Estatística para Cursos de Engenharia e Informática

Pedro Alberto Barbetta / Marcelo Menezes Reis / Antonio Cezar Bornia

São Paulo: Atlas, 2004

Cap. 9 – Comparação entre tratamentos

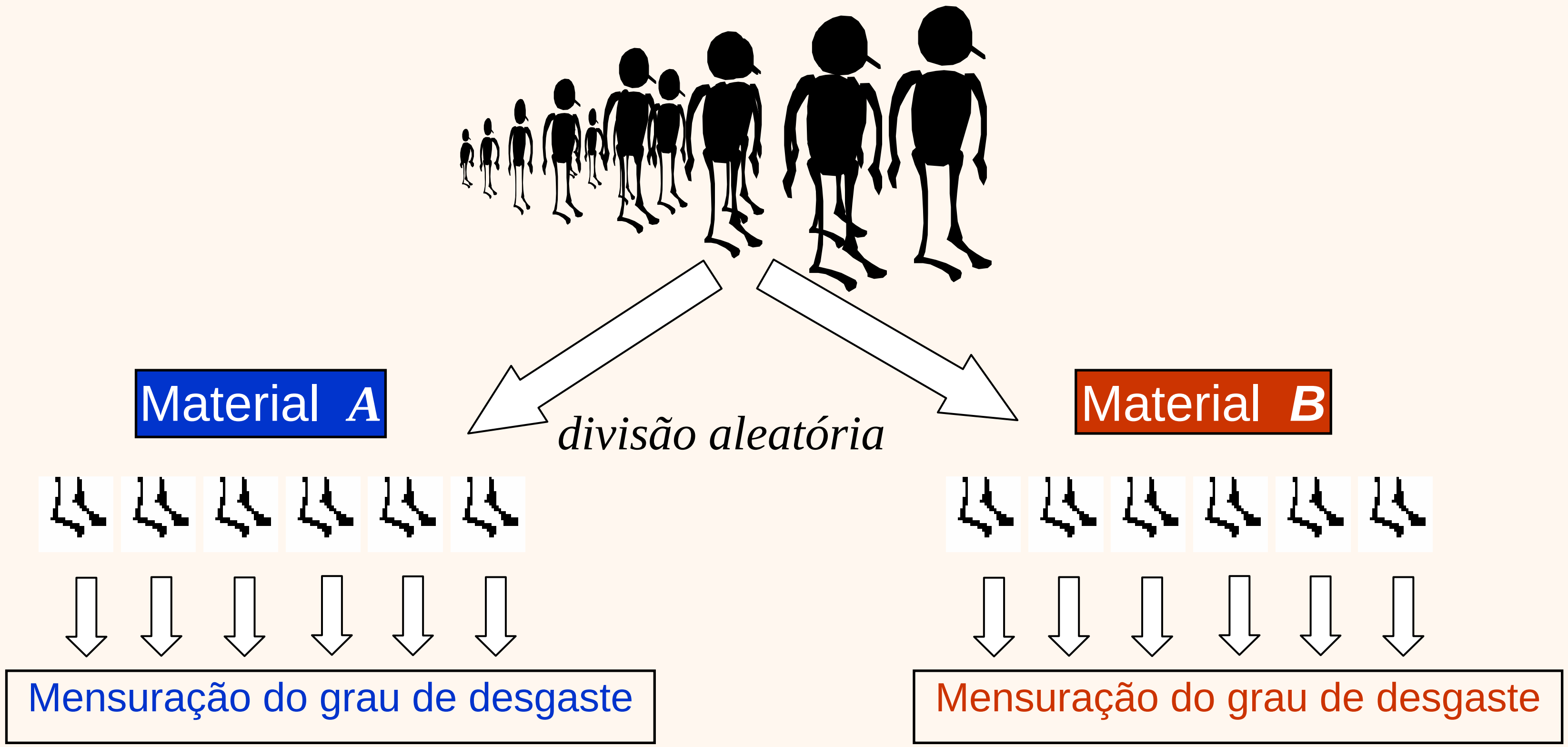
APOIO:
Fundação de Apoio à Pesquisa Científica e Tecnológica do Estado de Santa Catarina (FAPESC)
Departamento de Informática e Estatística – UFSC (INE/CTC/UFSC)

Amostras independentes

- **Exemplo 9.1** – Considere o problema de comparar dois materiais (*A* e *B*), para sola de tênis, em termos do grau de desgaste após um certo período de uso. Seguem dois projetos de experimentos alternativos:

- **Projeto I** – Um grupo de indivíduos usa tênis com solas feitas com o material *A*; e outro grupo usa tênis com solas feitas com o material *B.*

Amostras independentes



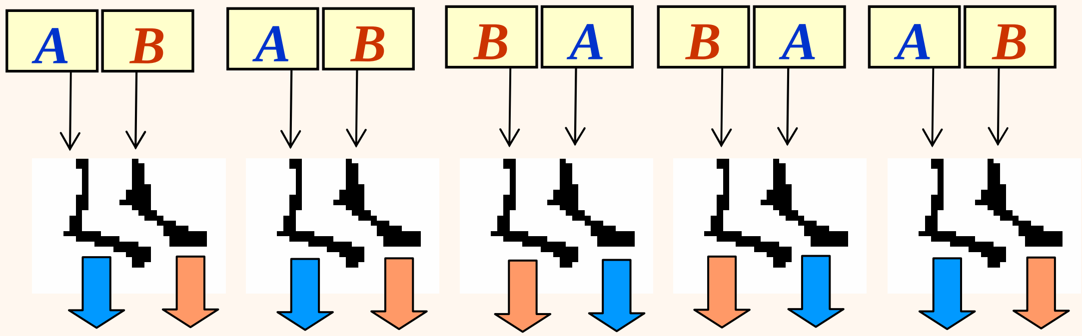
BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

Amostras pareadas (se $g > 2$, “em blocos”)

- **Exemplo 9.1:**
- **Projeto II** – Fabricam-se, para a realização do experimento, pares de tênis com os dois tipos de sola, isto é, um dos pés com o material *A* e o outro pé com o material *B*. Em cada par, o material usado em cada pé (direito ou esquerdo) é decidido por sorteio

Amostras pareadas (se $g > 2$, “em blocos”)

