Universidade Federal de Santa Catarina
MTM 5161 – Cálculo A
Professor Adriano Né

4ª Lista de Exercícios

1) Encontre as derivadas das seguintes funções utilizando a definição, ou seja, $\lim_{h\to 0} \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$.

(a) $f(x)=x^2$ (b) $f(x)=x^2-3x+4$ (c) $f(x)=x^3-3x+4$

(d) $f(x)=\sqrt{x-3}$ (e) $f(x)=\left(\dfrac{2+x}{3-x}\right)$

2) Verifique se existe derivada no ponto x_1 nas seguintes funções:

(a) $f(x)=\left\{\begin{matrix} 2-4x,\ se\ x\le -4 \\ \dfrac{x^2}{2},\ se\ x>-4 \end{matrix}\right\}$; $x_1=-4$

(b) $f(x)=\left\{\begin{matrix} 3-2x,\ se\ x<2 \\ 3x-7, se\ x\ge 2 \end{matrix}\right\}$; $x_1=2$

(c) $f(x)=|x-3|$; $x_1=3$

(d) $f(x)=1+|x+2|$; $x_1=-2$

(e) $f(x)=\left\{\begin{matrix} x^2-4,\ se\ x<2 \\ \sqrt{x-2},\ se\ x\ge 2 \end{matrix}\right\}$; $x_1=2$

(f) $f(x)=\left\{\begin{matrix} x^2\ \ ,\ se\ x\le 1 \\ x+1,\ se\ x>1 \end{matrix}\right\}$; $x_1=1$

3) Ache os valores de ***a*** e ***b*** tais que *f* seja derivável em $x=1$ se
$f(x)=\left\{\begin{matrix} x^2\ \ ,\ se\ x<1 \\ ax+b,\ se\ x\ge 1 \end{matrix}\right\}$

4) Ache os valores de ***a*** e ***b*** tais que *f* seja derivável em $x=2$ se

$$f(x)=\left\{\begin{matrix} 2x^2-1,\ se\ x\ge 2 \\ ax+b,\ se\ x<2 \end{matrix}\right\}$$

5) Calcule a derivada de cada uma das funções lembrando-se da Regra da Cadeia.

(a) $y=e^{2x}$ (b) $y=ln(x^2+3)$

(c) $y=2^{x+\cos x}$

(d) $y=(3+2x)^8$

(e) $y=5^{x^2+x}$

(f) $y=e^{x^2+\cos x}$

(g) $y=arcsen(x^2-3)$

(h) $y=arctg(2x^3+x)$

(i) $y=ln(sec^2 x)$

(j) $y=e^{e^x}$

(k) $y=e^{tg\,x}$

(l) $y=tg(e^x)$

(m) $y=log_a(1+sen^2 x)$

(n) $y=arccos(x+e^x)$

(o) $y=ln(x+cos3x)$

(p) $y=ln(x^2+e^{sen4x})$

(q) $y=\sqrt{x^2+cosx}$

(r) $y=\sqrt[3]{x^4+3x\,senx}$

(s) $y=(x^2+x)e^{x^3}$

(t) $y=\dfrac{1+e^{2x}}{sen\,x}$

6) Calcule a derivada das funções trigonométricas a seguir:

(a) $y=cossec\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$

(b) $y=\dfrac{sec5x}{tg3x}$

(c) $y=sec(senx)$

(d) $y=\sqrt{1+cotg5x}$

7) Obtenha as derivadas das equações a seguir utilizando a derivação implícita, considere $y=f(x)$:

(a) $y=x\,lny$

(b) $y=(\ln x)(lny)$

(c) $xy=\ln(seny)$

(d) $xy+x^2\ln^2 y=4$

8) Escreva a equação da reta tangente às curvas a seguir no ponto P indicado.

(a) $y=x^3;\ P(2,8)$

(b) $y=\dfrac{1}{x-1};\ P(2,1)$

(c) $y=x^3+3x^2-4x-5;\ P(1,-5)$

(d) $y=\dfrac{3}{x^2}-\dfrac{4}{x^3};\ P(-1,7)$

(e) $y=\dfrac{3x^2}{x^2+x+1};\ P(-1,3)$

9) Encontre a equação da reta tangente à curva no ponto dado.

(a) $y=\sqrt[4]{x}$, (1, 1) (b) $y=x^4+2e^x$, (0, 2) (c) $y=3x^2-x^3$, (1, 2)

10) Mostre que a curva $y = 6x^3 + 5x - 3$ não tem reta tangente com a inclinação 4.

11) Encontre equações para ambas as retas tangentes à curva $y = 1 + x^3$ e que são paralelas à reta $12x - y = 1$.

12) Encontre uma equação para a reta normal à parábola $y = x^2 - 5x + 4$ que seja paralela à reta $x - 3y = 5$.

13) Seja $r(x)=f(g(h(x)))$ onde $h(1) = 2$, $g(2) = 3$, $h'(1) = 4$, $g'(2) = 5$ e $f'(3) = 6$. Encontre $r'(1)$.

