**Introdução da Unidade**



**Objetivos da Unidade**

Ao longo desta Unidade, você irá:

* aplicar conjuntos numéricos, frações, operações de potenciação, radiciação e operações algébricas;
* calcular as equações de primeiro e segundo grau, exponenciais e logarítmicas, encerrando essa parte com inequações de primeiro grau;
* praticar trigonometria, o ciclo trigonométrico e números complexos.

**Introdução da Unidade**

Uma pergunta importante que você deve sempre se fazer ao concluir um cálculo é “Será que este resultado é consistente com a realidade? Será que ele faz sentido prático no meu ambiente de trabalho? ”

Nesta unidade iniciaremos nosso estudo de Matemática, ferramenta utilizada nos mais diversos campos da tecnologia, por profissionais que atuam na indústria mecânica, na construção civil, com equipamentos biomédicos, na área de logística, em telecomunicações e sistemas elétricos são usuários da Matemática.

Queremos deixar para você dois motivos para valorizar o que estudaremos nesta disciplina. O primeiro é que tais conhecimentos são importantíssimos para sua atuação profissional e empregabilidade, pois, ao se candidatar a um emprego, tais conhecimentos serão exigidos de você. Além disso, eles são fundamentos sobre os quais serão construídos os conhecimentos específicos da sua área de atuação.

Um segundo aspecto para motivar seus estudos nesta disciplina é que a Matemática “abre a cabeça”. O conhecimento matemático é perene e facilmente transferível para outras áreas de conhecimento. Assim, ao aprender a usar ferramentas da Matemática, você estará automaticamente tornando-se um profissional muito mais flexível, e, como um prêmio de bônus, sua leitura de mundo será diferenciada. Realmente, vale a pena estudar Matemática!

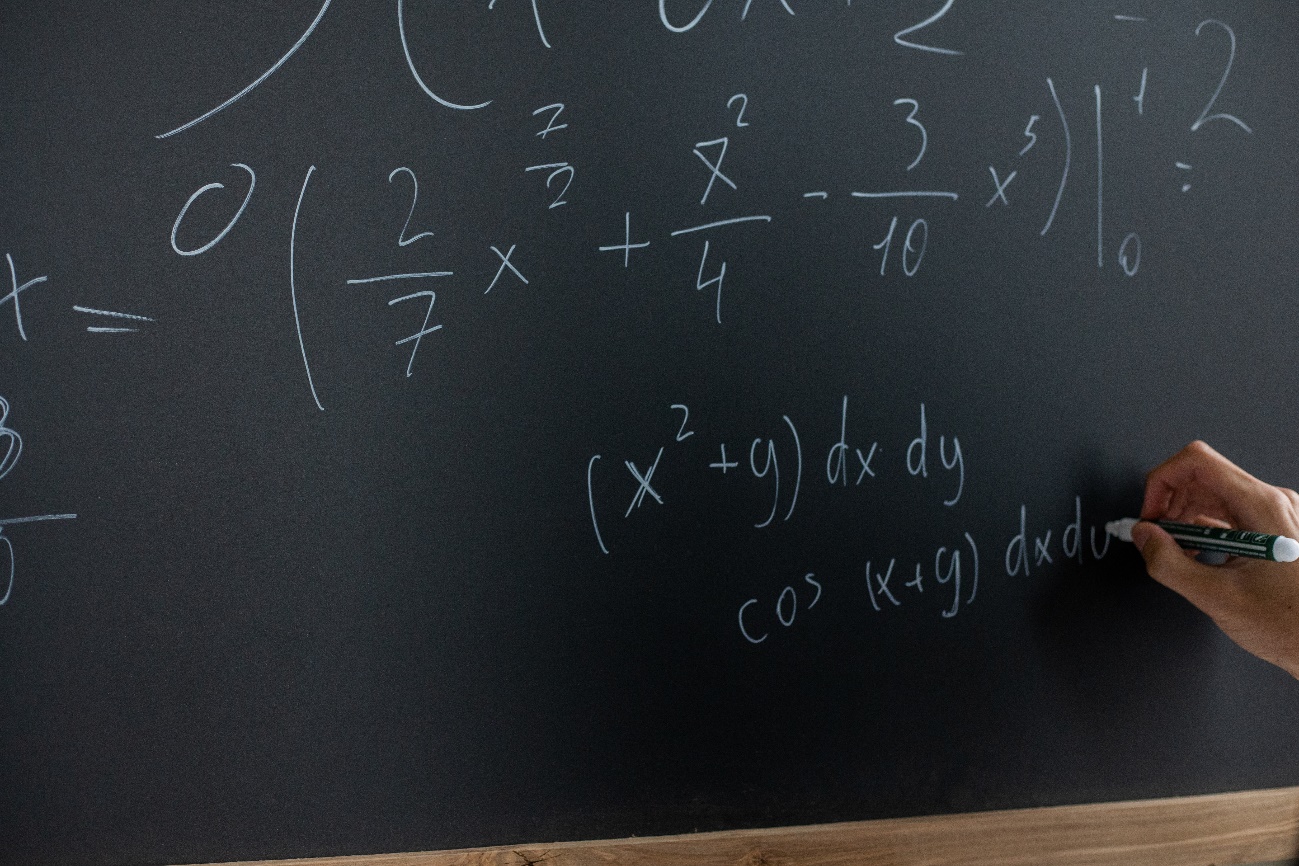
Nesta unidade, o contexto de aprendizagem considera que você é analista de uma empresa na qual seu trabalho consiste em analisar as planilhas produzidas pelos funcionários para avaliar se as fórmulas estão corretas. Nesta condição você receberá três tarefas, na primeira você deve identificar eventuais erros de digitação de um de seus funcionários em expressões algébricas simples e deverá corrigir e apontá-los para que o funcionário evite errar novamente no futuro.

Sua segunda tarefa relaciona-se com equações do 1° grau. Você verificou que a fórmula de um funcionário apresentava problemas, portanto, você deve corrigir os erros e também enviar a correção para que o funcionário produza novas tabelas de resultados corretos. Sua terceira tarefa consiste em corrigir o uso de uma função que utiliza números complexos. Essa função guarda na parte real as oscilações no preço de um produto e na parte imaginária as perdas.

Para que o desafio proposto nas três situações acima possa ser superado, estudaremos os conteúdos descritos na respectiva sequência.

Na primeira aula, veremos conjuntos numéricos, frações, operações de potenciação, radiciação e operações algébricas. Na segunda aula, veremos as equações de primeiro e segundo grau, exponenciais e logarítmicas, encerrando essa parte com inequações de primeiro grau. Por fim, na aula 3, estudaremos trigonometria, o ciclo trigonométrico e números complexos.

**Introdução da Aula**



**Qual é o foco da aula?**

Nesta aula, você estudará os aspectos fundamentais da álgebra aplicada.

**Objetivos gerais de aprendizagem**

Ao longo desta aula, você irá:

* aplicar conjuntos numéricos, frações, operações de potenciação, radiciação e operações algébricas;
* empregar seus conhecimentos gerais da matemática básica para que possa modelar matematicamente problemas do seu dia a dia e do seu ambiente de trabalho;
* avaliar criticamente os resultados obtidos.

**Situação-problema**

É bem possível que você já tenha se deparado com algum erro ou dificuldade ao utilizar uma planilha eletrônica, talvez isso ocorreu no cálculo de seu próprio controle financeiro mensal, dos rendimentos de alguma aplicação financeira ou na utilização de uma planilha no seu ambiente de trabalho. Ao utilizar planilhas eletrônicas no seu trabalho pode ser necessário efetuar alguma alteração nas fórmulas previamente inseridas, talvez por alguma mudança na legislação ou por uma eventual alteração na metodologia de cálculo.

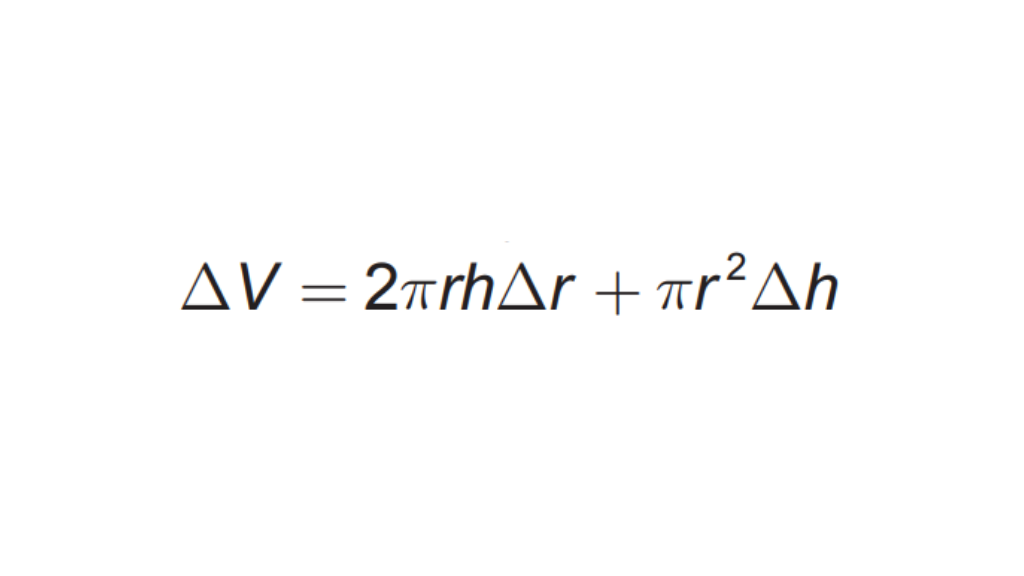
Se você não tiver o domínio efetivo sobre os conceitos subjacentes, é possível que encontre dificuldades no processo de implementar alguma alteração em uma planilha pronta ou na produção de uma planilha completamente nova. Daí a importância do domínio do Excel para sua empregabilidade. Certamente, um candidato a um estágio ou emprego que tenha conhecimentos além do Excel básico estará em uma situação muito mais favorável para conquistar a vaga.

Nesta disciplina, pretendemos que você aprofunde seus conhecimentos gerais da matemática básica para que possa modelar matematicamente problemas do seu dia a dia e do seu ambiente de trabalho, bem como desenvolver sua capacidade de avaliar criticamente os resultados obtidos.

Para contextualizar nossos estudos, você terá o papel de um analista em uma empresa que deve analisar planilhas de cálculos produzidas pelos funcionários. Você deverá verificar se as fórmulas e os gráficos produzidos estão corretos, se há algum erro de digitação nas fórmulas matemáticas ou se existem incorreções do ponto de vista dos conceitos matemáticos.

Nesta primeira aula, ao analisar uma planilha de cálculos, você deverá buscar problemas na forma como o funcionário da empresa inseriu as expressões matemáticas no Excel. Você deve analisar com bastante cuidado as expressões digitadas na planilha, pois erros neste ponto podem causar sérios prejuízos à empresa e danos aos clientes.

Suponha que você trabalha em uma empresa de logística, a qual tem um contrato com uma companhia que fabrica tanques cilíndricos para armazenagem de produtos diversos. Estes tanques possuem altura representada pela letra **h** e raio representado por **r**. Para avaliar o impacto de variações **∆h**na altura e **∆r**no raio sobre o volume dos cilindros e sua consequência nos custos e resultados de sua produção industrial, a empresa utiliza a seguinte expressão:

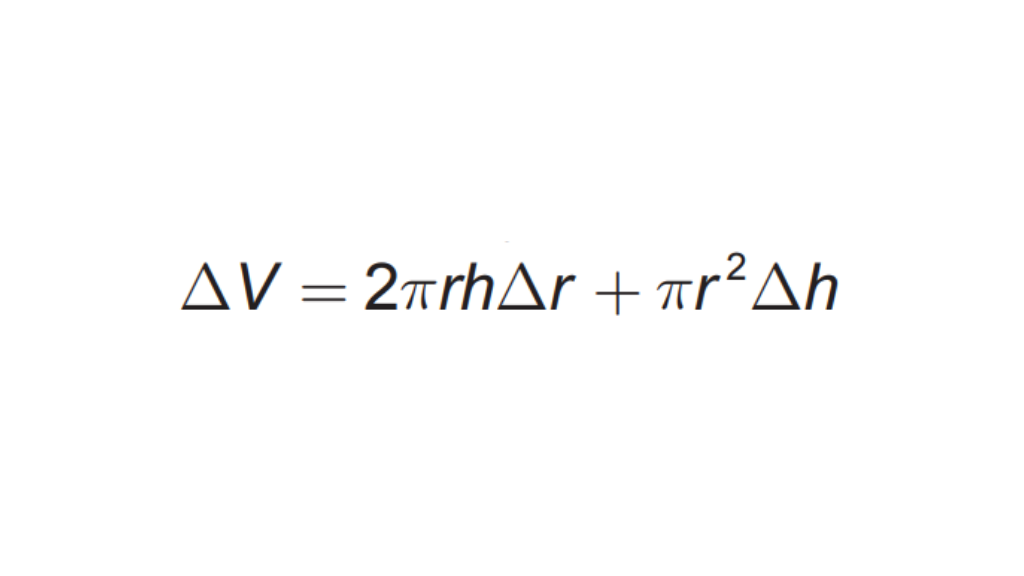


onde **∆V** representa a resultante variação no volume.

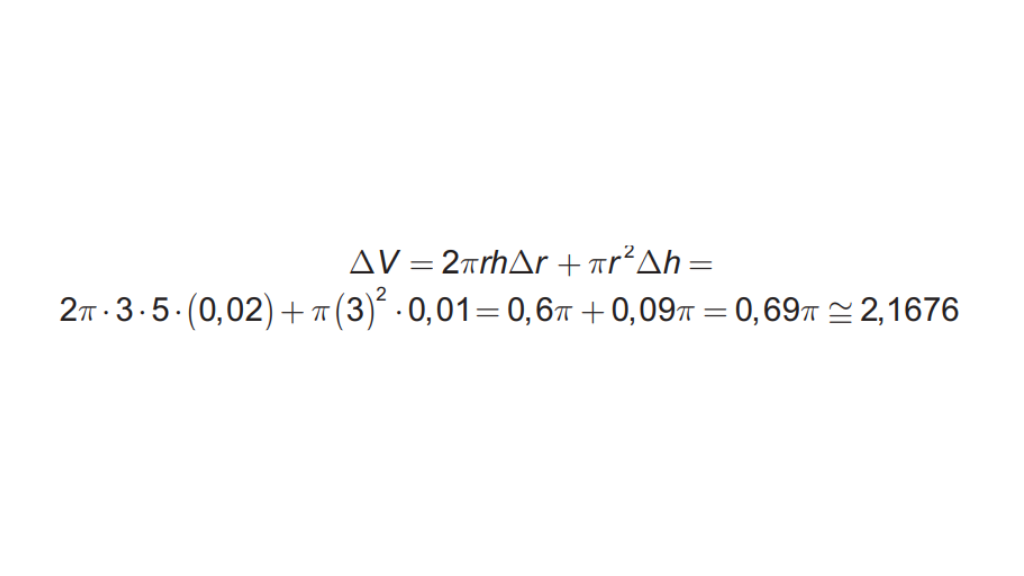
Suponha que o raio inicialmente adotado pela empresa seja ***r*=5** metros e a altura***h*= 7** metros.

Considere ainda nos seus cálculos para a tarefa que **∆r =0,01**e **∆h =0,02**. É uma boa prática para profissionais que utilizam computadores no seu dia a dia conferir parte de seus cálculos à mão para verificar se todas as etapas inseridas no computador estão corretas.

