



**INSTITUTO FEDERAL**  
Rio Grande do Sul

# Probabilidade e Estatística

- Séries de dados,
- Tabelas de frequência absoluta e relativa
- Tabelas de frequência acumulada
- Tabelas com classes

Prof. Ruana Maíra Schneider  
[Ruana.Schneider@farroupilha.ifrs.edu.br](mailto:Ruana.Schneider@farroupilha.ifrs.edu.br)

# Séries estatísticas

**Tabela:** Quadro que resume um conjunto de observações.

**Série estatística:** é um conjunto de dados ordenados segundo uma característica comum, sendo apresentadas sob forma de tabela e/ou gráfico



# Exemplos de tabelas

PREÇO DO ACÉM NO VAREJO  
SÃO PAULO — 1989-94

ANOS	PREÇO MÉDIO (US\$)
1989	2,24
1990	2,73
1991	2,12
1992	1,89
1993	2,04
1994	2,62

FONTE: APA.

# Exemplos de tabelas

**Tabela 1 – Casos de Covid19, no Brasil, em 06/07/2020**

<b>Região</b>	<b>Casos</b>
Sul	96.383
Centro-Oeste	117.360
Norte	289.206
Nordeste	546.959
Sudeste	553.147

Fonte: <https://covid.saude.gov.br/>



# Tabela de dupla entrada (conjugada)

- Mais de uma variável analisada em uma mesma tabela.
- Duas ordens de classificação: horizontal e vertical

Tabela 1 – Síntese de casos, óbitos, incidência e mortalidade por Covid19, no Brasil, em 06/07/2020

Região	Casos	Óbitos	Incidência/ 100mil hab.	Mortalidade/ 100mil hab	Atualização
Sul	96.383	1.915	321,5	6,4	05/07 18:30
Centro-Oeste	117.360	2.244	720,1	13,8	05/07 18:30
Norte	289.206	10.001	1569,1	54,3	05/07 18:30
Nordeste	546.959	20.957	958,4	36,7	05/07 18:30
Sudeste	553.147	29.750	625,9	33,7	05/07 18:30

Fonte: <https://covid.saude.gov.br/>

# Série estatística

- Série temporal ou cronológica

PREÇO DO ACÉM NO VAREJO  
SÃO PAULO — 1989-94

ANOS	PREÇO MÉDIO (US\$)
1989	2,24
1990	2,73
1991	2,12
1992	1,89
1993	2,04
1994	2,62

FONTE: APA.

# Série estatística

- Série geográfica ou territorial

**Tabela 1 – Casos de Covid19, no Brasil, em 06/07/2020**

<b>Região</b>	<b>Casos</b>
Sul	96.383
Centro-Oeste	117.360
Norte	289.206
Nordeste	546.959
Sudeste	553.147

Fonte: <https://covid.saude.gov.br/>



# Série estatística

- Série específica

## Salários dos funcionários da empresa X

Cargo na Empresa	Salário
Gerente	R\$ 12.150,00
Supervisor	R\$ 8.120,00
Técnico	R\$ 4.200,00
Assistente Administrativo	R\$ 3.100,00

Fonte: Situação hipotética



# Distribuição de frequência por categorias

Ocorrência da variável para **valores ou em intervalos** determinados

**Dados absolutos:** resulta da coleta direta da fonte (contagem, medida) sem manipulação.

**Dados relativos:** resultam de comparações entre os dados absolutos e o todo. Tem o objetivo de relação comparações.



# Frequência absoluta e relativa (Porcentagem)

**MATRÍCULAS NAS ESCOLAS  
DA CIDADE A — 1995**

CATEGORIAS	Nº DE ALUNOS	%
1º grau	19.286	91,0
2º grau	1.681	7,9
3º grau	234	1,1
<b>Total</b>	<b>21.201</b>	<b>100,0</b>



# Respostas

1. 42,9% 25,7 % 22,0% e 9,4%

2. 18,0% 29,3% 24,1% 28,6 %



# Notação

- Frequência absoluta:  $f_i$
- Frequência relativa:  $f_r$
- **Total:**  $\sum_{i=1}^n f_i$

(somatório de todas as frequências absolutas para n valores de frequência)

As vezes representado somente por  $\sum f_i$



# Exercício 1

Complete com as frequências relativas calculando as porcentagens

SÉRIES	ALUNOS MATRICULADOS	%
1 <sup>a</sup>	546	
2 <sup>a</sup>	328	
3 <sup>a</sup>	280	
4 <sup>a</sup>	120	
Total	1.274	

**EVOLUÇÃO DAS RECEITAS DO  
CAFÉ INDUSTRIALIZADO  
JAN./ABR. — 1994**

MESES	VALOR (US\$ milhões)
Janeiro	33,3
Fevereiro	54,1
Março	44,5
Abril	52,9
Total	184,8

Dados fictícios.

