

北京大学第二十一届“江泽涵杯”数学建模竞赛题目

请先阅读竞赛规则：

<http://portal.math.pku.edu.cn/htdocs/showarticle.php?id=18186>

A 题目：PDC 钻头智能设计

问题描述：

石油和天然气行业最知名的标志是高耸于井场的井架，而活跃钻机的数量也成为人们衡量油气行业景气程度的一个指标。这些都是因为只有通过钻井，我们才能最终确认油气产层的存在进而开采其中的油气资源。一旦油气公司获得了某个勘探区的钻探权，他们的地球科学家就会将潜在产油区坐标和地层评估结果传达给他们的钻探工程师，然后由钻探工程师将其转化为一组钻探目标。钻井部门进而规划一条井轨迹，使井眼最大限度地暴露于产层，并设计井底组件以及钻头的组合以实现该轨迹。

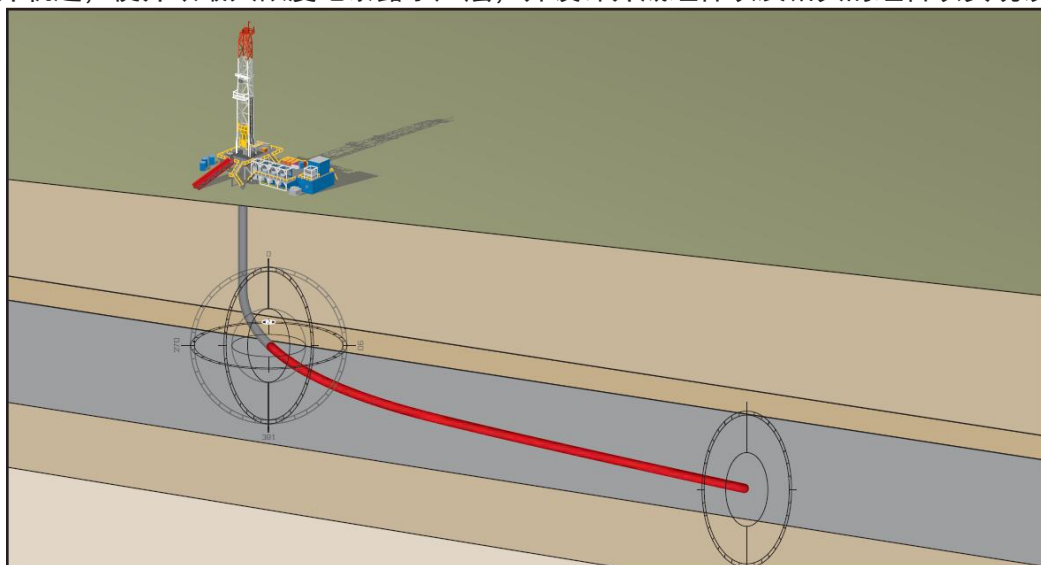


Figure 1 钻井示意图

当如上图所示的井轨迹已经设计定型后，钻井的性能可以描述为“以最快的速度，最小的振动，安全地钻出一个圆柱形的标准孔，达到所有定向和地质目标。”为了实现上述目标，所选钻头需要满足以下要求：

- 钻速
- 稳定性
- 耐用性
- 导向可控制性

钻头 2023 年全球总体市场大约 33 亿美元，其中 Polycrystalline Diamond Compact (PDC) Bit PDC 钻头是目前应用前景最为广泛的一类钻头，大约占有 80% 的份额。每一个钻头都是一组复杂的结构，钻头的设计有很多因素决定，比如割齿(cutter)的个数、割齿的位置、割齿的摆放角度。

