Tabela Hash: tipos de hashing e tratamento de colisões

Prof. Jefferson T. Oliva

Algoritmos e Estrutura de Dados 2 (AE43CP)
Engenharia de Computação
Departamento Acadêmico de Informática (Dainf)
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Campus Pato Branco

DAINF
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE INFORMÁTICA
CÂMPUS PATO BRANCO

UTFPR
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

Sumário

- Tipos de *Hashing*
- Tratamento de Colisões
  - *Hashing* Estático
  - *Hashing* Dinâmico

Sumário

Tipos de *Hashing*

- Estático
  - Espaço de endereçamento não muda
  - Fechado: Permite armazenar um conjunto de informações de tamanho limitado
    - Tratamento de colisões: sondagem linear (*overflow* progressivo), sondagem quadrática, segunda função hash
  - Aberto: Permite armazenar um conjunto de informações de tamanho potencialmente ilimitado
    - Tratamento de colisões: encadeamento de elementos

Tipos de *Hashing*

- *Hashing* dinâmico
  - Espaço de endereçamento pode aumentar
  - *Hashing* extensível
  - Pode aumentar se houver colisões

Sumário

Tratamento de Colisões

- Uma função *hashing* pode gerar a mesma posição para chaves diferentes
  - Essa situação é chamada de colisão

- Suponha que utilizamos o resto de divisão para definirmos posições em uma tabela de tamanho 50
  - Se inserirmos as chaves 12 e 62, ocorrerá colisão
    - $12\%50 = 12$
    - $62\%50 = 12$

- Qualquer função *hashing* pode acarretar em colisões

Tratamento de Colisões

- Em uma tabela *hash* deve haver uma forma para tratar colisões
- Desse modo, a estrutura da tabela *hash* é formada em duas partes:
  - Função *hashing*
  - Tratamento de colisões
- As estratégias para tratamento de colisões são aplicadas de acordo com o tipo de *hashing*
  - Estático
    - Endereçamento fechado
    - Endereçamento aberto
  - Dinâmico

