O Problema das 3 Portas
(Monty Hall Problem)

- Este problema está relacionado com a americana Marilyn Vos Savant, que nos anos 80 entrou no livro Guinness dos recordes como a pessoa com o maior QI já registrado até então (228). Nessa época, ela começou a assinar uma coluna chamada Ask Marilyn ("pergunte a Marilyn").A coluna era publicada em mais de 300 jornais e revistas mundo afora.

- Em setembro de 1990, Marilyn recebeu uma pergunta que a tornaria ainda mais famosa: "Os participantes de um programa de auditório podem escolher entre 3 portas. Atrás de uma delas, há um carro. Atrás das outras, há apenas cabras. Depois que um dos participantes escolhe uma porta, o apresentador, que sabe o que há atrás de cada porta, abre uma das que não foram escolhidas, revelando uma cabra. Ele então pergunta ao participante: “Você gostaria de mudar sua escolha para a outra porta fechada?” “Para o participante, é vantajoso mudar?"

O Problema das 3 Portas

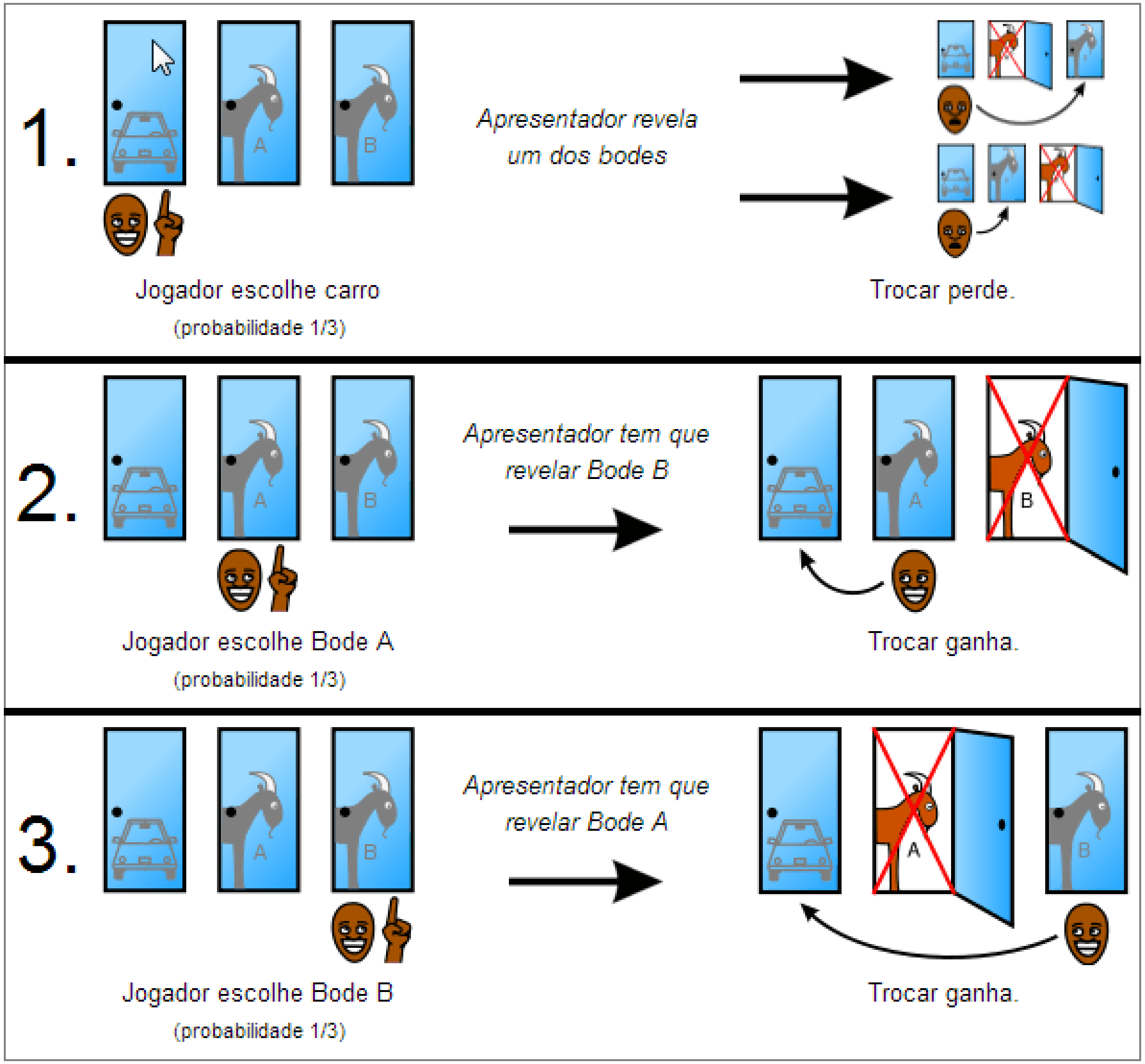
- A resposta parece óbvia. Cada uma das portas restantes tem 50% de chance de ser a que esconde o carro e, portanto, tanto faz se você mudar ou ficar no mesmo lugar. Mas Marilyn respondeu que era mais vantajoso trocar de porta. Foi um escândalo. Ela recebeu mais de 10 mil cartas, quase todas dizendo, basicamente, que seu QI altíssimo era uma fraude. Até professores de matemática pediram, enfurecidos, que ela se retratasse. A repercussão foi tanta que o caso ficou conhecido entre matemáticos como "o problema de Monty Hall", já que a pergunta havia sido feita com base no programa Let's Make a Deal ("Vamos Fazer um Acordo"), game show apresentado por Monty Hall na TV americana.