Neste exemplo, vale a pena conferir o valor da expressão:

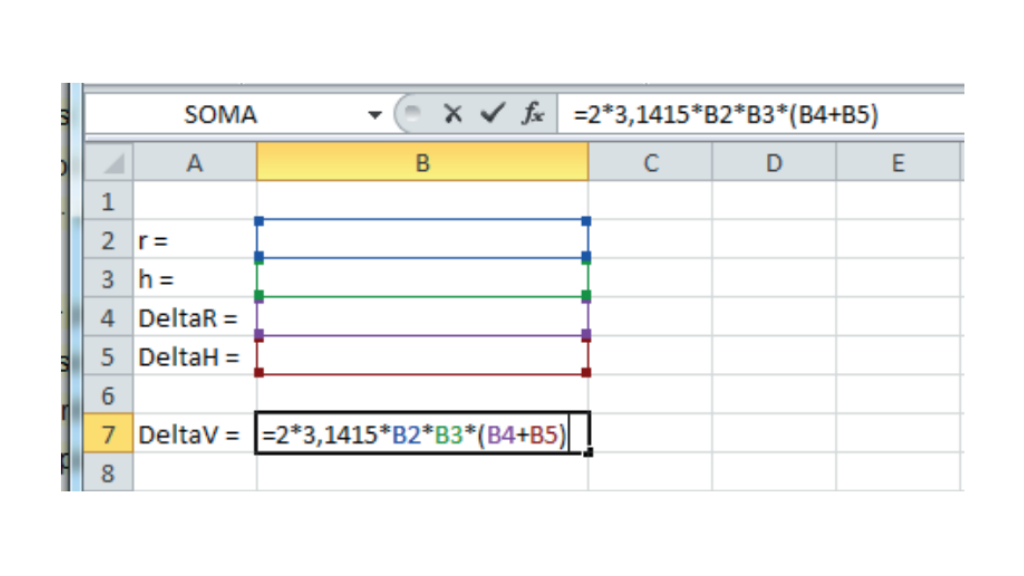


para alguns valores numéricos, como *r*, *h*, **∆r**e **∆h**. Neste sentido, suponha que e **r = 3** , **h = 5** , **∆r = 0,2** e **∆h = 0,1**. Substituindo na expressão para **∆V**, teremos:



Agora que você já trabalhou com a expressão anterior à mão, podemos inseri-la no computador.

Um de seus funcionários, buscando simplificar o trabalho de digitação, digitou a expressão na seguinte forma no Excel, conforme figura abaixo:

Fórmula ∆V digitada no Excel. Fonte: elaborada pelo autor.

Destacamos que a fórmula na célula B5 (“DeltaV”) é 2\*3,1415\*B2\*B3\*(B4+B5).

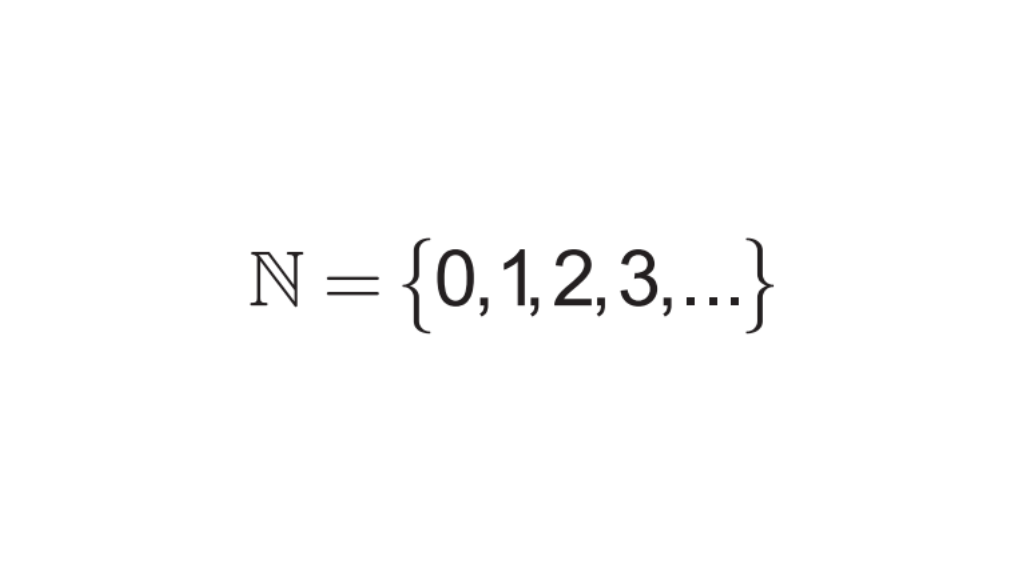
Seu desafio aqui consiste em identificar se há algum erro nesta digitação e apresentar a correção. Temos certeza da sua competência para superar este desafio, para tanto, é importante que você siga em frente, estudando os conteúdos desta primeira aula.

**Conjuntos numéricos**



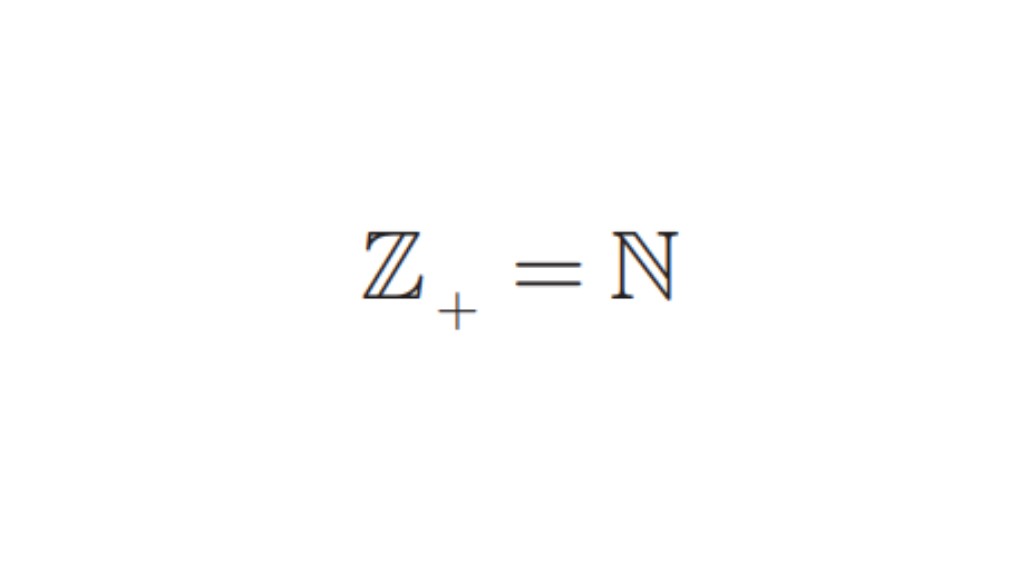
Ao longo da história, a humanidade, frente a cada desafio com o qual se defronta, é pressionada a desenvolver soluções para aquele desafio. Com os conjuntos numéricos não foi diferente. Os números naturais possuem associação direta com os primeiros processos de contagem, muito provavelmente da produção agrícola e pecuária. A seguir, apresentaremos as definições dos conjuntos numéricos.

**Definição (conjunto dos números naturais):** chamamos o conjunto dos números naturais ao conjunto:

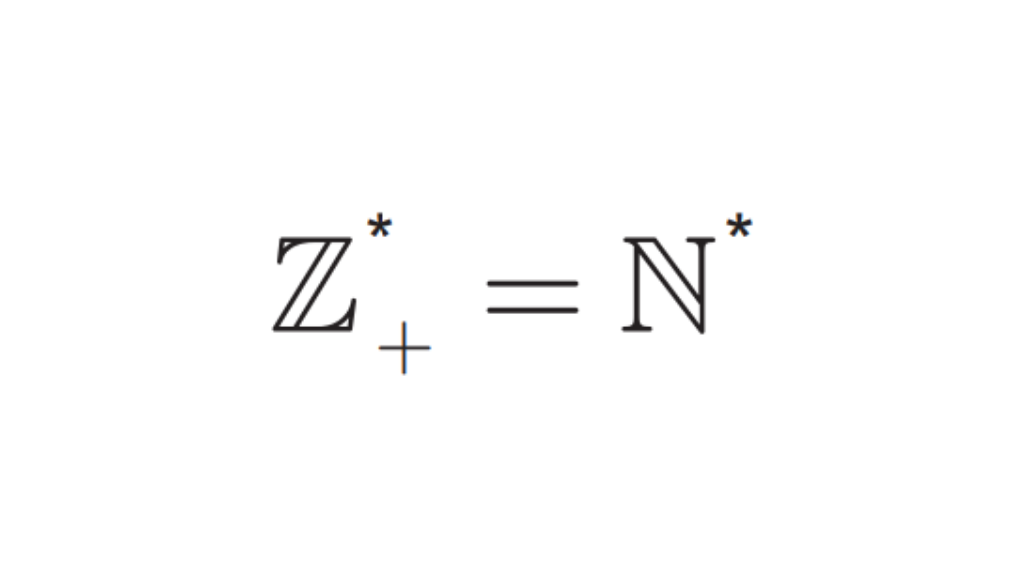


Quando quisermos representar um conjunto numérico qualquer, que denotaremos por **A** , com a exclusão do zero, ele poderá ser representado por **A\*** . Foi a partir do crescimento do comércio e da necessidade de se registrar não somente os ganhos, mas também as perdas dos comerciantes que surgiu a necessidade de se representar valores negativos. Vejamos sua definição formal a seguir.

**Definição (conjunto dos números inteiros):**denomina-se conjunto dos números inteiros ao conjunto ℤ=**{...,-3,-2, -1,0, 1,2,3,...}**. Para representar o conjunto dos números inteiros não negativos escrevemos ℤ+=**{0, 1,2,3,...}**. Observe que:



Para representar o conjunto dos números inteiros não positivos escrevemos ℤ-=**{...,-3,-2, -1,0}**. O conjunto dos números inteiros positivos é representado por ℤ\*+=**{1,2,3,...}**. Note que:



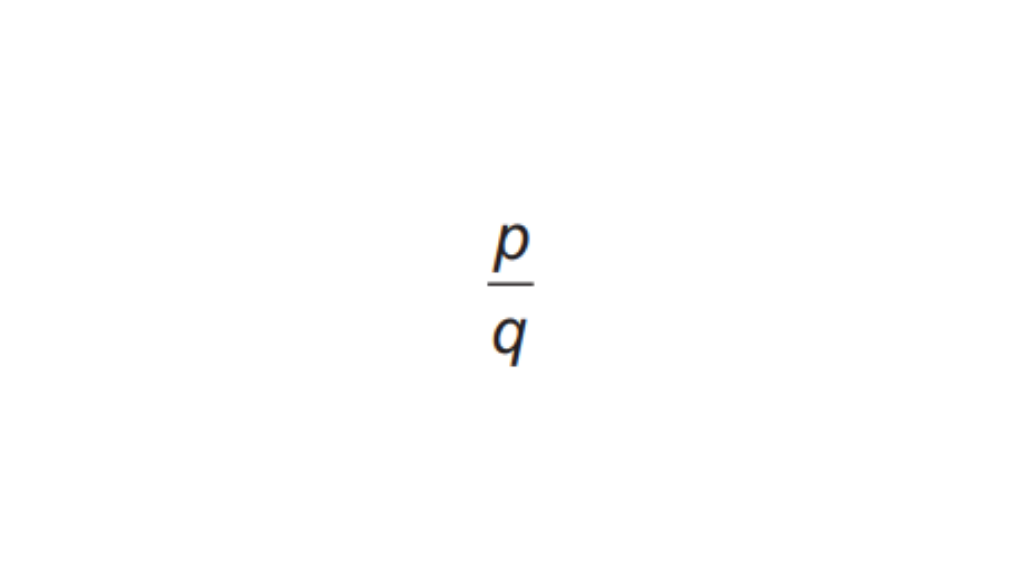
E o conjunto dos números inteiros negativos é representado por ℤ\*- **{...,-3,-2, -1}**. Todo número natural também é um número inteiro, mas nem todo número inteiro é um número natural. Dizemos que o conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números inteiros e escrevemos em símbolos matemáticos.



Na figura abaixo, apresentamos esta relação de continência entre estes dois conjuntos numéricos.

Relação de continência entre os conjuntos N e Z. Fonte: elaborada pelo autor.

**Definição (conjunto dos números racionais):** quaisquer números que possam ser representados na forma:



onde **p,q** são números inteiros com **p≠q**constituem o conjunto dos números racionais.Em símbolos, temos:

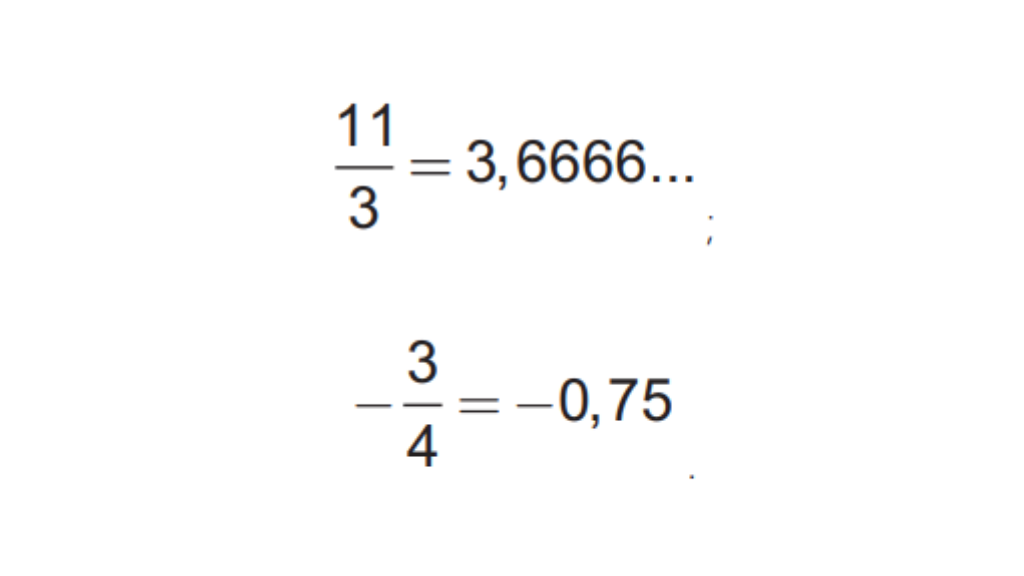
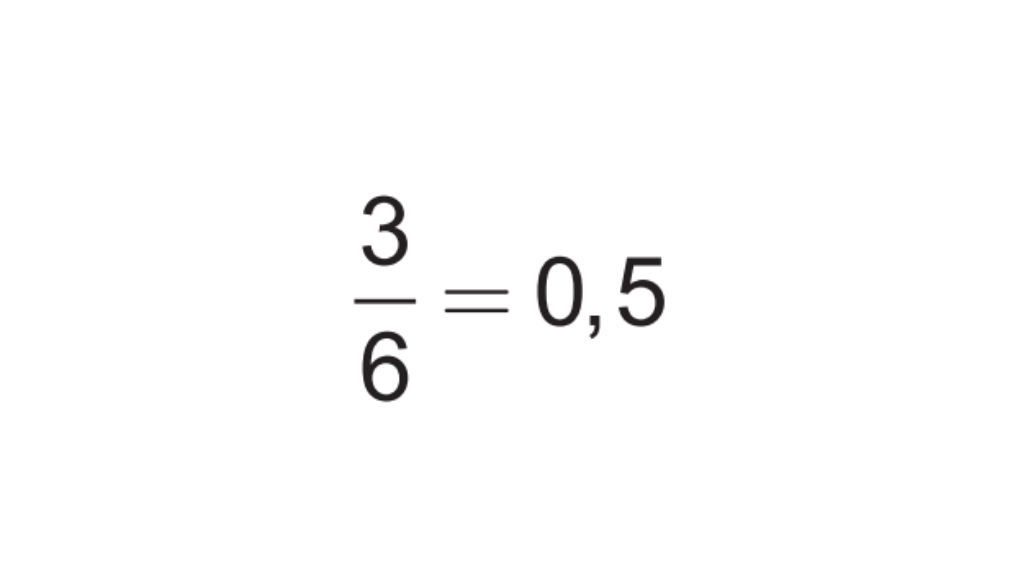


Existem documentos (papiros) que comprovam que os egípcios utilizavam frações há cerca de quatro mil anos.