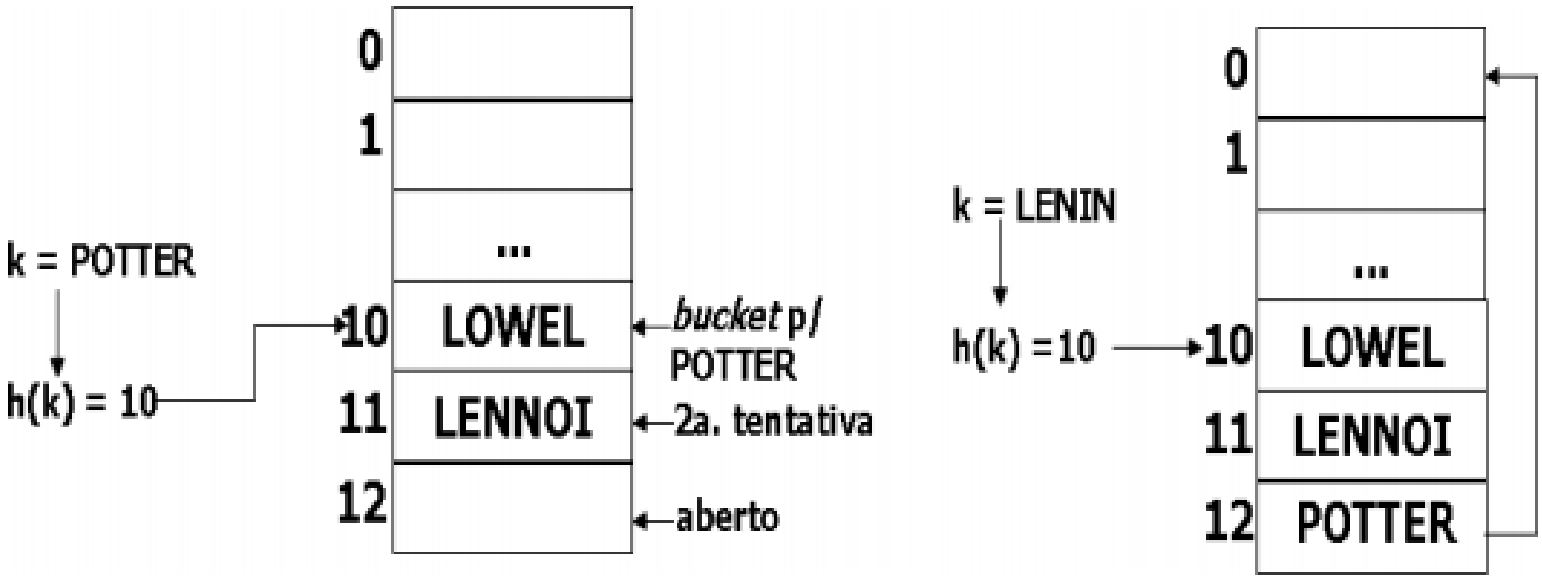
Tratamento de Colisões

Hashing estático

- *Hashing* fechado: aplicação de técnicas de *rehash* para lidar com colisões, como nos exemplos abaixo
  - sondagem linear (*overflow* progressivo)
  - Sondagem quadrática
  - Segunda função *hash*
- Técnica *rehash*
  - Se posição $h(k)$ está ocupada, aplicar função de *rehash* sobre $h(k)$, que deve retornar o próximo bucket livre: $rh(h(k))$
  - Uma boa função *rehash* cobre o máximo de índices entre 0 e o tamanho da tabela - 1 e evita agrupamento de dados
  - Além do índice resultante de $h(k)$, na *rehash* também pode ser utilizada a própria chave k e outras funções *hash*

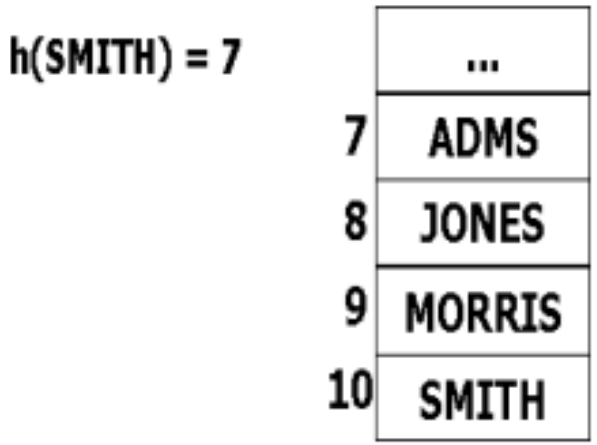
- Sondagem linear
  - Também conhecido como *Overflow* progressivo
  - Caso a função *hash* ($h(k)$) resulte em uma posição ocupada, tentar a próxima posição: $rh(h(k)) = (h(k) + i)\%B$, sendo i variando de 1 a $B - 1$ e B (*buckets*) é o tamanho da tabela
  - Na primeira tentativa: $i = 1$
  - A variável i é incrementada até que seja encontrada uma posição vazia ou todas as opções sejam esgotadas

- Sondagem linear



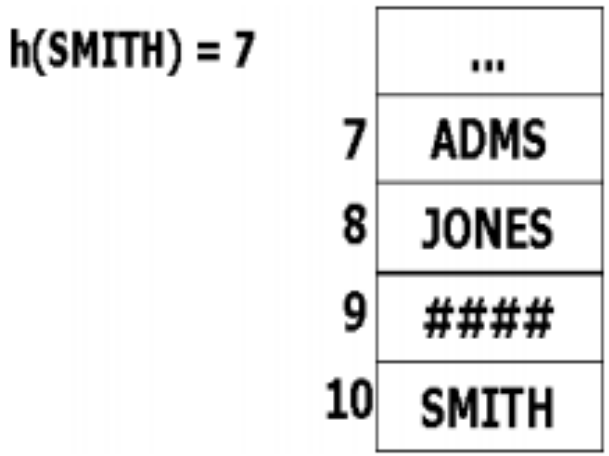
- $h(POTTER) = (80+79+84+84+69+82)\%13 = 478\%13 = 10$
- Como saber se a informação procurada não está armazenada?
- Errata: "LENIN" deve ser substituído por "LeNIN"

