Języki formalne i techniki translacji

Lista 5, zadanie 2

Jędrzej Ginter, 204420

16 stycznia 2017

1 Treść problemu

Pokazać, że jeśli L jest językiem bezkontekstowym, to istnieje automat ze stosem M akceptujący L przy stanie końcowym, taki, że M ma co najwyżej dwa stany i nie wykonuje ϵ-ruchów.

2 Rozwiązanie

Język L jest bezkontekstowy, więc $\exists G$, taka, że $L(G) = L$.
Załóżmy, że gramatyka G jest w postaci Greibach:

$$p \in P : A \to a\Gamma,$$

$$A \in N, a \in T, \Gamma = N*$$

Z pewnego lematu wiemy, że jeśli L jest bezkontektstowy i $\epsilon \notin L$, to istnieje PDA M taki, że $L(M) = L = L(G)$ zdefiniowany w następujący sposób:

$$M = (\{q\}, \Gamma, N, \delta, q, S, \emptyset)$$

$$\forall p : A \to a\gamma$$

$$\delta(q, a, A) = \{(q, \gamma)\}$$

$$\forall p : A \to a$$

$$\delta(q, a, A) = \{(q, \epsilon)\}$$

Jeżeli $\epsilon \in L$, to dodaje się nowy symbol $S\prime$ do gramatyki i dodatkową produkcję $S \to \epsilon|S$. W automacie należy dodać przejście $\delta(q, \epsilon, S\prime) = \{(q, \epsilon), (q, S)\}$. Mamy jednak manipulacje stosem przy pustym wejściu (ϵ-ruchy). Należy pozbyć się ϵ-ruchów wykorzystując fakt, że automat może być dwustanowy. W tym celu wprowadzamy nowe symbole stosu:

$$\forall A \in N$$

$$A, \overline{A} \in \Gamma$$

$$\Gamma = \{A, \overline{A}, A \in N\}$$

dla produkcji $A \to a\gamma$, $\gamma = \gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_n$, $\gamma_i \in N$ wprowadzamy przejścia:

$$\delta(q, a, A) = \{(q, \gamma)\}$$

$$\delta(q, a, \overline{A}) = \{(q, \gamma_1 ... \gamma_{n-1}\overline{\gamma_n})\}$$

dla produkcji $A \to a$:

$$\delta(q, a, A) = \{(q, \epsilon)\}$$

$$\delta(q, a, \overline{A}) = \{(qF, \epsilon)\}$$

oraz ustawiamy $\overline{S}$ jako symbol początkowy stosu.