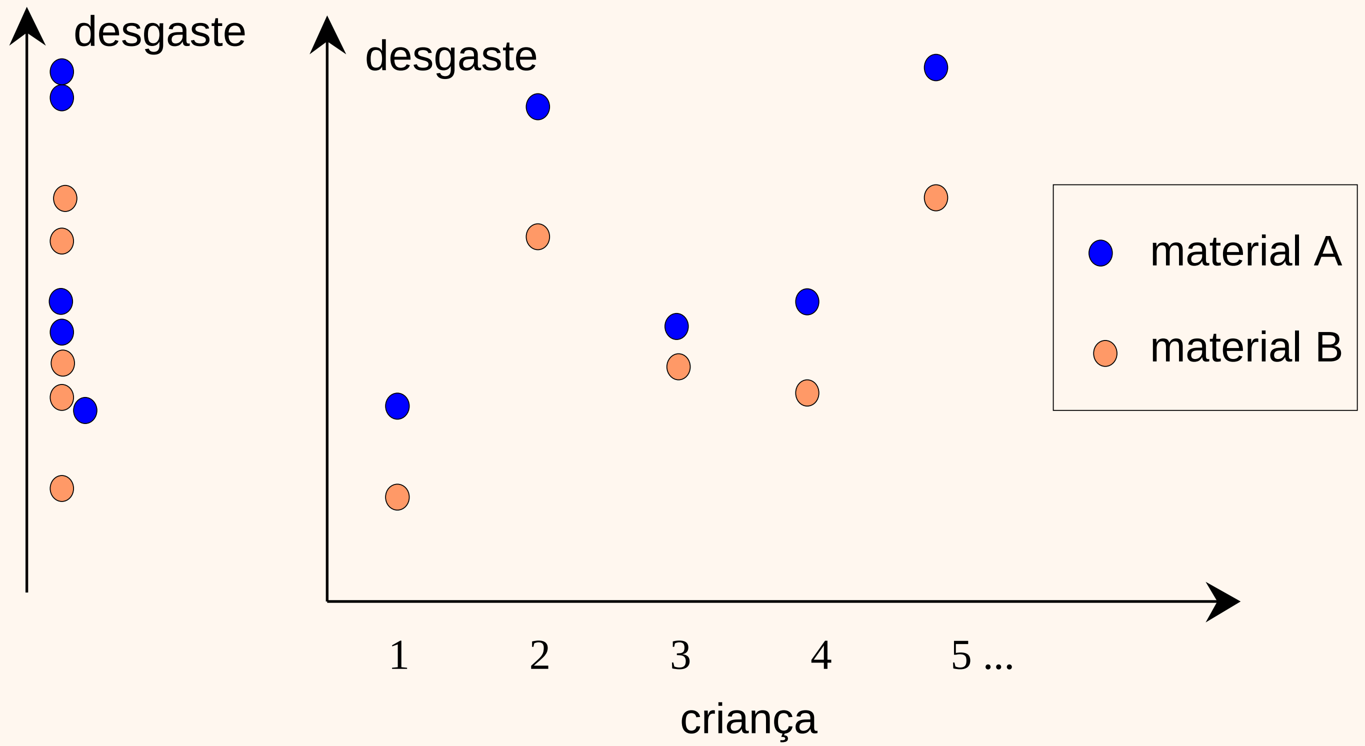
Alocação aleatória de A e B em cada par



Mensuração do grau de desgaste

Amostras pareadas

- Importância de considerar os pares na análise:



Teste t para duas amostras

- H_0: $\mu_1 = \mu_2$ e H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$

onde: μ_1 é o valor esperado da resposta sob o tratamento 1 e
μ_2 é o valor esperado da resposta sob o tratamento 2.

- Na abordagem unilateral, a hipótese alternativa é do tipo H_1': $\mu_1 > \mu_2$ ou H_1": $\mu_1 < \mu_2$.

Teste t para duas amostras pareadas

- **Exemplo 9.2** Seja o problema de verificar se um novo algoritmo de busca em um banco de dados é mais rápido que o algoritmo atualmente usado. Para se fazer a comparação dos dois algoritmos, planeja-se realizar uma amostra aleatória de 10 buscas experimentais (ensaios). Em cada ensaio, uma dada busca é realizada pelos dois algoritmos e o tempo de resposta de cada algoritmo anotado. Observamos que em cada ensaio os dois algoritmos são usados em condições idênticas, caracterizando 10 pares de observações.

Teste t para duas amostras pareadas

- H_0: em média, os dois algoritmos são *igualmente* rápidos e
- H_1: em média, o algoritmo novo é *mais* rápido do que o algoritmo em uso.

Ou:

- H_0: $\mu_2 = \mu_1$ e H_1: $\mu_1 < \mu_2$

onde: μ_1 é o tempo esperado de resposta do algoritmo novo e
μ_2 é o tempo esperado de resposta do algoritmo antigo.

Dados:

Ensaio	Tempo de resposta (s)		
	Novo X_1	Antigo X_2	Diferença $D = X_2 - X_1$
1	22	25	3
2	21	28	7
3	28	26	-2
4	30	36	6
5	33	32	-1
6	33	39	6
7	26	28	2
8	24	33	9
9	31	30	-1
10	22	27	5

Teste t para duas amostras pareadas
Estatística do teste

$$t = \frac{\bar{d} \cdot \sqrt{n}}{s_d}$$

- onde: n é o tamanho da amostra (número de pares);
  $\bar{d}$ é a média das diferenças observadas; e
  s_d é o desvio padrão das diferenças observadas.

- Usa distribuição t de *Student* com $gl = n - 1$ graus de liberdade (supondo populações com distribuição normal).

Exemplo 9.2 (continuação)

Valores de *D*: 3, 7, -2, 6, -1, 6, 2, 9, -1, 5

$$n = 10$$

$$\bar{d} = 3{,}4$$

$$s_d = \sqrt{\frac{1}{n-1}\cdot\left(\sum_i d_i^2 - n.\bar{d}^{\,2}\right)} = \sqrt{\frac{246 - (10)(3{,}4)^2}{9}} = 3{,}81$$

$$t = \frac{\bar{d}\ .\ \sqrt{n}}{s_d} = \frac{3{,}4\ .\ \sqrt{10}}{3{,}81} = 2{,}82$$

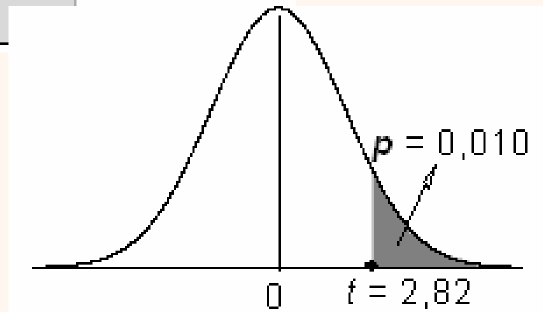
Exemplo 9.2 (continuação). Teste considerando nível de significância de 5%.

Abordagem do Valor **p:**

dados observados

$t = 2,82$

	Área na cauda superior						
gl	0,25	0,10	0,05	0,025	**0,010**	0,005	...
...							
9	0,703	1,383	1,833	2,262	**2,821**	3,250	...
...							



Conclusão: rejeita H_0.

Ver comentários e abordagem clássica no livro.

Teste t para duas amostras independentes

Exemplo 9.3 Desejamos verificar se os catalisadores A e B têm efeitos diferentes no rendimento de uma certa reação química. As hipóteses são:

- H_0: em média, os dois catalisadores são *iguais* em termos de rendimento; e
- H_1: em média, os dois catalisadores são *diferentes* em termos de rendimento.

