Filtragem Espacial

Prof. Jefferson T. Oliva
jeffersonoliva@utfpr.edu.br

Processamento de Imagens
Engenharia de Computação
Departamento Acadêmico de Informática (Dainf)
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Campus Pato Branco

Sumário

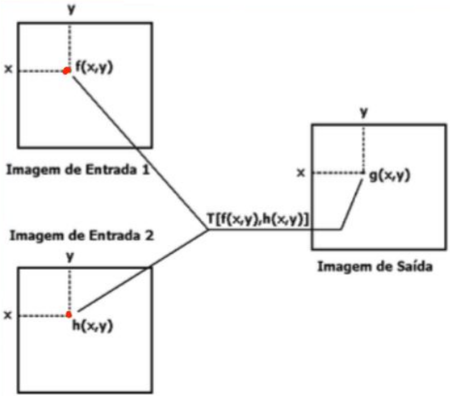
- Filtragem no Domínio Espacial

Sumário

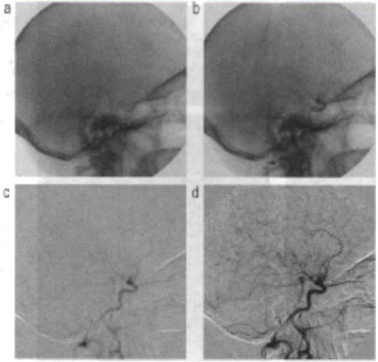
Filtragem no Domínio Espacial

Filtragem no Domínio Espacial

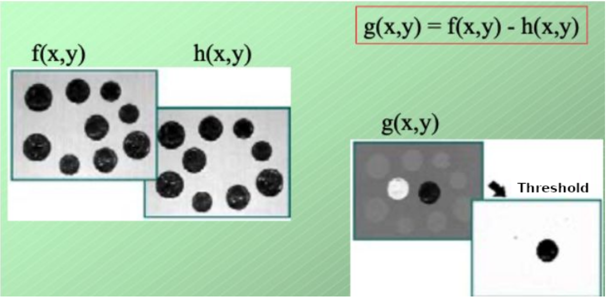
- T[f(x,y),h(x,y)]: Operação envolvendo dois pixeis nas imagens de entrada, na mesma coordenada (x, y) gerando o pixel correspondente na Imagem de saída



- Exemplo na área médica
  - h(x,y) é a máscara (a): imagem de raio-X obtida de uma região do corpo do paciente
  - f(x) é a imagem (b): obtida após a injeção de contraste, na mesma região do corpo do paciente
  - b - a (c)
  - Imagem realçada (d)



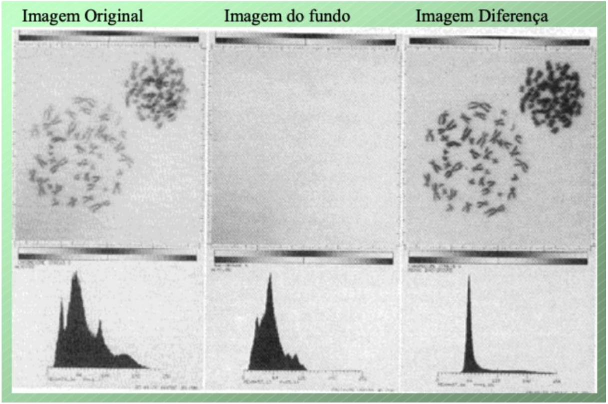
- Exemplo na detecção de movimento: a subtração das duas imagens produz uma Imagem Diferença que pode detectar se houve movimento de algum dos componentes da f(x,y) para a h(x,y)



Filtragem no Domínio Espacial

- Subtração do fundo (*background*): remove sombreamentos ou descobre movimentos entre duas imagens
  - O nível de cinza em cada pixel de uma imagem é subtraído do nível de cinza do pixel correspondente na outra imagem

$$f_m(x) = f(x) - fb(x)$$



Filtragem no Domínio Espacial

- Adição de imagens: a soma de duas ou mais imagens é geralmente aplicada com o objetivo de obter a média entre as mesmas para atenuação de ruídos
  - Seja $g(x, y)$ a imagem $f(x, y)$ com ruído $\eta(x, y)$ não correlacionado e de média zero em cada coordenada (x, y):

