

Lógica I

Aula 6

Professor: José Eurípedes F. de Jesus Filho

Contato: jeferreirajf@gmail.com

Aula anterior

- Satisfatibilidade e insatisfatibilidade.
- Tabela verdade da satisfatibilidade.
- Satisfatibilidade e tautologia.

Nesta aula

- Contingência.
- Tabela verdade da contingência.
- Contingência e tautologia.
- Contingência e satisfatibilidade.
- Exercícios.

Introdução

- Se pelo menos uma interpretação interpreta uma fórmula da lógica proposicional como **verdade**, então a fórmula é **satisfatível**.
- Contudo, existem duas possibilidades para as interpretações restantes:
 - Ou elas são todas **verdades**. ← **Tautologia!**
 - Ou existe outra interpretação que interpreta como **falsa**. ← **Contingência!**

Contingência

- Dizemos que uma fórmula **H** é uma **contingência** quando existem duas interpretações **I** e **I'** tais que interpretam **H** como verdade e como falso, respectivamente.
 - Seja **H** uma fórmula na lógica proposicional. Então: **H** é uma **contingência** se, e somente se, existem **I** e **I'**, com **I** diferente de **I'** tais que $I[H] = T$ e $I'[H] = F$

Tabela verdade de uma contingência

- $P \rightarrow Q$

P	Q	$P \rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

A fórmula é
contingência
pela primeira e pela
segunda linha.

Contingência e Tautologia

- Vimos que em uma fórmula **H** que é **tautologia**, possui todas as suas linhas como verdade.
 - Podemos dizer então que se **H** é uma **tautologia**, então **H** não é **contingência**.
 - O contrário não é verdade.

Exemplo

- Demonstre que $P \wedge \neg P$ não é **contingência** e também não é **tautologia**.

Contingência e Satisfatibilidade

- Vimos que em uma fórmula H é uma **contingência** se e somente se existem duas interpretações I e I' tais que interpretam H como verdade e como falso, respectivamente.
 - Dessa forma, existe pelo menos uma interpretação que interpreta H como **verdade**.
 - Portanto H é **satisfatível**.
 - O contrário não é verdade!

Contingência e Satisfatibilidade

- Matematicamente:

Seja **H** uma fórmula da lógica proposicional que é **contingência**.

$\Leftrightarrow \exists I, I' \mid I[H] = T \text{ e } I'[H] = F$

$\Leftrightarrow \exists I \mid I[H] = T$

$\rightarrow H$ é **satisfatível**.

Exemplo

- Demonstre que $P \cup \neg P$ é **satisfatível** mas não é **contingência**.

Sumarizando

- **Contingência.**

- Diz que deve existir pelo menos uma linha na tabela verdade de uma fórmula que resulta em verdade e pelo menos outra linha na tabela verdade que resulta em falso.
- Nem toda fórmula é **contingência**.
- Nem toda tautologia é **contingência**.
- Nem toda fórmula **satisfatível** é uma **contingência**.
- Toda fórmula **contingência** é **satisfatível**.

Exercícios

- Verifique se as seguintes fórmulas são **contingência**:

1. $A \cap B \rightarrow \neg A$

2. $(A \cup C) \cap (B \cup C) \rightarrow C \cap (A \cup B)$

3. $\neg P$

4. $\neg P \cup \neg Q \rightarrow P$

Exercícios

- Demonstre a seguinte afirmação:

➤ Se **H** é **insatisfatível**, então **H** não é **contingência**.

Exercícios

- A afirmação a seguir é verdade? Demonstre sua resposta.
 - Se **H** não é **contingência**, então **H** é uma **tautologia**.