Outras Classes de Complexidade

Prof^a Jerusa Marchi

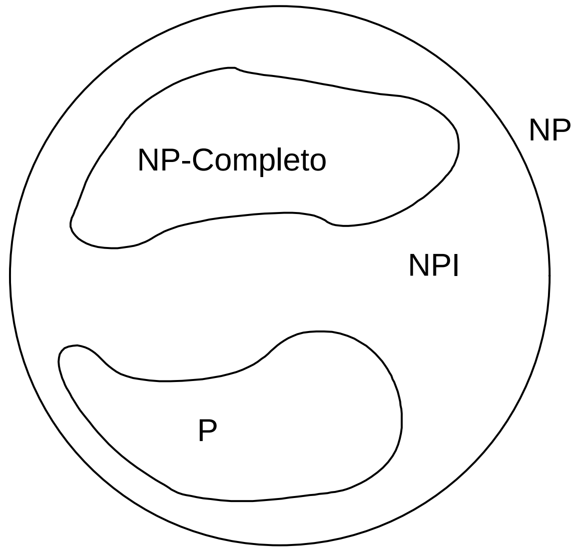
Departamento de Informática e Estatística

Universidade Federal de Santa Catarina

e-mail: jerusa@inf.ufsc.br

Classes de Complexidade

- Assumindo que $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$, as classes classes $\mathcal{P}$ e $\mathcal{NP}$-Completo são disjuntas



- Também $\mathcal{P} \cup \mathcal{NP}$-Completo $\neq \mathcal{NP}$ (NPI (intermediário))

Classes de Complexidade

- Entre $\mathcal{P}$ e $\mathcal{NP}$ (NPI)
  - Linguagens recursivas são as linguagens que podem ser reconhecidas por uma Máquina de Turing determinística (não necessariamente em tempo polinomial) que pára para todas as entradas
  - Seja B é uma linguagens recursiva tal que $B \notin \mathcal{P}$.
  - Seja $D \in \mathcal{P}$ uma linguagem reconhecida em tempo polinomial
  - Seja $A = D \cap B$, tal que $A \notin \mathcal{P}$, então $A \propto B$ e $B \not\propto A$

Classes de Complexidade

- Entre $\mathcal{P}$ e $\mathcal{NP}$ (NPI)
  - Se B é uma linguagem em $\mathcal{NP}$-Completo, se $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ então $B \notin \mathcal{P}$
  - Se $B \not\propto A$, então $A \notin \mathcal{NP}$-Completo
  - Se a linguagem $A \notin \mathcal{P}$, então $A \in$ NPI

Classes de Complexidade

- Exemplo: Isomorfismo em Grafos
  - Dados dois grafos $G = (V, E)$ e $G' = (V, E')$
  - G e G' são isomórficos? Ou seja, Há uma função $f : V \times V$ tal que $\{u, v\} \in E$ sse $\{f(u), f(v)\} \in E'$?
- É um de apenas dois, dos 12 totais, problemas listados em Garey e Johnson (1979) cuja complexidade está por se resolver

Classes de Complexidade

- Classe co-$\mathcal{NP}$
  - Como citado anteriormente a classe $\mathcal{NP}$ não é fechada com relação a complementação
    - Ou seja, um problema $\Pi \in \mathcal{NP} \not\Rightarrow \Pi^c \in \mathcal{NP}$
  - A classe de linguagens ou problemas co-$\mathcal{NP}$ é formada pelas linguagens ou problemas de decisão cujo complemento pertence a $\mathcal{NP}$