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$$

  - A média entre M imagens $g(x, y)$ é dada por:

$$\overline{g}(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} g_i(x, y)$$

Filtragem no Domínio Espacial

- Adição de imagens
  - As variâncias da média e do ruído são:

$$\sigma^2_{\overline{g}(x,y)} = \frac{1}{M}\sigma^2_{\eta(x,y)}$$

  - O desvio padrão em qualquer ponto da imagem média é dado por

$$\sigma_{\overline{g}(x,y)} = \frac{1}{M}\sigma_{\eta(x,y)}$$

- Adição de imagens
  - Quanto maior for o número de imagens utilizadas na soma, menor será o desvio padrão e a variância

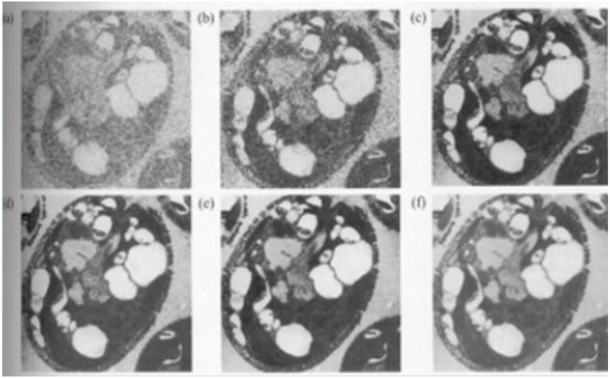


Figura: a) imagem original b) média de 2, c) média de 8 d) média de 16 e) média de 21 e f) média de 128 imagens ruidosas

Filtragem no Domínio Espacial

- Multiplicação e divisão de imagens
  - Um dos principais usos da multiplicação ou divisão de imagens é para corrigir sombras de níveis de cinza produzidas por não uniformidades da iluminação ou no sensor utilizado para a aquisição da imagem

$$g(x, y) = f(x, y).h(x, y)$$

$$g(x, y) = f(x, y)/h(x, y)$$

Filtragem no Domínio Espacial

- Multiplicação e divisão de imagens

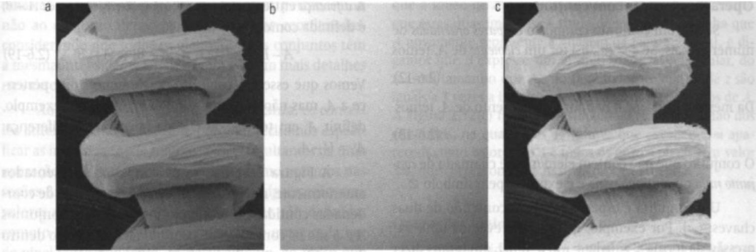
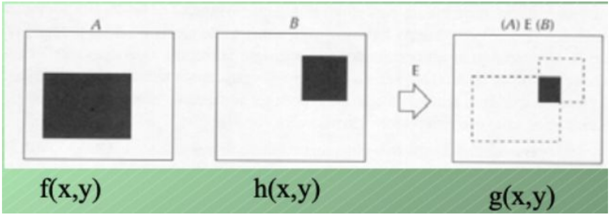
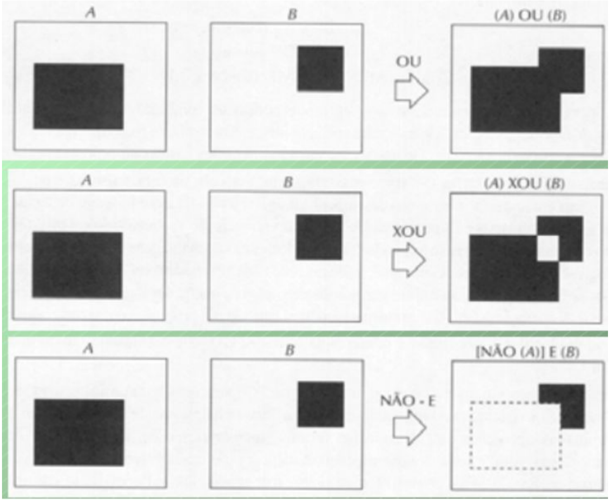


