

**7ª Lista de Exercícios**

**1)** Neste exercício **não** utilize nenhuma das técnicas para integração (substituição ou por partes), procure exercitar o cálculo mental para achar a primitiva da função, e reorganize a função para utilizar os resultados da tabela de integrais quando possível.

(a)  $\int \left( \frac{3}{x^3} + 2x^{3/2} - 1 \right) dx$

(f)  $\int \frac{2x^4 - 3x^3 + 5}{7x^2} dx$

(b)  $\int \left( \sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{\sqrt[4]{x^5}} \right) dx$

(g)  $\int \frac{7}{(x+77)^2} dx$

(c)  $\int (x+1)^4 dx$

(h)  $\int (5\cos 10x - 10 \operatorname{sen} 5x) dx$

(d)  $\int \frac{1}{(x-10)^7} dx$

(i)  $\int (3\cos \pi t + \cos 3\pi t) dt$

(e)  $\int \sqrt{x}(1-x)^2 dx$

**2)** Calcule o valor das integrais a seguir:  
(Procure utilizar o cálculo mental nestas também.)

(a)  $\int_1^3 (x-1)^5 dx$

(e)  $\int_0^{\pi/4} \operatorname{sen} x \cos x dx$

(b)  $\int_{-1}^0 (2x+1)^3 dx$

(f)  $\int_0^{\pi} \operatorname{sen} 5x dx$

(c)  $\int_1^9 \left( \sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx$

(g)  $\int_0^{\pi/2} \cos 3x dx$

(d)  $\int_1^4 \frac{x^2-1}{\sqrt{x}} dx$

(h)  $\int_0^2 \cos \frac{\pi x}{4} dx$

**3)** Calcule as integrais a seguir utilizando algumas das técnicas de integração estudada em aula:

$$(a) \int \sec 2\theta \operatorname{tg} 2\theta d\theta$$

$$(k) \int \operatorname{tg}^3 \theta \sec^2 \theta d\theta$$

$$(b) \int \frac{dx}{2x-1}$$

$$(l) \int \operatorname{arctg} x dx$$

$$(c) \int x \sqrt{x^2-1} dx$$

$$(m) \int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$(d) \int \frac{x}{1+3x^2} dx$$

$$(n) \int \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx$$

$$(e) \int x^3 \sqrt{x^4+1} dx$$

$$(o) \int_0^{\pi/6} \sin 2x \cos^3 2x dx$$

$$(f) \int \frac{1}{x+1} dx$$

$$(p) \int_0^2 x e^{2x} dx$$

$$(g) \int x^2 \cos(2x^3) dx$$

$$(q) \int_0^{\pi/2} (1+3\sin \theta)^{3/2} \cos \theta d\theta$$

$$(h) \int_0^{\pi} x \cos x dx$$

$$(r) \int (\sin 2x) e^{1-\cos 2x} dx$$

$$(i) \int \cos^3 x \sin x dx$$

$$(s) \int_0^4 x \sqrt{4-x} dx$$

$$(j) \int_1^2 \ln x^2 dx$$

$$(t) \int t e^{-t^2/2} dt$$

4) A seguir são feitas algumas sugestões para que você substitua a função e encontre sua integral.

$$(a) \int_{-7}^1 \frac{2x dx}{(1-x)^{2/3}}$$

Sugestão: Faça  $1-x=u^3$ , ou seja,  $u=\sqrt[3]{1-x}$ .

$$(b) \int \operatorname{tg} x dx$$

Sugestão: Escreva  $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$ .

$$(c) \int \operatorname{cotg} x dx$$

Sugestão: Utilize a mesma idéia do item (b)

$$(d) \int \sec x dx$$

Sugestão: Escreva  $\sec x = \frac{\sec x (\sec x + \operatorname{tg} x)}{\operatorname{tg} x + \sec x}$  e faça  $u = \operatorname{tg} x + \sec x$ .

$$(e) \int \operatorname{cossec} x dx$$

Sugestão: Escreva  $\operatorname{cossec} x = \frac{\operatorname{cossec} x (\operatorname{cossec} x + \operatorname{cotg} x)}{\operatorname{cotg} x + \operatorname{cossec} x}$

(f)  $\int \sin^2 x \, dx$       Sugestão: Escreva  $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

(g)  $\int \tan^2 x \, dx$       Sugestão: Escreva  $\tan^2 x = \sec^2 x - 1$

**5)** Encontre o valor da área da região  $R$  indicada nos itens a seguir:

(a) A região  $R$  delimitada abaixo do gráfico de  $y = x^3$  e acima, pelo gráfico de  $y = x$ , sobre o intervalo  $[0, 1]$ .

(b) A região  $R$  delimitada acima pelo gráfico de  $y = x^3$  e abaixo pelo gráfico de  $y = x^4$  sobre o intervalo  $[0, 1]$ .

