Jed's std::pair

定位: 签到题。事实上,这个题的核心在于整个输入序列合不合法在于它是不是一棵合法的**二叉树**。怎么理解呢? 把 std::pair 视作非叶子节点,int 视为叶子结点,那么无论是什么"套娃",最后一定是一颗二叉树的结构,而且出题人很好心地设置了 $n \leq 20$,所以合法的序列甚至可以枚举出来,注意有一个很特别的情况就是 1 int ,可能会让一些选手WA一发提交。时间复杂度可以做到 O(n)。

EC-Final 前夕

因为输入合法,最容易解决的情况是最终状态没有玩家有四个棋子在一条线上时,在这种情况下输出 0。否则,我们需要寻找游戏的有效中间状态——某时刻恰有一个玩家有四个棋子在一条线上。

考虑用 列高度数组 来辅助搜索。显然 [6, 6, 6, 6, 6, 6, 6] 表示游戏的最终状态。这给我们提供了大约 $7^7 \approx 800,000$ 种可能状态的上限。我们可以进行BFS或DFS——这两种方法的时间复杂度都是O(E),其中E是图的边数。每个状态最多有7个合法动作,因此最多差不多有5,600,000条边。主要难点在于写代码,细节非常多,一次写对很不容易。

压缩数列

考虑差分数组 d[i] = a[i+1] - a[i],操作相当于交换 d[i] 和 d[i+1],对于答案而言肯定是 d 数组从小到大排列最好,操作次数就是逆序对数,归并排序求解即可。

爱丽丝和鲍勃 (二)

可以证明,答案只和左边和右边的数相关,如果区间长度是奇数,就是 $\max(a[l],a[r])$;否则就是 $\min(a[l],a[r])$ 。

爱丽丝和鲍勃 (三)

考虑全部都是 1 的情况,如果 n 是 d+1 的倍数是后手胜,否则先手胜。因此这题的结论就是把 Nim和这个结论拼起来。把数全部用二进制表示,用 s[i] 表示第 i 位为 1 的数的个数,如果每一个 s[i] 都是 d+1 的倍数,就是后手胜,否则就是先手胜。

网络连接

考虑使用状压DP对每个 i 求出能到达的城市为 $\{2,\ldots,i\}$ 的每个子集的概率 $dp_{i,st}$ 。考虑从 $dp_{i-1,st}$ 到 $dp_{i,st}$ 及 $dp_{i,1<<|s|}$ 的转移: 第 i 座不能到达当且仅当 st 中的城市到 i 的道路全部关闭,即有

$$egin{aligned} dp_{i,st} \leftarrow dp_{i-1,st} \cdot \prod_{j \in st} (1-p_{j,i}) \ \ dp_{i,1 < < i \mid st} \leftarrow dp_{i-1,st} \left(1-\prod_{j \in st} (1-p_{j,i})
ight) \end{aligned}$$

时间复杂度 $O(n2^n)$,可以通过。如果你被卡常了,可以采用子集DP的方式预处理乘积项优化至 $O(2^n)$ 。

猜数字

首先,每个人能确定自己的数是另两个的和或差。注意到如果有两个数相等,那么持有另一个数的人将可以确定自己的数。进一步,如果确定的两个数之一对应的询问次数比当前次数更少,就可以排除。由数学归纳法容易证明总是持有最大数的人最先确定。这样就可以得到一个递归算法:把最大的数替换成另两数之差,求出询问次数,再找到下一次问到最大数的人的次数就是当前答案。但这个算法会超时,

观察发现递归过程中较小的两个数在做辗转相除,于是可以用类欧几里得算法优化。时间复杂度 $O(T\log\max(a,b,c))$.

RVC

考虑到答案替换成更大的值也成立,即答案具有单调性,于是可以二分,不妨转化为判定性问题来做。假设判定的边长 a,那么可以贪心沿着底边尽可能地多码方形,码完一层后继续往上码,第一层能码的长度为 $a-2/\sqrt{3}$,第二层为 $a-4/\sqrt{3}$,一直往上加,直到长度为 0,所有长度向下取整加起来就是能放的方块数。