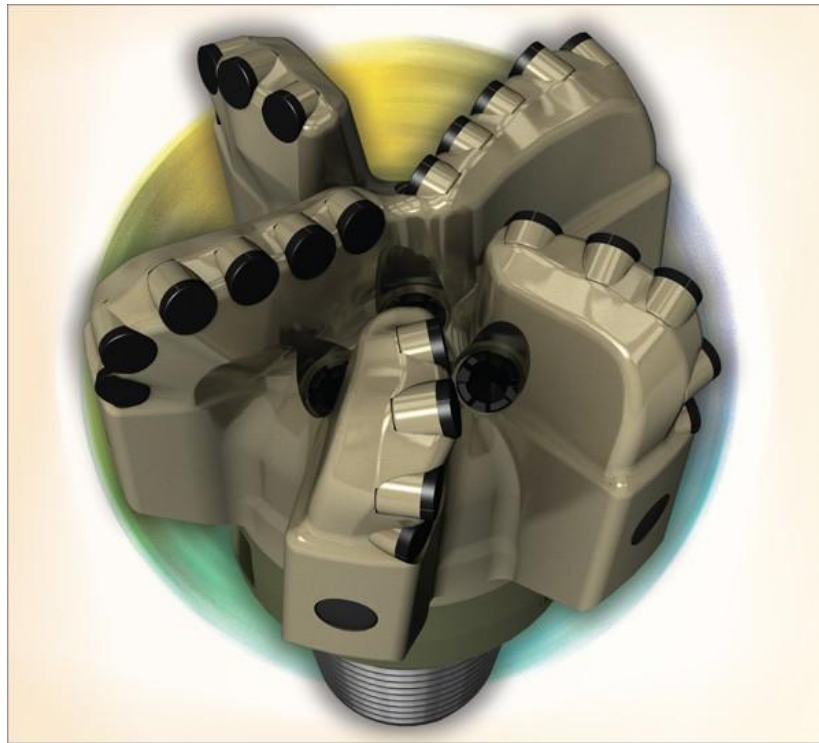


Figure 2 PDC 钻头示例

用传统设计钻头的模拟器可以针对一组设计参数表征的钻头，模拟出在典型工况下，钻进的速度、扭矩等。根据模拟结果，钻头设计工程师会判断这样设计的钻头是否具备能够安全高效工作的能力。

