

# Prolegómenos

Prof<sup>a</sup> Jerusa Marchi

Departamento de Informática e Estatística

Universidade Federal de Santa Catarina

e-mail: [jerusa@inf.ufsc.br](mailto:jerusa@inf.ufsc.br)

# Conjuntos

● **Conjunto:** coleção de objetos, números, símbolos ou outros conjuntos

●  $L = \{a, b, c, d\}$

●  $A = \{amarelo, vermelho, azul\}$

● Os objetos que constituem um conjunto são chamados **elementos** ou **membros**

●  $b \in L$

●  $vermelho \in A$

●  $z \notin L$

# Conjuntos

- **Igualdade entre conjuntos:** dois conjuntos são iguais sse contiverem os mesmos elementos.

obs.: elementos repetidos ou ordens distintas são irrelevantes.

- $\{3, 9, 1\} = \{9, 3, 1\} = \{1, 3, 9\}$

- $\{\text{vermelho}, \text{azul}, \text{vermelho}\} = \{\text{vermelho}, \text{azul}\}$

- Os elementos de um conjunto não precisam estar relacionados

- $\{3, \text{vermelho}, \{d, \text{azul}\}\}$

# Conjuntos

- **Conjunto Unitário:** conjunto que possui apenas 1 elemento.
  - $\{1\}$  - conjunto que possui apenas o número 1 como elemento.
  - $\{1\} \neq 1$
- **Conjunto Vazio:** conjunto que não possui elementos
  - o conjunto vazio é notado por  $\emptyset$  ou  $\{\}$
- Os conjuntos podem ser **finitos** ou **infinitos**
  - $\{a, b, c, d, e, \dots, z\}$
  - $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$

# Conjuntos

- Por vezes é interessante representar um conjunto pelas características comuns aos seus membros. Então, faz-se referência a outros conjuntos e as propriedades que os seus elementos podem ou não apresentar.

$$B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \text{ tem a propriedade } P\}$$

- $Turma\_de\_TC = \{x \mid x \text{ matriculado em INE5415}\}$
- $Pares = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x \text{ é divisível por } 2\}$

# Conjuntos

- Um conjunto  $B$  é um **subconjunto** de  $A$  (notado  $B \subseteq A$ ) se cada elemento de  $B$  também é um elemento de  $A$   
obs.: Qualquer conjunto é subconjunto dele próprio. O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto.

•  $Pares \subseteq \mathbb{N}$

- Se  $B$  é um subconjunto de  $A$ , mas  $B$  não é igual a  $A$ , diz-se que  $B$  é um **subconjunto próprio** de  $A$  (notado  $B \subset A$ )
- Se dois conjuntos  $A$  e  $B$  são iguais, então  $A \subseteq B$  e  $B \subseteq A$
- Dois conjuntos são **disjuntos** se não tiverem elementos em comum ( $A \cap B = \emptyset$ ).

# Operações sobre Conjuntos

- **União:** de dois conjuntos é o agrupamento que tem como elementos os objetos que são os mesmos de, pelo menos, um dos dois conjuntos e, possivelmente de ambos

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

- $\{1, 3, 9\} \cup \{3, 5, 7\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

# Operações sobre Conjuntos

- **Intersecção:** de dois conjuntos é a coleção de todos os elementos que são comuns aos dois conjuntos

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

- $\{1, 3, 9\} \cap \{3, 5, 7\} = \{3\}$

- $\{1, 3, 9\} \cap \{a, b, c, d\} = \emptyset$



# Operações sobre Conjuntos

- **Diferença:** de dois conjuntos  $A$  e  $B$  é o conjunto de todos os elementos de  $A$  que não são elementos de  $B$

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

- $\{1, 3, 9\} - \{3, 5, 7\} = \{1, 9\}$

- $\{1, 3, 9\} - \{1, 3, 9\} = \emptyset$

# Operações sobre Conjuntos

- **União de mais de dois conjuntos:**  $\bigcup S$  onde  $S$  é qualquer coleção de conjuntos

$$\bigcup S = \{x \mid x \in P \text{ para algum conjunto } P \in S\}$$

- $S = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}\} \Rightarrow \bigcup S = \{a, b, c, d\}$