Figura 2.29 Correção de sombreamento. (a) Imagem sombreada de um filamento de tungstênio e suporte gerada por um microscópio eletrônico por varredura, ampliada aproximadamente 130 vezes. (b) O padrão de sombreamento. (c) Produto de (a) pelo inverso de (b). (Imagem original: cortesia de Michael Shaffer, Departamento de Ciências Geológicas, Universidade de Oregon, Eugene.)

- Operações lógicas: aplicadas apenas em imagens binárias, onde, nos exemplos abaixo, 1 = preto e 0 = branco
  - Operação AND: f(x, y) AND j(x,y)

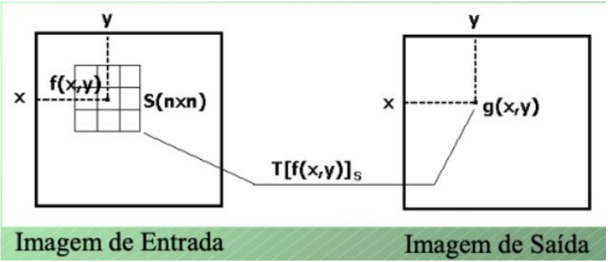


- Operações lógicas



Filtragem no Domínio Espacial

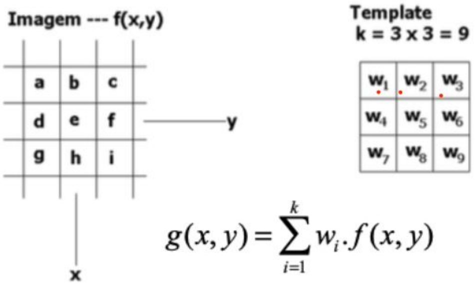
- Operadores locais: combina a Intensidade de um certo número de pixeis (janela), para computar o valor da nova intensidade na Imagem de Saída
  - $T[f(x,y)]_S$: operação sobre todos os pixeis dentro da janela S centrada em f(x,y)



- Máscaras, *templates* e janelamento são os operadores locais mais empregados em Processamento de Imagens
  - Operadores de Vizinhança
  - Tipicamente, cada elemento do *template* é multiplicado pelo valor do pixel correspondente e a soma desses resultados é armazenada como o novo valor do nível de cinza na Nova Imagem
  - Seja w uma janela de $n \times n = k$ pixeis. A Função de Transformação para cada pixel na imagem $g(x, y)$ será dada por:

$$g(x, y) = \sum_{i=i}^{k} w_i . f(x, y)$$

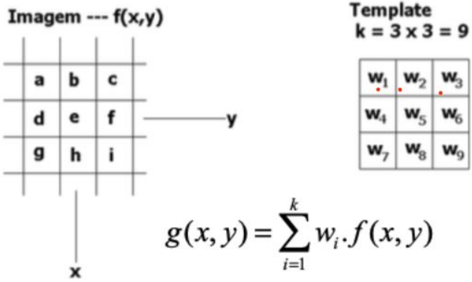
- Exemplo de aplicação de uma janela 3×3



$$g(x,y) = \sum_{i=1}^{k} w_i . f(x,y)$$

- $(a, b, c, d, e, f, g, h, i)$ são os valores dos níveis de cinza na mesma vizinhança de $f(x, y)$, comparativamente ao *template*
- $(w1$ a $w9)$ são os pesos, ou seja, os valores dos níveis de cinza em cada posição do *template*