- Sondagem linear
  - Dificuldade: pode ser necessário percorrer vários campos para encontrar um registro



  - No exemplo acima, a remoção do elemento na posição 9 pode causar uma falha na busca

- Sondagem linear
  - Solução para a remoção de elementos: não eliminar o elemento, mas indicar a posição que foi esvaziada, possibilitando a continuação da busca



Tratamento de Colisões

Hashing estático

- Sondagem linear
  - Vantagens
    - Simplicidade
    - Custo computacional baixo
  - Desvantagens
    - Agrupamento de dados (causado por colisões)
    - Com a tabela cheia, a busca fica lenta
    - Dificulta as inserções e remoções

- Sondagem quadrática
  - Também conhecida como espalhamento quadrático, tentativa quadrática ou *rehash* quadrático
  - Utiliza uma equação de segundo grau para calcular *rehash*: $rh(h(k), i) = (h(k) + c_1 * i + c_2 * i^2)\%B$

    onde: c_1 e c_2 são constantes diferentes de 0, e i varia de 1 a $B - 1$
  - Pode ter um desempenho melhor do que a sondagem linear, mas c_1, c_2 e B são limitados
  - Evita o agrupamento primário (causado pela sondagem linear), mas pode acarretar em agrupamento secundário (quadrático)
    - Exemplo: se duas ou mais chaves possuem o mesmo endereço na aplicação da função *hash*, então as sequências de sondagem serão iguais

- Sondagem quadrática
  - Exemplo para $B = 41$, $c_1 = 0,5$, $c_2 = 0,5$ e $h(k) = 5$, então temos:
    - Para $i = 1$: $rh(k, i) = (5 + 0,5 * 1 + 0,5 * 1^2)\%41 = 6$
    - Para $i = 2$: $rh(k, i) = (5 + 0,5 * 2 + 0,5 * 2^2)\%41 = 8$
    - Para $i = 3$: $rh(k, i) = (5 + 0,5 * 3 + 0,5 * 3^2)\%41 = 11$
    - Para $i = 4$: $rh(k, i) = (5 + 0,5 * 4 + 0,5 * 4^2)\%41 = 15$
    - Para $i = 5$: $rh(k, i) = (5 + 0,5 * 5 + 0,5 * 5^2)\%41 = 20$
    - Para $i = 6$: ?

- Sondagem quadrática
  - Principal vantagem
    - Evita o agrupamento primário causado pela sondagem linear
  - Principal desvantagem
    - Ainda pode gerar agrupamento (mesmo que seja de forma secundária)

- Segunda função *hash*
  - Também conhecida como *hash* duplo
  - Utiliza duas funções como auxiliares
    - $h1(k)$: função *hash* primária
    - $h2(k)$: função *hash* secundária
  - Algumas boas funções auxiliares
    - $h1(k) = k\%B$
    - $h2(k) = 1 + k\%(B-1)$
  - Função *rehash*
    - $rh(k,i) = (h1(k) + i * h2(k))\%B$

