5409 : 2ª PROVA : 2009.1 : PROF. JÚLIO

1] COM RELAÇÃO À SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES $f(x)=0$, RESPONDA:

a) POR QUE FORAM CRIADOS VÁRIOS MÉTODOS DO TIPO QUASI-NEWTON DE SOLUÇÃO? QUAIS FORAM AS CONCLUSÕES QUE VOCÊ OBTEVE NO SEGUNDO TRABALHO SOBRE OS QUASI-NEWTON TESTADOS?

b) SE A $f(x)=0$ POSSUIR VÁRIAS SOLUÇÕES α_K, COMO ELAS SÃO OBTIDAS? QUE DIFICULDADES OCORREM SE A GERADORA $y=f(x)$ FOR UMA FUNÇÃO QUALQUER OU UMA POLINOMIAL $p_n(x)$?

c) PARA CADA MÉTODO CITADO, ESBOCE GRAFICAMENTE UMA EQUAÇÃO EM QUE O MESMO FALHA (= NÃO CONVERGE): i) FALSA POSIÇÃO; ii) QUASI NEWTON1; iii) STEFFENSEN.

2] COM RELAÇÃO À APROXIMAÇÃO DE FUNÇÕES $y=f(x)$, $x\in[a,b]$, RESPONDA:

a) POR QUE OS POLINÔMIOS SÃO CONSIDERADOS BONS APROXIMADORES?

b) NA INTERPOLAÇÃO, POR QUE FORAM ABORDADOS TRÊS TIPOS DE INTERPOLADORES CONSIDERANDO QUE EXISTE UM ÚNICO $p_n(x) \,/\, p_n(x_i)=y_i$, $i=1,2,\dots,n+1$?

c) QUAIS SÃO AS CONDIÇÕES DE APROXIMAÇÃO DO APROXIMADOR DE BÉZIER $B_K(t)$?

3] PARA UMA $f(x)=0$ NÃO POLINOMIAL, ELABORE UM ALGORITMO O MAIS COMPLETO E EFICIENTE POSSÍVEL, PARA TENTAR OBTER NA PRECISÃO ε UMA SOLUÇÃO $\alpha\in\mathbb{R}$, USANDO O MÉTODO DA SECANTE. (APENAS PASSE POR LEITURA A(S) SOLUÇÕES INICIAL(IS)).

4] PARA UM CONJUNTO DE SETE PONTOS PARAMETRIZADOS $\{p_0, p_1, \dots, p_6\}$ ELABORE UM ALGORITMO COMPLETO E EFICIENTE QUE OBTENHA 999 PONTOS NOVOS DE CADA UMA DAS CURVAS DE BÉZIER $B_3(t)$ DEFINIDAS PELOS SEGUINTES PONTOS DE REFERÊNCIA:

i) $\{p_0, p_1, p_3, p_2\}$; ii) $\{p_3, p_4, p_6, p_5\}$.

QUANTO TEMPO LEVARIA UM PROCESSADOR DE 100 MFLOPS ($=10^8$ operações/s) PARA TRAÇAR AS DUAS $B_3(t)$ RESULTANTES DA IMPLEMENTAÇÃO DESTE SEU ALGORITMO? OBTENHA.

FALSA POSIÇÃO $\Rightarrow \boxed{\bar{x} = a - \dfrac{f(a)(b-a)}{f(b)-f(a)}}$; QUASI-NEWTON1 $\Rightarrow \boxed{x_{K+1} = x_K - \dfrac{f(x_K)}{f'(x_0)}}$

STEFFENSEN $\Rightarrow \boxed{x_{K+1} = x_K - \dfrac{f(x_K)^2}{f(x_K+f(x_K))-f(x_K)}}$; SECANTE $\Rightarrow \boxed{x_{K+1} = x_K - \dfrac{f(x_K)(x_K-x_{K-1})}{f(x_K)-f(x_{K-1})}}$

$$Lp_n(x) = \sum_{i=1}^{n+1} y_i \left[\prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n+1} \frac{(x-x_j)}{(x_i-x_j)}\right] \;:\; Np_n(x) = y_1 + \sum_{K=1}^{n} \Delta^K y_1 \left[\prod_{i=1}^{K}(x-x_i)\right],\; \Delta^K y_i = \frac{\Delta^{K-1}y_{i+1} - \Delta^{K-1}y_i}{x_{i+K}-x_i}.$$

BÉZIER $B_3(t) = \begin{cases} BX_3(t) = ax\,t^3 + bx\,t^2 + cx\,t + x_0 \\ BY_3(t) = ay\,t^3 + by\,t^2 + cy\,t + y_0 \end{cases}$, DEFINIDA POR $\{p_0, p_1, p_2, p_3\}$, ONDE:

$$\begin{cases} cx = 3\,(x_1 - x_0) \\ bx = 3\,(x_2 - x_1) - cx \\ ax = (x_3 - x_0) - (cx + bx) \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} cy = 3\,(y_1 - y_0) \\ by = 3\,(y_2 - y_1) - cy \\ ay = (y_3 - y_0) - (cy + by) \end{cases}. \qquad t\in[0;1]$$

VALORES DAS QUESTÕES:

1] 3,0 = (1+1+1) 3] 2,5
2] 2,0 = (1+1) 4] 2,5