- Exemplo de aplicação de uma janela 3×3



$$g(x,y) = \sum_{i=1}^{k} w_i . f(x,y)$$

- O valor do pixel $g(x, y)$ na nova imagem, na posição (x, y) será dado por:

$$g(x, y) = w_1.a + w_2.b + ... + w_9.i$$

Filtragem no Domínio Espacial

- Convolução: é o processo de aplicar uma matriz (chamada de núcleo ou kernel), sobre outra matriz que contém a imagem (chamada de matriz primária)
  - A convolução Discreta 2-D de $f(x,y)$ e $g(x,y)$ é definida por:

$$f(x,y) * g = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(x-i, y-j).g(i,j)$$

  - Onde a matriz $M \times N$ é um período da convolução discreta bi-dimensional
  - Um grande número de filtros usa a matriz de convolução internamente, como os de desfocagem, nitidez, mapa de relevo, dentre outros

- Convolução

35	40	41	45	50
40	40	42	46	52
42	46	50	55	55
48	52	56	58	60
56	60	65	70	75

×

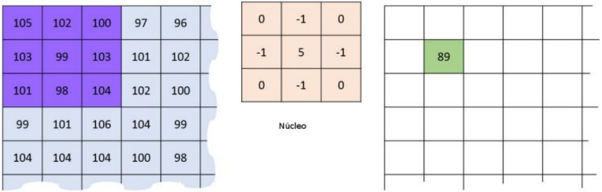
	0	1	0	
	0	0	0	
	0	0	0	

=

		42		

- **Isso é o que acontece**: o filtro lê sucessivamente, da esquerda para a direita e de cima para baixo, todos os pixeis da área de ação do núcleo. O valor de cada pixel é multiplicado pelo valor correspondente do kernel e, em seguida, soma os resultados. O pixel inicial se tornou 42: $(40*0)+(42*1)+(46*0)+(46*0)+(50*0)+(55*0)+(52*0)+(56*0)+(58*0)=42$.

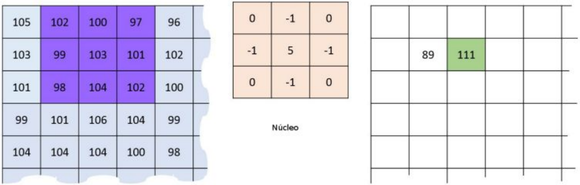
- Convolução



Matriz Imagem

$$105*0+102*-1+100*0 \\ +103*-1+99*5+103*-1 \\ +101*0+98*-1+104*0 = 89$$

Matriz Filtrada



Matriz Imagem

$$102*0+100*-1+97*0 \\ +99*-1+103*5+101*-1 \\ +98*0+104*-1+102*0 = 111$$

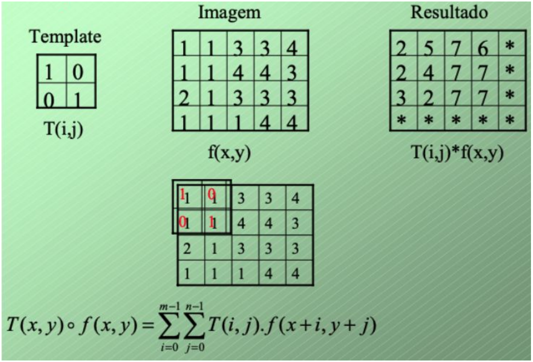
Matriz filtrada

- Correlação
  - Se $f(x)$ e $g(x)$ forem iguais a relação é usualmente chamada de autocorrelação
  - Se $f(x)$ e $g(x)$ forem diferentes, o termo normalmente utilizado é Correlação Cruzada
  - Para o caso discreto bi-dimensional, a correlação entre $f(x, y)$ e $g(x, y)$ é dada por:

$$f(x) \; o \; g(x) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(i, j).g(x + i, y + j)$$

- Convolução e correlação: a diferença entre esses operadores reside no espelhamento do *template* a ser utilizado
  - No geral, os *template* são simétricos