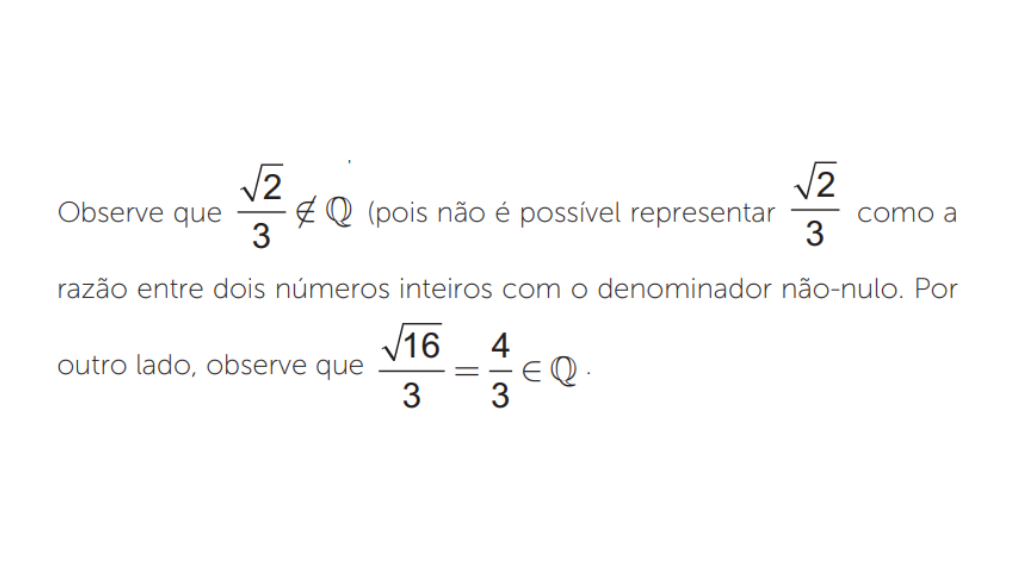
\_\_\_\_\_\_

**📝 Exemplificando**

São exemplos de números racionais:

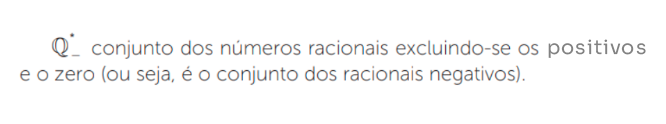
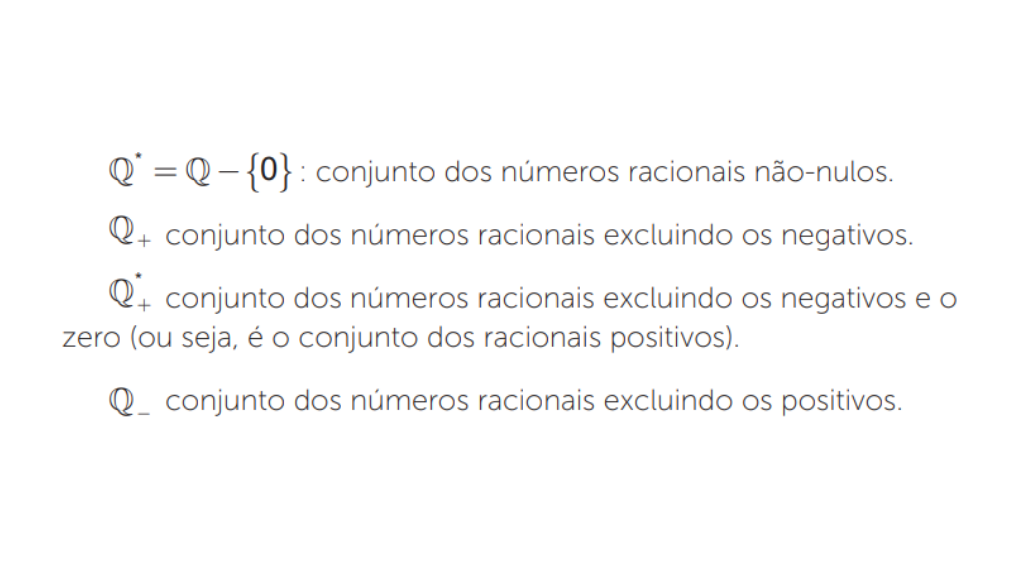


Ou seja, qualquer número que possa ser escrito em forma decimal finita ou como dízima periódica é um número racional.

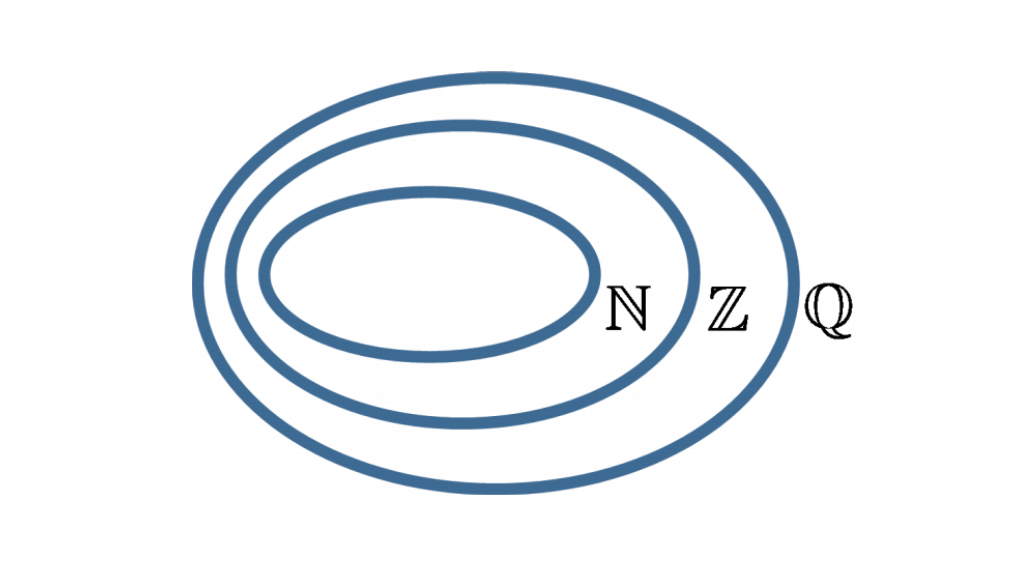
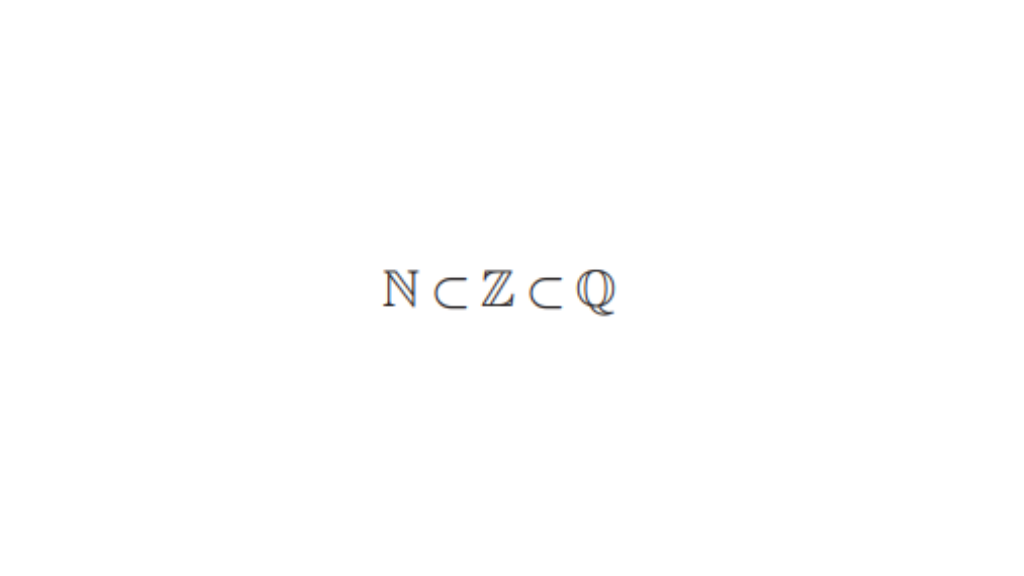


\_\_\_\_\_\_

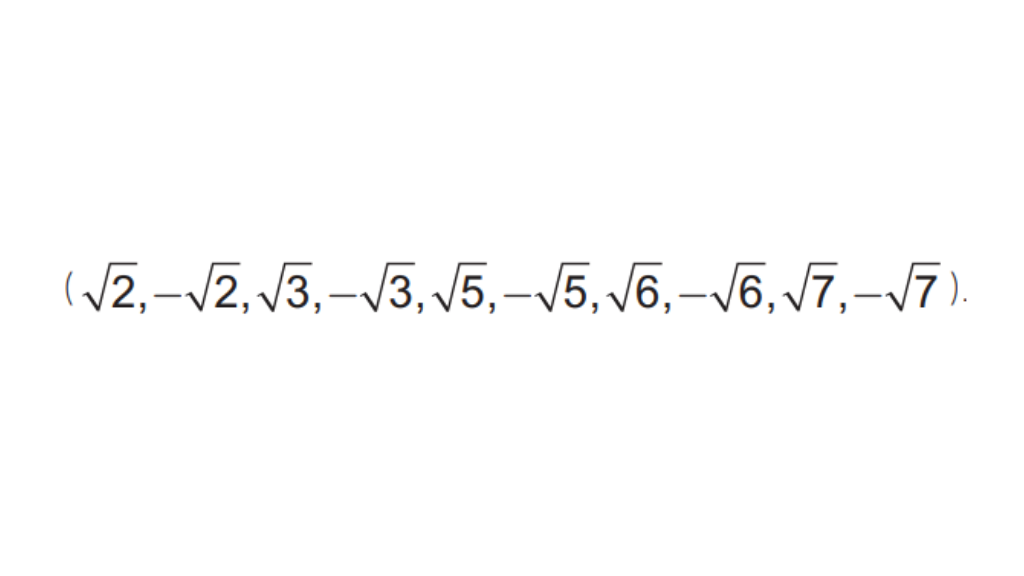
De forma similar à que utilizamos para o conjunto dos números inteiros temos que:



Na figura abaixo apresentamos a relação:

Relação de continência entre os conjuntos N, Z e Q. Fonte: elaborada pelo autor.

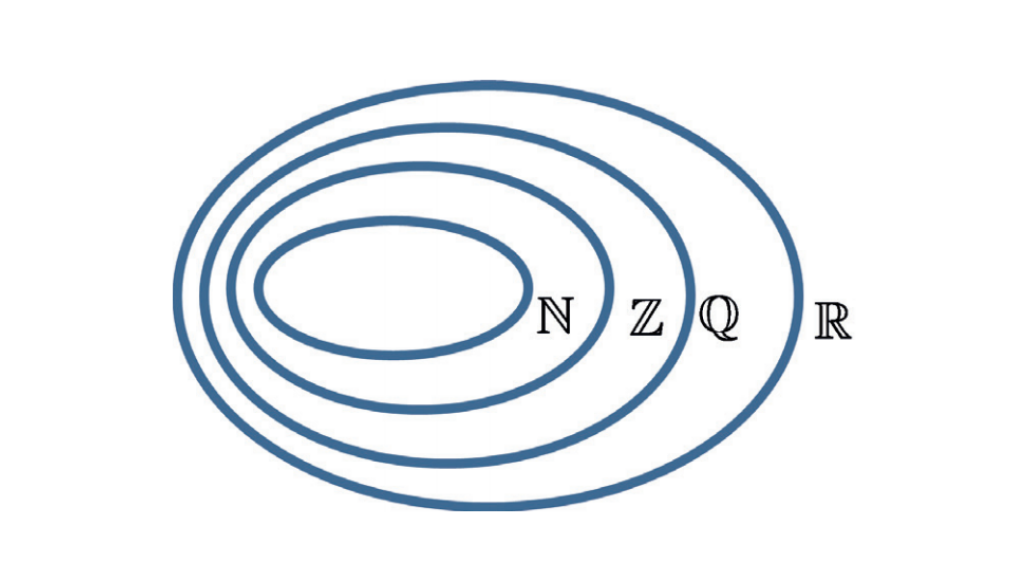
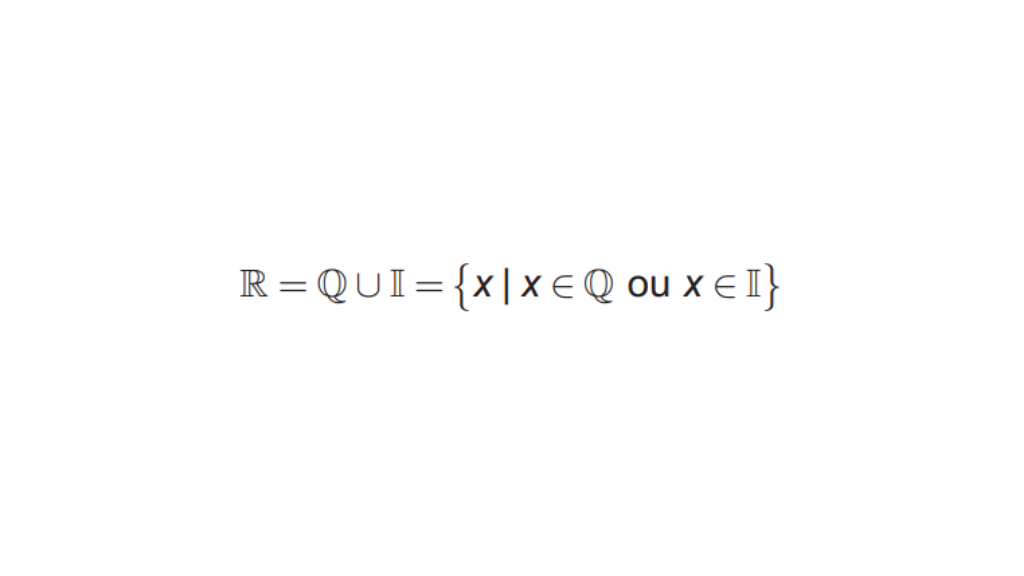
Existem números que, ao serem escritos na forma decimal, terão necessariamente um número infinito de casas decimais e não-periódicas (não são dízimas periódicas). São exemplos o π , as raízes quadradas dos números naturais que não são quadrados perfeitos:



O conjunto destes números é denominado de conjunto dos números irracionais (pois não são racionais). Para representar o conjunto dos números irracionais, utiliza-se a letra:



**Definição (conjunto dos números reais)**: denomina-se conjunto dos números reais ao conjunto união dos números racionais com os números irracionais:

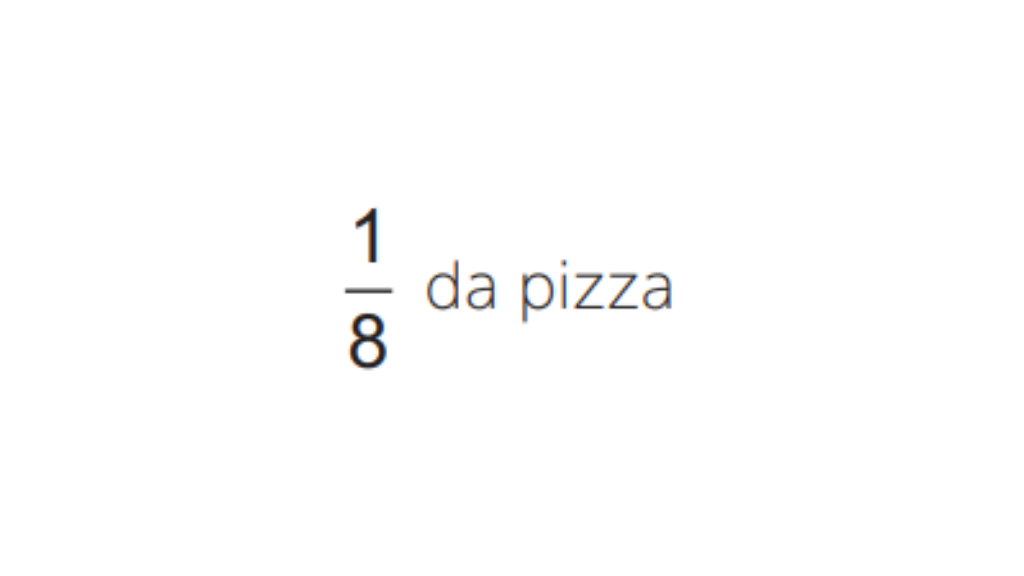
Relação de continência entre os conjuntos N, Z, Q e R. Fonte: elaborada pelo autor.

**Frações**



Quando dividimos uma pizza ou uma barra de chocolate estamos trabalhando com frações.