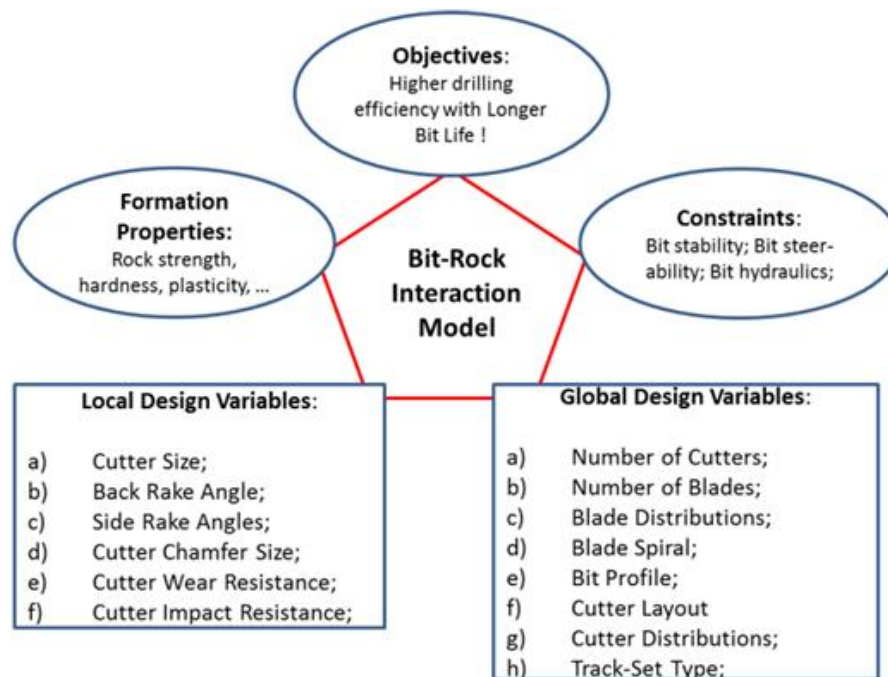


Figure 3 钻井优化设计（详见参考文献 1）

以上经典设计流程的痛点在于，一。由于设计参数数量众多，要把所有参数在取值范围内密集遍历，需要消耗大量的算例；二。大多数设计参数，比如割齿的尺寸、放置的角度是连续变换的变量，离散取值很有可能漏掉某些关键信息；三。评价钻头的各评价目标时常不一致，而且与模拟输出结果之间缺乏科学的、量化关系，导致“优化设计”的钻头因人而异；四。设计-模拟-改进的传统模式效率低下。

此次竞赛，我们选取一款有 33 个割齿的钻头，用每个割齿的 BR (Back Rake Angle) 和 SR (Side Rake Angle) 作为设计参数，随机在其经验取值范围内 ($BR \sim [10, 25]$ 度, $SR \sim [0, 10]$ 度) 取值，固定其它设计参数，从而产生了 1054 个钻头设计。选取三个典型工况，用某一模拟软件分析了这 1054 个钻头设计的力学性能，如附件 1 中的数据所示。请参考这些数据，给出一套优化钻头设计的方法。

设计目标：在各种工况下，钻头都能最快、最持久、最安全

问题一：请设计一套评价钻头综合性能的指标，可以用来量化比较两个不同的钻头

问题二：设计一个可以计算任意设计参数 (SR, BR) 的钻头力学性能的虚拟计量模型

问题三：根据你设计的指标和模型，提出一套优化钻头设计的方法

附录 1 钻头性能指标示例

- 最快：钻速
 - 工程实践中，普遍认为和速度强相关指标有钻头的 ROP, ROP/Torque, MSE (Mechanical Specific Energy, 见参考文献 3)。
- 最安全：稳定性
 - 工程实践中，通常认为钻头的不平衡力 Imbalance force 是影响稳定性的重要因素。
- 最持久：耐用性
 - 耐用性在钻头评价中通常又分为抗冲击性和抗研磨性，单个割齿 (cutter) 的 F_n 是抗冲击性的代表, 和 F_n workrate 的抗研磨性的代表。这两个量在所有割齿的整体表现，体现了钻头 (bit) 可能的耐用程度，比如它们的 average, peak 以及 variance 都是工程师们常关注的量。
- 在实际钻头设计中，上述三个性能指标可能会相互冲突。通常钻头设计工程师会根据当前应用案例，在综合性能评价中对不同性能指标有所偏重。
- 同时在实际钻头设计中，一个优秀的钻头设计会在多种工况中都表现优异。

附录 2 建模评价标准

- 钻头综合性能评价指标科学合理 - 比如能否有效评估整体与局部、钻速、稳定性与耐用性。
- 优化设计过程有效且高效 - 比如能否产出优秀的钻头设计，或用尽量少的数据构建足够准确的优化。
- 本模型的拓展性 - 比如能否用于研究其他设计参数，比如割齿数量，割齿位置等。