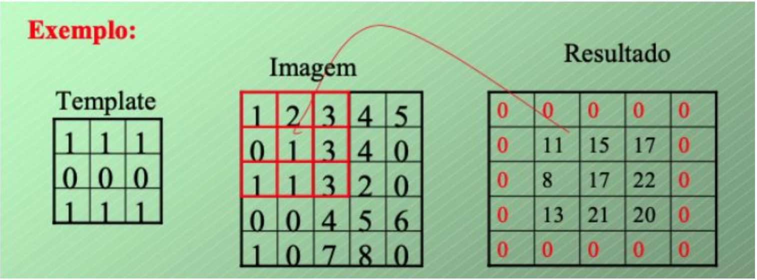
  - A correlação cruzada tem sido empregada com o nome de convolução de um *template* com uma imagem na área de processamento de imagens



Filtragem no Domínio Espacial

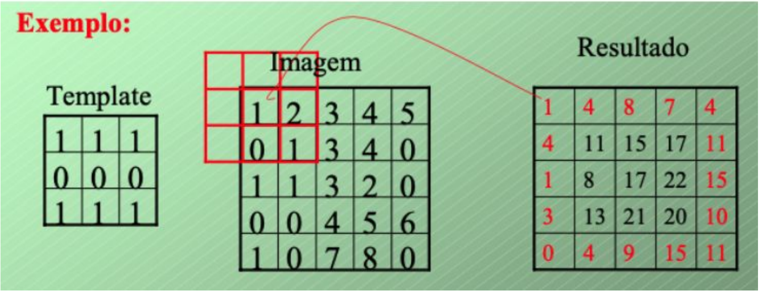
- Convenções para convolução
  - Máscaras de organização par (2 x 2, 4 x 4, ...) o resultado é colocado sobre o primeiro pixel
  - Máscaras de organização ímpar (3 x 3, 5 x 5, ...) o resultado é colocado sobre o pixel de centro
  - A imagem resultante da convolução não necessita, obrigatoriamente, ser menor que a imagem original
- tipos de convolução: aperiódica e periódica

- Convolução aperiódica
  - Opção 1: É atribuído o valor 0 aos resultados não calculáveis
  - No exemplo abaixo, o primeiro ponto calculável é resultante da seguinte operação: (1 * 1) + (1 * 2) + (1 * 3) + (0 * 0) + (0 * 1) + (0 * 3) + (1 * 1) + (1 * 1) +(1x3) = 11

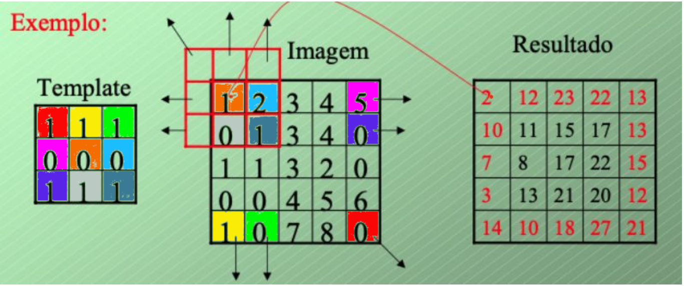


- Convolução aperiódica
  - Opção 2: Centra-se o *template* com o primeiro pixel da Imagem atribuindo o valor 0 aos valores inexistentes na Imagem

  - No exemplo abaixo, o primeiro ponto calculável é resultante da seguinte operação: (1 * 0) + (1 * 0) + (1 * 0) + (0 * 0) + (0 * 1) + (0 * 2) + (1 * 0) + (1 * 0) +(1 * 1) = 1