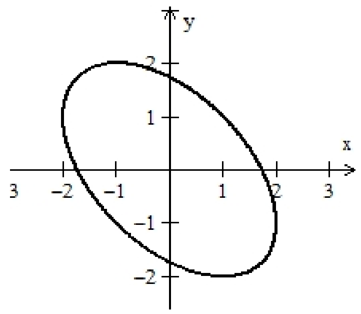
14) A Cefeu é uma constelação cujo brilho é variável. A estrela mais visível dessa constelação é a Delta Cefeu, para a qual o intervalo de tempo entre os brilhos máximos é de 5,4 dias. O brilho médio dessa estrela é de 4,0, com uma variação de $\pm 0{,}35$. Em vista destes dados, o brilho da Delta Cefeu no instante t, onde t é medido em dias, foi modelado pela função

$$B(t)=4{,}0+0{,}35\,sen\left(\frac{2\pi t}{5{,}4}\right)$$

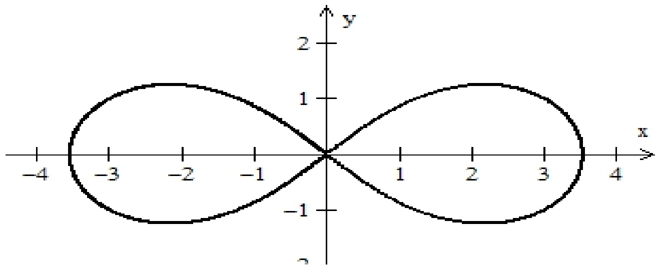
(a) Escreva a taxa de variação do brilho após t dias.
(b) Encontre, correta até dua casas decimais, a taxa de crescimento após 1 dia.

15) Use a derivação implícita para encontrar uma equação da reta tangente à curva no ponto dado.

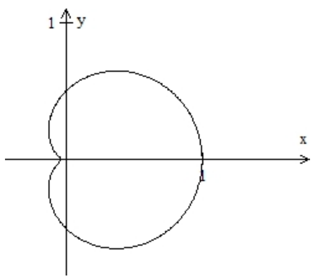
(a) $x^2+xy+y^2=3$, (1, 1)
(Elipse)



(c) $2(x^2+y^2)^2=25(x^2-y^2)$, (3, 1)
(Lemniscata)



(b) $x^2+y^2=(2x^2+2y^2-x^2)^2$, (0, 1/2)
(Cardioide)



Respostas: **1)** (a) $2x$; (b) $2x - 3$; (c) $3x^2 - 3$; (d) $\frac{1}{2\cdot\sqrt{x-3}}$; (e) $\frac{5}{(3-x)^2}$. **2)** (a) Não ; (b) Não ; (c) Não ; (d) Não ; (e) Não ; (f) Não. **3)** $a = 2$, $b = -1$. **4)** $a = 8$, $b = -9$. **5)** (a) $2\cdot e^{2x}$; (b) $\frac{2x}{x^2+3}$; (c) $(1\text{-}senx)ln2\cdot 2^{x+cosx}$; (d) $16(3+2x)^7$; (e) $(2x+1)ln5\cdot 5^{x^2+x}$; (f) $(2x-sen\,x)e^{x^2+cos\,x}$; (g) $\frac{2x}{\sqrt{1-(x^2-3)^2}}$; (h) $\frac{6x^2+1}{1+(2x^3+x)^2}$; (i) $2\,tgx$; (j) $e^{e^x}\cdot e^x$; (k) $e^{tg\,x}\cdot sec^2 x$; (l) $e^x\cdot sec^2 e^x$; (m) $\frac{sen\ 2x}{(1+sen^2 x)ln\,a}$; (n) $-\frac{1+e^x}{\sqrt{1-(x+e^x)^2}}$; (o) $\frac{1-3\,sen\,3x}{x+cos3x}$; (p) $\frac{2x+4\,cos\,4x\cdot e^{sen\,4x}}{x^2+e^{sen\,4x}}$; (q) $\frac{2x-sex}{2\sqrt{x^2+cosx}}$; (r) $\frac{4x^3+3\,sen\,x+3x\cos x}{3\cdot\sqrt[3]{(x^4+3x\,sen\,x)^2}}$; (s) $e^{x^3}(3x^4+3x^3+2x+1)$; (t) $\frac{2e^{2x}\,sen\,x-(1+e^{2x})cos\,x}{sen^2 x}$. **6)** (a) $\frac{2\,cotg\left(\frac{1}{x^2}\right)cossec\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x^3}$; (b) $\frac{5\,tg\,3x\,sec\,5x\,tg\,5x-3\,sec\,5x\,sec^2 3x}{tg^2 3x}$; (c) $[sec(sen\,x)tg(sen\,x)]\cos x$; (d) $-\frac{5cossec^2 5x}{2\sqrt{1+cotg\,5x}}$. **7)** (a) $\frac{y\ln y}{y-x}$; (b) $\frac{y\ln y}{x(y-\ln x)}$; (c) $\frac{y}{-x+cotg\,y}$; (d) $\frac{-y^2-2xy\ln^2 y}{xy+2x^2 lny}$. **8)** (a)12x – y = 16; (b) x + y = 3; (c)5x – y = 10; (d) 18x – y = –25 ; (e) 3x + y = 0. **9)** (a) $y=\frac{x}{4}+\frac{3}{4}$; (b) $y = 2x + 2$; (c) $y = 3x - 1$. **11)** $y = 12x - 15$ e $y = 12x + 17$. **12)** $y=\frac{x}{3}-\frac{1}{3}$. **13)** 120. **14)** (a) $\frac{dB}{dt}=\frac{7\pi}{54}\cos\left(\frac{2\pi t}{5,4}\right)$; (b) 0,16. **15)** (a) $y = -x + 2$; (b) $y = x + 1/2$; (c) $y = (9/2)x - 5/2$.