附录 3 重点名词解释

- **钻头 (Bit)**：钻井过程中用来破碎岩石的工具，主要分为 RC 钻头和 PDC 钻头。在本次研究中只关注 PDC 钻头，如 Figure 4 所示。PDC 钻头的基本工作原理是由钻杆带动钻头转动，从而利用钻头上的割齿切削岩石。岩石破坏以剪切破坏为主。转动通常由地面转盘、井架顶驱或井下马达来产生，通过钻杆来传递。PDC 钻头设计的主要工作之一就是如何有效的布置合适数量合适方位的割齿。PDC 钻头上还会布置其他一些元件，在本次研究中不予考虑。
- **刀翼 (Blade)**：PDC 钻头的冠部通常会被设计成若干刀翼，如 Figure 4 所示。这是为了在刀翼之间提供流道供钻井液带走切割岩石产生的碎屑。
- **割齿 (Cutter)**：割齿是 PDC 钻头上的最主要的用来切割岩石的元件，如 Figure 4 所示。现在割齿通常由碳化钨的胎体和前端人造金刚石复合片 (PDC—Polycrystalline Diamond Compact) 两部分组成。正是由于人造金刚石在硬度、耐磨性及抗冲击性方面的卓越表现，是的 PDC 钻头主导了目前的钻头市场。常见的割齿的尺寸有 9mm, 11mm, 13mm, 16mm 和 19mm。如何选择在钻头的不同位置以不同的方向放置不同尺寸的割齿是钻头设计的一项重要工作。
- **BR (Back Rake Angle)**：割齿在钻头上摆放的方位角之一，是割齿前端面与竖直方向之间的夹角，如 Figure 5 所示。
- **SR (Side Rake Angle)**：割齿在钻头上摆放的方位角之一，是割齿轴线方向与其运动方向之间的夹角，如 Figure 5 所示。
- **钻压 (WOB, Weight on Bit)**：钻井时施加于钻头上的压力。实际测量中可以是地面井口测量的钻压，或由井下传感器测量的钻压。本次研究中认为拿到的数据是井下钻压。
- **钻速 (ROP, Rate of Penetration)**：在钻进时间内 (包括有效时间和辅助时间) 钻进的井筒深度。它是一个重要的综合技术经济指标。钻速是一个与钻压、转速等密切相关的综合结果。
- **转速 (RPM, Revolution Per Minute)**：钻头每分钟旋转的圈数，在钻压合适的条件下，转速愈大，钻头在单位时间内破碎的岩石愈多，纯钻速也愈大。实际测量中可以是地面井口测量的转速，或由井下传感器测量的转速。本次研究中认为拿到的数据是井下转速。

- **扭矩 (Torque)**：钻井时由井底岩石阻止钻头转动、以及钻头及钻杆与井壁摩擦而产生的对整个钻头钻杆体系的扭矩。实际测量中可以是地面井口测量的扭矩，或由井下传感器测量的扭矩。本次研究中认为拿到的数据是井下扭矩。
- **钻头不平衡力 (Imbalance Force)**：当我们对钻头体系进行力学分析时，钻头所受合力在侧向上的分量。一般认为该不平衡力与钻头在动力学体系下的震动有关联。
- **割齿法向力 (F_n , Normal Force)**：当我们对钻头体系进行力学分析时，每一个割齿所受到的岩石给与的指向其轴线方向的力。
- **割齿法向力功率 (F_n Workrate)**：当我们对钻头体系进行力学分析时，每一个割齿所受到法向力在钻头切削岩石时所作功的功率。