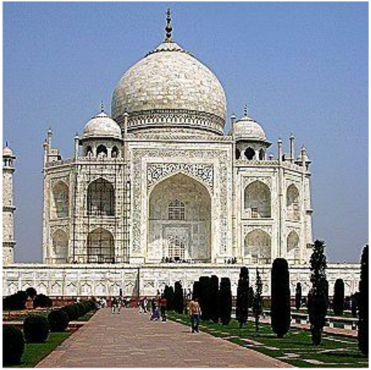
- Convolução periódica (ou circular)
  - Preenche os pixeis inexistentes fora das bordas da imagem considerando que a mesma é circular
  - No exemplo abaixo, o primeiro ponto calculável é resultante da seguinte operação: (1 * 0) + (1 * 1) + (1 * 0) + (0 * 5) + (0 * 1) + (0 * 2) + (1 * 0) + (1 * 0) +(1 * 1) = 2
    - Por exemplo, o elemento na posição (0, 0) da máscara é multiplicado com o valor em (4, 4) da imagem



- Convolução
  - O custo computacional da convolução espacial é alto
  - Se a imagem é de tamanho $M \times M$ e o *template* tem dimensão $N \times N$, o número de multiplicações é na ordem de $M^2 * N^2$
  - Por exemplo, para uma imagem 1024×1024 e um *template* 12×12 são necessárias 150.994.944 multiplicações
  - A alternativa é converter a imagem e o *template* do domínio espacial para o domínio da frequência (*e.g.* transformada de Fourier) e multiplicar elemento a elemento
  - A transformada é justificável caso o *template* seja maior que 32×32, devido ao custo da transformada de Fourier

- Uso de convoluções para filtros
  - Realce

0	0	0	0	0
0	0	-1	0	0
0	-1	5	-1	0
0	0	-1	0	0
0	0	0	0	0



Filtragem no Domínio Espacial

- Uso de convoluções para filtros
  - Desfoque

0	0	0	0	0
0	1	1	1	0
0	1	1	1	0
0	1	1	1	0
0	0	0	0	0

Filtragem no Domínio Espacial

- Uso de convoluções para filtros
  - Realce de bordas

	0	0	0	
	-1	1	0	
	0	0	0	

- Uso de convoluções para filtros
  - Detecção de bordas

	0	1	0	
	1	-4	1	
	0	1	0	

Filtragem no Domínio Espacial

- Uso de convoluções para filtros
  - Destaque de relevo

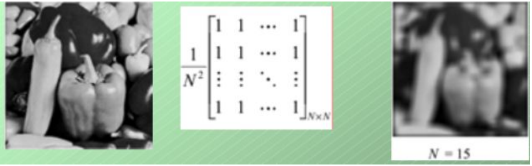
	-2	-1	0	
	-1	1	1	
	0	1	2	

Filtragem no Domínio Espacial

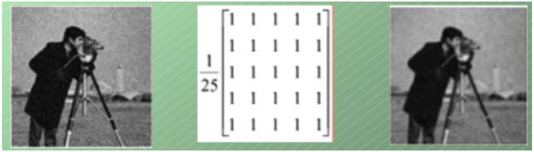
- Filtragem passa-baixa
  - Uma das aplicações da convolução espacial de uma imagem com templates é a suavização (*smoothing*) ou filtragem passa-baixa
  - Um filtro espacial passa-baixa é implementado através de uma Máscara que opera a média da vizinhança
  - Uma máscara de média é tal que seus pesos são positivos e a soma é igual a 1
  - Exemplos de algumas máscaras de filtros passa -baixa

$$\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{32}\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 16 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{8}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Filtragem passa-baixa
  - A suavização pode ser usada para:
    - Borramento (*blurring*)