Ou, ainda:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad \text{e} \quad H_1: \mu_1 \neq \mu_2,$$

onde

μ_1: rendimento esperado com o catalisador A; e

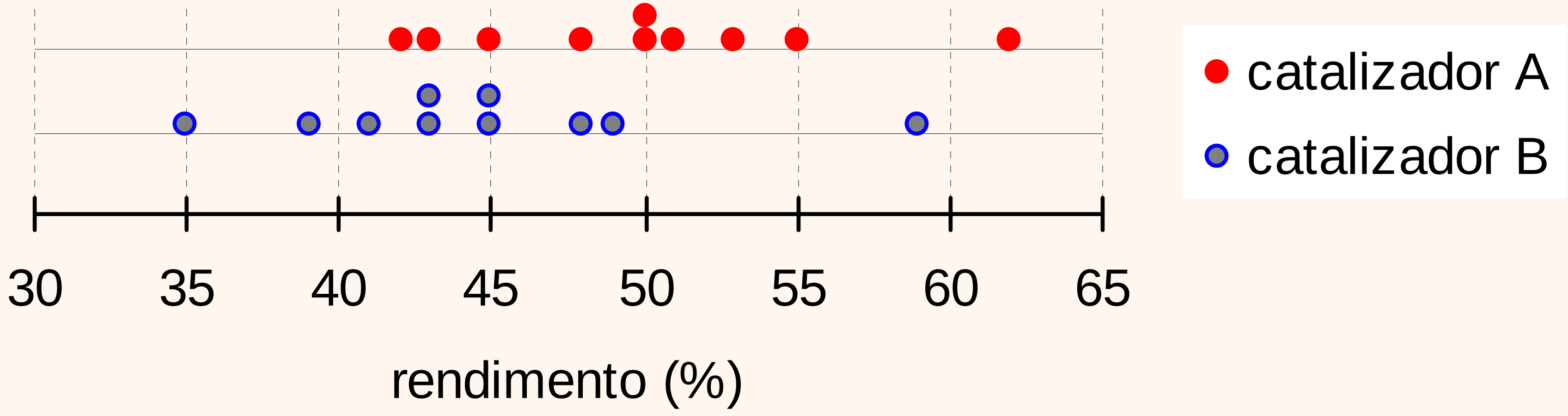
μ_2: rendimento esperado com o catalisador B.

Exemplo 9.3 – amostras:

Tabela 9.2 Rendimentos (%) de uma reação química em função do catalisador utilizado.

catalisador A	catalisador B
45 51 50 62 43 42 53 50 48 55	45 35 43 59 48 45 41 43 49 39

Exemplo 9.3 – amostras:



Teste t para duas amostras independentes
Estatística do teste

Se $n_1 = n_2 = n$:

$$s_a^2 = \frac{s_1^2 + s_2^2}{2}$$

$$t = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \cdot \sqrt{\frac{n}{2s_a^2}}$$

n: tamanho da amostra em cada grupo;

$\bar{x}_1$ média da amostra 1

$\bar{x}_2$ média da amostra 2

s_1^2 variância da amostra 1

s_2^2 variância da amostra 2

s_a^2 variância agregada das duas amostras

Usa distribuição *t* de *Student* com $gl = 2n - 2$ graus de liberdade

(supondo populações com distribuição normal).

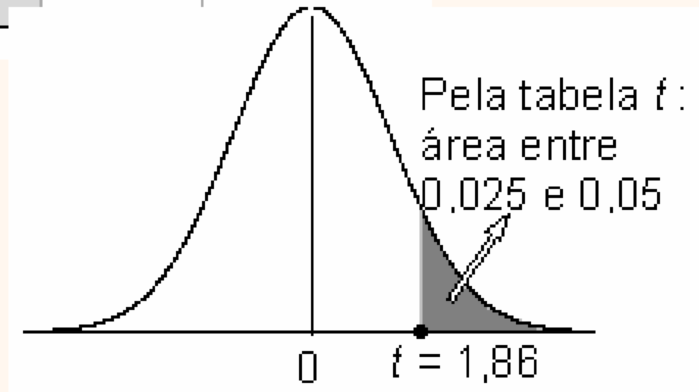
BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

Exemplo 9.3 (continuação). Abordagem valor **p**

dados observados

t = 1,86

	Área na cauda superior						
gl	0,25	0,10	0,05	0,025	0,010	0,005	...
...							
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	...
...							



Portanto, 0,05 < Valor **p** < 0,10

➔ Aceita H_0.

Ver comentários, abordagem clássica e exemplo com $n_1 \neq n_2$ no livro.

Comparação entre vários tratamentos. Amostras independentes

- Análise de variância (ANOVA), que supõe:
  - as observações devem ser independentes;
  - as variâncias populacionais devem ser iguais nos *g* grupos; e
  - a distribuição das observações em cada grupo deve ser normal.

Exemplo 9.4: Comparação de três tipos de rede.

- Considere o problema de comparar 3 tipos de rede de computadores, C1, C2 e C3, em termos do tempo médio de transmissão de pacotes de dados entre duas máquinas.

- **Experimento (projeto completamente aleatorizado com um fator):** 8 replicações com cada tipo de rede, aleatorizando a ordem dos 24 ensaios e mantendo fixos os demais fatores controláveis.

Exemplo 9.4 : Projeto do experimento.

ensaios de 1 a 8: **C1**
ensaios de 9 a 16: **C2**
ensaios de 17 a 24: **C3**

Seqüência dos testes	número do ensaio	Uso da rede
1	16	C2
2	14	C2
3	24	C3
4	6	C1
...	...	...
24	11	C3

Exemplo 9.4. Dados do experimento:

Seqüência dos testes	número do ensaio	Rede	Tempo de resposta **(y)**
1	16	C2	**7,8**
2	14	C2	**8,2**
3	24	C3	**6,3**
4	6	C1	**7,2**
...	...	...	...
24	11	C2	**7,8**

Exemplo 9.4: **Perguntas a serem respondidas pela análise estatística.**

- Existe diferença real (significativa) entre os 3 tipos de rede?
- Qual é a estimativa do tempo de resposta para cada tipo de rede?