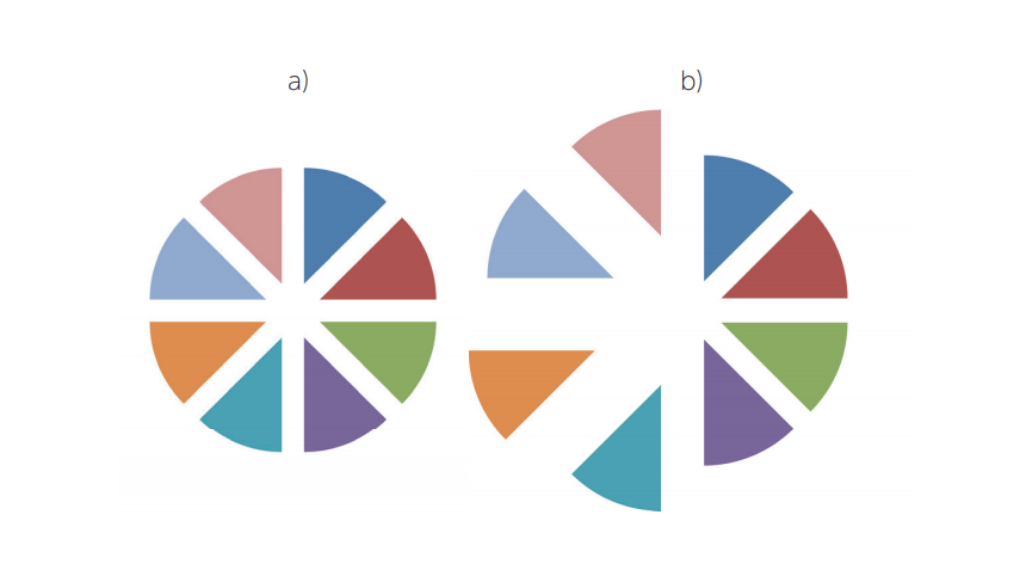
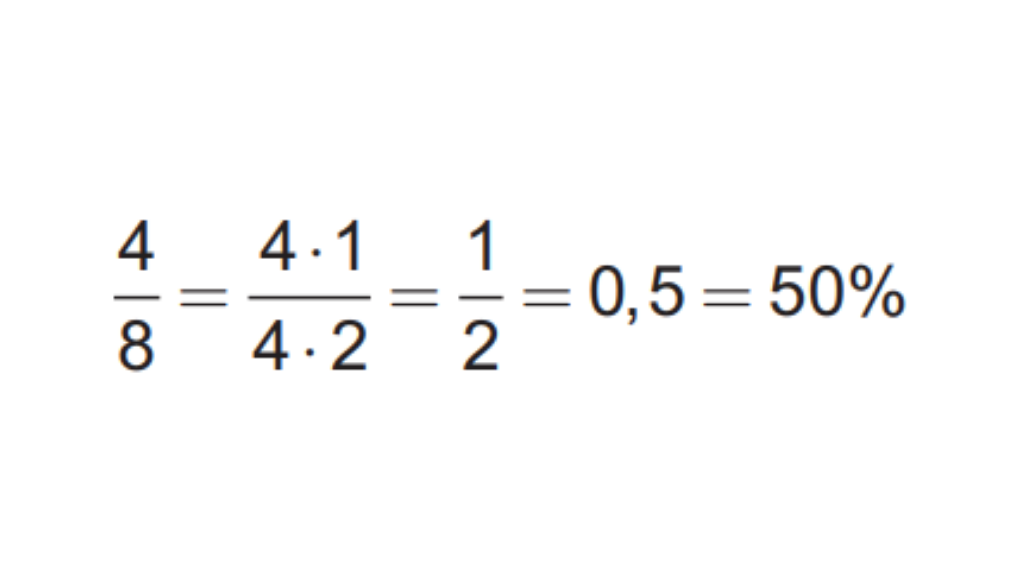
Assim, se dividirmos uma pizza em oito partes e pegarmos uma destas partes (figura a), cada pedaço corresponde a



Dividirmos uma barra de chocolate em quatro partes e pegarmos uma dessas partes corresponde a pegarmos um quarto da barra, ou seja,



Observe que dividirmos uma pizza em 8 partes e separarmos 4 partes (figura b) corresponde à fração

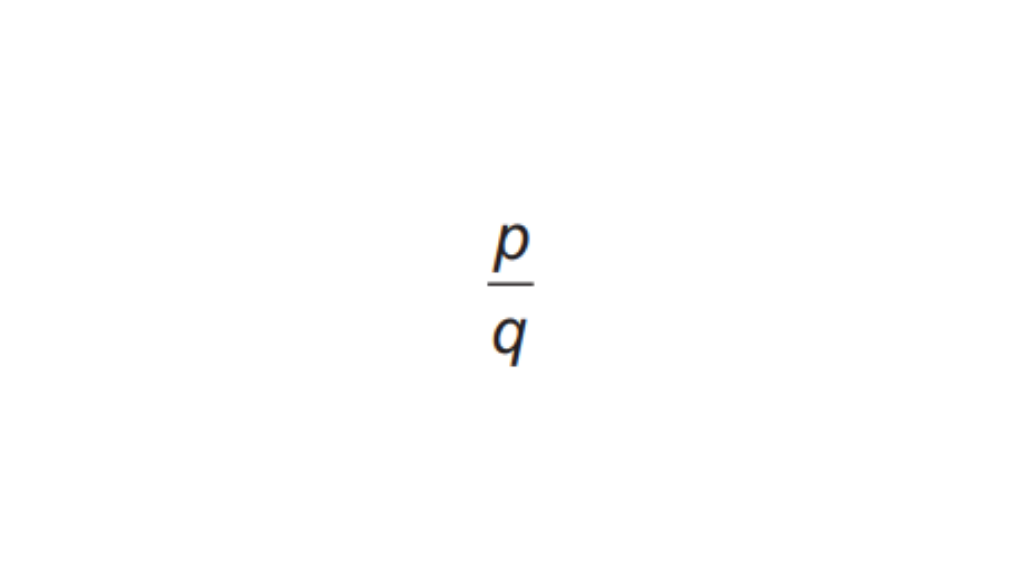
Frações 1/8 de uma pizza (a), e separação de 50% desse total (b). Fonte: elaborada pelo autor.

Veja a seguir a representação formal de uma fração.

\_\_\_\_\_\_

**🔁 Assimile**

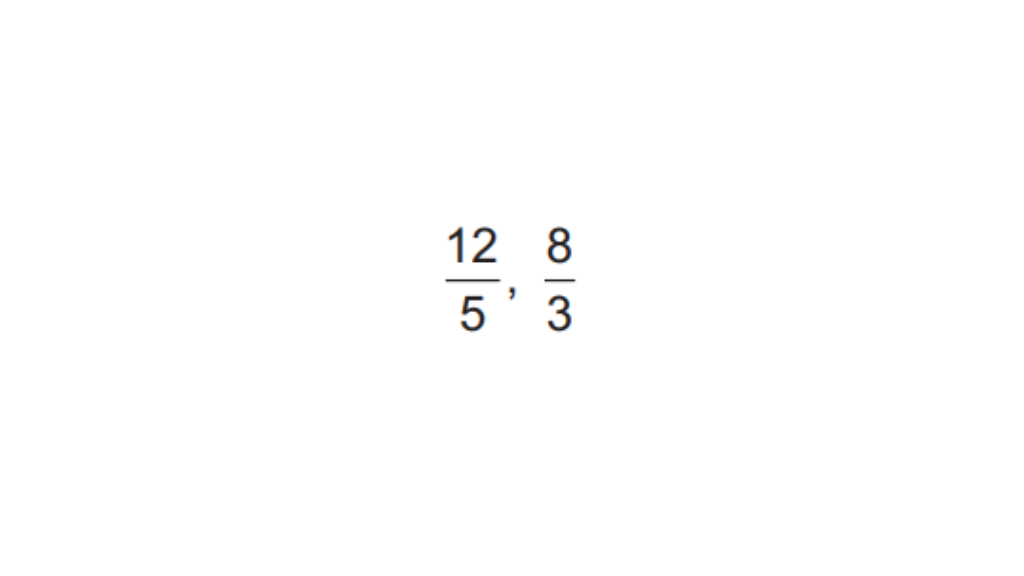
A fração



, com *q*não nulo, significa que dividimos uma quantidade em *q* partes e tomamos*p*dessas partes. O número *p* recebe o nome de numerador da fração e o número *q*recebe o nome de denominador da fração.

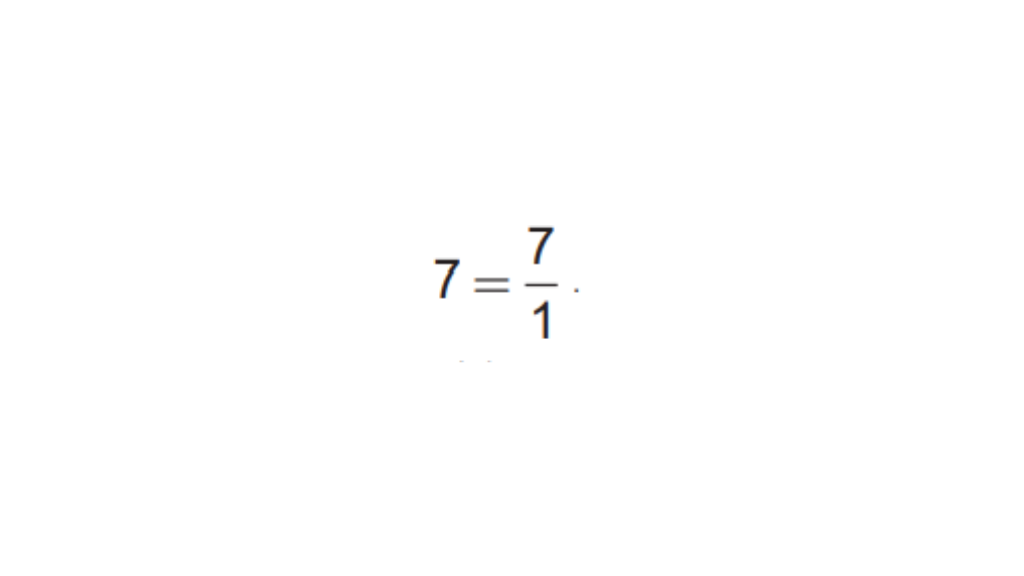
\_\_\_\_\_\_

Observe que podemos ter frações tais como



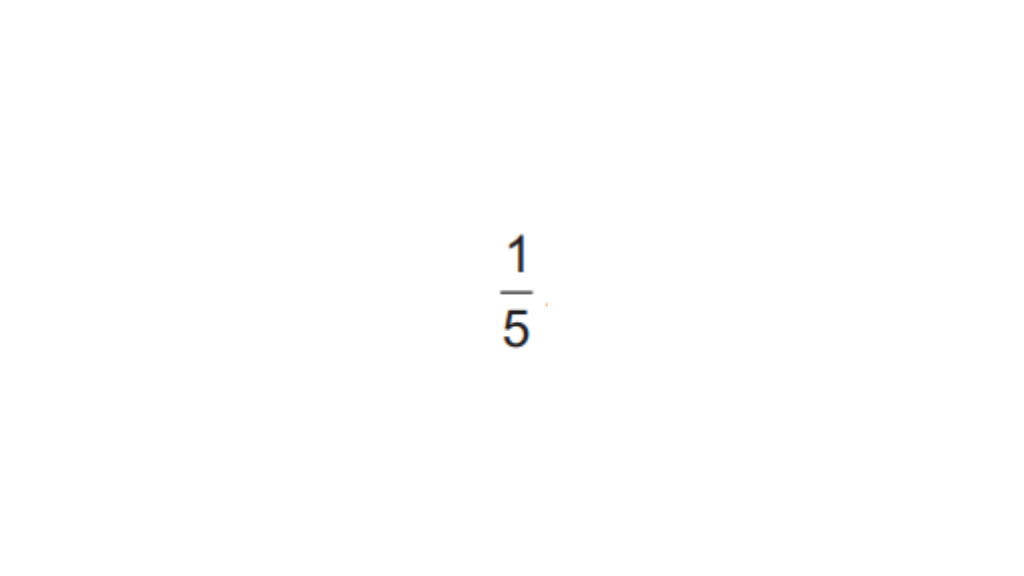
ou quaisquer outras em que o numerador seja maior que o denominador. Tais frações são sempre maiores que a unidade. Estas frações recebem o nome de frações impróprias. As frações para as quais o numerador é menor que o denominador recebem o nome de frações próprias.

Números inteiros também são frações (com denominador igual a um):

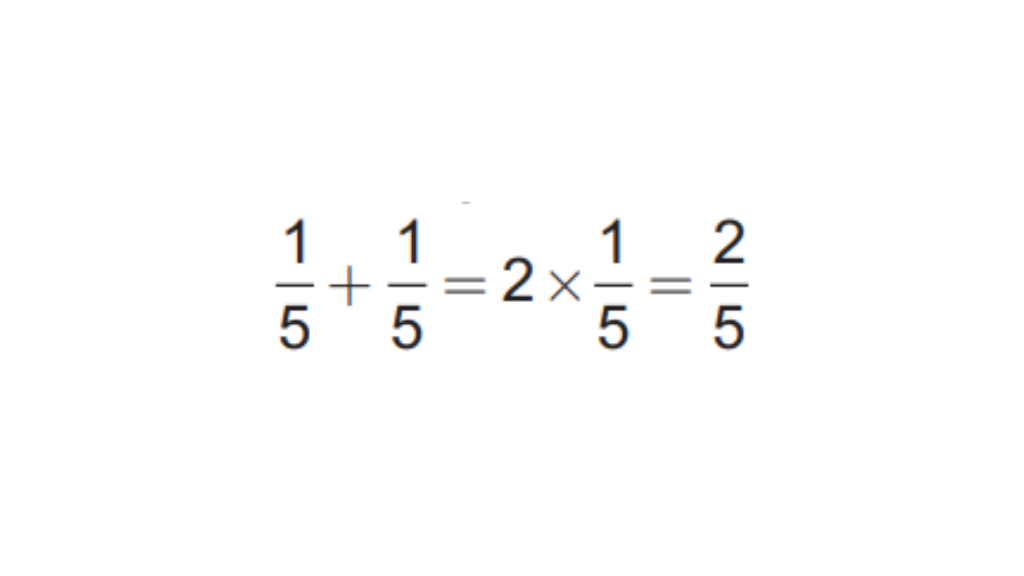


Considere a situação de dividirmos duas barras de chocolate entre cinco pessoas. Cada barra de chocolate será dividida por cinco.

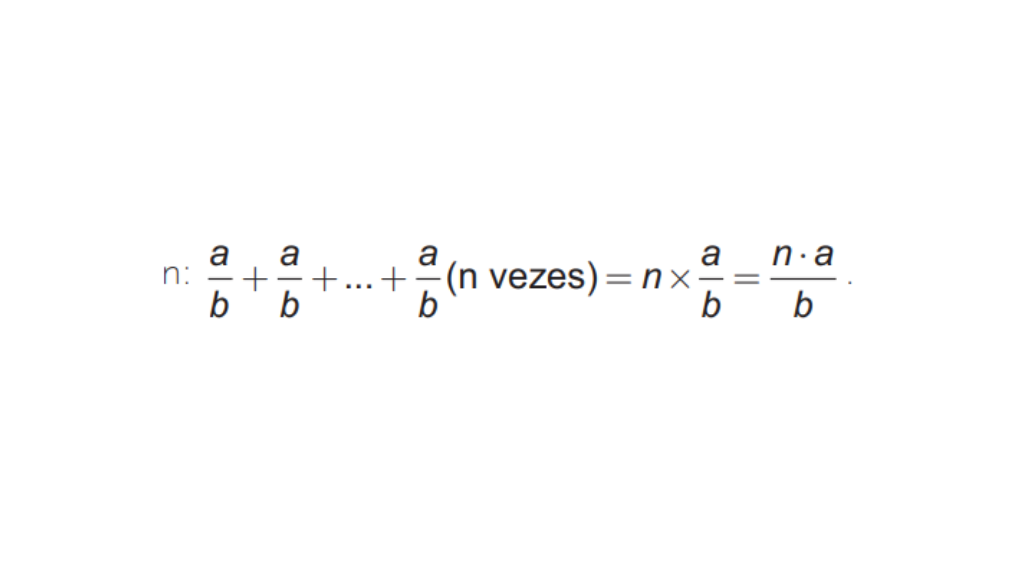
Assim, de cada barra teremos



Como temos duas barras para dividir, teremos, ao total,



de barra de chocolate para cada pessoa. Com este exemplo estamos mostrando que somar uma fração n vezes corresponde a multiplicar esta fração por



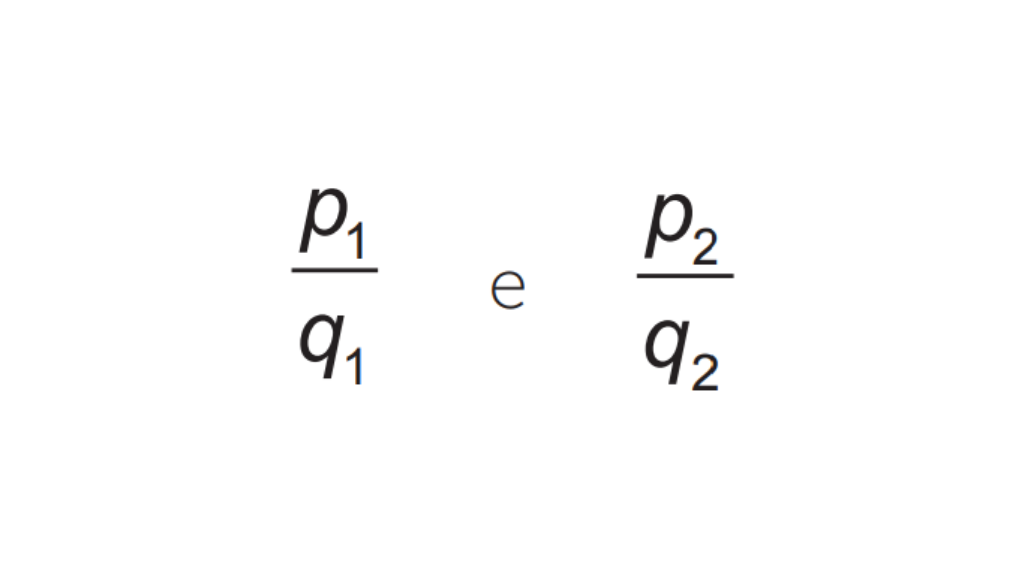
**Frações equivalentes**

Talvez você se recorde algumas regras de operações com frações, como somar, subtrair, multiplicar ou dividir. Essas regras baseiam-se na noção de fração equivalente.