    - Redução de ruídos



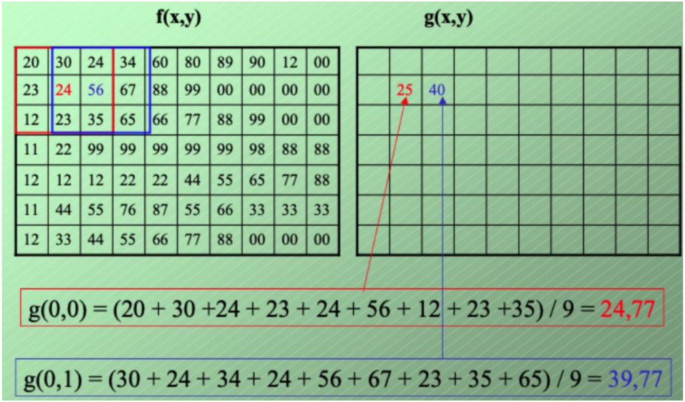
Filtragem no Domínio Espacial

- Suavização: tem o objetivo de diminuir efeitos espúrios em uma imagem
  - Dada uma imagem f(x,y) de N x N pixeis

$$g(x,y) = \frac{1}{M} \sum_{(n,m) \in S} f(n,m)$$

    - S é o conjunto de coordenadas dos pontos na vizinhança de (x,y), incluindo (x,y)

- Suavização



f(x,y)

20	30	24	34	60	80	89	90	12	00
23	24	56	67	88	99	00	00	00	00
12	23	35	65	66	77	88	99	00	00
11	22	99	99	99	99	99	98	88	88
12	12	12	22	22	44	55	65	77	88
11	44	55	76	87	55	66	33	33	33
12	33	44	55	66	77	88	00	00	00

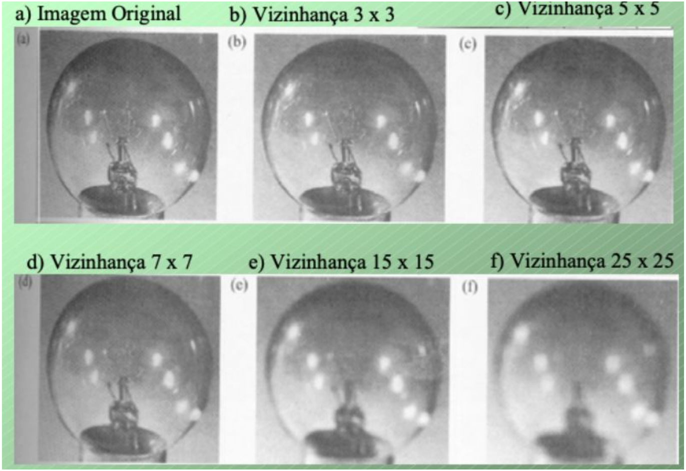
g(x,y)

	25	40							

$g(0,0) = (20 + 30 + 24 + 23 + 24 + 56 + 12 + 23 + 35) / 9 = 24{,}77$

$g(0,1) = (30 + 24 + 34 + 24 + 56 + 67 + 23 + 35 + 65) / 9 = 39{,}77$

- Suavização


a) Imagem Original
b) Vizinhança 3 x 3
c) Vizinhança 5 x 5
d) Vizinhança 7 x 7
e) Vizinhança 15 x 15
f) Vizinhança 25 x 25
(a)
(b)
(c)
(d)
(e)
(f)

- Média dos k-vizinhos mais próximos: define a média dentro de uma vizinhança de k-vizinhos que mais se aproximem do pixel em questão

20	30	24	34	60	80	89	90	12	00
23	24	56	67	88	99	00	00	00	00
12	23	35	65	66	77	88	99	00	00
11	22	99	99	99	99	99	98	88	88
12	12	12	22	22	44	55	65	77	88
11	44	55	76	87	55	66	33	33	33
12	33	44	55	66	77	88	00	00	00

Exemplo:

Vizinhança de 5 x 5

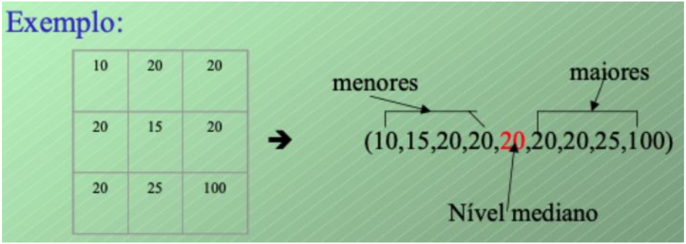
k = 9

(11,12,12,12,12,20,**22,22,22,23,23,24,24,30,34**,**35**,56,60,65,66,67,88,99,99,99)