Exemplo 9.4: Dados do experimento

	Tipo de rede		
Replicação	C1	C2	C3
1	7,2	7,8	6,3
2	9,3	8,2	6,0
3	8,7	7,1	5,3
4	8,9	8,6	5,1
5	7,6	8,7	6,2
6	7,2	8,2	5,2
7	8,8	7,1	7,2
8	8,0	7,8	6,8
Soma	65,7	63,5	48,1
Média	**8,21**	**7,94**	**6,01**

Modelo da ANOVA
g = 3 grupos

tratamento			
(1)	(2)	(3)	
y_{11}	y_{21}	y_{31}	
y_{12}	y_{22}	y_{32}	
...	...	...	
y_{1n}	y_{2n}	y_{3n}	Média global:
Média: $\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$	$\bar{y}_{3.}$	$\bar{y}_{..}$

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + e_{ij}$$

i = 1, 2, 3
j = 1, 2, ..., n

observação

média global

efeito do tratamento i

erro aleatório

$\mu_i = \mu + \tau_i$ = média do fator i

Hipóteses

H_0: $\tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_g = 0$ ou $\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_g$

H_1: $\tau_i \neq 0$ ou $\mu_i \neq \mu_j$

para algum i para algum par (i, j)

As observações

Sob H_1:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + e_{ij}$$

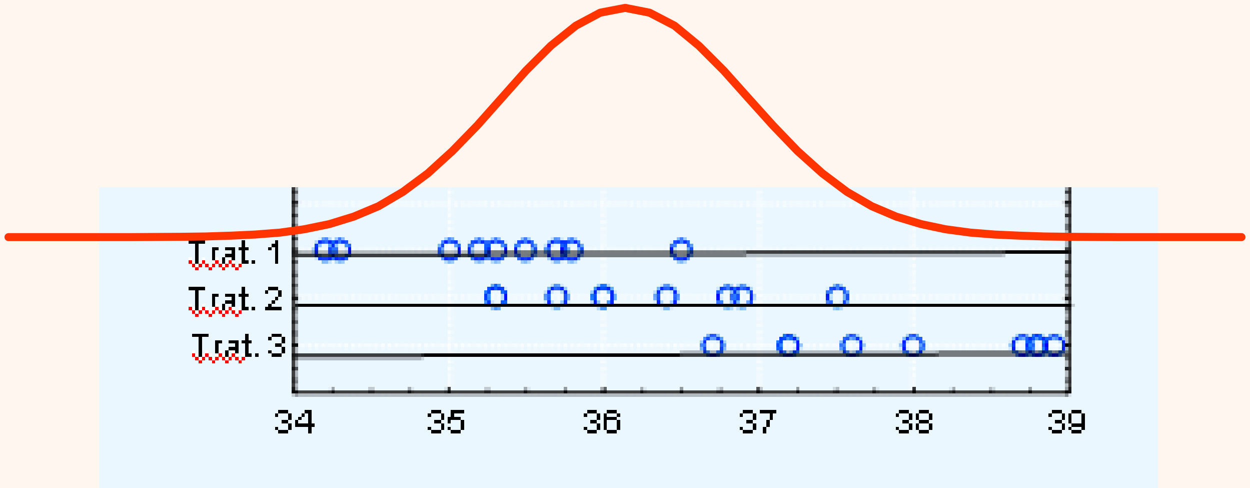
Sob H_0:

$$y_{ij} = \mu + e_{ij}$$

Hipóteses e modelo subjacente

Sob H_0: $\tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_g = 0$

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + e_{ij} \longrightarrow y_{ij} = \mu + e_{ij}$$

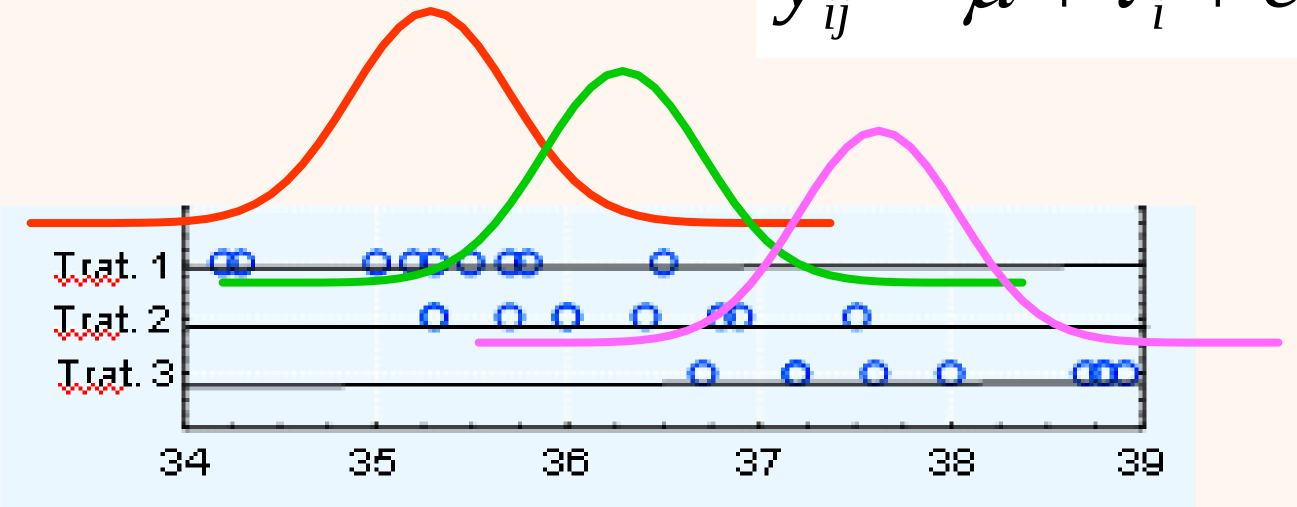


BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

Hipóteses e modelo subjacente

Sob H_1: $\tau_i \neq 0$ para algum i

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + e_{ij}$$



BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

Análise de variância (ANOVA) com um fator

Replicação	Tratamento			
	1	**2**	**...**	***g***
1	y_{11}	y_{21}	...	y_{g1}
2	y_{12}	y_{22}	...	y_{g2}
...	...	...	...	...
n	y_{1n}	y_{2n}	...	y_{gn}
Soma	$\mathbf{y_{1.}}$	$\mathbf{y_{2.}}$	**...**	$\mathbf{y_{g.}}$
Média	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$	**...**	$\bar{y}_{g.}$

$$y_{..} = \sum_i y_{i.}$$

$$\bar{y}_{..} = \frac{1}{g}\sum_i y_{i.}$$

Soma de quadrados total:

$$SQ_{Tot} = \sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{n}\left(y_{ij} - \bar{y}_{..}\right)^2$$

Graus de liberdade:

$gl = N - 1$

onde: $N = ng$

Análise de variância (ANOVA) com um fator

Replicação	Tratamento 1	2	...	g	
1	y_{11}	y_{21}	...	y_{g1}	
2	y_{12}	y_{22}	...	y_{g2}	
...	...	...	...	...	
n	y_{1n}	y_{2n}	...	y_{gn}	
Soma	$\mathbf{y_{1.}}$	$\mathbf{y_{2.}}$	...	$\mathbf{y_{g.}}$	$y_{..} = \sum_i y_{i.}$
Média	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$	...	$\bar{y}_{g.}$	$\bar{y}_{..} = \frac{1}{g}\sum_i y_{i.}$

Soma de quadrados dos tratamentos:

$$SQ_{Trat} = \sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{n}\left(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}\right)^2 = n\sum_{i=1}^{g}\left(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}\right)^2$$