\_\_\_\_\_\_

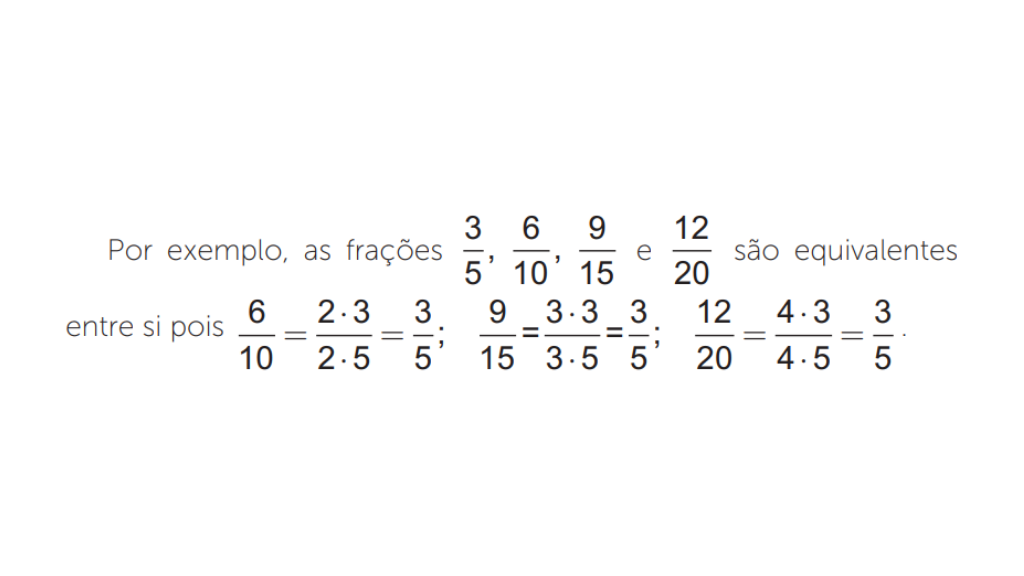
**🔁 Assimile**

Dizemos que as frações



são equivalentes se obtemos uma da outra ao multiplicarmos ou dividirmos numerador e denominador de uma delas por um mesmo número não nulo.

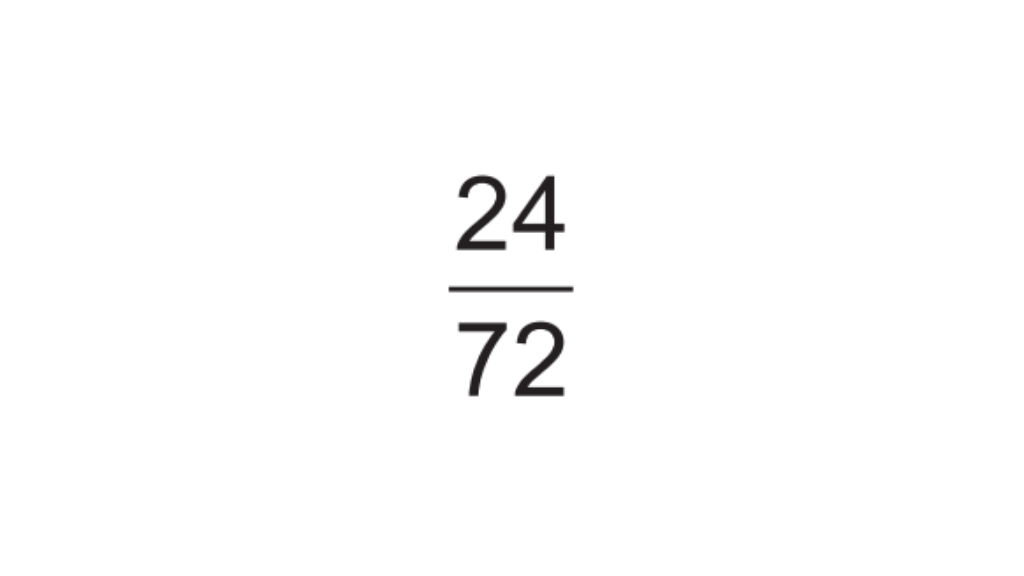
\_\_\_\_\_\_



**Simplificação de frações**

Simplificar uma fração corresponde a dividir o numerador e o denominador por um divisor comum até que não seja mais possível encontrar nenhum divisor comum.

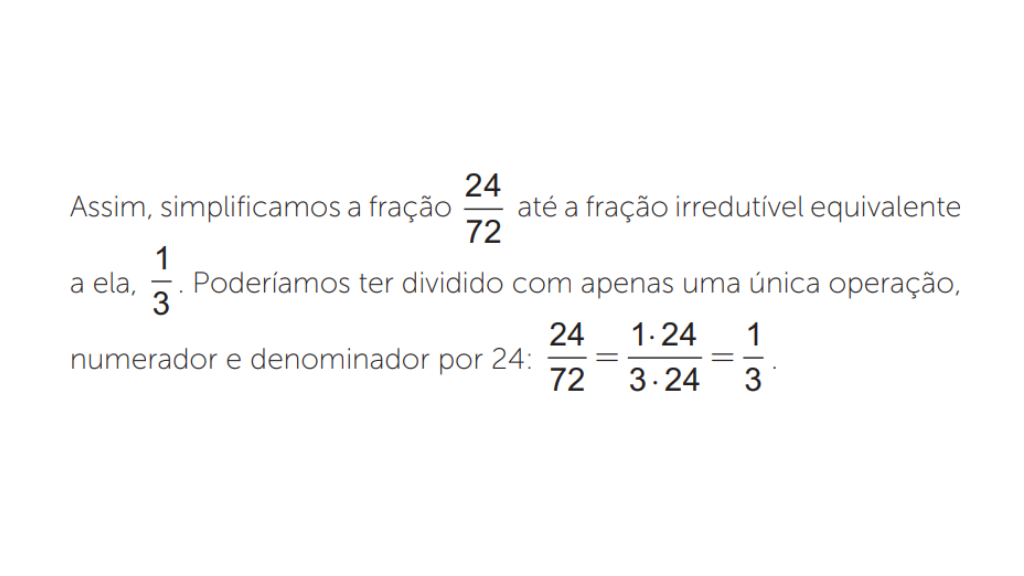
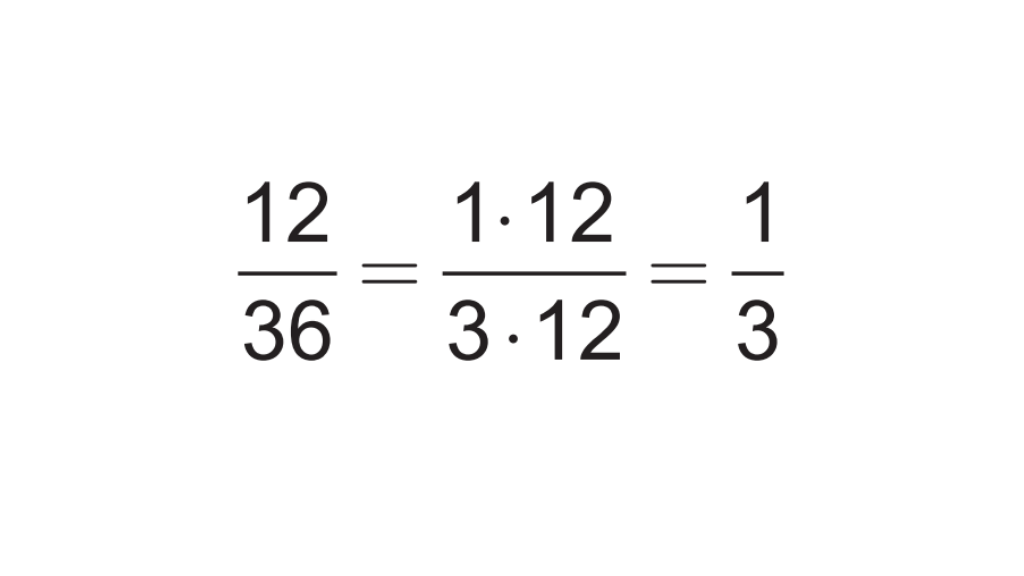
Exemplo: simplifique a fração



Podemos observar que ambos os números são pares e podemos dividir numerador e denominador por 2:



Se observarmos agora que podemos dividir numerador e denominador por 12 teremos

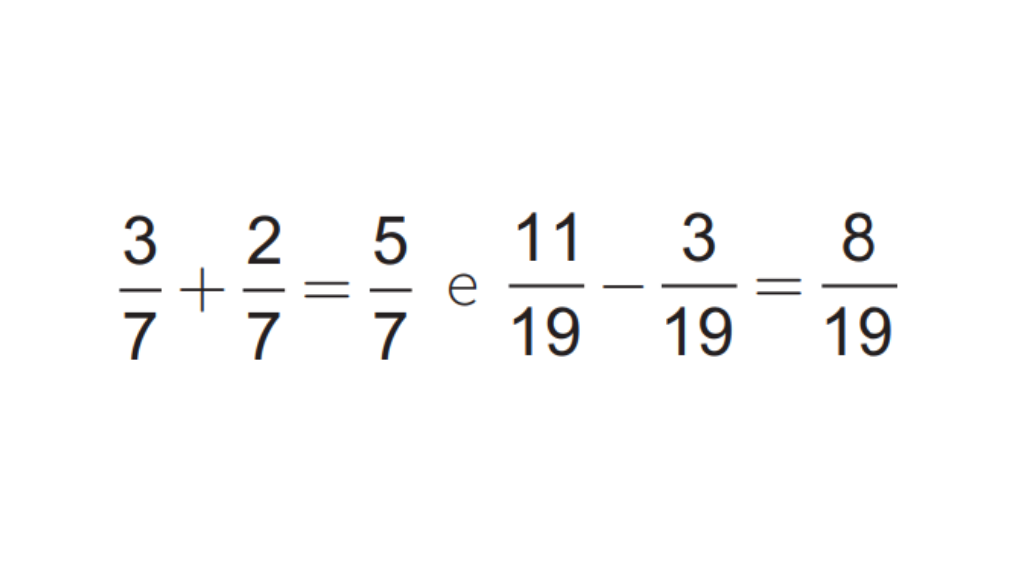


**Adição e subtração de frações**

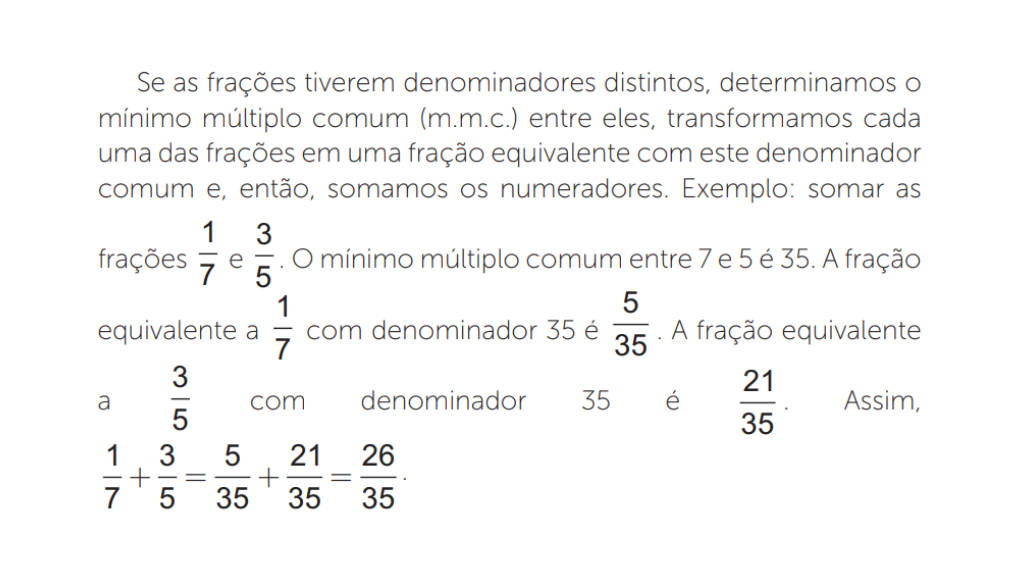
Para somarmos ou subtrairmos frações temos duas situações, frações com denominadores iguais e com denominadores diferentes.

**Frações com denominadores iguais**

Para somar ou subtrair frações com mesmo denominador, mantemos o denominador e somamos ou subtraímos os numeradores. Exemplo:



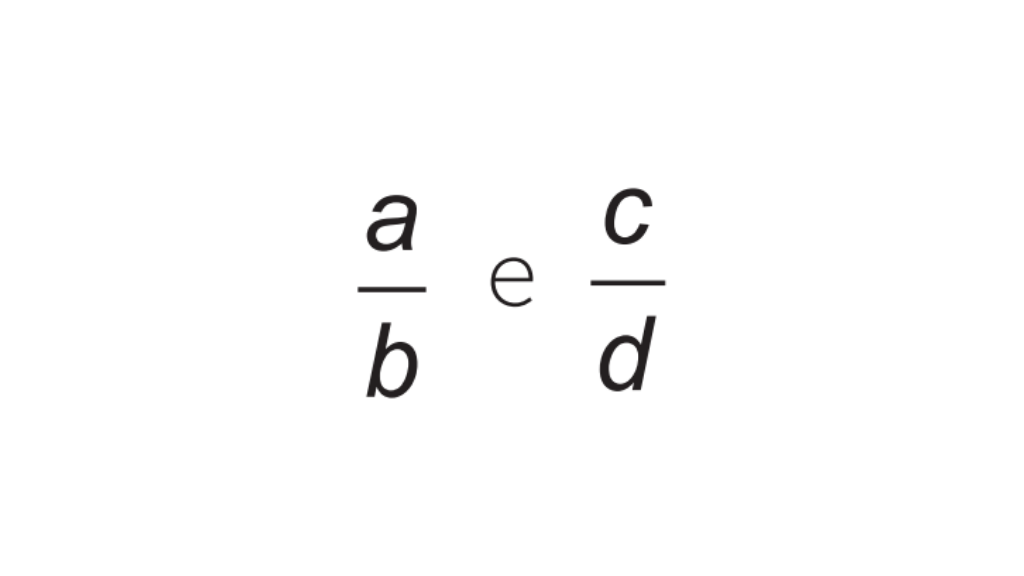
**Frações com denominadores diferentes**



Observe que o que acabamos de explicar corresponde àquela regra para somar ou subtrair frações que você aprendeu no Ensino Básico: “dividimos pelo de baixo e multiplicamos pelo de cima”. Mas, agora, você tem condições de efetuar a soma e a subtração de frações compreendendo o que está fazendo ao invés de apenas aplicar uma regra.