- $S = \{\{n\} \mid n \in \mathbb{N}\} \Rightarrow \bigcup S = \mathbb{N}$

- **Intersecção de mais de dois conjuntos:**

$$\bigcap S = \{x \mid x \in P \text{ para todo conjunto } P \in S\}$$

- $S = \{\{a, b, c\}, \{b, c\}, \{c, d\}\} \Rightarrow \bigcap S = \{c\}$

- $S = \{\{n\} \mid n \in \mathbb{N}\} \Rightarrow \bigcap S = \emptyset$

# Operações sobre Conjuntos

● **conjunto das partes** OU **conjunto potência**: é a coleção de todos os subconjuntos de um conjunto  $A$ , denotado  $2^A$

●  $2^{\{c,d\}} = \{\{c, d\}, \{c\}, \{d\}, \emptyset\}$

●  $2^{\{a,b,c\}} = \{\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \emptyset\}$

● **Partição**: é um subconjunto  $\Pi$  de  $2^A$ , tal que  $\emptyset$  não é um elemento de  $\Pi$  e tal que cada elemento de  $A$  está em um e somente um conjunto de  $\Pi$ .

●  $A = \{a, b, c, d\} \Rightarrow \Pi = \{\{a, b\}, \{c\}, \{d\}\}$

●  $A = \{azul, verde, roxo\} \Rightarrow \Pi = \{\{azul\}, \{verde\}, \{roxo\}\}$

obs.:  $\bigcup \Pi = A$

# Propriedades das Operações

## ● Idempotência

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

## ● Comutatividade

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

## ● Associatividade

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

# Propriedades das Operações

## ● Distributividade

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

## ● Absorção

$$(A \cap B) \cup A = A$$

$$(A \cup B) \cap A = A$$

## ● Leis de DeMorgan

$$A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$$

$$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$$

# Sequências e Tuplas

- Relações:  $>$ ,  $<$ ,  $=$ ... (entre números)
- Como expressar relações entre objetos usando conjuntos??
  - Diremos que, p.e. a relação menor ( $<$ ) será o conjunto de todos os pares de números tal que o 1º número seja menor que o 2º
  - Problema: Não há distinção entre os conjuntos  $\{2, 3\}$  e  $\{3, 2\}$
- Nova forma de agrupar objetos: **Sequências**
  - Uma **sequência** de objetos é uma lista destes objetos em alguma ordem
  - A lista é descrita entre parênteses
  - Ao contrário dos conjuntos, a ordem e a repetição dos elementos importa
  - Assim como os conjuntos, uma sequência pode ser finita ou infinita

# Sequências e Tuplas

- Sequências finitas são chamadas **Tuplas**
  - uma sequência com  $k$  elementos é chamada  $k$ -tupla
    - para cada  $i = 1, \dots, k$ ,  $a_i$  é o  $i$ -ésimo componente da tupla  $(a_1, \dots, a_k)$
    - 2-tupla - par ordenado
    - 3-tupla - triplo ordenado
    - 4-tupla - quádruplo ordenado
    - ...

# Sequências e Tuplas

- O **produto cartesiano** de dois conjuntos  $A$  e  $B$ , denotado  $A \times B$  é o conjunto de todos os pares ordenados  $(a, b)$ , com  $a \in A$  e  $b \in B$ 
  - $A = \{a, b, c\}$  e  $B = \{1, 2\}$
  - $A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2)\}$
- O **produto cartesiano** de  $k$  conjuntos  $A_1, A_2, \dots, A_k$ , notado  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_k$  resulta no conjunto de todas as  $k$ -tuplas  $(a_1, a_2, \dots, a_k)$  onde  $a_i \in A_i$ 
  - $A \times B \times A = \{(a, 1, a), (a, 1, b), (a, 1, c), (a, 2, a), \dots, (c, 2, c)\}$



# Sequências e Tuplas

- Abrevia-se a notação do produto cartesiano de um mesmo conjunto  $k$  vezes, como:

$$\underbrace{A \times A \times \dots \times A}_k = A^k$$

- Exemplo:

- O conjunto resultante de  $\mathbb{N}^2$ , ou seja  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  consiste em todos os pares ordenados de números naturais, ou seja

$$\{(i, j) \mid i, j \geq 1\}$$

# Funções e Relações

- Uma **função** é um objeto que indica uma **relação** entrada-saída (uma função toma uma entrada e produz em uma saída)
- Funções são objetos determinísticos, onde o valor de saída para uma determinada entrada é sempre o mesmo
- Uma função também é chamada de **mapeamento**

$$f : A \mapsto B$$

- $A$  é o **domínio** de  $f$
- $B$  é o **contra domínio** de  $f$
- $f(a) = b$  é a **imagem** de  $a$  sob  $f$
- O conjunto formado pelo mapeamento de cada elemento  $a \in A$  é chamado **conjunto imagem**

# Funções e Relações

## Exemplos:

- $f : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{N}$  tal que  $f(x) = x^2$ 
  - $\mathbb{N}$  é o conjunto domínio e o conjunto contra domínio
  - $(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), \dots, (n, n^2), \dots$  são os pares ordenados resultantes da função
- $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mapsto \mathbb{N}$  tal que  $f(x, y) = x + y$ 
  - $\{(1, 1), (1, 2), \dots, (1, 9), \dots, (2, 1), \dots\}$  é o conjunto domínio
  - $\mathbb{N}$  é o conjunto contra domínio
  - $((1, 1), 2), ((1, 2), 3), \dots$  são os pares ordenados resultantes da função

# Funções e Relações

- quando o domínio de uma função é uma  $k$ -tupla, cada elemento da  $k$ -tupla é chamado **argumento** da função.
- uma função com  $k$  argumentos é chamada função  $k$ -ária
  - para  $k = 1$  - função unária
  - para  $k = 2$  - função binária
  - para  $k = 3$  - função ternária

# Funções e Relações

- Uma função  $f : A \mapsto B$  de um conjunto  $A$  para um conjunto  $B$  é uma relação binária  $R$  sobre  $A$  e  $B$  se
  - para cada elemento  $a \in A$ , há *exatamente um* par ordenado em  $R$  cuja primeira componente é  $a$ .
- Exemplo:
  - $C$  = conjunto de cidades e  $E$  = conjunto de estados
    - $R_1 = \{(x, y) \mid x \in C \text{ e } y \in E \text{ e } x \text{ é uma cidade no estado } y\}$  é uma função, uma vez que cada cidade está em um e somente um estado
    - $R_2 = \{(x, y) \mid x \in E \text{ e } y \in C \text{ e } y \text{ é uma cidade no estado } x\}$  não é uma função, pois a maioria dos estados possui mais de uma cidade

# Funções e Relações

- Uma função  $f : A \mapsto B$  é dita **injetora** se, para quaisquer dois elementos distintos  $a, a' \in A$ ,  $f(a) \neq f(a')$ 
  - $C$  = conjunto de cidades e  $E$  = conjunto de estados e  $g : E \mapsto C$  tal que  $g(e)$  = a capital do estado  $e$
  - $g$  é injetora uma vez que não há dois estados com a mesma capital

# Funções e Relações

- Uma função  $f : A \mapsto B$  é dita **sobrejetora** se todo elemento de  $B$  é a imagem, sob  $f$ , de algum elemento de  $A$ 
  - $R_1 = \{(x, y) \mid x \in C \text{ e } y \in E \text{ e } x \text{ é uma cidade no estado } y\}$
  - $R_1$  é sobrejetora pois cada estado possui, pelo menos, uma cidade

# Funções e Relações

- Uma função é dita **bijetora** se for simultaneamente injetora e sobrejetora.
- $C_0$  é o conjunto de todas as cidades capitais de estado
- $g : E \mapsto C_0$  onde  $g(e) =$  a capital do estado  $e$



# Grafos

- Um **grafo não direcionado** ou simplesmente **grafo**, é um conjunto de pontos conectados por linhas
  - Os pontos são chamados **vértices** ou **nós**
  - As linhas são chamadas **arestas**
- Somente uma aresta conecta dois nós
- O número de arestas em um nó em particular é o **grau** daquele nó