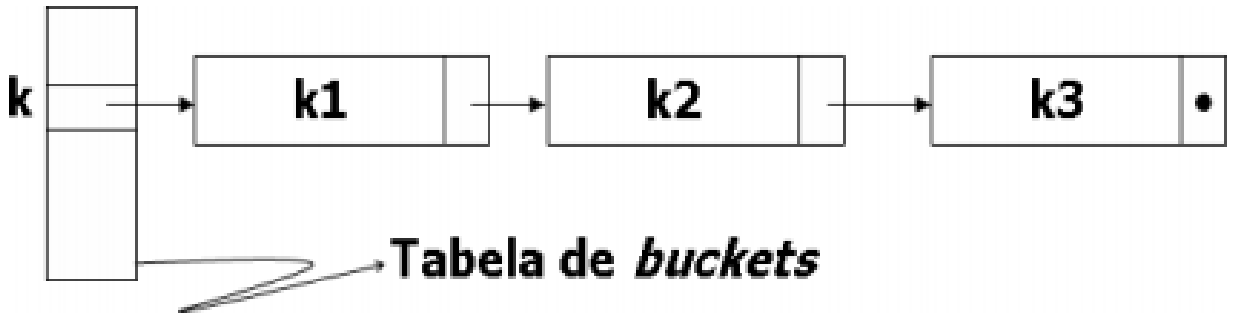
    ou

    - $rh(k,i) = (h1(k) + i * (1 + k\%(B-1)))\%B$

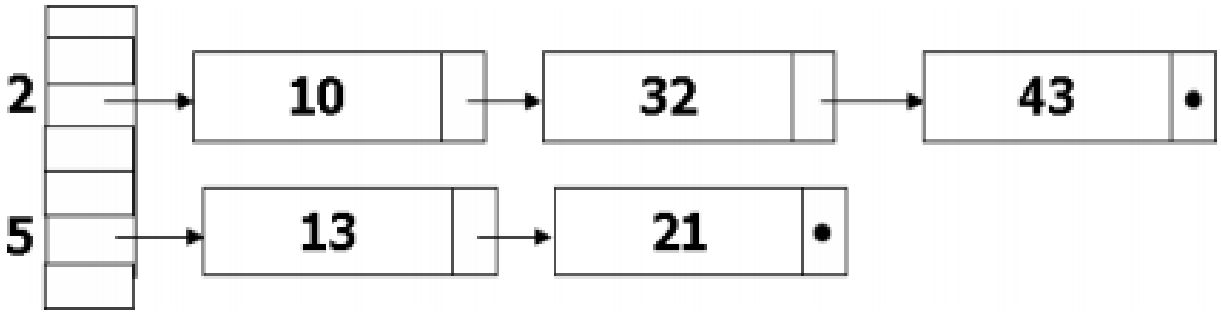
- Segunda função *hash*
  - Exemplo para $B = 41$, $h1(k) = 5$ e $h2(k) = 6$, então temos:
    - Para $i = 1$: $rh(k, i) = (5 + 6 * 1)\%41 = 11$
    - Para $i = 2$: $rh(k, i) = (5 + 6 * 2)\%41 = 17$
    - Para $i = 3$: $rh(k, i) = (5 + 6 * 3)\%41 = 23$
    - Para $i = 4$: $rh(k, i) = (5 + 6 * 4)\%41 = 29$
    - Para $i = 5$: $rh(k, i) = (5 + 6 * 5)\%41 = 35$
    - Para $i = 6$: ?

- Segunda função *hash*
  - Vantagem
    - Geralmente evita agrupamento de dados
  - Desvantagens
    - Difícil achar funções *hash* que, ao mesmo tempo, satisfaçam os critérios de cobrir o máximo de índices da tabela e evitem agrupamento de dados
    - Operações de buscas, inserções e remoções são mais difíceis

- *Hashing* aberto
  - A tabela de *buckets*, indo de 0 a $B - 1$, contém apenas ponteiros para uma lista de elementos
  - Quando há colisão, o item é inserido no *bucket* como um novo nó da lista



- *Hashing* aberto
  - Se as listas estiverem ordenadas, reduz-se o tempo de busca



- *Hashing* aberto
  - Principal vantagem
    - A tabela pode receber mais itens mesmo quando um *bucket* já foi ocupado
  - Desvantagens
    - Quantidade de endereços não pode ser aumentado
    - Espaço extra para as listas
    - Listas longas pode implicar em muito tempo gasto na busca