**Multiplicação de frações**

Para multiplicarmos duas frações

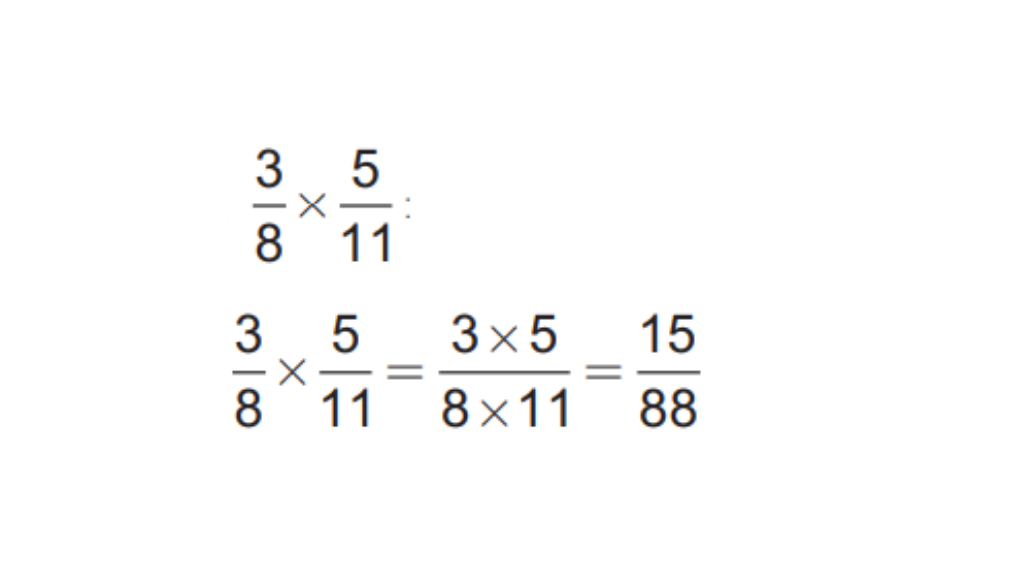


basta multiplicarmos numerador com numerador e denominador com denominador.

\_\_\_\_\_\_

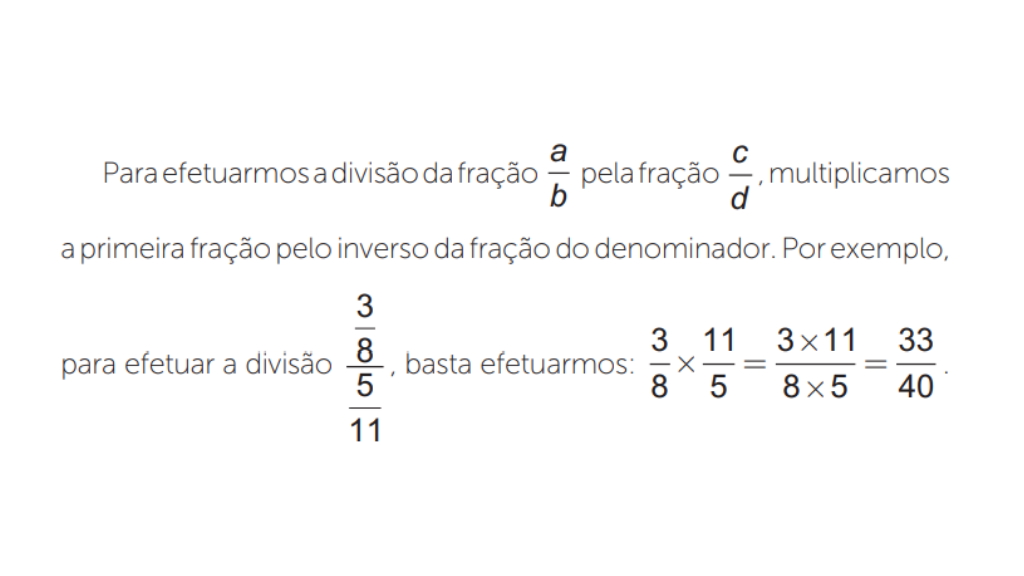
**📝 Exemplificando**

Efetue a multiplicação:

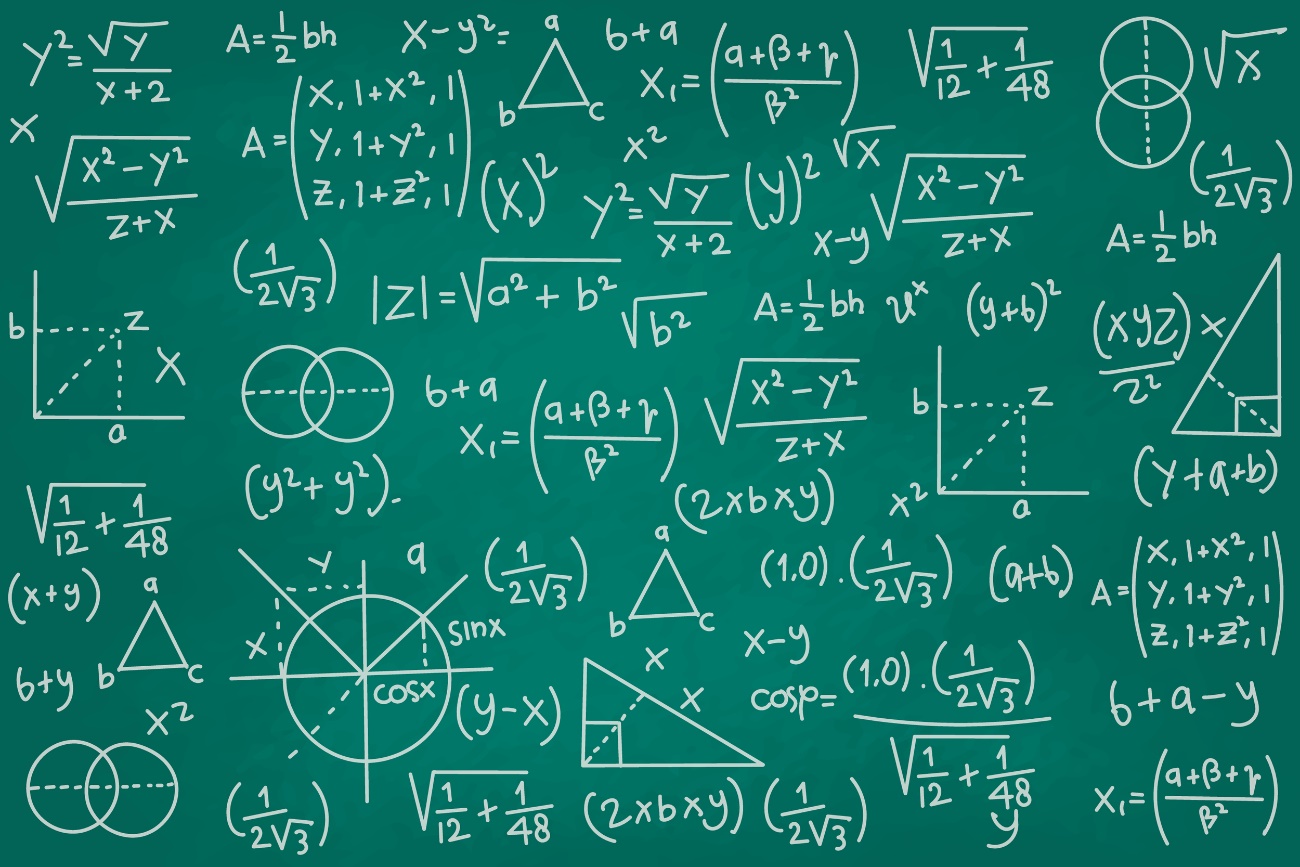


\_\_\_\_\_\_

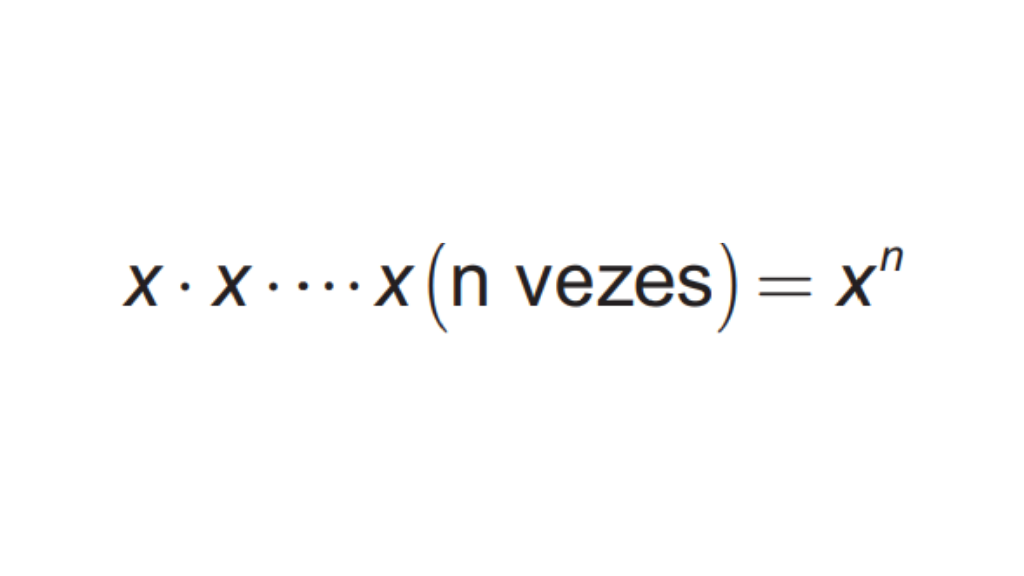
**Divisões de frações**



**Potência**

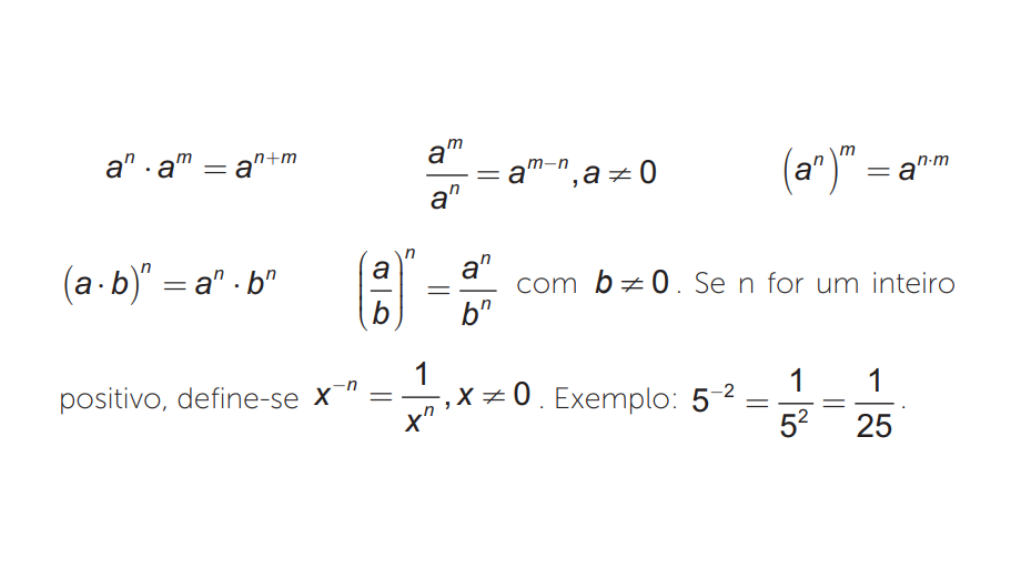


Se multiplicarmos um número qualquer (que denominaremos *x*) por ele mesmo um número*n*de vezes temos

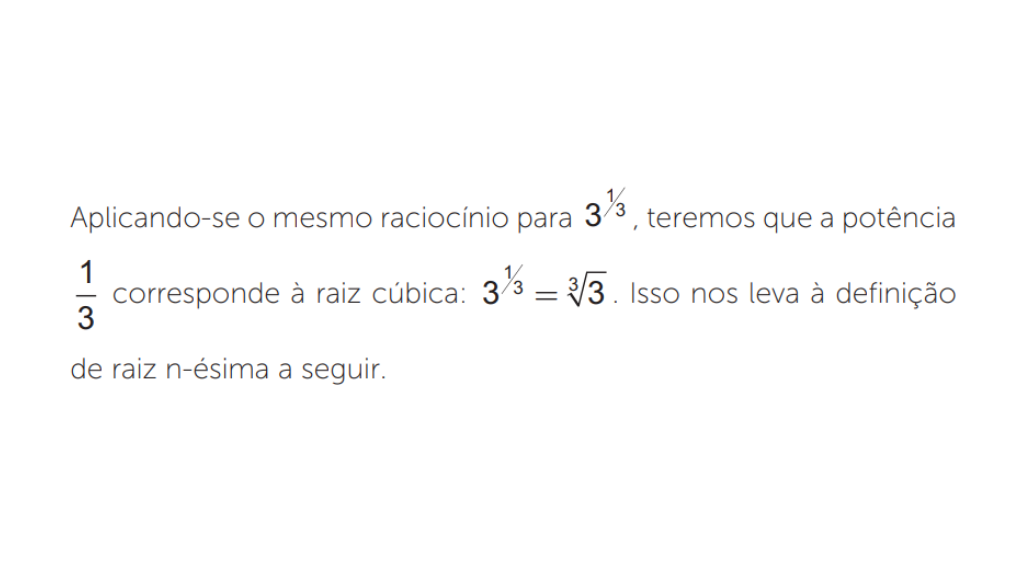


sendo *n* um inteiro positivo.

**Expoente nulo**: define-se que se**x≠0,então x0=1**.A expressão 00 é indefinida. Valem as seguintes propriedades com respeito à potenciação:



E se o expoente não for um número inteiro, mas um valor fracionário, como definir a expressão **31/2** ? Se elevarmos **31/2** ao quadrado obtém-se (**31/2**)**2**. Para manter a coerência com as propriedades de potência para expoente inteiro, teríamos **(31/2)2=31/2.2=31=3**. Assim, o número **31/2** corresponde ao valor que, elevado ao quadrado é igual a 3.Ou seja, **31/2=√3**.



**Definição**

(raiz n-ésima): suponha que n seja um inteiro positivo e x um número real. Então, a potência **x1/n**é o número que satisfaz a equação **(x1/n)=x**tal que,

Se **x< 0,n** inteiro positivo par, então **x1/n** não é definido.

Se **x > 0,n** inteiro positivo par, então **x1/n** é o valor que satisfaz . Chama-se o valor x1/n de raiz n-ésima de x (AXLER, 2016).

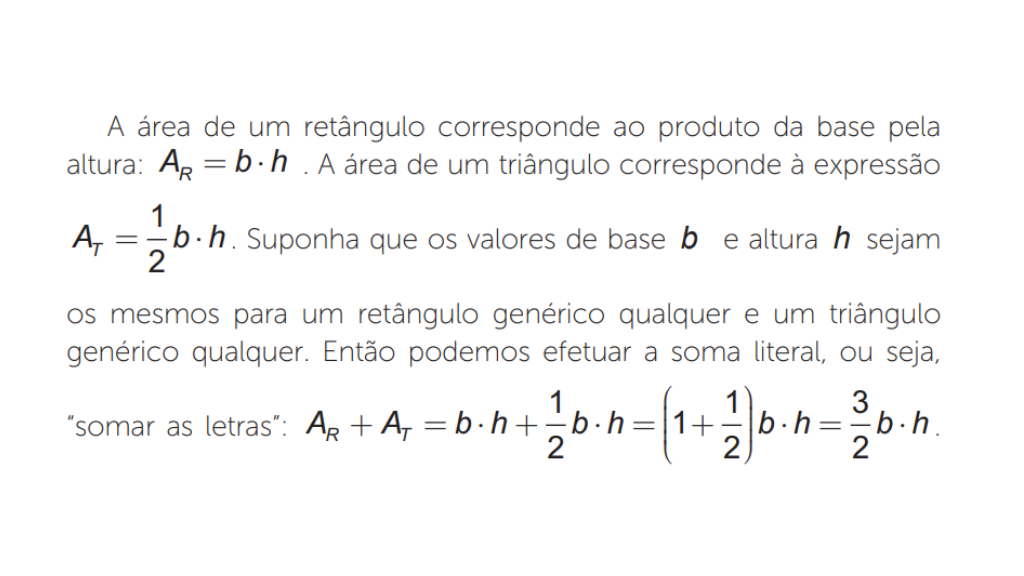
**(x1/n)n=x**. Chama-se o valor **x1/n** de raiz n-ésima de x (AXLER, 2016).

**Operações Algébricas**

**Definição** (termos semelhantes): para efetuar operações literais, ou seja, com letras, devemos identificar o que são termos semelhantes. Diz-se que um termo é semelhante a outro se suas partes literais são as mesmas (são iguais). Assim, **3x2** e **7x3**não são semelhantes, pois os expoentes da letra x não são iguais.

