na jejich podobnosti. Musíme volit takové znaky, které jsou si co nejméně podobné.