

Lógica I

Aula 14

Professor: José Eurípedes F. de Jesus Filho

Contato: jeferreirajf@gmail.com

Nesta aula

- Formas normais.
- Exercícios.

Introdução

- Seja qualquer fórmula **H** da lógica proposicional. É fato que existe uma fórmula **G** equivalente a **H** na forma normal.
- Existem duas formas normais:
 - **Forma Normal Disjuntiva** (fnd)
 - **Forma Normal Conjuntiva** (fnc)
- Mas antes de entendermos as formas normais, é necessário entender o conceito de **literal**.

Literal

- A definição de **literal** é muito simples:
 - Um **literal** na lógica proposicional é um **símbolo proposicional** ou sua **negação**.
 - ✓ Exemplos: A , $\neg B$, H , $\neg G$, S , etc...

Forma Normal

- Uma fórmula **H** está na **fnd** se é uma disjunção de conjunção de literais.

➤ Sejam **P**, **H**, **G** e **E** fórmulas na lógica proposicional e $\mathbf{P} := (\mathbf{H} \wedge \neg \mathbf{E}) \vee (\mathbf{E} \wedge \neg \mathbf{G}) \vee (\mathbf{H} \wedge \mathbf{G})$. Dizemos que **P** está na **fnd**.

Forma Normal

- Uma fórmula **H** está na **fnc** se é uma conjunção de disjunções de literais.
 - Sejam **P**, **H**, **G** e **E** fórmulas na lógica proposicional e $\mathbf{P} := (\mathbf{H} \vee \neg \mathbf{E}) \wedge (\mathbf{E} \vee \neg \mathbf{G}) \wedge (\mathbf{H} \vee \mathbf{G})$. Dizemos que **P** está na **fnc**.

Forma Normal

- Seja H uma fórmula qualquer da lógica proposicional.
 - Existe uma fórmula H_{fnd} na forma normal disjuntiva equivalente a H .
 - Existe uma fórmula H_{fnc} na forma normal conjuntiva equivalente a H .

Forma Normal

- Seja a fórmula $H := (P \rightarrow Q) \wedge R$ e sua tabela verdade, abaixo:

P	Q	R	$(P \rightarrow Q) \wedge R$
T	T	T	T
T	T	F	F
T	F	T	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T
F	F	F	F

Forma Normal

- Para encontrarmos a H_{fnd} equivalente, devemos:
 1. Construir a **tabela verdade** de H .
 2. Extrair todas as linhas da tabela que interpretam H como T , gerando a tabela S .
 3. Escrever cada linha de S como uma conjunção de **interpretações verdadeiras**.
 4. Escrever a H_{fnd} como sendo a disjunção de cada fórmula gerada no **Passo 3**.

Forma Normal

- Para encontrarmos a H_{fnd} equivalente, devemos:

1. Construir a **tabela verdade** de H .

P	Q	R	$(P \rightarrow Q) \wedge R$
T	T	T	T
T	T	F	F
T	F	T	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T
F	F	F	F

Forma Normal

- Para encontrarmos a H_{fnd} equivalente, devemos:
 2. Extrair todas as linhas da tabela que interpretam H como T , gerando a tabela S .

P	Q	R	$(P \rightarrow Q) \wedge R$
T	T	T	T
F	T	T	T
F	F	T	T

Forma Normal

- Para encontrarmos a H_{fnd} equivalente, devemos:

3. Escrever cada linha de **S** como uma conjunção de interpretações **verdadeiras**.

P	Q	R	$(P \rightarrow Q) \wedge R$	
T	T	T	T	$\Rightarrow I[P]=T, I[Q]=T, I[R]=T \Rightarrow P \wedge Q \wedge R$
F	T	T	T	$\Rightarrow I[\neg P]=T, I[Q]=T, I[R]=T \Rightarrow \neg P \wedge Q \wedge R$
F	F	T	T	$\Rightarrow I[\neg P]=T, I[\neg Q]=T, I[R]=T \Rightarrow \neg P \wedge \neg Q \wedge R$