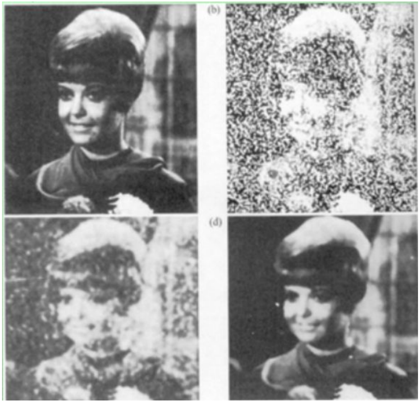
$|35-22| = 13 \qquad |35-56| = 21$

$M = (22 + 22 + 22 + 23 + 23 + 24 + 24 + 30 + 34) / 9 = 22,33$

- Filtragem da mediana
  - Substitui o nível de cinza de cada pixel pelo nível de cinza mediano em uma vizinhança do pixel
  - O nível mediano de um conjunto de valores é tal que exista metade dos valores menores e metade dos valores maiores



- Filtragem da mediana
  - A) Imagem original
  - B) Imagem com ruído
  - C) Filtro da mediana 3 x 3
  - D) Filtro da mediana 5 x 5



Filtragem no Domínio Espacial

- Filtragem passa-alta
  - Outra aplicação essencial da convolução espacial de uma máscara em uma imagem é o realce (*sharpening*) ou filtragem passa-alta
  - É chamada de máscara de realce porque tende a realçar mudanças abruptas de níveis de cinza na imagem
  - A máscara do filtro passa-alta deve ter o peso central positivo e os pesos periféricos negativos tal que a soma seja igual a zero
  - Exemplos de filtros

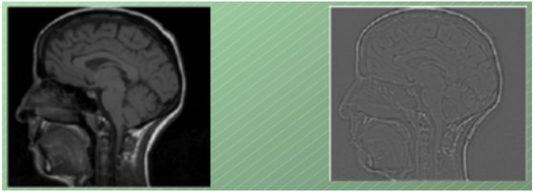
$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{5}\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline -1 & 4 & -1 \\ \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

- Filtragem passa-alta
  - A Imagem filtrada por passa-alta $g(x, y)$ de uma Imagem $f(x, y)$ pode ser expressa também como:

$$g(x, y) = f(x, y) - LowPass(f(x, y))$$

  - onde *LowPass(x,y)* é a imagem resultado da filtragem passa-baixa de $f(x, y)$
  - Exemplo de aplicação do filtro passa-alta



Referências I

Borges, L. E.
Python para desenvolvedores.
Novatec, 2017.

Bradski, G.
The openCV library.
Dr. Dobb's Journal: Software Tools for the Professional Programmer, v. 25, n. 11, p. 120-123, 2000.

Foley, J. D., Van, F. D., Van Dam, A., Feiner, S. K., Hughes, J. F., e Hughes, J.
Computer Graphics: Principles and Practice.
Addison-Wesley, 1996.

Gonzalez, Rafael C., e Richard E. Woods.
Processamento de imagens digitais.
Editora Blucher, 2000.

Referências II

Oliveira, M. M.
Notas de aula – Fundamentos de Processamento de Imagens.
Porto Alegre, 2010.
Disponível em: http://www.inf.ufrgs.br/~oliveira/Cursos/INF01046/INF01046_descricao_2010_2.html.
Acesso em: 10/12/2021.

Prateek, J., Millan, E. D., e Vinivius, G.
OpenCV by Example.
Packt Publishing, 2016.

Villán, A. F.
Mastering OpenCV 4 with Python.
Packt Publishing, 2019.

Wiggers, K. L.
Notas de aula – Processamento de Imagens: filtragem no domínio espacial. Pato Branco, PR, 2024.