$$\text{co-}\mathcal{NP} = \{\Pi^c | \Pi \in \mathcal{NP}\}$$

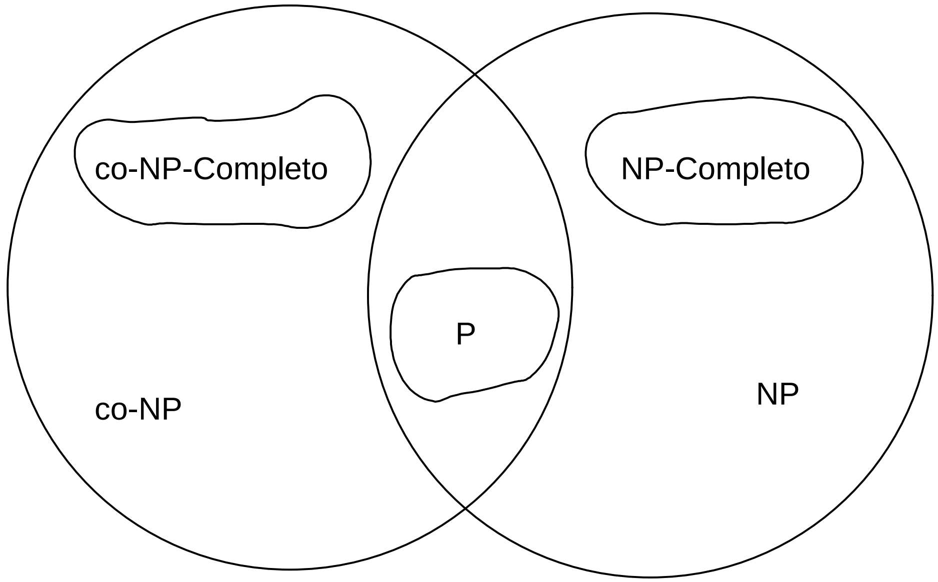
ou em termos de linguagem:

co-$\mathcal{NP} = \{\Sigma^* - L | L$ é uma linguagem sobre o alfabeto Σ e $L \in \mathcal{NP}\}$

Classe co-$\mathcal{NP}$

- A medida que muitos problemas que estão em co-$\mathcal{NP}$ parecem não estar em $\mathcal{NP}$, é possível conjecturar que $\mathcal{NP} \neq$ co-$\mathcal{NP}$
  - esta é uma conjectura forte de que $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$
  - A classe $\mathcal{P}$ é fechada com relação a complementação ($\mathcal{P} =$co-$\mathcal{P}$)
  - Não é sabido se a classe $\mathcal{NP}$ o é (aparentemente $\mathcal{NP} \neq$ co-$\mathcal{NP}$), o que poderia implicar $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$
  - Porém $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ pode ser verdade mesmo que $\mathcal{NP} =$ co-$\mathcal{NP}$
    - Para isto, basta que um problema $\mathcal{NP}$-Completo Π tenha seu complemento Π^c provado $\mathcal{NP}$

Classe co-$\mathcal{NP}$



Pode ou não ser o caso que $\mathcal{P} = \mathcal{NP} \cap$ co-$\mathcal{NP}$

Classe co-$\mathcal{NP}$

- Exemplo: Números compostos
  - claramente em $\mathcal{NP}$
  - Complemento: números primos
    - demonstrado estar em $\mathcal{NP}$ (Pratt, 1975)

Classe co-$\mathcal{NP}$

- Exemplo: USAT (insatisfazível) - complemento de SAT
  - Considera todas as fórmulas bem formadas que não são satisfazíveis e também todas as fórmulas que não são bem formadas
  - Suspeita-se que USAT não esteja em $\mathcal{NP}$, mas não há provas

Classes de Complexidade

- Até o momento apenas a complexidade de tempo (medida em número de passos) foi considerada
- Pode-se considerar outra classe de problemas que inclui todos os problemas $\mathcal{NP}$ e parece incluir outros mais
- A classe $\mathcal{PS}$ é definida como a classe de problemas onde uma MT usa um montante de espaço polinomial em função do tamanho da entrada, não importando a quantidade de tempo que ela usa.
  - Poderia-se distinguir então duas classes a $\mathcal{PS}$ e $\mathcal{NPS}$?
    - Teorema de Savitch - $\mathcal{PS} = \mathcal{NPS}$

Classes de Complexidade