Universidade Federal de Santa Catarina
MTM 5161 – Cálculo A
Professor Adriano Né

Alguns Exercícios sobre o Teorema do Valor Intermediário

1) Se $f(x)=x^2+10\,senx$, mostre que existe um número *c* tal que $f(c)=1000$.

2) Use o Teorema do Valor Intermediário para mostrar que existe uma raiz da equação dada no intervalo especificado.

(a) $x^4+x-3=0$, (1, 2)

(b) $\sqrt[3]{x}=1-x$, (0, 1)

(c) $\cos x=x$, (0, 1)

(d) $\ln x=e^{-x}$, (1, 2)

3) (a) Demostre que as equações a seguir tem pelo menos uma raiz real.
(b) Use uma calculadora para encontrar um intervalo de comprimento 0,01 que contenha a raiz.

(i) $e^x=2-x$

(ii) $x^5-x^2+2x+3=0$

Respostas:

3) Observe como proceder:

(i) Temos $e^x=2-x \Leftrightarrow e^x-2+x=0$. Sejam $g(x)=e^x$ e $h(x)=-2+x$, como já vimos em aula *g* e *h* são funções contínuas, então se definirmos $f(x)=g(x)+h(x)$, *f* também é contínua (*pois é a soma de contínuas*).

(a) Agora perceba que $f(0)=e^0-2+0=-1$ e $f(1)=e^1-2+1\approx 1{,}7172$, logo o TVI nos garante que existe $c\in(0,1)$ *tq* $f(c)=0$, ou seja, a equação possui uma raiz.

(b) Mas $f(0{,}3)=e^{0{,}3}-2+0{,}3\approx -0{,}3501$ e $f(0{,}5)=e^{0{,}5}-2+0{,}5\approx 0{,}1487$, justificando-se ainda com o TVI, teremos uma aproximação melhor da raiz, agora $\exists\ c\in(0{,}3;0{,}5)$ *tq* $f(c)=0$.

Temos ainda $f(0{,}4)=e^{0{,}4}-2+0{,}4\approx -0{,}1082$ e $f(0{,}45)=e^{0{,}45}-2+0{,}45\approx 0{,}0183$, e com isso existe $c\in(0{,}4;0{,}45)$ *tq* $f(c)=0$ (TVI).

E finalmente $f(0{,}44)=e^{0{,}44}-2+0{,}44\approx -0{,}0073$, dai $\exists\ c\in(0{,}44;0{,}45)$ *tq* $f(c)=0$.

Portanto o intervalo procurado é (0,44; 0,45);

(ii) (–0,88; –0,87)