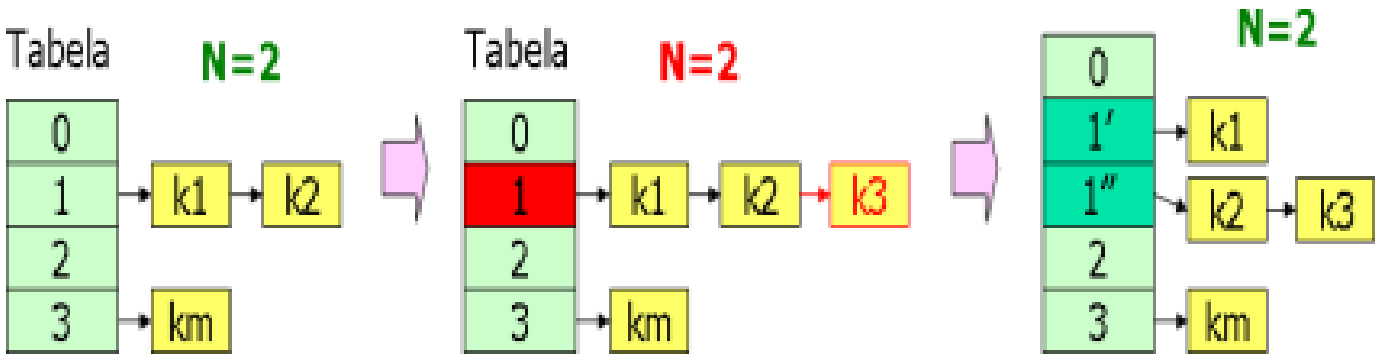
Tratamento de Colisões

Hashing estático

- Eficiência
  - *Hashing* fechado
    - Depende da técnica de *rehash*
    - A tabela pode ficar cheia
  - *Hashing* aberto
    - Depende do tamanho das listas e da função *hash*

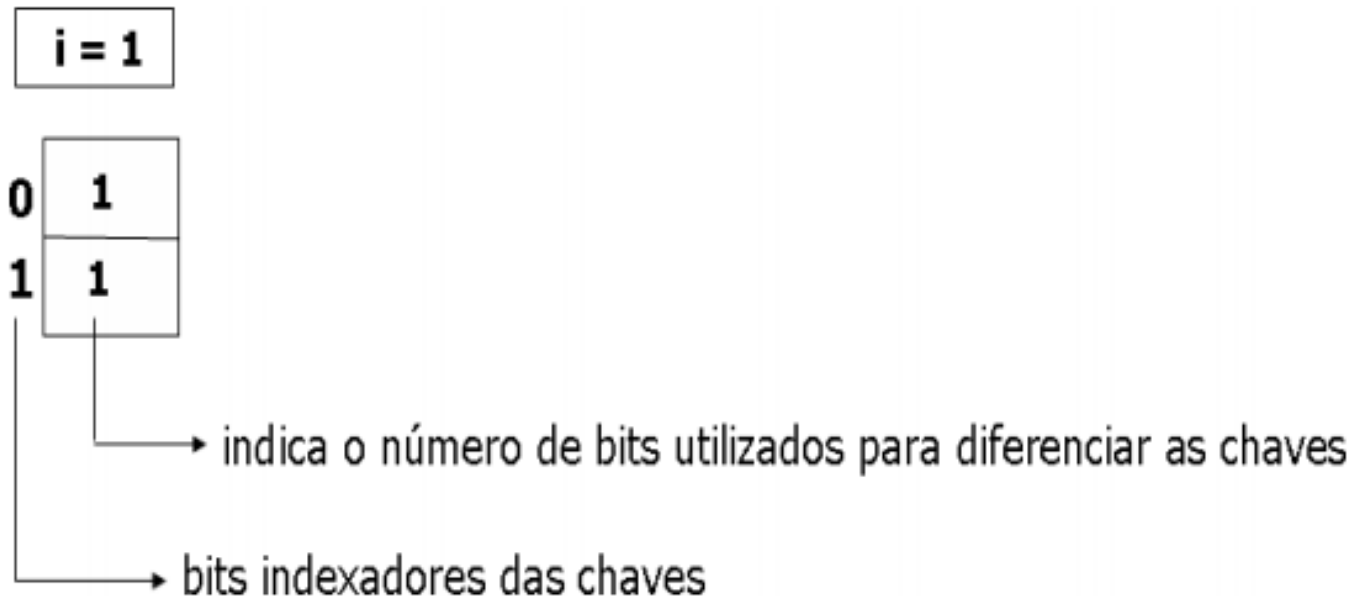
- O tamanho do espaço de endereçamento (número de *buckets*) pode aumentar