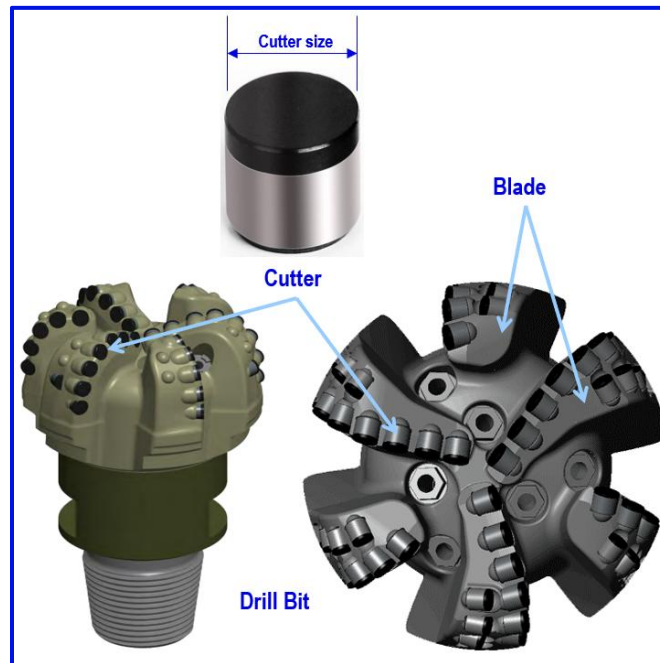


Figure 4 PDC 钻头

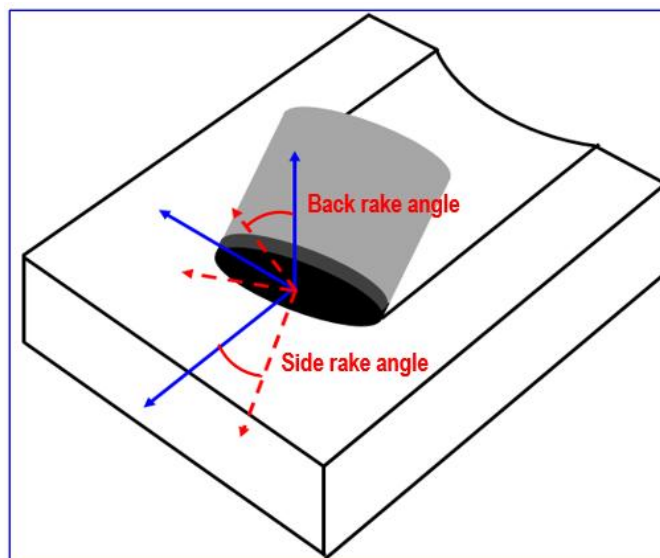


Figure 5 钻头设计中割齿的方位

附录 4 数据

本次研究中提供的数据主要是 1054 个钻头设计所对应的力学分析结果文件（json）。为了方便大家理解钻头设计，下面首先介绍下钻头设计文件，之后详解力学分析结果文件的内容。

- 钻头设计文件：Figure 6 是一个 text 格式的钻头设计文件，其中各列的含义如下。可以看出钻头设计参数众多。在本次竞赛中，我们着重关注割齿的 BR 和 SR 对钻头性能的影响，其他设计参数均为常数。
 - Cut# 割齿序号。
 - radius 割齿所处位置在钻头坐标系下的半径，如 Figure 8 所示。
 - ang arnd 割齿所处位置在钻头坐标系下的中心角，如 Figure 8 所示。
 - height 割齿所处位置在钻头坐标系下的竖直方向高度，如 Figure 8 所示。
 - prf ang 割齿所处位置在刀翼轮廓线上的对应角度。
 - bk rake 割齿摆放的 BR 角。
 - sd rake 割齿摆放的 SR 角。
 - cut dia 割齿的直径。
 - size_type 割齿的型号。
 - blade 割齿所在刀翼编号，如 Figure 8 所示。

