



INSTITUTO FEDERAL
Rio Grande do Sul

Probabilidade e Estatística

Medidas de dispersão

Prof. Ruana Maíra Schneider
ruana.Schneider@farroupilha.ifrs.edu.br



Medidas de dispersão

Utilizadas para avaliar o grau de **variabilidade** dos valores em torno da média.

As medidas de dispersão (variabilidade) indicam se os valores estão próximos ou afastados **uns dos outros**.

Exemplo: calcule as médias aritméticas. Qual conjunto possui maior dispersão?

A: 20, 20, 20, 20, 20

B: 15, 10, 20, 25, 30

C: 17, 18, 20, 22, 23



Amplitude Total: indica a diferença entre o maior e o menor valor de um conjunto de dados (também chamado de intervalo ou “range”). Analisa somente os extremos.

$$Amp = x_{máx} - x_{min}$$

Exemplo: calcule a amplitude dos conjuntos de dados

A = {2, 7, 5, 11, 15, 20}

B = {19, 14, 20, 25, 18, 30}



Desvio Médio Absoluto: representa o afastamento médio dos pontos em relação à média.

$$DMA = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} |x_i - \bar{x}|}{n}$$

x_i é o elemento do conjunto;

\bar{x} é a média aritmética (as vezes representada por $\bar{\mu}$ para População)

n é a quantidade de elementos no conjunto (população)

Ou seja, é uma “média aritmética” entre a distância de cada valor à média dos dados



OBSERVAÇÕES:

1) Quando se trabalha com uma **amostra** de uma população usa-se $n - 1$ elementos:

$$DMA \text{ amostral} = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} |x_i - \bar{x}|}{n - 1}$$

2) O desvio médio absoluto trabalha com todos os valores da série, mas também é sensível aos extremos.

3) No Excel =DESVIO.MÉDIO()

Google e LIBRE OFFICE: =desv.médio()



Exemplo: calcule o desvio médio dos conjuntos

A: 20, 20, 20, 20, 20

B: 15, 10, 20, 25, 30

C: 17, 18, 20, 22, 23

	A
X_i	
20	
20	
20	
20	
20	

	B
X_i	
15	
10	
20	
25	
30	

	C
x_i	
17	
18	
20	
22	
23	

Desvio Médio Absoluto para dados agrupados :

multiplicamos cada desvio pela sua **frequência absoluta**.

$$DMA = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{n}$$

x_i é o elemento do conjunto;

\bar{x} é a média aritmética

n é a quantidade de elementos no conjunto (população)

*($n-1$ para amostra)

f_i = frequência absoluta do valor x_i

Ou seja, é uma “**média aritmética ponderada**”
das distância de cada valor à média dos dados

Exemplo (aula anterior):

	Fi	x- média	x- média * Fi
11	2		
12	5		
13	6		
14	7		
15	3		
16	2		
17	1		

$$\bar{x} \approx 13,53 \quad n = 26$$



DMA para dados agrupados em **classe**:

Usamos **o ponto médio** de cada classe no lugar de x_i cada desvio pela sua **frequência absoluta**.

$$DMA = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} |PM_i - \bar{x}| \cdot f_i}{n}$$

PM_i é o ponto médio da classe;

\bar{x} é a média aritmética

n é a quantidade de elementos no conjunto (População)

*(n-1 para amostra)



Exemplo:

Classe	Fi	PMi	Pmi-média	Pmi-média *Fi
0 -- 10	2			
10 -- 20	1			
20 -- 30	5			
30 -- 40	8			
40 -- 50	4			

$$\bar{x} = 30,5$$

$$n = 20$$



Variância

É a média aritmética dos **quadrados** das distâncias

$$Var = \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

No exemplo anterior, basta criar uma nova coluna, $(x_i - \bar{x})^2$ e fazer o seu somatório,



Exemplo: calcule a variância dos conjuntos

A: 20, 20, 20, 20, 20

B: 15, 10, 20, 25, 30

C: 17, 18, 20, 22, 23

$$\bar{x} = 20$$

	A	
X_i		
20	0	
20	0	
20	0	
20	0	
20	0	

$$DMA = 0$$

	B	
X_i		
15	5	
10	10	
20	0	
25	5	
30	10	

$$DMA = \frac{30}{5} = 6$$

	C	
x_i		
17	3	
18	2	
20	0	
22	2	
23	3	

$$DMA = \frac{10}{5} = 2$$



Dicas (utilizando todo o conjunto de dados):