Graus de liberdade:

$$gl = g - 1$$

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

Análise de variância (ANOVA) com um fator

Replicação	Tratamento 1	2	...	g	
1	y_{11}	y_{21}	...	y_{g1}	
2	y_{12}	y_{22}	...	y_{g2}	
...	...	...	...	...	
n	y_{1n}	y_{2n}	...	y_{gn}	
Soma	$\mathbf{y_{1.}}$	$\mathbf{y_{2.}}$	**...**	$\mathbf{y_{g.}}$	$y_{..} = \sum_i y_{i.}$
Média	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$	**...**	$\bar{y}_{g.}$	$\bar{y}_{..} = \frac{1}{g}\sum_i y_{i.}$

Soma de quadrados do erro:

$$SQ_{Erro} = \sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{n}\left(y_{ij} - \bar{y}_{i.}\right)^2$$

Graus de liberdade:

$$gl = N - g$$

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

Análise de variância (ANOVA) com um fator

Fórmulas equivalentes às anteriores

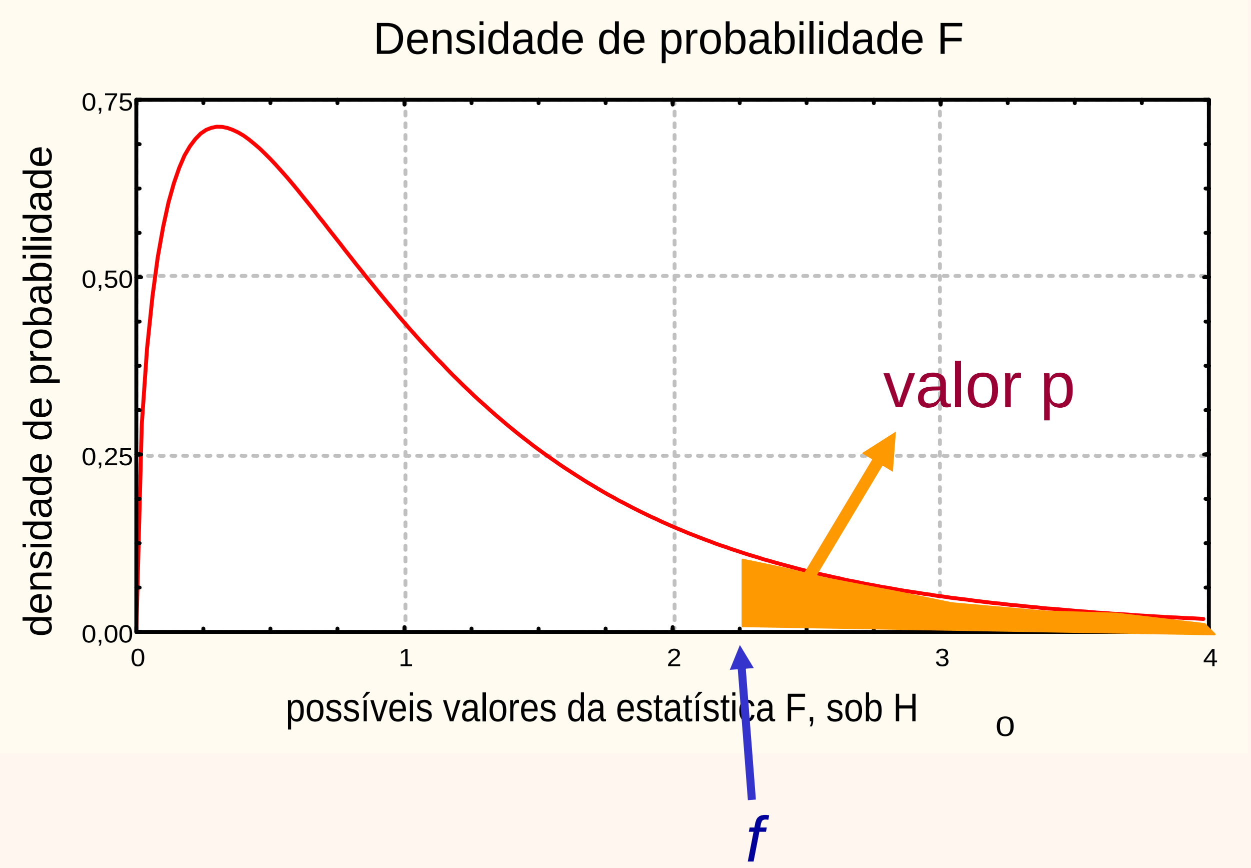
Fonte de variação	Somas de quadrados	gl	Quadrados médios	Razão f
Entre tratamentos	$SQ_{Trat} = \sum_{i=1}^{g} \frac{y_{i.}^2}{n} - \frac{y_{..}^2}{N}$	$g-1$	$QM_{Trat} = \frac{SQ_{Trat}}{gl_{Trat}}$	$f = \frac{QM_{Trat}}{QM_{Erro}}$
Dentro trat. (Erro)	$SQ_{Erro} = SQ_{Tot} - SQ_{Trat}$	$N-g$	$QM_{Erro} = \frac{SQ_{Erro}}{gl_{Erro}}$	
Total	$SQ_{Tot} = \sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$	$N-1$		

Estatística do teste (possíveis valores da razão *f*):

$$f = \frac{QM_{Trat}}{QM_{Erro}}$$

Teste F

- Se H_0: $\tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_g = 0$ for verdadeira e considerando as suposições anteriormente enunciadas, a estatística ***f*** tem distribuição F com (g - 1) graus de liberdade no numerador e (N - g) graus de liberdade no denominador.



BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

Regra de decisão. Abordagem valor **p**

α = nível de significância

(probab. tolerável de se rejeitar H_o quando esta for verdadeira)

Usual: $\alpha = 0{,}05 = 5\%$

- **p** $\leq \alpha$ → rejeita H_0 (prova-se estatisticamente H_1)

- **p >** α → aceita H_0 (os dados não mostram evidência para afirmar H_1)