# Grafos

- O par  $(i, j)$  representa uma aresta que conecta os nós  $i$  e  $j$  de um grafo  $G$
- Em um grafo não direcionado  $(i, j)$  e  $(j, i)$  representam a mesma aresta
- Um grafo  $G$  é definido como um par  $(V, E)$  onde  $V$  é o conjunto de vértices e  $E$  é o conjunto de pares de vértices conectados por arestas

$$G = (\{a, b, c, d, e\}, \{(a, b), (b, c), (c, d), (d, e), (e, a)\})$$

# Grafos

- Grafos podem representar dados, tais como:
  - cidades e estradas
  - componentes eletrônicos e suas ligações
- Dependendo do que representam, os grafos podem ter suas arestas nomeadas (distância entre cidades por exemplo)

# Grafos


## Caminho

-  Um caminho é uma sequência de nós conectados por arestas

## Caminho Simples

-  É um caminho que não repete nós

## Grafo conectado


-  Um grafo é dito conectado se todos os pares de nós tiverem um caminho que os conecta

# Grafos

## **Ciclo**



-  Um caminho é um ciclo se começa e termina no mesmo nó

## **Ciclo simples**

-  É um ciclo com pelo menos 3 nós e somente o primeiro e o último se repetem

# Grafos

## **Árvore**

-  uma árvore é um tipo especial de grafo (conectado e sem ciclos)
-  raiz e folhas

# Grafos



## Grafo dirigido

- as arestas são **setas** que indicam um direção na conexão, logo  $(i, j)$  e  $(j, i)$  representam arestas distintas
- **grau de entrada e grau de saída**
- **Caminho dirigido** - é um caminho onde todas as arestas possuem a mesma direção
- Um grafo dirigido é dito **fortemente conectado** se há um caminho dirigido para cada par de vértices

# Lógica Proposicional

- Também chamada **Lógica Booleana**
- Proposições lógicas podem assumir os valores **Verdadeiro** ou **Falso**
  - Princípio do meio excluído



# Lógica Proposicional

● A sintaxe da lógica é definida por:

- Símbolos proposicionais:  $p, q, r \dots$
- Conectores:  $\neg$  (negação),  $\vee$  (disjunção),  $\wedge$  (conjunção),  $\rightarrow$  (implicação)
- Parênteses: ( e )
- Exemplo:

$$(\neg p), (p \vee q), (p \wedge q), (\neg p \wedge r) \vee q, (p \rightarrow \neg q)$$

# Lógica Proposicional

- A sintaxe da lógica pode ser representada por diversos conjuntos de conectores

- expandir - símbolo da *dupla implicação* ( $\leftrightarrow$ )

$$(P_1 \leftrightarrow P_2) \equiv (P_1 \rightarrow P_2) \wedge (P_2 \rightarrow P_1)$$

- contrair - conjuntos mínimos

- $\{\neg, \rightarrow\}$ ,  $\{\neg, \wedge\}$  ou  $\{\neg, \vee\}$

- estes conjuntos podem expressar qualquer fórmula lógica e qualquer fórmula lógica poder ser reescrita utilizando-os

- A reescrita de uma fórmula lógica é feita observando as relações de equivalência entre fórmulas lógicas

# Relações de Equivalência

- Eliminação da implicação

$$(A \rightarrow B) \Leftrightarrow \neg A \vee B$$

- Eliminação da equivalência

$$(A \leftrightarrow B) \Leftrightarrow (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

- Eliminação do falso ( $\perp$ )

$$\perp \Leftrightarrow P \wedge \neg P$$

- Eliminação da negação

$$\neg A \Leftrightarrow A \rightarrow \perp$$

# Relações de Equivalência

## ● Eliminação da conjunção

$$A \wedge B \Leftrightarrow \neg(\neg A \vee \neg B)$$

$$A \wedge B \Leftrightarrow A \rightarrow (B \rightarrow \perp) \rightarrow \perp$$

## ● Eliminação da disjunção

$$A \vee B \Leftrightarrow \neg(\neg A \wedge \neg B)$$

$$A \vee B \Leftrightarrow (A \rightarrow \perp) \rightarrow B$$

# Relações de Equivalência

Equivalências correspondentes às propriedades algébricas dos conectores

## ● Idempotência

$$A \vee A \Leftrightarrow A$$

$$A \wedge A \Leftrightarrow A$$

## ● Comutatividade

$$A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$$

$$A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$$

## ● Associatividade

$$(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$$

$$(A \wedge B) \wedge C \Leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$$

