

# Lógica I

## Aula 9

Professor: José Eurípedes F. de Jesus Filho

Contato: [jeferreirajf@gmail.com](mailto:jeferreirajf@gmail.com)

# Aula anterior

- Revisão.

# Nesta aula

- Contradição semântica.
- Tabela verdade da contradição semântica.
- Exercícios.

# Introdução

- Existem casos onde nenhuma interpretação possível interpreta uma fórmula da lógica proposicional como **verdade**.
- Perceba que isso é equivalente em dizer que todas as interpretações possíveis interpretam a fórmula como **falso**.

# Contradição semântica

- Dizemos que uma fórmula **H** é uma **contradição** quando não existe nenhuma interpretação **I** tal que interpreta **H** como **verdade**.
  - Seja **H** uma fórmula na lógica proposicional. Então: **H** é uma **contradição** se, e somente se,  $\nexists I$  tal que  $I[H] = T$ .

# Contradição semântica

- De forma equivalente, dizemos que uma fórmula **H** é uma **contradição** quando para toda interpretação **I** possível, essa interpretação interpreta **H** como **falso**.
  - Seja **H** uma fórmula na lógica proposicional. Então: **H** é uma **contradição** se, e somente se,  $\forall \mathbf{I}, \mathbf{I}[\mathbf{H}] = \mathbf{F}$ .

# Tabela verdade de uma contradição semântica

- $P \cap \neg P$

$P$	$\neg P$	$P \cap \neg P$
V	F	F
F	V	F



A fórmula é  
contradição.

# Contradição e Tautologia

- Vimos que em uma fórmula **H** que é **contradição**, possui todas as suas linhas como **falso**.
  - Podemos dizer então que se **H** é uma **contradição**, então **H** não é **tautologia**.
  - O contrário não é verdade.



# Exemplo

- Demonstre que  $P \cap Q$  não é **tautologia** e também não é **contradição**.

# Contradição e Satisfatibilidade

- Vimos que em uma fórmula  $H$  é uma **contradição** se e somente se não existe interpretação  $I$  tal que interpreta  $H$  como **verdade**.
  - Dessa forma, para toda interpretação  $I$  possível  $H$  a interpretação é **falso**.
  - Portanto  $H$  é **insatisfatível**.
  - O contrário também é verdade!

# Contradição e Satisfatibilidade

- Matematicamente:

Seja **H** uma fórmula da lógica proposicional que é **contradição**.

$$\Leftrightarrow \forall I \mid I[H] = F$$

$$\Leftrightarrow \nexists I' \mid I'[H] = T$$

$\rightarrow H$  é **insatisfatível**.

# Contradição e Contingência

- Vimos que em uma fórmula **H** é uma **contradição** se e somente se não existe interpretação **I** tal que interpreta **H** como **verdade**.
  - Dessa forma, para toda interpretação **I** possível **H** a interpretação é **falso**.
  - Portanto **H** é **não contingência**.
  - O contrário não é verdade!

# Contradição e Contingência

- Matematicamente:

Seja **H** uma fórmula da lógica proposicional que é **contradição**.

$$\Leftrightarrow \forall I \mid I[H] = F$$

$$\Leftrightarrow \nexists I' \mid I'[H] = T$$

$\rightarrow H$  é **não contingência**.

# Sumarizando

- **Contradição.**

- Diz que todas as linhas da tabela verdade da fórmula resultam em **falso**.
- Nem toda fórmula é **contradição**.
- Nem toda não tautologia é **contradição**.
- Toda fórmula **satisfatível** é uma **não contradição**.
- Toda fórmula **contingência** é **insatisfatível**.

# Exercícios

- Verifique se as seguintes fórmulas são **contradição**:

1.  $\neg(A \cap B \rightarrow \neg A)$

2.  $(A \cup C) \cap (B \cup C) \leftrightarrow C \cap (A \cup B)$

3.  $\neg P$

4.  $\neg P \rightarrow P$

5.  $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg(\neg P \cup Q)$

# Exercícios

- Demonstre a seguinte afirmação:
  - $H$  é **contradição** se e somente se  $\neg H$  é **tautologia**.



# Exercícios

- A afirmação a seguir é verdade? Demonstre sua resposta.
  - Se **H** é **insatisfatível**, então **H** é uma **contradição**.

# Exercícios

- A afirmação a seguir é verdade? Demonstre sua resposta.
  - Se  $H$  é **não tautologia**, então  $H$  é uma **contradição**.