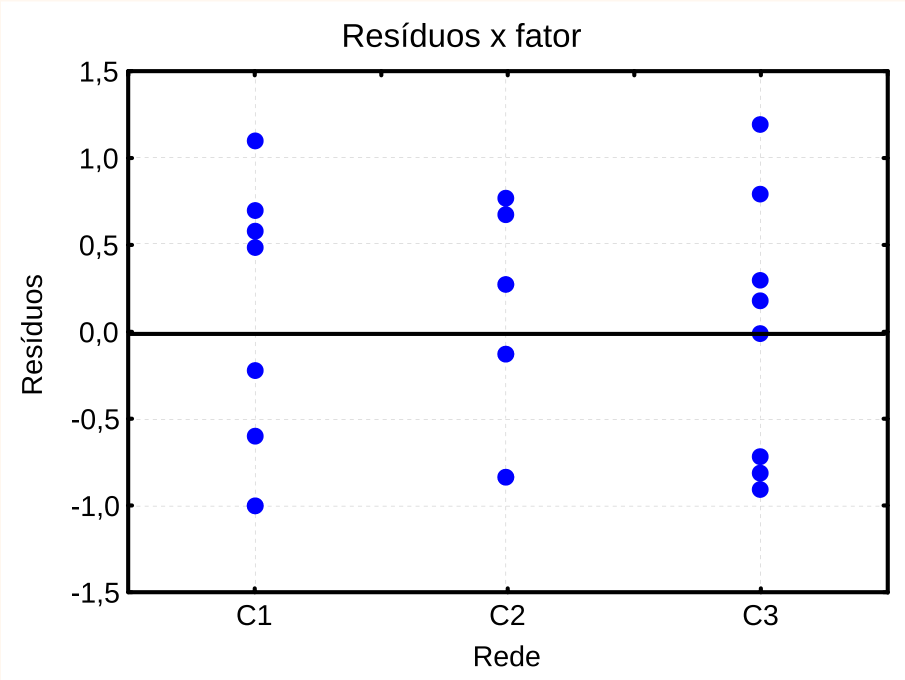
BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

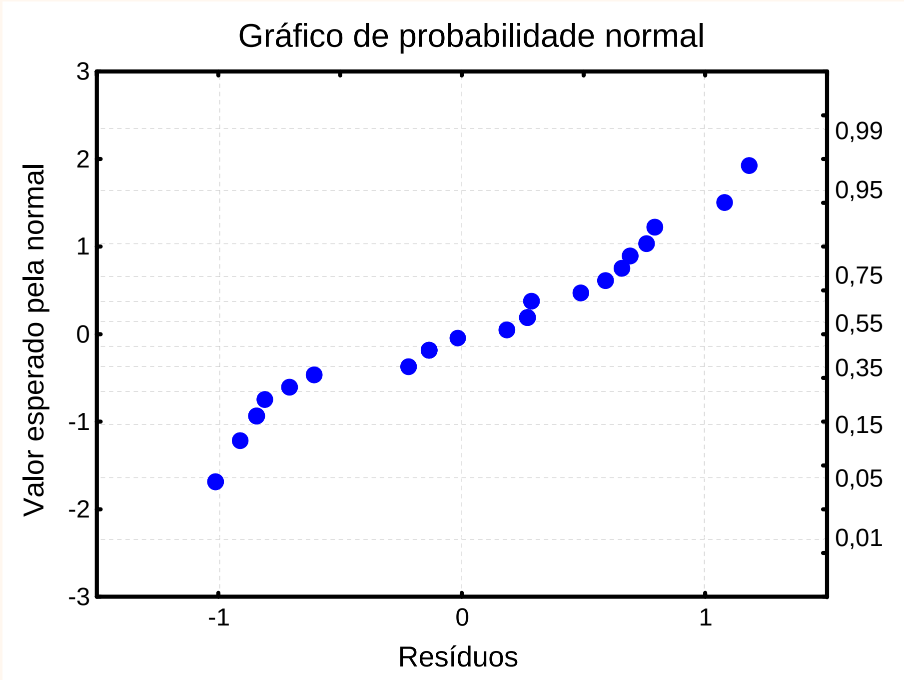
Teste F

- Ver no livro como usar a Tabela F e como fazer o teste pela abordagem clássica.

Análise dos resíduos

Avaliação das suposições da ANOVA através de gráficos dos resíduos:

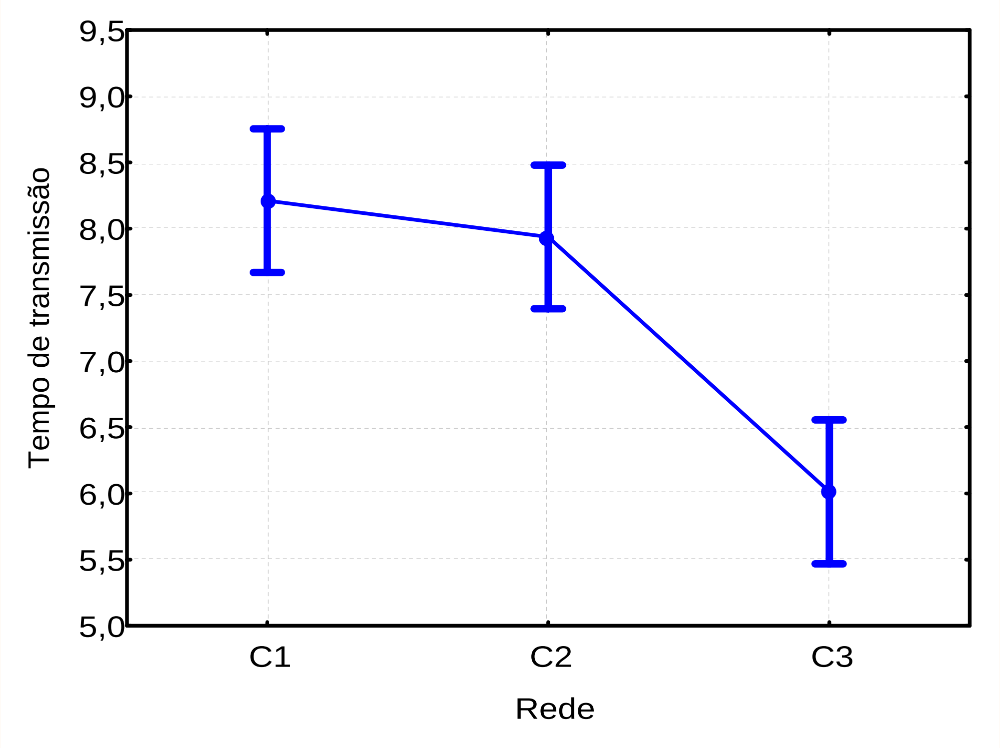




Estimação das médias

Intervalo de confiança para o valor esperado da resposta sob o *i*-ésimo tratamento (nível de conf. γ):

$$IC(\mu_i, \gamma) = \bar{y}_{i.} \pm t_\gamma \sqrt{\frac{QM_{erro}}{n}}$$



Teste F para amostras em blocos

Notação para os dados:

Bloco	Tratamento 1	2	...	g	Soma
1	y_{11}	y_{21}	...	y_{g1}	$y_{.1}$
2	y_{12}	y_{22}	...	y_{g2}	$y_{.2}$
...	...	...	...	...	
h	y_{1h}	y_{2h}	...	y_{gh}	$y_{.h}$
Soma	$y_{1.}$	$y_{2.}$	...	$y_{g.}$	$y_{..} = \sum_i y_{i.} = \sum_j y_{.j}$

Modelo para os dados

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

- μ é a média global da resposta;
- τ_i é o efeito do i-ésimo tratamento;
- β_j é o efeito do j-ésimo bloco; e
- ε_{ij} é o efeito aleatório (i = 1, 2, ..., g; j = 1, 2, ..., h).