# Relações de Equivalência

Equivalências correspondentes às propriedades algébricas dos conectores

## ● Absorção

$$A \wedge (A \vee B) \Leftrightarrow A$$

$$A \vee (A \wedge B) \Leftrightarrow A$$

## ● Distributividade

$$A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

$$A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

## ● Limites universais

$$A \wedge \top \Leftrightarrow A$$

$$A \vee \perp \Leftrightarrow A$$

$$A \wedge \perp \Leftrightarrow \perp$$

$$A \vee \top \Leftrightarrow \top$$

# Relações de Equivalência

Equivalências correspondentes às propriedades algébricas dos conectores

## ● Complementaridade

$$A \wedge \neg A \Leftrightarrow \perp$$

$$A \vee \neg A \Leftrightarrow \top$$

$$\neg \top \Leftrightarrow \perp$$

## ● Insolução

$$\neg \neg A \Leftrightarrow A$$

## ● Dualização

$$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$$

# Lógica Proposicional

- A semântica da lógica é dada pelos valores verdade e pelas regras de interpretação dos conectores lógicos
  - interpretações - todos os valores possíveis
  - modelos - interpretações onde a fórmula é verdadeira

$A$	$B$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$
$F$	$F$	$F$	$F$	$V$
$F$	$V$	$F$	$V$	$V$
$V$	$F$	$F$	$V$	$F$
$V$	$V$	$V$	$V$	$V$



# Lógica Proposicional

● Exemplo:

● Fórmula (sintática):

$$(p \vee q)$$

● Interpretações possíveis (semântica)

$$\{\{p, q\}, \{\neg p, q\}, \{p, \neg q\}, \{\neg p, \neg q\}\}$$

● Modelos (semântico)

$$\{\{p, q\}, \{\neg p, q\}, \{p, \neg q\}\}$$

# Lógica Proposicional

- Uma fórmula  $A$  é dita **satisfazível** se pelo menos uma de suas interpretações tem valor verdade verdadeiro
- Se todas as avaliações das interpretações da fórmula forem verdadeiras, diz-se que a fórmula é **tautológica**
- Se nenhuma interpretação satisfaz a fórmula, esta é dita **contraditória** ou **insatisfazível**

# Alfabetos e Linguagens

● um **alfabeto** ( $\Sigma$ ) é um conjunto finito e não vazio de **símbolos**.

●  $\Sigma = \{0, 1\} \Rightarrow$  alfabeto binário

●  $\Sigma = \{a, b, \dots, z\} \Rightarrow$  alfabeto latino (letras minúsculas)

●  $\Sigma = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots, \omega\} \Rightarrow$  alfabeto grego

# Alfabetos e Linguagens

• uma **palavra** ou **cadeia** sobre um alfabeto  $\Sigma$  é uma sequência finita de símbolos desse alfabeto.

•  $w = 010101111$ ,  $w = 0001$ ,  $w = 10011100$

•  $w = \textit{auladelinguagensformais}$

•  $w = \gamma\alpha\iota\theta\sigma$

• uma **cadeia vazia** (denotada por  $\varepsilon$ ) é uma cadeia que não contém nenhum símbolo.

• a cadeia vazia é palavra de qualquer alfabeto.

# Alfabetos e Linguagens

● O **comprimento** de uma cadeia  $w$  é notado por  $|w|$  e é igual ao número de símbolos da sequência.