# Cálculo da frequência relativa

- Observe que ao calcular a porcentagem de uma frequência absoluta temos:

$$f_r = \frac{f_i}{\sum f_i} \times 100\%$$

Regra de três simples:

$$\text{Total } (\sum f_i) \text{ --- } 100\%$$

$$f_i \text{ ---- } f_r \%$$



## Exercício 2 :Calcule as frequências relativas (sem utilizar regra de três).

a)

Número de assinantes de jornais Cidade A - julho/2008		
Jornal ( $x_i$ )	Nº. de assinaturas Frequência absoluta ( $f_i$ )	Frequência relativa ( $f_r$ )
Correio de povo	1.256	
Pioneiro	2.468	
Zero Hora	2.130	
Total		

## Exercício 2 :Calcule as frequências relativas (sem utilizar regra de três).

a)

Número de assinantes de jornais Cidade A - julho/2008		
Jornal ( $x_i$ )	Nº. de assinaturas Frequência absoluta ( $f_i$ )	Frequência relativa ( $f_r$ )
Correio de povo	1.256	21,45%
Pioneiro	2.468	42,15%
Zero Hora	2.130	36,38%
Total	5854	100%



b)

Número de erros por página Livro de matemática/2005		
Nº de erros ( $x_i$ )	Nº de páginas ( $f_i$ )	$f_r$
0	35	
1	20	
2	13	
3	6	
4	4	
5	2	
Total		



b)

Número de erros por página Livro de matemática/2005		
Nº de erros ( $x_i$ )	Nº de páginas ( $f_i$ )	$f_r$
0	35	43,75%
1	20	25%
2	13	16,25%
3	6	7,5%
4	4	5%
5	2	2,5%
Total	80	100%



c) A tabela a seguir apresenta a quantidade de operações realizadas pelos usuários do aplicativo do banco X no mês de julho.

14	12	13	11	12	13	16	14	14	15	17	14	11
13	14	15	13	12	14	13	14	13	15	16	12	12

Construa a tabela de frequência absoluta e relativa dos dados observados



# Resposta

<b>Operações fechadas por dia</b>	<b>Frequências absolutas</b>	<b>Frequências relativas %</b>
11	2	7,69%
12	5	19,23%
13	6	23,08%
14	7	26,92%
15	3	11,54%
16	2	7,69%
17	1	3,85%
Total	26	100,00%



# Frequência acumulada

• Frequência acumulada: ( $f_{ac}$ ,  $FA_c$  ou  $FAC$ )

A **FAC** de uma variável é a soma das frequências absolutas (ou relativas) de todas as variáveis anteriores ( a ordem importa ? )

A tabela das frequências acumuladas apresenta todas as frequências acumuladas.

(a ordem importa!)



# Exemplo

Número de erros por página Livro de matemática/2005		
Nº de erros ( $x_i$ )	Nº de páginas ( $f_i$ absoluta)	Frequência acumulada $F_{ac}$
0	35	
1	20	
2	13	
3	6	
4	4	
5	2	
Total		



# Exemplo

Número de erros por página Livro de matemática/2005		
Nº de erros ( $x_i$ )	Nº de páginas ( $f_i$ absoluta)	Frequência acumulada $F_{ac}$
0	35	35
1	20	55
2	13	68
3	6	74
4	4	78
5	2	80
Total	80	80



# **Aplicação:** Para que serve uma tabela de frequência acumulada?

Com a tabela de FAC, no exemplo anterior, podemos saber quantas folhas de papel possuem até 3 erros.

Ex.:

- Quantidade de peças com até  $n$  defeitos
- Quantidade de usuários que realizaram até  $n$  operações...





# Frequência acumulada relativa

• Frequência acumulada: ( $f_{acr}$ ,  $FA_{cr}$  ou  $FAC_r$ ,  $F_{ra}$ )

Apresenta as frequências acumuladas porém em forma de porcentagem em relação ao total.

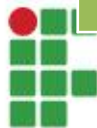
$$f_{acr} = \frac{f_{ac}}{\sum f_i} \times 100\%$$

**Pergunta:** Calcular a frequência acumulada e depois transformar em porcentagem ou primeiro calcular a frequência relativa e depois somar as porcentagens?



**Exercício:** construa a tabela de frequência acumulada (absoluta e relativa)

Número de erros por página Livro de matemática/2005			
Nº de erros	Nº de páginas ( $f_i$ absoluta)	Frequência acumulada $F_{ac}$	Frequência acumulada $F_{acr}$ Relativa
0	35		
1	20		
2	13		
3	6		
4	4		
5	2		
Total			



# Exercício: construa a tabela de frequência acumulada (absoluta e relativa)

Número de erros por página Livro de matemática/2005			
Nº de erros	Nº de páginas ( $f_i$ absoluta)	Frequência acumulada $F_{ac}$	Frequência acumulada $F_{acr}$ Relativa
0	35	35	43,75%
1	20	55	68,75%
2	13	68	85%
3	6	74	92,5%
4	4	78	97,5%
5	2	80	100%
Total	80	80	100%

# Distribuição de frequência por classe

**ESTATURAS DE 100 ALUNOS  
DA ESCOLA X — 1995**

<b>ESTATURAS (cm)</b>	<b>Nº DE ALUNOS</b>
140 ┤ 145	2
145 ┤ 150	5
150 ┤ 155	11
155 ┤ 160	39
160 ┤ 165	32
165 ┤ 170	10
170 ┤ 175	1
<b>Total</b>	<b>100</b>

Dados fictícios.