Teste F para amostras em blocos: quadro da ANOVA

Fonte de variação	Somas de quadrados	gl	Quadrados médios	Razão f
Entre tratamentos	$SQ_{Trat} = \sum_{i=1}^{g} \frac{y_{i.}^2}{h} - \frac{y_{..}^2}{N}$	$g-1$	$QM_{Trat} = \frac{SQ_{Trat}}{gl_{Trat}}$	$f = \frac{QM_{Trat}}{QM_{Erro}}$
Entre blocos	$SQ_{Blocos} = \sum_{j=1}^{h} \frac{y_{.j}^2}{g} - \frac{y_{..}^2}{N}$	$h-1$	$QM_{Bloco} = \frac{SQ_{Bloco}}{gl_{Bloco}}$	
Dentro (Erro)	$SQ_{Erro} = SQ_{Tot} - SQ_{Trat} - SQ_{Bloco}$	$(g-1)(h-1)$	$QM_{Erro} = \frac{SQ_{Erro}}{gl_{Erro}}$	
Total	$SQ_{Tot} = \sum_{i=1}^{g} \sum_{j=1}^{h} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$	$N-1$		

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

Exemplo 9.5

- Seja o problema de comparar 3 algoritmos de busca em um banco de dados. Realiza-se um experimento com 6 buscas experimentais, sendo que em cada uma é sorteado um número aleatório que indica o registro do banco de dados a ser localizado. Em cada um dos 6 processos de busca, são usados separadamente os três algoritmos em estudo, mas sob as mesmas condições, em termos dos fatores controláveis. São anotados os tempos de resposta ao usuário.
- Hipóteses:
  - H_0: em média, os três algoritmos *são igualmente* rápidos; e
  - H_1: em média, os três algoritmos *não são igualmente* rápidos

Exemplo 9.5

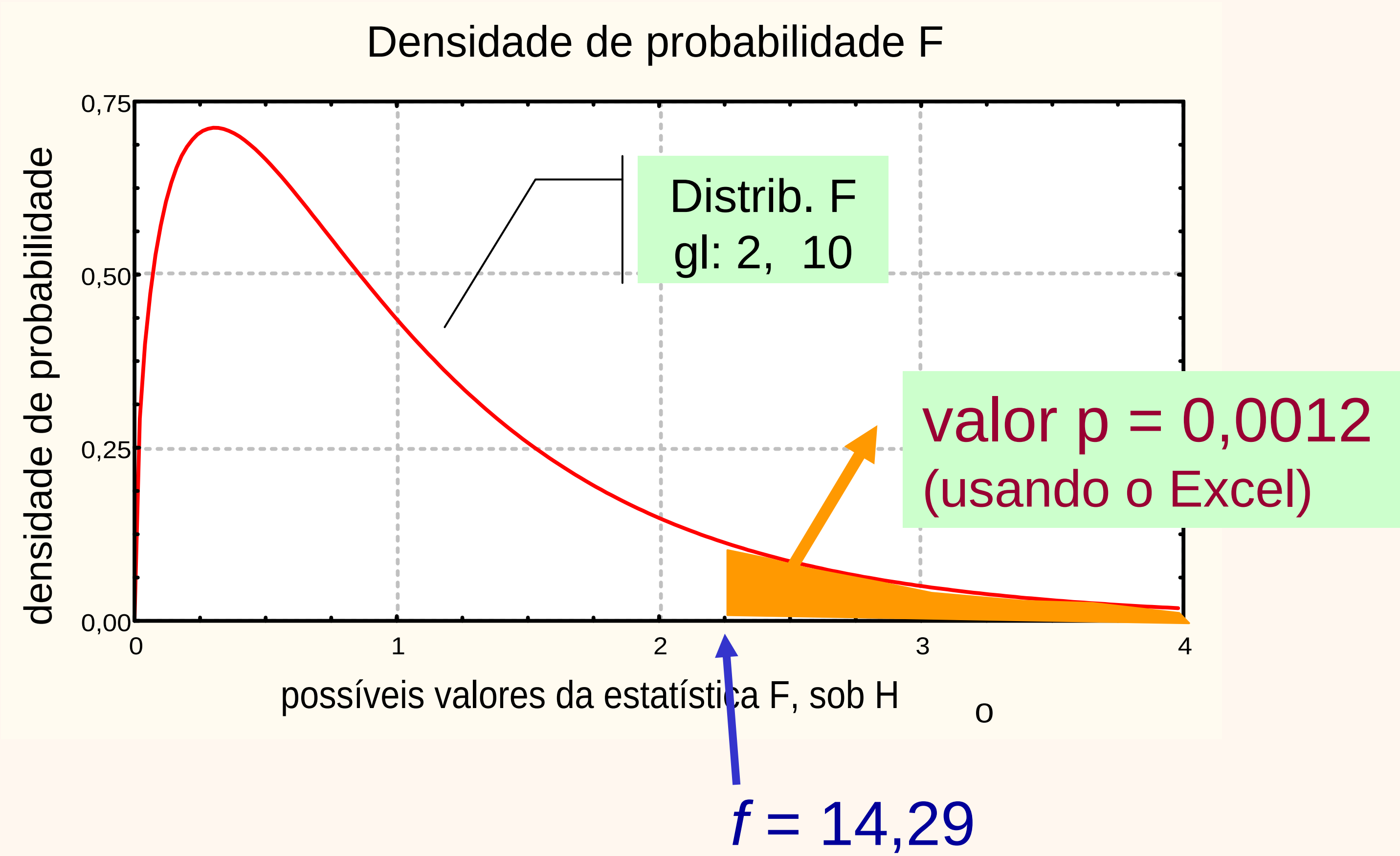
Ensaio (bloco)	Algoritmo de busca		
	A1	A2	A3
1	8,3	8,1	9,2
2	9,4	8,9	9,8
3	9,1	9,3	9,9
4	9,9	9,6	10,3
5	8,2	8,1	8,9
6	10,9	11,2	13,1
Soma	55,8	55,2	61,2
Média	9,3	9,2	10,2

Exemplo 9.5

Fonte da variação	*SQ*	*gl*	*QM*	*f*
Algoritmos	3,64	2	1,82	14,29
Blocos	21,95	5	4,39	
Erro	1,27	10	0,13	
Total	26,86	17		

Qual é a conclusão?

Exemplo 9.5



- Conclusão?

ANOVA em projetos fatoriais com 2 fatores

- Ver comentários sobre esse projeto e as hipóteses no livro.