●  $|010101111| = 9$

●  $|auladelinguagensformais| = 23$

●  $|\varepsilon| = 0$

# Alfabetos e Linguagens

- O conjunto de todas as cadeias sobre um alfabeto  $\Sigma$  com comprimento  $k$  é notado  $\Sigma^k$ 
  - $\{0, 1\}^1 = \{0, 1\}$
  - $\Sigma^0 = \{\varepsilon\}$
- O conjunto de todas as cadeias sobre um alfabeto  $\Sigma$ , incluindo a cadeia vazia  $\varepsilon$ , é denotado por  $\Sigma^*$

$$\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \dots$$

- O conjunto de todas as cadeias sobre um alfabeto  $\Sigma$ , sem a cadeia vazia  $\varepsilon$ , é denotado por  $\Sigma^+$

$$\Sigma^+ = \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \Sigma^3 \cup \dots$$

# Alfabetos e Linguagens

- A operação de **concatenação** combina duas cadeias para formar uma terceira (notado por  $w.v$  ou  $wv$ )
  - $\varepsilon.w = w.\varepsilon = w$
  - $w = 011, v = 110, wv = 011110, vw = 110011$
- Uma cadeia  $v$  é uma **subcadeia** de  $w$  sse houver cadeias  $x$  e  $y$  tais que  $w = xvy$  onde, tanto  $x$  quanto  $y$  podem ser  $\varepsilon$ 
  - $\varepsilon$  é subcadeia de qualquer cadeia
  - a cadeia é subcadeia de si própria
- **sufixo e prefixo** de cadeias

# Alfabetos e Linguagens

- Para cada cadeia  $w$  e para cada número natural  $i$ , a cadeia  $w^i$  é definida como:

$$w^0 = \varepsilon$$

$$w^{i+1} = w^i.w$$

- $w = a, w^2 = aa$

- $w = do, w^3 = dododo$



# Alfabetos e Linguagens

- O **reverso** de uma cadeia  $w$ , denotado por  $w^R$ , é a cadeia  $w$  “escrita às avessas”
  - $reverse^R = esrever$
- Curiosidade: palavras ou frases que podem ser lidas tanto da direita para a esquerda quanto da esquerda para a direita são chamadas *palíndromos*
  - ana
  - ah livre era papai noel, leon ia papar é ervilha
  - a mala nada na lama

# Alfabetos e Linguagens

- Uma **linguagem** é qualquer conjunto de cadeias sobre um alfabeto  $\Sigma$ , ou seja, qualquer subconjunto de  $\Sigma^*$ 
  - São exemplos de linguagens:
    - a linguagem formada por todas as palavras consistindo de  $n$  0's seguidos por  $n$  1's, para algum  $n \geq 0 : \{\epsilon, 01, 0011, 000111, \dots\}$
    - o conjunto de palavras com o mesmo número de 0's e 1's:  $\{\epsilon, 01, 10, 0011, 1100, 0101, 1010, 0110, 1001, \dots\}$
    - O conjunto de números binários cujo valor decimal é um primo:  $\{10, 11, 101, 111, 1011, \dots\}$
    - $\Sigma^*$  é uma linguagem para qualquer alfabeto  $\Sigma$
    - $\emptyset$ , a linguagem vazia, é uma linguagem sobre qualquer alfabeto
    - $\{\epsilon\}$ , a linguagem consistindo da palavra vazia, é uma linguagem sobre qualquer alfabeto. Note que:  $\emptyset \neq \{\epsilon\}$

# Alfabetos e Linguagens

- A maioria das linguagens de interesse é infinita, assim, descrevemos linguagens infinitas por meio do esquema:

$$L = \{w \mid w \in \Sigma^* \text{ e } w \text{ tem a propriedade } P\}$$

- Se  $\Sigma$  é um alfabeto finito, então  $\Sigma^*$  é certamente infinito, porém contável

# Alfabetos e Linguagens

- Como as linguagens são conjuntos, aplicam-se sobre elas as mesmas operações: união, intersecção e diferença, além da concatenação e do fechamento.
- **Concatenação de linguagens:** se  $L_1$  e  $L_2$  são linguagens sobre o alfabeto  $\Sigma$ , sua concatenação é  $L_1L_2$  em que:

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid w = xy \text{ para algum } x \in L_1 \text{ e } y \in L_2\}$$

- **Fechamento de Kleene ( $L^*$ ):** compreende todas as cadeias obtidas pela concatenação de zero ou mais cadeias de  $L$ .

$$L^* = \{w \in \Sigma^* \mid w = w_1 \cdots w_k \text{ para algum } k \geq 0, \text{ com } w_1, \cdots, w_k \in L\}$$