O Problema das 3 Portas

- Vamos à explicação de Marilyn: quando você escolhe uma das 3 portas, sua chance de ganhar o carro é de 1/3. Isso significa que a probabilidade de encontrar uma cabra é 2/3, ou seja, o dobro. Acontece que essa probabilidade, embora não pareça, se mantém a mesma depois que o apresentador abre uma das portas (mesmo porque o carro continua no mesmo lugar). Se você tiver escolhido a porta certa (probabilidade de 1/3) e mudar, perderá. Mas se você tiver escolhido uma porta errada (probabilidade de 2/3) e mudar, ganhará. Então, se você mudar, sua chance de ganhar se torna duas vezes maior do que a probabilidade de errar de novo. A história do programa comprovou a tese. Houve duas vezes mais ganhadores entre aqueles que mudaram de porta do que entre os que mantiveram a escolha inicial.

O Problema das 3 Portas

•



O jogador tem uma chance igual de inicialmente selecionar o carro, Bode A, ou Bode B. A troca resulta em uma vitória 2/3 das vezes.

O Problema das 3 Portas

- A solução abaixo pode ser descrita formalmente utilizando o teorema de bayes de acordo com(Gill, 2002 e Henze, 1997). Considere as variáveis aleatórias discretas, todas elas do conjunto do número de portas :

C: o número da porta que esconde o Carro,

S: o número da porta Selecioanda pelo jogador, e

A: o número da porta aberta pelo Apresentador.

Então, se o jogador seleciona inicialmente porta 1, e do apresentador abre a porta 3, a probabilidade de ganhar se ele trocar é:

$$
\begin{aligned}
P(C=2|H=3,S=1) &= \frac{P(H=3|C=2,S=1)P(C=2|S=1)}{\sum_{i=1}^{3} P(H=3|C=i,S=1)P(C=i|S=1)} \\
&= \frac{1 \times \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{1}{3} + 0 \times \frac{1}{3}} = \frac{2}{3},
\end{aligned}
$$

como devido à colocação aleatória do carro e da independência da escolha inicial do jogador e da colocação do carro:

$$P(C=1|S=1) = P(C=2|S=1) = P(C=3|S=1) = \tfrac{1}{3}.$$

e devido ao comportamento do apresentador:

$$
\begin{aligned}
P(H=3|C=1,S=1) &= \tfrac{1}{2}, \\
P(H=3|C=2,S=1) &= 1, \\
P(H=3|C=3,S=1) &= 0.
\end{aligned}
$$