# Distribuição de frequência por classe

- Utilizada em variáveis discretas ou contínuas (quantitativas).
- Organização dos dados de maneira agrupada com auxílio de **intervalos numéricos**.

**Obs:** - Quando a variável é discreta, em um determinado intervalo, o número de elementos é **finito**.

-Quando a variável é contínua, em um determinado intervalo, o número de elementos **pode ser ilimitado**.



# Definições

- **Dados brutos:** O conjunto de valores numéricos obtidos na pesquisa que ainda não foram organizados.
- **Rol:** arranjo, organização dos dados brutos, em ordem crescente ou decrescente.
- **Amplitude do rol, ou “Range (R)”:** Diferença entre o maior e o menor elemento do rol.

$$R = \text{máximo} - \text{mínimo}$$



# Quantidade de classes (k)

O número de classes deve estar entre 5 e 20, porém, não há um critério único para determinar o número de classes. Uma possibilidade é usar :

- raiz quadrada de n
- para  $n \leq 25$  usar 5 classes
- Para  $n > 25$  utilizar a fórmula de Sturges:

$$k = 1 + 3,3 \log n$$

\*Arredondar para o valor mais próximo



# Exemplo:

$$n = 79,$$

$$k \approx \sqrt{79} \approx 8,9$$

Pode-se trabalhar com 9 classes

OU

Pela fórmula de Sturges, temos:

$$K = 1 + 3,3 \log 79,$$

$$\text{ou seja, } K \approx 7,27$$

Podemos arredondar para 7 ou 8 classes

**As regras de arredondamento não precisam ser seguidas.**





# Amplitude das classes (h)

Definida a quantidade de classes, a amplitude será:

$$h = \frac{\textit{máximo} - \textit{mínimo}}{k}$$



- **Importante:** Ao utilizar agrupamento em classes, não se trabalha mais com os dados originais. Caso seja feito algum cálculo como média, **haverá perda de informação.**



# Procedimento para construir a tabela com classes

- Determinar o número de classes
- Determinar a amplitude
- Preparar os intervalos das classes
- Apresentar as frequências

**Em geral:** somente o limite inferior é incluído (exceto na última classe).

**Para evitar esse problema:** escolher o primeiro valor “um pouco menor” e o último “um pouco maior”



# Exemplo

Quantidade de vendas da peça X dos vendedores do Mercado Livre no mês de julho.:

- Amplitude:
- N° de classes:

280	370	400
305	360	370
320	370	401
330	365	420
310	280	430
340	375	
330	380	
341	400	
369	371	
355	390	

Classe	Limite inferior	Limite superior
1		
2		
3		
4		
5		



Classe	Limite inferior	Limite superior
1	280	310
2	310	340
3	340	370
4	370	400
5	400	430



Classe	Frequência absoluta	Frequência relativa
280 - 310		
310 - 340		
340 - 370		
370 - 400		
400 - 430		



Classe	Frequência absoluta	Frequência relativa
280 – 310	3	12%
310 – 340	4	16%
340 - 370	6	24%
370 - 400	7	28%
400 - 430	5	20%





**Atenção:** A função FREQUENCIA do excel utiliza o limite superior fechado (incluindo o valor final). Portanto, devemos escolher um valor “ligeiramente” inferior para que o mesmo dado não seja contado em duas classes diferentes.

Ex: 280 – 309,9  
310 – 339,9

Para usar o “intervalo” no excel, usamos **apenas o valor superior.**



No planilhas google a função  
= FREQUENCY (dados;classes)

contabiliza os valores compreendidos  
“menores do que” o limite inserido para  
classe.

Portanto, utilize para representar a classe o  
seu limite superior.



# exemplo:

DADOS	lim superior da classe
280	310
305	340
320	370
330	400
310	430
340	
330	
341	
369	
355	

Resultado
3
4
3
0
0
0



Outra opção é usar a função de contagem:

=CONT.SE( ) (para apenas um critério)

=CONT.SE(A3:A27;"<310")

=CONT.SES( ) (para dois critérios)

=CONT.SES(A3:A27;">=310"; A3:A27;"<340"; )

>= (maior ou igual) (aqui podemos escolher os valores que serão incluídos ou não na classe)

OBs: para google sheet: = COUNT ou =COUNTIF



# Frequências acumuladas no EXCEL:

Basta inserir a soma da célula atual (frequência) e somar com a anterior.

**Dica:** arrastar para baixo para repetir o processo nas células seguintes.

Ou inserir a função frequência apenas para um valor e arrastar (lembre de travar a coluna de dados com \$ \$)



# Frequências relativas no EXCEL:

Para apresentar as frequências relativas em porcentagem:

- Formatar a célula como porcentagem
- Dividir o valor absoluto pelo total. (arrastar e travar o valor total)