- Exemplo de *hashing* dinâmico:
  - *Hashing* extensível: conforme os elementos são inserido na tabela, o tamanho aumenta se necessário

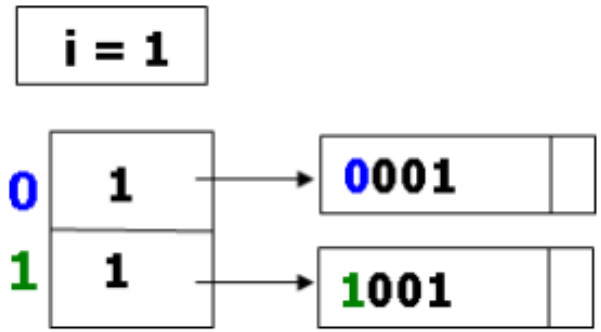


- *Hashing* extensível
  - Em geral, trabalha-se com bits
  - Após $h(k)$ ser computada, uma segunda função f transforma o índice $h(k)$ em uma sequência de bits
  - Alternativamente, h e f podem ser unificadas como uma única função *hash* final
  - Função *hash* computa sequência de m bits para uma chave k, mas apenas os i primeiro bits ($i \leq m$) do início da sequência são usados como endereço
    - Se i é o número de bits usados, a tabela de *buckets* terá 2^i entradas
    - Portanto, tamanho da tabela de *buckets* cresce sempre com potência de 2 (aumenta a quantidade de bits em uma unidade)

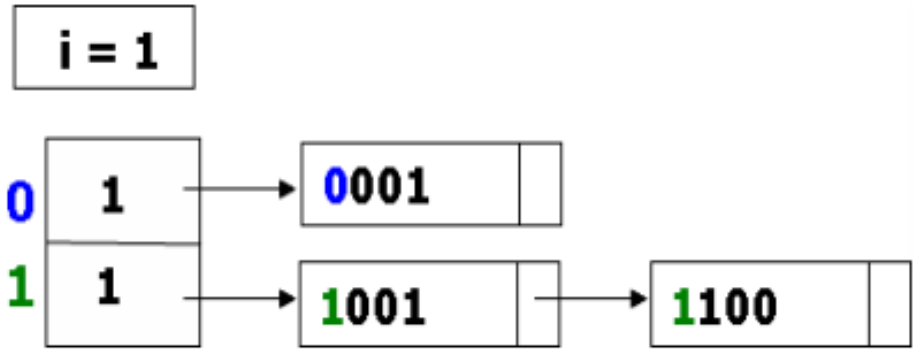
- *Hashing* extensível
  - N é o número de nós permitidos por bucket
  - Tratamento de colisões: geralmente por listas encadeadas
  - Exemplo: tabela inicialmente vazia, $m = 4$ (bits) e $(N = 2)$



