# Lógica I Aula 6

Professor: José Eurípedes F. de Jesus Filho

Contato: jeferreirajf@gmail.com

#### Aula anterior

• Revisão.

#### Nesta aula

• Contradição semântica.

• Tabela verdade da contradição semântica.

• Exercícios.

## Introdução

• Existem casos onde nenhuma interpretação possível interpreta uma fórmula da lógica proposicional como verdade.

• Perceba que isso é equivalente em dizer que todas as interpretações possíveis interpretam a fórmula como falso.

## Contradição semântica

• Dizemos que uma fórmula H é uma contradição quando não existe nenhuma interpretação I tal que interpreta H como verdade.

Seja H uma fórmula na lógica proposicional. Então: H é uma contradição se, e somente se, ∄ I tal que I[H] = T.

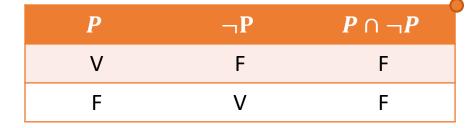
## Contradição semântica

 De forma equivalente, dizemos que uma fórmula H é uma contradição quando para toda interpretação I possível, essa interpretação interpreta H como falso.

Seja H uma fórmula na lógica proposicional. Então: H é uma contradição se, e somente se, ∀ I, I[H] = F.

## Tabela verdade de uma contradição semântica







#### Contradição e Tautologia

- Vimos que em uma fórmula H que é contradição, possui todas as suas linhas como falso.
  - ➤ Podemos dizer então que se H é uma contradição, então H não é tautologia.
  - ➤ O contrário não é verdade.

## Exemplo

• Demonstre que P ∩ Q não é tautologia e também não é contradição.

#### Contradição e Satisfatibilidade

- Vimos que em uma fórmula H é uma contradição se e somente se não existe interpretação I tal que interpreta H como verdade.
  - ▶ Dessa forma, para toda interpretação I possível H a interpretação é falso.
  - ➤ Portanto H é insatisfatível.
  - ➤O contrário também é verdade!

## Contradição e Satisfatibilidade

Matematicamente:

Seja H uma fórmula da lógica proposicional que é contradição.

$$\leftrightarrow \forall I \mid I[H] = F$$

$$\leftrightarrow \not\exists I' \mid I'[H] = T$$

 $\rightarrow$  *H* é insatisfatível.

## Contradição e Contingência

- Vimos que em uma fórmula H é uma contradição se e somente se não existe interpretação I tal que interpreta H como verdade.
  - Dessa forma, para toda interpretação I possível H a interpretação é falso.
  - ➢ Portanto H é não contingência.
  - ➤O contrário não é verdade!

## Contradição e Contingência

Matematicamente:

Seja H uma fórmula da lógica proposicional que é contradição.

- $\leftrightarrow \forall I \mid I[H] = F$
- $\leftrightarrow \not\equiv I' \mid I'[H] = T$
- $\rightarrow$  *H* é não contingência.

#### Sumarizando

#### • Contradição.

- > Diz que todas as linhas da tabela verdade da fórmula resultam em falso.
- ➤ Nem toda fórmula é **contradição**.
- ➤ Nem toda não tautologia é **contradição**.
- > Toda fórmula satisfatível é uma não contradição.
- > Toda fórmula contingência é insatisfatível.

• Verifique se as seguintes fórmulas são contradição:

- 1.  $\neg (A \cap B \rightarrow \neg A)$
- 2.  $(A \cup C) \cap (B \cup C) \leftrightarrow C \cap (A \cup B)$
- *3.* ¬*P*
- 4.  $\neg P \rightarrow P$
- 5.  $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg(\neg P \cup Q)$

• Demonstre a seguinte afirmação:

→ H é contradição se e somente se ¬H é tautologia.

• A afirmação a seguir é verdade? Demonstre sua resposta.

➤ Se H é insatisfatível, então H é uma contradição.

• A afirmação a seguir é verdade? Demonstre sua resposta.

➤ Se H é não tautologia, então H é uma contradição.