(c) A região  $R$  delimitada acima pelo gráfico de  $y = \frac{1}{(x+1)^3}$  e abaixo pelo eixo  $x$ , sobre o intervalo  $[0, 2]$ .

(d) A região  $R$  delimitada à esquerda pelo gráfico de  $x = y^2$  e à direita pela reta  $x = 4$ .

(e) A região  $R$  entre os gráficos de  $x = 8 - y^2$  e  $x = y^2 - 8$ .

**6)** Esboce a região delimitada pelas curvas a seguir e ache sua área.

(a)  $\begin{cases} y = x^2 + x - 2 \\ y = 0 \\ x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$

(d)  $\begin{cases} y = x^3 - 3x \\ y = x \end{cases}$

*Neste item (a) não teremos uma região limitada pelas 4 curvas ao mesmo tempo, mas duas regiões delimitadas por estas curvas. Ache a soma das duas.*

(b)  $\begin{cases} y = x^3 \\ y = 0 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$

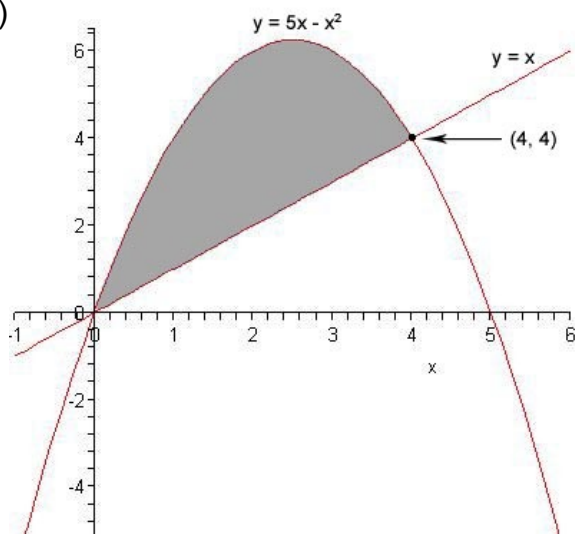
(e)  $\begin{cases} y^2 = 2x - 2 \\ y = x - 5 \end{cases}$

(c)  $\begin{cases} y = x^2 \\ y = -x^2 + 4x \end{cases}$

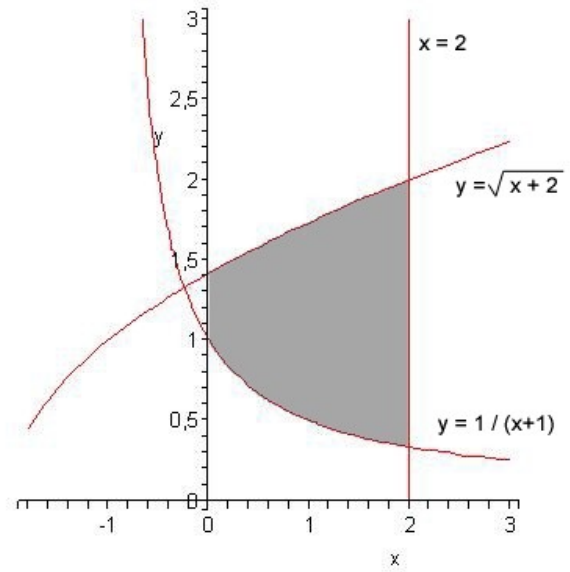
(f)  $\begin{cases} y = 3x \\ y = -2x + 10 \\ y = \frac{x}{2} - 5 \end{cases}$

7) Encontre as áreas da região sombreada.

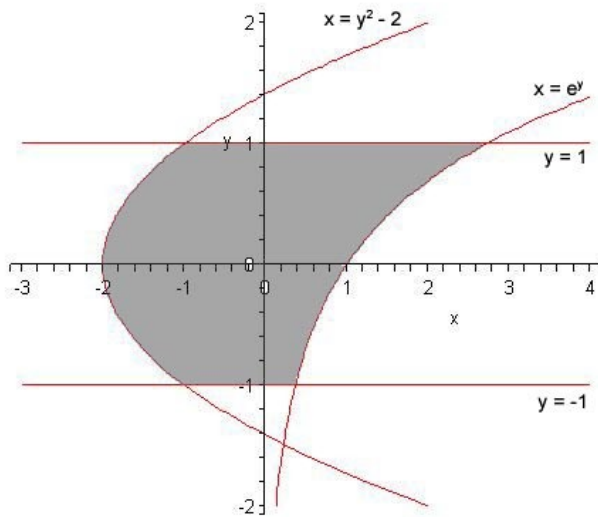
(a)