ANOVA em projetos fatoriais com 2 fatores

Notação para os dados:

Fator B	Fator A				Soma
	1	2	...	g	
1	$y_{111}, ..., y_{11n}$	$y_{211}, ..., y_{21n}$	...	$y_{g11}, ..., y_{g1n}$	$y_{.1.}$
2	$y_{121}, ..., y_{12n}$	$y_{221}, ..., y_{22n}$	...	$y_{g21}, ..., y_{g2n}$	$y_{.2.}$
...	...	...	...	...	
h	$y_{1h1}, ..., y_{1hn}$	$y_{2h1}, ..., y_{2hn}$	...	$y_{gh1}, ..., y_{ghn}$	$y_{.h.}$
Soma	$y_{1..}$	$y_{2..}$	...	$y_{g..}$	$y_{...} = \sum_i y_{i..} = \sum_j y_{.j.}$

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

ANOVA em projetos fatoriais com 2 fatores
Somas de quadrados

Somas em cada célula:

$$y_{ij.} = \sum_{k=1}^{n} y_{ijk}$$

$$SQ_{Subtot} = \sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{h}\frac{y_{ij.}^2}{n} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

ANOVA em projetos fatoriais com 2 fatores

Fonte de variação	Somas de quadrados	gl	Quadrados médios	Razão f
Fator A	$SQ_A = \sum_{i=1}^{g} \frac{y_{i..}^2}{hn} - \frac{y_{...}^2}{N}$	$g-1$	$QM_A = \frac{SQ_A}{gl_A}$	$f = \frac{QM_A}{QM_{Erro}}$
Fator B	$SQ_B = \sum_{j=1}^{h} \frac{y_{.j.}^2}{gn} - \frac{y_{...}^2}{N}$	$h-1$	$QM_B = \frac{SQ_B}{gl_B}$	$f = \frac{QM_B}{QM_{Erro}}$
Interação A*B	$SQ_{AB} = SQ_{Subtot} - SQ_A - SQ_B$	$(g-1)(h-1)$	$QM_{AB} = \frac{SQ_{AB}}{gl_{AB}}$	$f = \frac{QM_{AB}}{QM_{Erro}}$
Erro	$SQ_{Erro} = SQ_{Tot} - SQ_{Subtot}$	$hg(n-1)$	$QM_{Erro} = \frac{SQ_{Erro}}{gl_{Erro}}$	
Total	$SQ_{Tot} = \sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{h}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$	$N-1$		

BARBETTA, REIS e BORNIA – Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. Atlas, 2004

Exemplo 9.6

- Considere o problema de comparar 3 topologias de rede de computadores (C1, C2 e C3) e 2 protocolos (L1 e L2), em termos do tempo de resposta ao usuário. Realizou-se um experimento com 4 replicações em cada combinação de topologia e protocolo. Deseja-se verificar se há diferenças entre as topologias, entre os protocolos e eventual interação entre topologia e protocolo. Então, quer-se testar as seguintes hipóteses nulas:
  - $H_0^{(A)}$: os tempos esperados de resposta *são iguais* para as três topologias;
  - $H_0^{(B)}$: os tempos esperados de resposta *são iguais* para os dois protocolos;
  - $H_0^{(AB)}$: a mudança de protocolo *não altera* as diferenças médias do tempo de resposta nas três topologias (ausência de interação).

Exemplo 9.6

Dados:

	Topologia				
Protocolo	C1	C2	C3	Soma	Média
L1	6,2	5,9	5,9		
	7,6	8,4	6,2		
	7,2	7,1	5,2		
	8,8	7,1	7,2	$y_{1.} = 82,8$	6,90
L2	9,0	7,1	6,2		
	8,9	8,6	6,1		
	9,4	9,1	8,9		
	8,0	7,8	6,8	$y_{2.} = 95,9$	7,99
Soma	$y_{1..} = 65,1$	$y_{2..} = 61,1$	$y_{3..} = 52,5$	$y_{...} = 178,7$	
Média	8,21	7,94	6,01		7,45

Exemplo 9.6

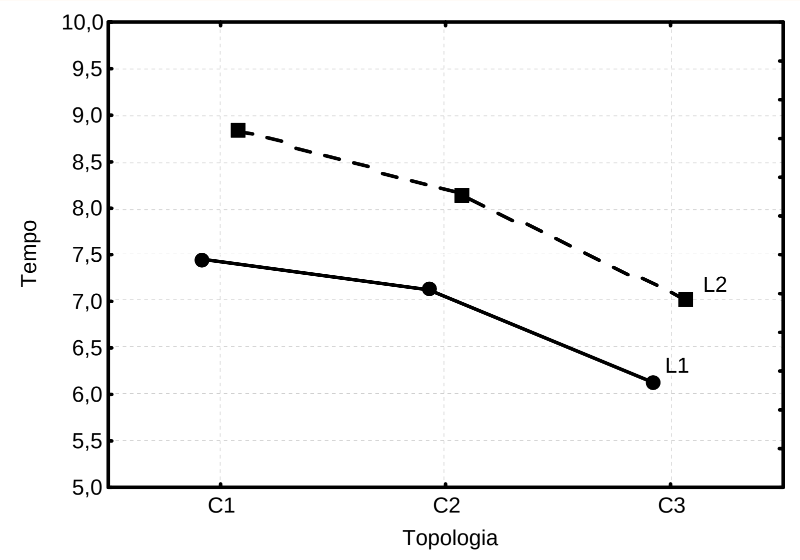
ANOVA:

Fonte de variação	*SQ*	*gl*	*QM*	*f*
Topologia	10,36	2	5,18	5,44
Protocolo	7,15	1	7,15	7,51
Interação	0,26	2	0,13	0,14
Erro	17,14	18	0,95	
Total	34,92	23		

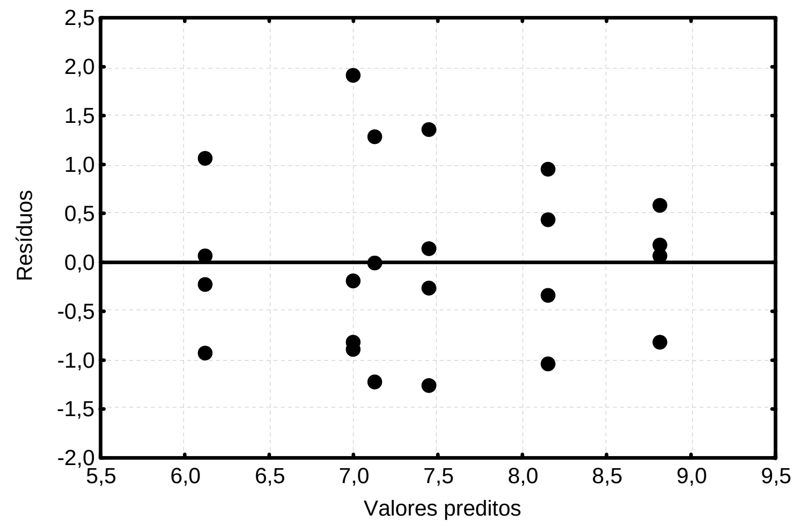
Quais as conclusões?

Exemplo 9.6

(a) *Perfil das médias*



(b) *Análise dos resíduos*



Quais as conclusões?

ANOVA para projetos fatoriais 2^k e 2^{k-p}

- Ver no livro as técnicas e exemplos.