Temos que **3x2+7x3 ≠10x2**e que **3x2+7x3 ≠10x3**. Já os termos **11x2y5z3** e **42x2y5z3**são termos semelhantes. Assim, é correto afirmar que **11x2y5z3+ 42x2y5z3**=**53x2y5z3**.

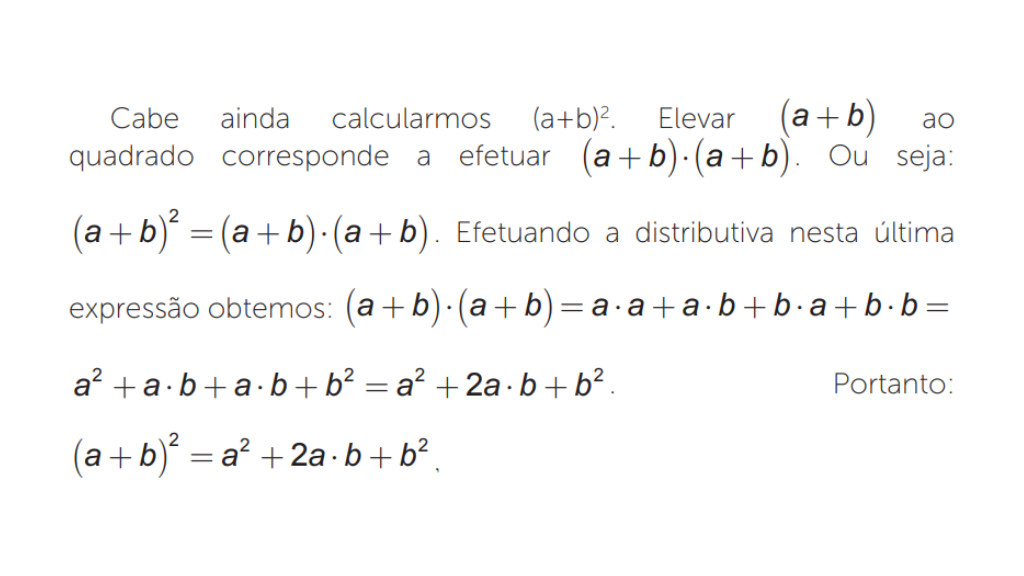
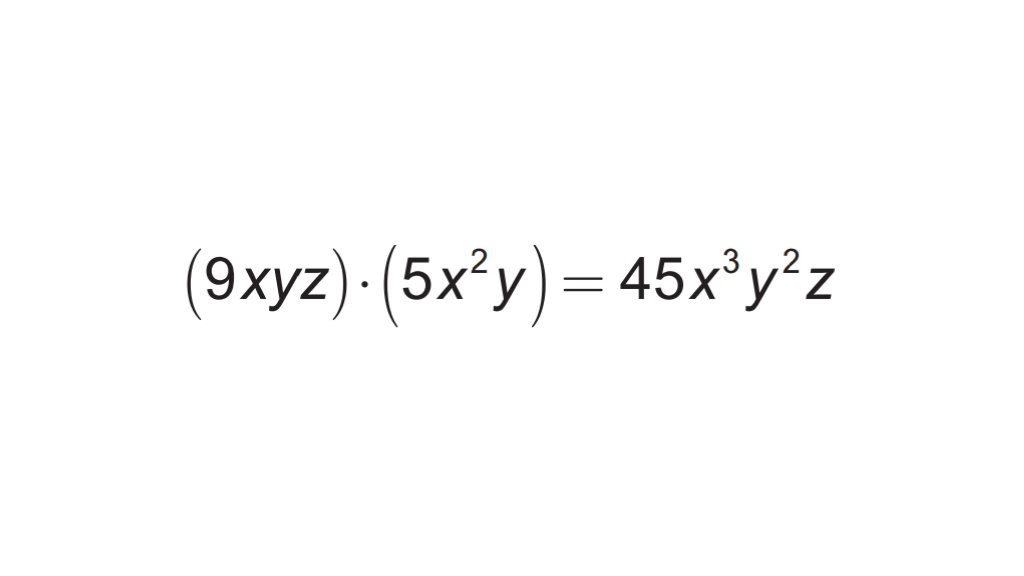
Agora que vimos como podemos somar ou subtrair expressões com letras, vejamos um exemplo para aplicar estes conceitos.



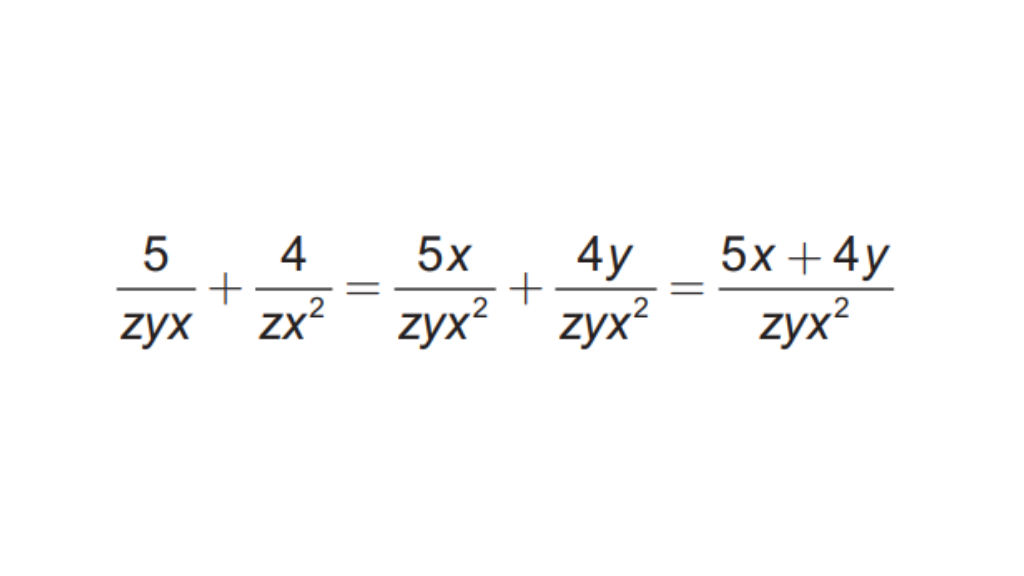
Com este exemplo vimos que, para efetuar uma operação algébrica, somarmos (ou subtraímos, multiplicamos ou dividimos) as partes numéricas com cada parte numérica e as partes algébricas (“as letras”) com as correspondentes partes algébricas. Usando uma linguagem informal, “somam-se letras iguais com letras iguais”.

Por exemplo, para efetuar **9xyz+ 5x2y**+**3xy2**+**2x2y+7xz+4xy2+11xz-5xyz**operamos sobre os termos semelhantes. Assim: (**9xyz - 5xyz) + (5x2y**+**2x2y) + (3xy2+4xy2) +(7xz+11xz)= 4xyz+7x2y+7xy2+18xz**.

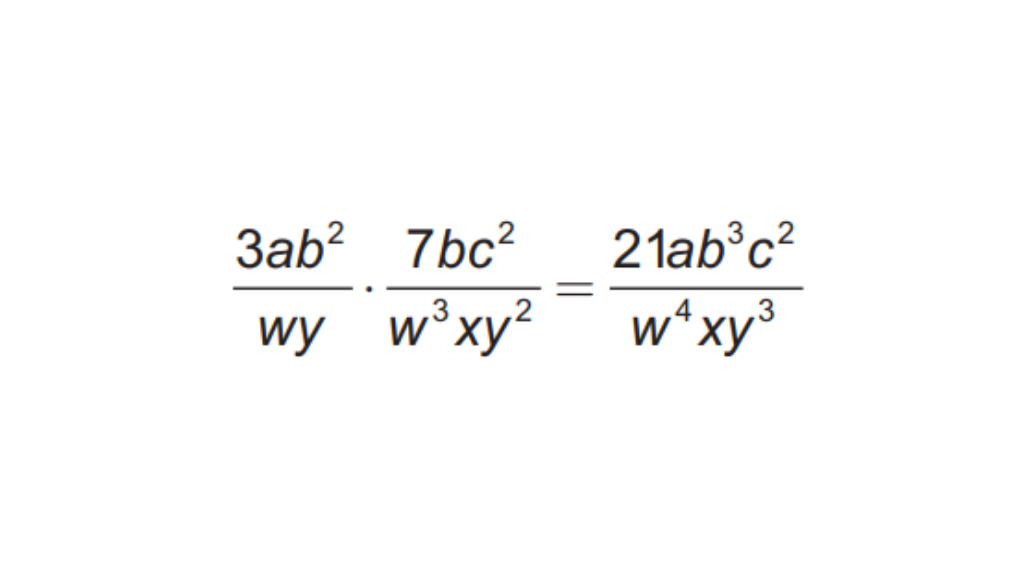
Note que os parênteses não são essenciais. Foram utilizados apenas para destacar os termos semelhantes. Para efetuarmos multiplicação de expressões algébricas, utilizamos as propriedades de potências:



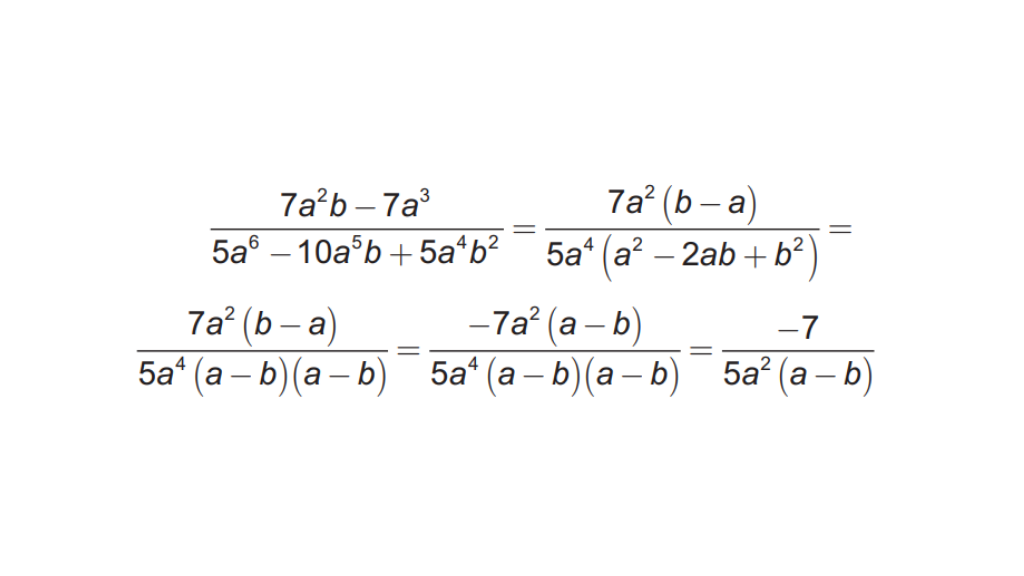
Frações algébricas são somadas, subtraídas, multiplicadas ou divididas de forma similar às frações numéricas, como



(para somar ou subtrair frações algébricas, primeiro transformamos cada fração em uma fração equivalente de tal forma que os denominadores fiquem iguais). Para multiplicar frações algébricas, multiplicamos parte numérica com parte numérica e parte algébrica com parte algébrica:

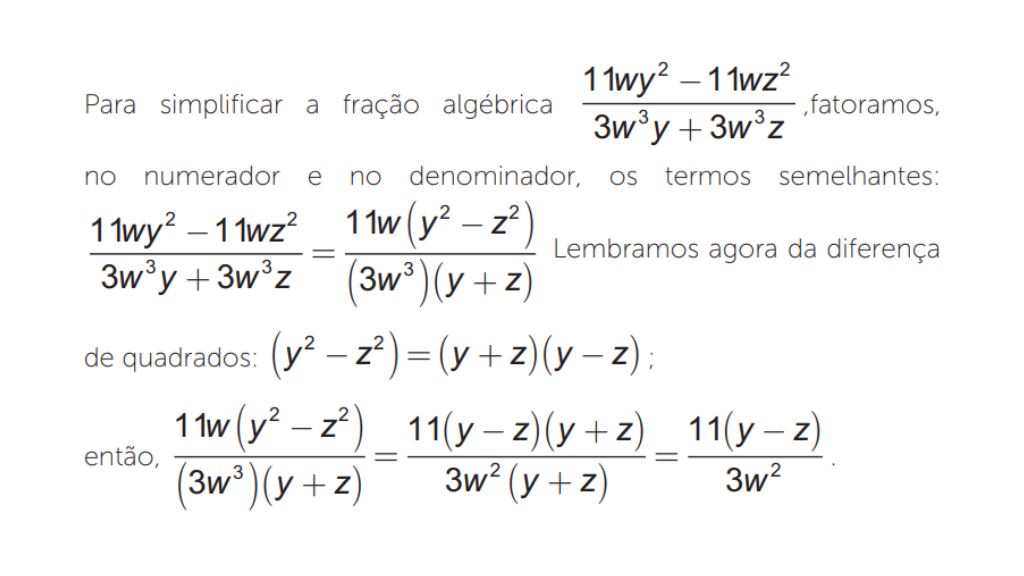


Vejamos um exemplo de como adicionar frações algébricas:



\_\_\_\_\_\_

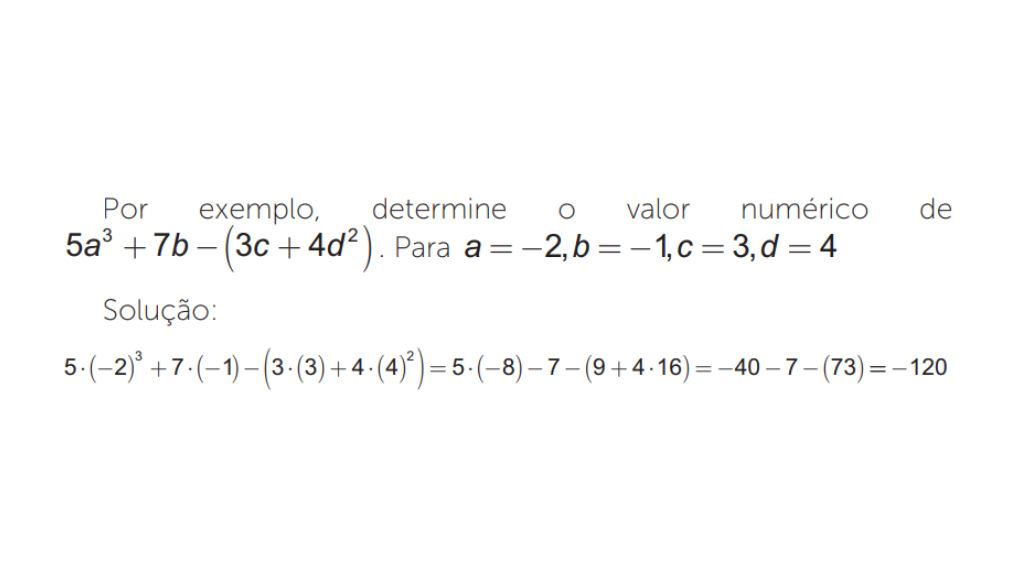
**📝 Exemplificando**



\_\_\_\_\_\_

**Valor numérico de uma expressão algébrica**

Para obter o valor numérico de uma expressão algébrica basta substituirmos os valores numéricos de cada letra na expressão, respeitando a ordem de precedência das operações aritméticas. Em primeiro lugar efetuam-se potenciações e radiciações, depois as multiplicações e divisões, por último, são efetuadas adições e subtrações. Além disso, devemos respeitar a hierarquia de parênteses, chaves e colchetes.