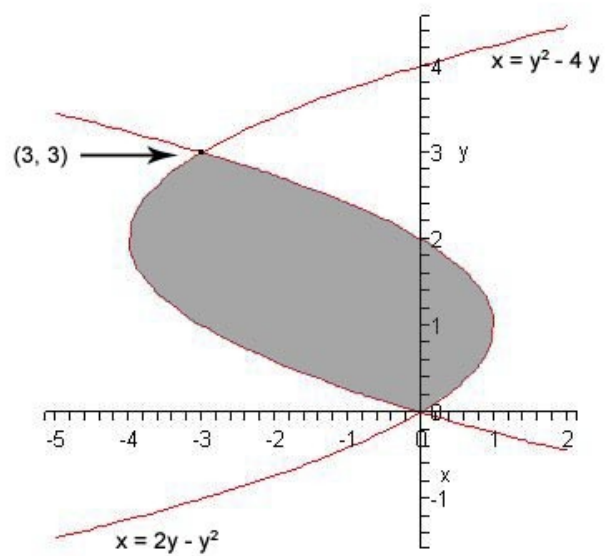
(b)



(c)



(d)



**Respostas: 1)** (a)  $-\frac{3}{2x^2} + \frac{4x^{5/2}}{5} - x + C$  ; (b)  $\frac{3x^{5/3}}{5} - \frac{16}{\sqrt[4]{x}} + C$  ; (c)  $\frac{(x+1)^5}{5} + C$  ; (d)  $\frac{-1}{6(x-10)^6} + C$  ; (e)  $\frac{2x^{3/2}}{3} - \frac{4x^{5/2}}{5} + \frac{2x^{7/2}}{7} + C$  ; (f)  $\frac{2x^3}{21} - \frac{3x^2}{14} - \frac{5}{7x} + C$  ; (g)  $\frac{-7}{(x+77)} + C$  ; (h)  $\frac{\text{sen } 10x}{2} + \cos 5x + C$  ; (i)  $\frac{3 \text{sen } \pi t}{\pi} + \frac{\text{sen } 3\pi t}{3\pi} + C$  . **2)** (a)  $\frac{32}{3}$  ; (b) 0 ; (c)  $\frac{28}{3}$  ; (d)  $\frac{52}{5}$  ; (e)  $\frac{1}{4}$  ; (f)  $\frac{2}{5}$  ; (g)  $-\frac{1}{3}$  ; (h)  $\frac{4}{\pi}$  . **3)** (a)  $\frac{\sec 2\theta}{2} + C$  ; (b)  $\frac{\ln|2x-1|}{2} + C$  ; (c)  $\frac{(x^2-1)^{3/2}}{3} + C$  ; (d)  $\frac{\ln(1+3x^2)}{6} + C$  ; (e)  $\frac{(x^4+1)^{3/2}}{6} + C$  ; (f)  $\ln|x+1| + C$  ; (g)  $\frac{\text{sen } 2x^3}{6} + C$  ; (h)  $-2$  ; (i)  $\frac{-\cos^4 x}{4} + C$  ; (j)  $2 \ln 2 - \frac{3}{4}$  ; (k)  $\frac{\text{tg}^4 \theta}{4} + C$  ; (l)  $x \arctg x - \frac{\ln(x^2+1)}{2} + C$  ; (m)  $2 \text{sen } \sqrt{x} + C$  ; (n)  $\ln(x^2+x+1) + C$  ; (o)  $\frac{15}{128}$  ; (p)  $\frac{1+3e^4}{4}$  ; (q)  $\frac{62}{15}$  ; (r)  $\frac{e^{1-\cos 2x}}{2} + C$  ; (s)  $\frac{128}{15}$  ; (t)  $-e^{-t^2/2} + C$  . **4)** (a)  $-12$  ; (b)  $-\ln|\cos x| + C$  ; (c)  $\ln|\text{sen } x| + C$  ; (d)  $\ln|\text{tg } x + \sec x| + C$  ; (e)  $-\ln|\text{cosec } x + \cotg x| + C$  ; (f)  $\frac{x}{2} - \frac{\text{sen } 2x}{2} + C$  ; (g)  $\text{tg } x - x + C$  . **5)** (a)  $\frac{1}{4}$  u.a.; (b)  $\frac{1}{20}$  u.a.; (c)  $\frac{4}{9}$  u.a.; (d)  $\frac{32}{3}$  u.a.; (e)  $\frac{128\sqrt{2}}{3}$  u.a.. **6)** (a)  $\frac{59}{6}$  u.a.; (b) 8 u.a.; (c)  $\frac{8}{3}$  u.a.; (d) 8 u.a.; (e) 18 u.a.; (f) 40 u.a. **7)** (a)  $\frac{32}{3}$  u.a.; (b)  $\frac{16}{3} - \frac{4\sqrt{2}}{3} - \ln 3$  u.a.; (c)  $e - \frac{1}{e} + \frac{10}{3}$  u.a.; (d) 9 u.a.