NE 5409 : 1ª PROVA : 2008.2 : PROF. JÚLIO : 9/9/2008

1] a) POR QUE O USO DO SISTEMA BINÁRIO DE NUMERAÇÃO E O DE PONTO FLUTUANTE DE REPRESENTAÇÃO SÃO FONTES DE ERROS NO PROCESSAMENTO NUMÉRICO? EXPLIQUE E EXEMPLIFIQUE

b) OS DECIMAIS $x = 0{,}5 * 10^{-8}$ E $y = 1048575$ SÃO REPRESENTÁVEIS EM $F(4; 10; -10; 10)$? JUSTIFIQUE

c) QUAL É A DIFERENÇA ENTRE PRECISÃO E EXATIDÃO DE UM PROCESSADOR DIGITAL? DETERMINE NO DECIMAL A PRECISÃO DO PROCESSADOR QUE USA O SISTEMA DE PONTO FLUTUANTE $F(16; 32; -64; 63)$. ESCREVA O ALGORITMO QUE OBTÉM A EXATIDÃO DO SEU COMPUTADOR DE TRABALHO QUANDO PROCESSA VALORES PRÓXIMOS DA UNIDADE.

2] a) O QUE É O MAL CONDICIONAMENTO DE UM SISTEMA LINEAR $AX = B$? COMO ESTE PROBLEMA PODE SER DETECTADO ALGEBRICAMENTE? COMO ELE AFETA OS MÉTODOS ELIMINATIVOS E OS ITERATIVOS DE SOLUÇÃO? COMO TAIS EFEITOS PODEM SER MINORADOS?

b) CONSIDERE QUE VOCÊ DISPÕE DE UM SOFTWARE QUE SOLVE SISTEMAS LINEARES $AX = B$ POR ELIMINAÇÃO DE GAUSS, PORÉM NÃO DEPURA A SOLUÇÃO EVENTUALMENTE AFETADA PELO ACÚMULO DE ERROS DE ARREDONDAMENTO. ELABORE UM ALGORITMO COMPLEMENTAR E EFICIENTE QUE EFETUE UMA ÚNICA PURIFICAÇÃO DO RESULTADO FORNECIDO PELO SEU SOFTWARE.

c) ELABORE UM ALGORITMO COMPLETO E EFICIENTE PARA TENTAR SOLVER NA PRECISÃO $\varepsilon = 10^{-8}$ O SISTEMA LINEAR DE ORDEM 100 :

$$\begin{cases} x_1 + x_{100} = 5 \\ 3x_i + x_{i+1} - x_{100-i} = 10 * i, \quad i = 2, 3, \dots, 98 \\ x_2 + 3x_{99} - x_{100} = 8 \\ x_1 - x_{99} + 2x_{100} = 6. \end{cases}$$

USE O MÉTODO ITERATIVO DE GAUSS-SEIDEL. TOME $x_i^0 = 1$, $i = 1, 2, \dots, 100$, E 50 ITERAÇÕES NO MÁXIMO. EXPLIQUE COMO PROCEDERIA SE A PRECISÃO DESEJADA NÃO FOR ATINGIDA.

CONDICIONAMENTO $\Rightarrow$ $COND(A) = \dfrac{|\det A|}{\beta_1 \beta_2 \cdots \beta_n}$, ONDE $\beta_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} a_{ij}^2}$

NORMAS $\Rightarrow$ $\|X\|_1 = \sum_{i=1}^{n} |x_i|$; $\|X\|_2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$

PRECISÃO $\Rightarrow$ $p = \dfrac{t \ln \beta}{\ln 10}$

SOMA DE PROGRESSÃO GEOMÉTRICA $\Rightarrow$ $S = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$, ONDE q = razão ; n = nº de termos.

PURIFICAÇÃO $\Rightarrow$ $A * \delta = R$, ONDE $\delta = \alpha - \bar{\alpha}$ E $R = B - A * \bar{\alpha}$.

GAUSS-SEIDEL $\Rightarrow$ $x_i^{k+1} = \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{k+1} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j^{k}\right) / a_{ii}$, $i = 1, 2, \dots, n$.

OBSERVAÇÕES: Em $F(\beta, t, I, S)$, os valores de β = base ; t = mantissa ; I = exp. mínimo e S = exp. máximo, são expressos no decimal.