| cut# | radius | ang arnd | height | prf ang | bk rake | sd rake | cut dia | size_type | blade |
|------|--------|----------|--------|---------|---------|---------|---------|-----------|-------|
| 1 | 0.3619 | 18.0 | 2.4098 | -12.0 | 15.0 | 0.0 | 0.625 | 1613 | 1 |
| 2 | 0.5932 | 153.0 | 2.4948 | -12.0 | 20.0 | 0.0 | 0.625 | 1613 | 4 |
| 3 | 0.8616 | 241.0 | 2.5692 | -12.0 | 17.5 | 0.0 | 0.625 | 1613 | 3 |
| 4 | 1.1201 | 15.0 | 2.6374 | -12.0 | 17.5 | 0.0 | 0.625 | 1613 | 1 |
| 5 | 1.3792 | 150.0 | 2.7027 | -12.0 | 20.0 | 5.0 | 0.625 | 1613 | 4 |
| 6 | 1.6408 | 238.0 | 2.7563 | -12.0 | 22.5 | 10.0 | 0.625 | 1613 | 3 |
| 7 | 1.8399 | 12.0 | 2.8006 | -11.99 | 10.0 | 7.5 | 0.625 | 1613 | 1 |
| 8 | 2.0362 | 83.0 | 2.8363 | -7.42 | 12.5 | 0.0 | 0.625 | 1613 | 5 |
| 9 | 2.2293 | 147.0 | 2.8412 | -1.42 | 20.0 | 2.5 | 0.625 | 1613 | 4 |
| 10 | 2.4175 | 235.0 | 2.8463 | 4.42 | 20.0 | 7.5 | 0.625 | 1613 | 3 |
| 11 | 2.5839 | 307.0 | 2.8258 | 9.61 | 22.5 | 10.0 | 0.625 | 1613 | 2 |
| 12 | 2.7474 | 9.0 | 2.7894 | 14.81 | 22.5 | 10.0 | 0.625 | 1613 | 1 |
| 13 | 2.9078 | 80.0 | 2.7407 | 19.6 | 12.5 | 2.5 | 0.625 | 1613 | 5 |
| 14 | 3.0629 | 144.0 | 2.6771 | 24.29 | 17.5 | 5.0 | 0.625 | 1613 | 4 |
| 15 | 3.2118 | 232.0 | 2.6036 | 28.93 | 12.5 | 2.5 | 0.625 | 1613 | 3 |
| 16 | 3.3539 | 304.0 | 2.5174 | 33.58 | 20.0 | 2.5 | 0.625 | 1613 | 2 |
| 17 | 3.4866 | 6.0 | 2.4176 | 38.23 | 10.0 | 0.0 | 0.625 | 1613 | 1 |
| 18 | 3.6147 | 77.0 | 2.3119 | 42.87 | 12.5 | 0.0 | 0.625 | 1613 | 5 |
| 19 | 3.731 | 141.0 | 2.1934 | 47.52 | 15.0 | 5.0 | 0.625 | 1613 | 4 |
| 20 | 3.8389 | 229.0 | 2.0671 | 52.16 | 22.5 | 5.0 | 0.625 | 1613 | 3 |
| 21 | 3.9355 | 301.0 | 1.9319 | 56.81 | 22.5 | 7.5 | 0.625 | 1613 | 2 |
| 22 | 4.0207 | 3.0 | 1.7893 | 61.45 | 12.5 | 10.0 | 0.625 | 1613 | 1 |
| 23 | 4.0941 | 74.0 | 1.6402 | 66.09 | 25.0 | 5.0 | 0.625 | 1613 | 5 |
| 24 | 4.1553 | 138.0 | 1.4857 | 70.74 | 20.0 | 2.5 | 0.625 | 1613 | 4 |
| 25 | 4.2047 | 226.0 | 1.3229 | 75.5 | 25.0 | 2.5 | 0.625 | 1613 | 3 |
| 26 | 4.2404 | 298.0 | 1.1566 | 80.25 | 25.0 | 5.0 | 0.625 | 1613 | 2 |
| 27 | 4.2622 | 0.0 | 0.9885 | 84.99 | 25.0 | 5.0 | 0.625 | 1613 | 1 |
| 28 | 4.27 | 71.0 | 0.8191 | 89.71 | 25.0 | 2.5 | 0.625 | 1613 | 5 |
| 29 | 4.27 | 135.0 | 0.6646 | 90.0 | 20.0 | 10.0 | 0.625 | 1613 | 4 |
| 30 | 4.27 | 223.0 | 0.51 | 90.0 | 10.0 | 2.5 | 0.625 | 1613 | 3 |
| 31 | 4.27 | 295.0 | 0.3555 | 90.0 | 25.0 | 10.0 | 0.625 | 1613 | 2 |
| 32 | 4.27 | 357.0 | 0.2005 | 90.0 | 17.5 | 5.0 | 0.625 | 1613 | 1 |
| 33 | 4.27 | 68.0 | 0.0455 | 90.0 | 20.0 | 10.0 | 0.625 | 1613 | 5 |