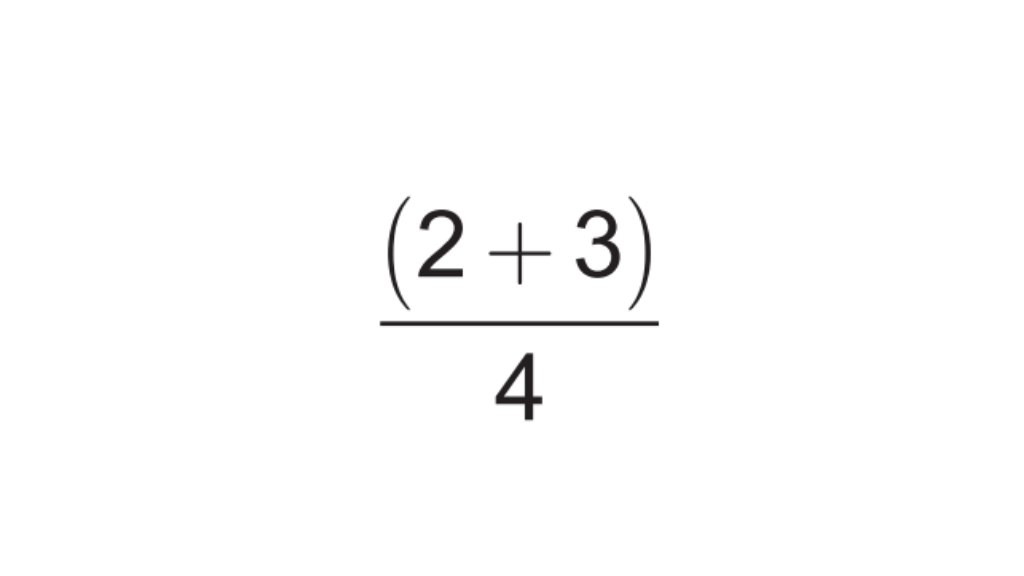


Antes de concluir esta aula, faremos uma breve introdução ao Excel.

Cada célula do Excel possui um endereço dado por sua linha (representada por números 1, 2, 3, etc) e por sua coluna (representada por letras maiúsculas A, B, C, D, etc.). Assim, quando se abre o Excel, a célula que fica no alto, na extrema esquerda da tela possui endereço A1. A célula na mesma linha, imediatamente à direita possui endereço B1. Todas as células da primeira coluna à esquerda estão na coluna A. A segunda coluna é identificada por B e assim por diante. As células da segunda linha, a partir da primeira coluna possuem endereço: A2, B2, C2, D2, etc.

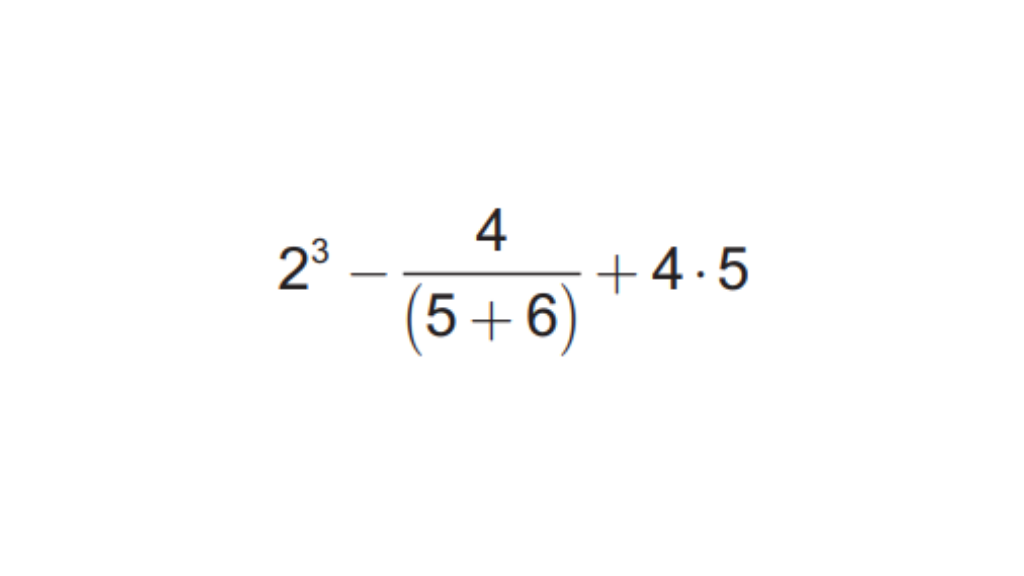
Para inserir expressões algébricas no Excel, usamos os operadores aritméticos + (adição), - (subtração), \* (multiplicação), / (divisão) e ^ (potenciação). Toda operação aritmética em uma célula do Excel deve ser precisada pelo sinal de “=”. Assim, para indicar a adição dos números 2 + 3 em uma célula qualquer escrevemos: = 2+3.

Suponha que tenhamos digitado o número 2 na célula A1, o número 3 na célula B1 e o número 4 na célula C1. Se digitarmos, na células D1 a expressão: *=(A1+B1)/C1*, estaremos efetuando o cálculo:



que é igual a 1,25

Suponha que tenhamos digitado, além dos valores acima, os valores 5 na célula D1, e 6 na célula E1 e a expressão =A1^B1 – C1/(D1+E1)+C1\*D1. Esta expressão corresponde a efetuar



que tem como resultado 27,64. A finalidade principal das planilhas eletrônicas (e o Excel é a mais difundida delas) é facilitar cálculos, permitindo a automação de muitos deles. Para isso, precisamos conhecer como efetuar algumas contas no Excel.

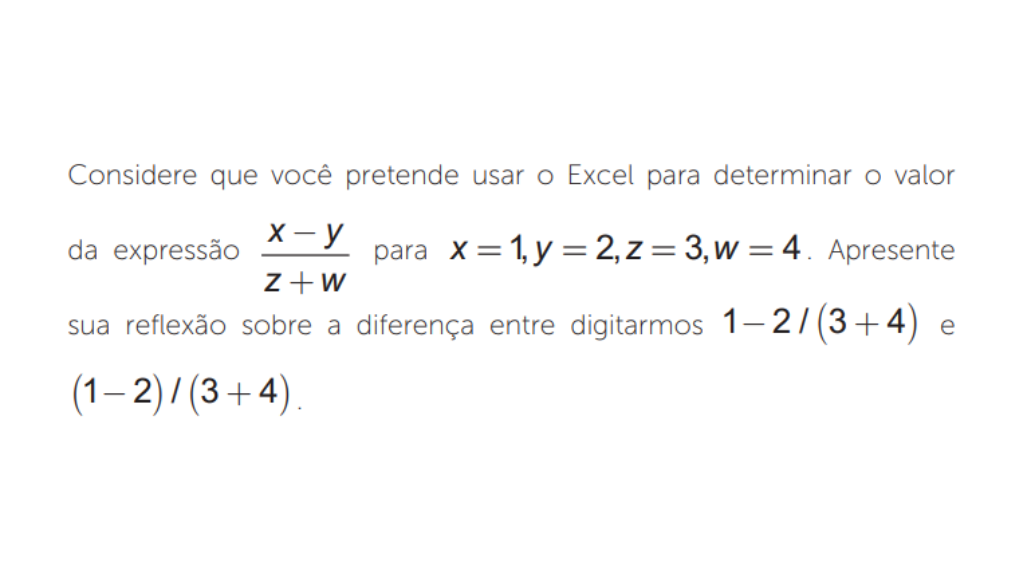
\_\_\_\_\_\_

**➕ Pesquise mais**

Ao utilizar o Excel é frequente que ele apresente mensagens de erro, nem sempre sabemos o significado de cada uma delas e como usá-las para evitar novos erros. Para compreender o significado das mensagens de erro do Excel, visite o site[**Excel na Web**](https://www.excelnaweb.com.br/2017/03/como-corrigir-erros-no-excel.html).

\_\_\_\_\_\_

**💭 Reflita**

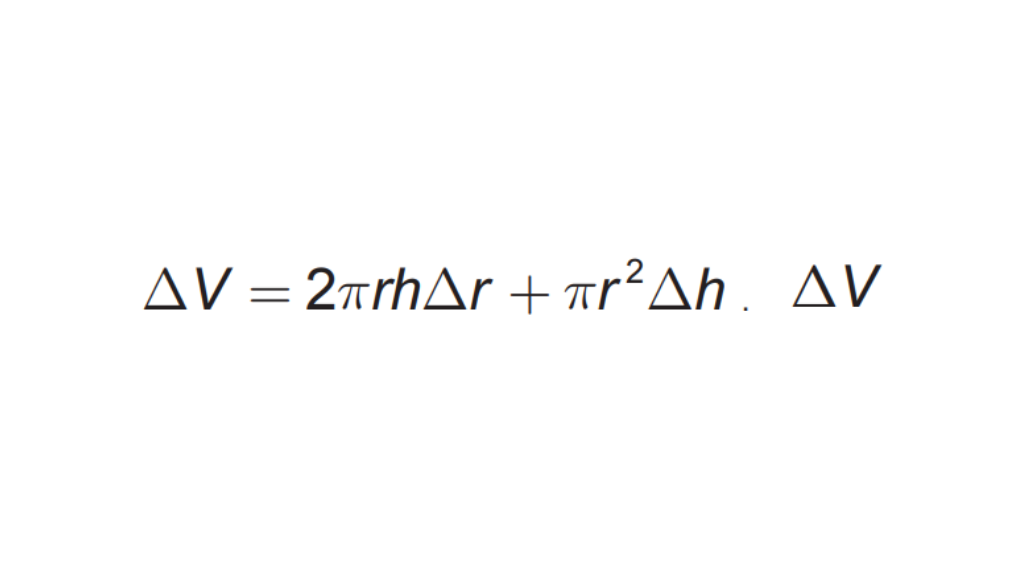


**Conclusão**



Vamos recordar nossa situação-problema apresentada. Você trabalha em uma empresa que produz tanques cilíndricos para armazenagem de produtos agrícolas. Um cilindro de altura **h** e raio da base **r** possuem volume dado pela expressão algébrica **V=πr2h**.

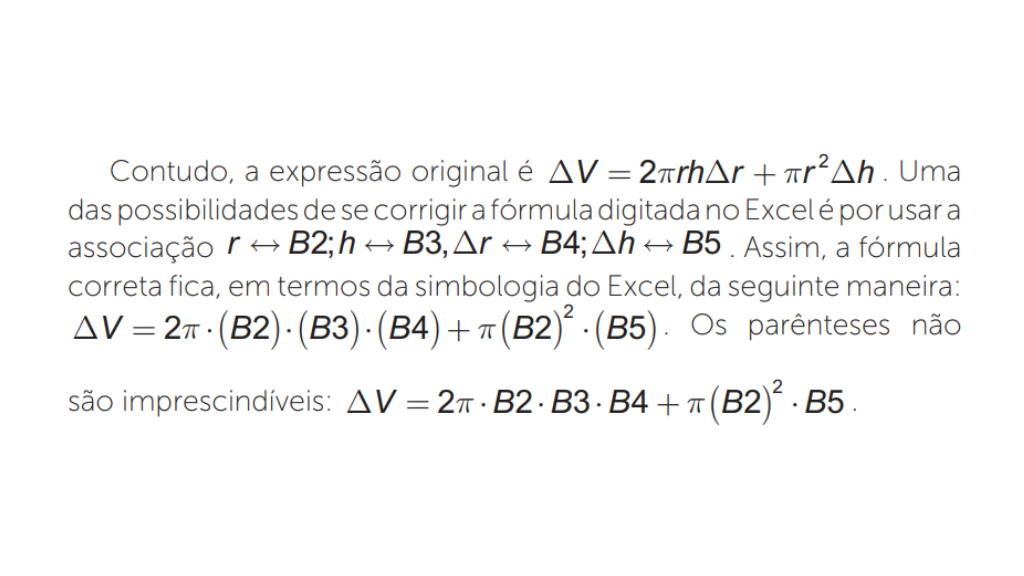
Com a finalidade de avaliar impactos nos custos e resultados da produção industrial, são utilizados conceitos mais avançados de cálculo diferencial e integral para obtermos a expressão



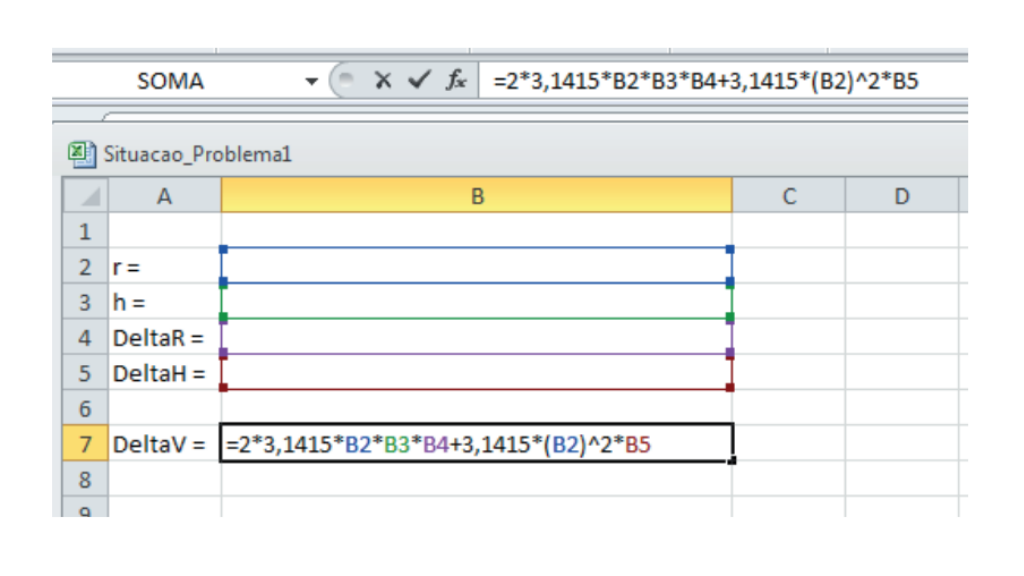
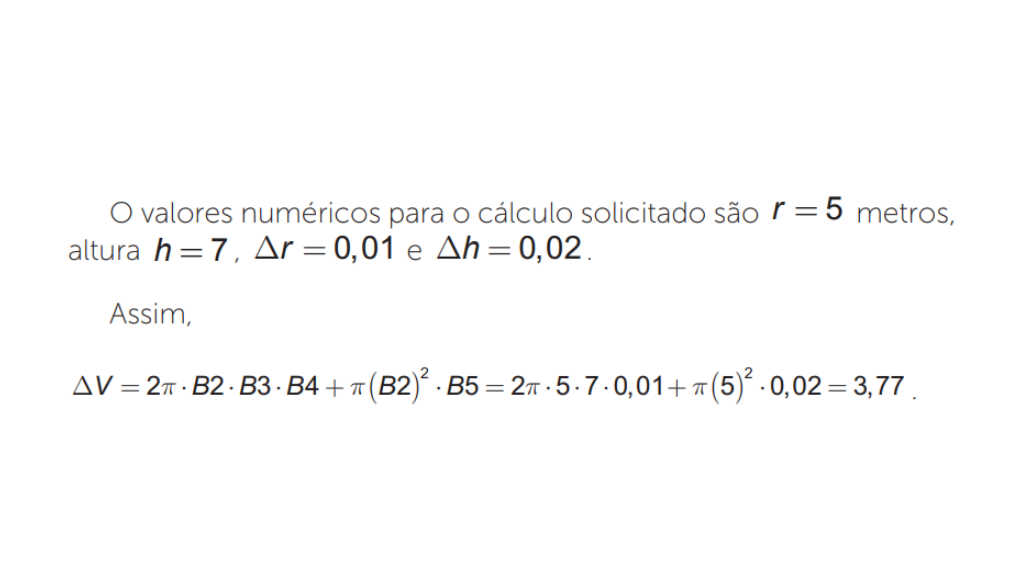
representa a resultante variação no volume, onde **π ≅ 3,1415**.Consideramos que o raio inicialmente adotado pela empresa seja **r = 5** metros e a altura **h = 7** metros. Um de seus funcionários, buscando simplificar o trabalho de digitação, digitou no Excel a expressão acima como você pode conferir na figura abaixo.

Você consultou um [site](http://urs.bira.nom.br/informatica/office/excel/funcoes_do_excel/localizar_e_corrigir_erros_em_formulas_do_excel.htm) para conferir o significado das mensagens de erro do Excel. Para identificar se a expressão algébrica digitada no Excel apresenta algum problema, o recomendável é resgatar a expressão algébrica original e identificar as letras com a fórmula digitada.

Na figura abaixo vê-se que a célula B2 armazena o valor de*r*, a célula B3 armazena o valor de*h*, a célula B4 o valor de **∆r** e B5 armazena o valor de **∆h** . Assim, a expressão digitada, quando resgatada em termos da simbologia matemática, corresponde a **∆V = 2πrh (∆r + ∆h)** . Se efetuarmos a distributiva, esta expressão é equivalente a **∆V = 2πrh∆r+2πr∆h**.



Dessa forma, teremos a figura abaixo:

Fórmula digitada no Excel. Fonte: elaborada pelo autor.

Desta forma, você concluiu de forma exitosa a tarefa para a qual foi incumbido, demonstrando seu compromisso e engajamento nos estudos. Agora é seguir para o próximo desafio.