EXCEL:

=VAR.A() ----- Variância de amostra (n-1)

=VAR.P() ----Variância de população (n)

Para Google Planilhas:

=VARA()

=VARP()

Libre office:

=VAR

=VAR.P

* Verifique os cálculos anteriores



Variância para dados agrupadas

Procedemos de forma semelhante ao cálculo do Desvio médio, utilizando a frequência de cada valor (para categorias):

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} (x_i - \bar{x})^2 * fi}{n}$$

E o ponto médio de cada classe, no caso de tabelas com classe:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} (PM_i - \bar{x})^2 * fi}{n}$$



Exemplo: Calcular a variância nos exemplos anteriores com dados agrupados em categoria e Classe

(exemplo em planilhas)



Exemplo: (tabela de freq. Por categoria)

	Fi	x-média	x-média ^2
11	2		
12	5		
13	6		
14	7		
15	3		
16	2		
17	1		

$$\bar{x} \approx 13,53 \quad n = 26$$



Exemplo (tabela de freq. por classe):

Classe	Fi	PMi		
0 -- 10	2			
10 -- 20	1			
20 -- 30	5			
30 -- 40	8			
40 -- 50	4			

$$\bar{x} = 30,5$$

$$n = 20$$



Desvio padrão

É a raiz quadrada da variância e pode, então, ser usado para **comparações com a média**. É a medida de dispersão mais usada na estatística porque possui a mesma unidade da média.

$$\sigma = \sqrt{Var} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\infty} (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

=DESVPAD.A() ---desvio padrão para amostra (n-1)

=DESVPAD.P () --- desvio padrão para população (n)



Exemplo:

$$\bar{x} = 20$$

	A	
Xi		
20	0	0
20	0	0
20	0	0
20	0	0
20	0	0

$$DMA = 0$$

$$Var = 0$$

	B	
Xi		
15	5	25
10	10	100
20	0	0
25	5	25
30	10	100

$$DMA = \frac{30}{5} = 6$$

$$Var = \frac{250}{5} = 50$$

	C	
xi		
17	3	9
18	2	4
20	0	0
22	2	4
23	3	9

$$DMA = \frac{10}{5} = 2$$

$$Var = \frac{26}{5} = 5,2$$



Exemplo:

$$\bar{x} = 20$$

	A	
Xi		
20	0	0
20	0	0
20	0	0
20	0	0
20	0	0

$$DMA = 0$$

$$Var = 0$$

$$\sigma = 0$$

	B	
Xi		
15	5	25
10	10	100
20	0	0
25	5	25
30	10	100

$$DMA = \frac{30}{5} = 6$$

$$Var = \frac{250}{5} = 50$$

$$\sigma = \sqrt{50} \approx 7,07$$

	C	
xi		
17	3	9
18	2	4
20	0	0
22	2	4
23	3	9

$$DMA = \frac{10}{5} = 2$$

$$Var = \frac{26}{5} = 5,2$$

$$\sigma = \sqrt{5,2} \approx 2,28$$

Exemplo: Calcular o desvio padrão para os exemplos anteriores com dados agrupados em categoria e Classe

(exemplo em planilha)



Coeficiente de Variação CV

Usado para comparar variações de unidades diferentes

$$CV = \frac{\text{desvio padrão}}{\text{média}} \times 100\%$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%$$



Classificação

Baixa dispersão: $CV \leq 15\%$;

Média dispersão: $15\% < CV < 30\%$ e

Alta dispersão: $CV \geq 30\%$



Exemplo: Numa empresa, o salário médio dos homens é de R\$ 4.000,00, com desvio padrão de R\$ 1.500,00, e o das mulheres é em média de R\$ 3.000,00, com desvio padrão de R\$ 1.200,00. Qual o coeficiente de variação para os homens? E para as mulheres?



No Excel:

=DESVIO.MÉDIO()

=VAR.A() ----- Variância de amostra (n-1)

=VAR.P() ----Variância de população (n)

=DESVPAD.A() ---desvio padrão para amostra (n-1)

=DESVPAD.P () --- desvio padrão para população (n)

Google:

=STDEVA() desvio padrão para amostra (n-1)

=STDEVP() desvio padrão para população (n)