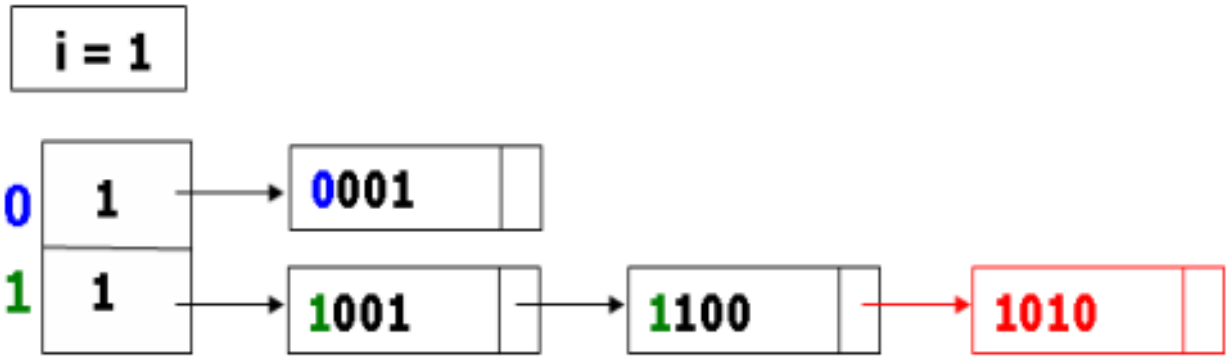
- *Hashing* extensível
  - Exemplo: inserção dos elementos 0001 e 1001, respectivamente



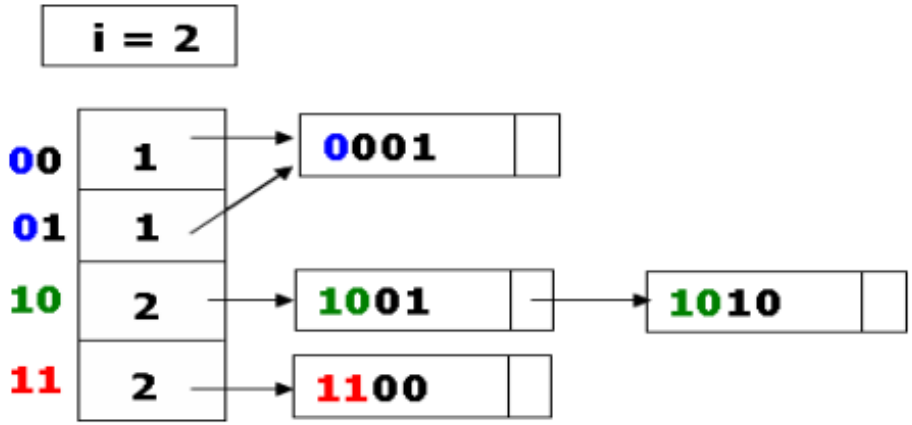
- *Hashing* extensível
  - Exemplo: inserção do elemento 1100



- *Hashing* extensível
  - Exemplo: inserção do elemento 1010



- *Hashing* extensível
  - Exemplo: inserção do elemento 1010



- *Hashing* dinâmico
  - Vantagens
    - Custo de acesso constante, determinado pelo tamanho de N
    - A tabela pode crescer
  - Desvantagens
    - Complexidade extra para gerenciar o aumento do arranjo e a divisão das listas
    - Podem existir sequências de inserções que façam a tabela crescer rapidamente, tendo, contudo, um número pequeno de registros
- Principal desvantagem de *hashing*: Os elementos da tabela não são armazenados sequencialmente e nem sequer existe um método prático para percorrê-los em sequência

Referências I


Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., Stein, C.
Introduction to Algorithms.
Third edition, The MIT Press, 2009.


Madalosso, E.
Hashing Universal. AE22CP – Algoritmos e Estrutura de Dados I.
Notas de Aula. Engenharia de Computação.
Dainf/UTFPR/Pato Branco, 2019.


Oliva, J. T.
Tratamento de Colisões. AE22CP – Algoritmos e Estrutura de Dados I.
Notas de Aula. Engenharia de Computação.
Dainf/UTFPR/Pato Branco, 2020.

Referências II

Rosa, J. L. G.
Métodos de Busca. SCE-181 – Introdução à Ciência da Computação II.
Slides. Ciência de Computação. ICMC/USP, 2018.

Ziviani, N.
Projeto de Algoritmos - com implementações em Java e C++.
Thomson, 2007.