Forma Normal

- Para encontrarmos a H_{fnd} equivalente, devemos:

4. Escrever a H_{fnd} como sendo a disjunção de cada fórmula gerada no **Passo 3**.

$$I[P]=T, I[Q]=T, I[R]=T \Rightarrow P \wedge Q \wedge R$$

$$I[\neg P]=T, I[Q]=T, I[R]=T \Rightarrow \neg P \wedge Q \wedge R$$

$$I[\neg P]=T, I[\neg Q]=T, I[R]=T \Rightarrow \neg P \wedge \neg Q \wedge R$$



$$H_{\text{fnd}} := (P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R)$$

Forma Normal

- Para encontrarmos a H_{fnc} equivalente, devemos:
 1. Construir a **tabela verdade** de H .
 2. Extrair todas as linhas da tabela que interpretam H como F , gerando a tabela S .
 3. Escrever cada linha de S como uma disjunção de **interpretações falsas**.
 4. Escrever a H_{fnc} como sendo a conjunção de cada fórmula gerada no **Passo 3**.

Forma Normal

- Para encontrarmos a H_{fnc} equivalente, devemos:

1. Construir a **tabela verdade** de H .

P	Q	R	$(P \rightarrow Q) \wedge R$
T	T	T	T
T	T	F	F
T	F	T	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T
F	F	F	F

Forma Normal

- Para encontrarmos a H_{fnc} equivalente, devemos:

2. Extrair todas as linhas da tabela que interpretam H como F , gerando a tabela S .

P	Q	R	$(P \rightarrow Q) \wedge R$
T	T	F	F
T	F	T	F
T	F	F	F
F	T	F	F
F	F	F	F

Forma Normal

- Para encontrarmos a H_{fnc} equivalente, devemos:

3. Escrever cada linha de **S** como uma disjunção de **interpretações falsas**.

P	Q	R	$(P \rightarrow Q) \wedge R$	
T	T	F	F	$\Rightarrow I[\neg P]=F, I[\neg Q]=F, I[R]=F \Rightarrow \neg P \vee \neg Q \vee R$
T	F	T	F	$\Rightarrow I[\neg P]=F, I[Q]=F, I[\neg R]=F \Rightarrow \neg P \vee Q \vee \neg R$
T	F	F	F	$\Rightarrow I[\neg P]=F, I[Q]=F, I[R]=F \Rightarrow \neg P \vee Q \vee R$
F	T	F	F	$\Rightarrow I[P]=F, I[\neg Q]=F, I[R]=F \Rightarrow P \vee \neg Q \vee R$
F	F	F	F	$\Rightarrow I[P]=F, I[Q]=F, I[R]=F \Rightarrow P \vee Q \vee R$

Forma Normal

- Para encontrarmos a H_{fnc} equivalente, devemos:

4. Escrever a H_{fnc} como sendo a conjunção de cada fórmula gerada no **Passo 3**.

$$I[\neg P]=F, I[\neg Q]=F, I[R]=F \Rightarrow \neg P \vee \neg Q \vee R$$

$$I[\neg P]=F, I[Q]=F, I[\neg R]=F \Rightarrow \neg P \vee Q \vee \neg R$$

$$I[\neg P]=F, I[Q]=F, I[R]=F \Rightarrow \neg P \vee Q \vee R$$

$$I[P]=F, I[\neg Q]=F, I[R]=F \Rightarrow P \vee \neg Q \vee R$$

$$I[P]=F, I[Q]=F, I[R]=F \Rightarrow P \vee Q \vee R$$



$$H_{fnc} := (\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee R)$$

Exercícios

- Escreva as H_{fnd} e H_{fnc} para as seguintes definições de H :

➤ $H := P \Leftrightarrow (Q \vee \neg P)$

➤ $H := \neg P \vee (\neg R \wedge S)$

➤ $H := (P \rightarrow (R \wedge S)) \vee Q$