Figure 6 钻头设计文件

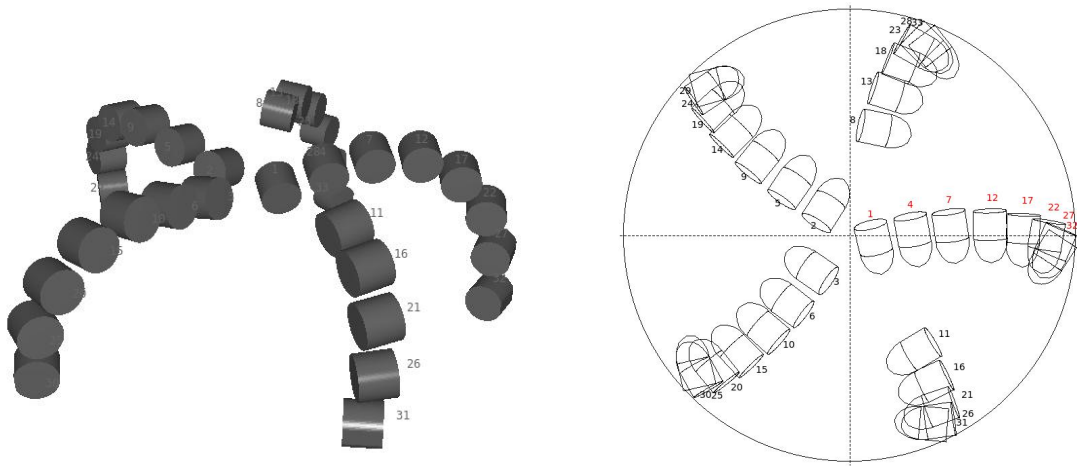


Figure 7 钻头文件对应的割齿序号及位置

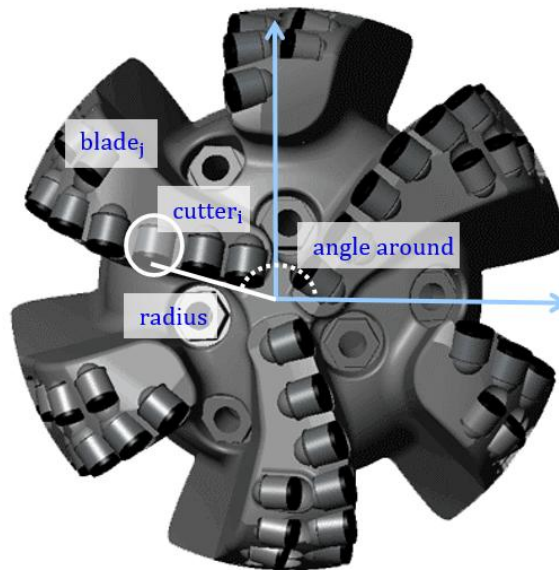


Figure 8 割齿参数在钻头坐标系中的含义

- 钻头力学分析文件：Figure 9 是一个 json 格式的钻头力学分析结果文件，其中各个关键字的含义如下。
 - “br”（度）：钻头 33 个割齿的 BR 角。
 - “sr”（度）：钻头 33 个割齿的 SR 角。
 - “wob”（磅力）：在三种不同岩石环境下施加的钻压。
 - “rop”（英尺每小时）：在三种不同岩石环境下计算得到的钻速。
 - “rpm”（圈每分钟）：在三种不同岩石环境下计算得到的转速。
 - “torque”（磅英尺）：在三种不同岩石环境下计算得到的扭矩。
 - “imbalance_force”（磅力）：在三种不同岩石环境下计算得到的不平衡力。
 - “fn（磅力）”：在三种不同岩石环境下计算得到的每个割齿的法向力。
 - “workrate_fn”（磅英尺每秒）：在三种不同岩石环境下计算得到的每个割齿的法向力功率。

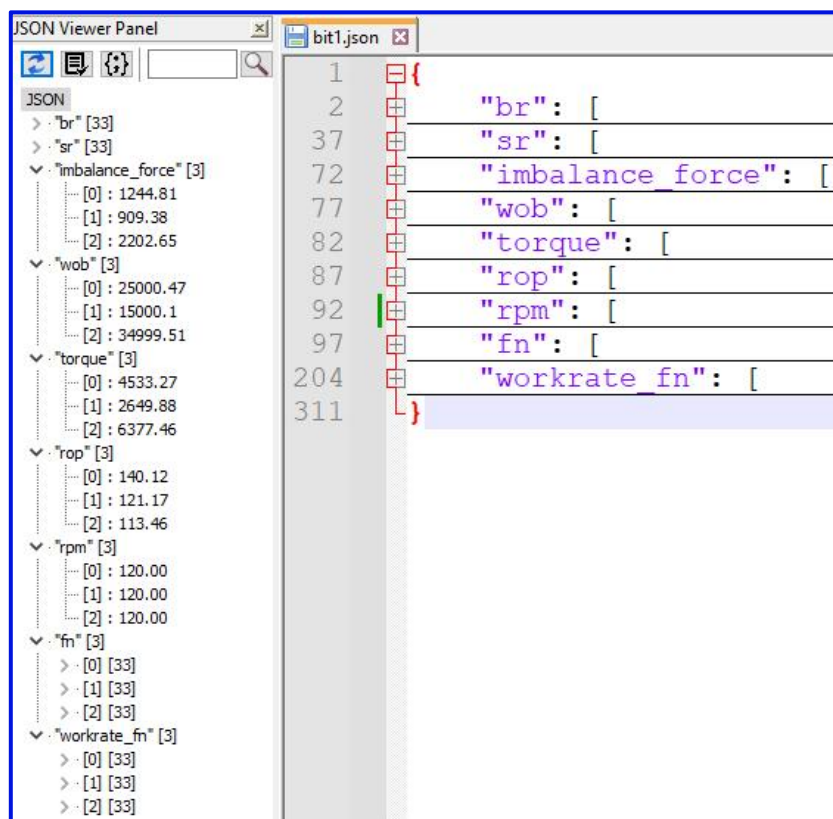


Figure 9 钻头力学分析结果文件

附录 5 参考文献

1. Detournay E. and Defourny P. A phenomenological model of the drilling action of drag bits. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstract*, 29(1):13-23, 1992.
2. Shilin Chen; Greg Grosz; Seth Anderle; Rob Arfele; Keshan Xun, The Role of 3D Rock Chips and Cutting Area Shapes in PDC Bit-Design Optimization, SPE-171833-MS, November 10 2014
3. Fred Dupriest, Stephen Lai, Michael Behounek, Paul Pastusek, Chris Cutts, Bob Best, Bryan Cook, Wendell Bassarath, Jared Collins, Mohammedreza Kamyab, Dennis Moore, Eric Pulpan, Austin Jeske, JJ Wilson, Jamie Sheets, Standardization of Mechanical Specific Energy Equations and Nomenclature, SPE-208777-PA, 08 March 2023

斯伦贝谢 SLB

斯伦贝谢 SLB 是一家全球性的科技公司，致力于能源创新驱动，构建和谐地球家园。斯伦贝谢的业务遍布全球 100 多个国家，为客户全面提供以结果为导向的解决方案，专注于创造和扩展未来的新型能源体系，开发五个领域的技术：碳解决方案、氢气、地热和地质能源、能源储存和关键矿物，并实现工业脱碳、能源数字化和石油天然气的低碳减排。

斯伦贝谢北京地球科学中心（BGC）

斯伦贝谢北京地球科学中心（BGC）成立于 2000 年，现已发展成为斯伦贝谢全球最大的数字研发中心之一，直接支持着斯伦贝谢和整个能源行业的数字化变革。BGC 在前沿软件开发和数字技术（如人工智能和机器学习、物联网、云应用、微服务体系结构、自动化测试、持续集成和持续交付）领域投入了大量资金。同时 BGC 为员工提供全面系统的培训体系，致力于创造鼓励发展、持续创新的工作氛围，为能源行业投资和培养人才。