

### 3ª Lista de Exercícios

1) Encontre os limites a seguir:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x - 7}$

(k)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{3+x^2}}{x}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 3/2} \frac{4x^2 - 9}{2x - 3}$

(l)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$

(c)  $\lim_{s \rightarrow 4} \frac{3s^2 - 8s - 16}{2s^2 - 9s + 4}$

(m)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 - 4x^3}{5x^2 + 3x^3}$

(d)  $\lim_{y \rightarrow -2} \frac{y^3 + 8}{y + 2}$

(n)  $\lim_{t \rightarrow -4^-} \left( \frac{2}{t^2 + 3t - 4} - \frac{3}{t + 4} \right)$

(e)  $\lim_{y \rightarrow -3} \sqrt{\frac{y^2 - 9}{2y^2 + 7y + 3}}$

(o)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - 1}{\sqrt{2x - x^2} - 1}$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$

(p)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 + 2x^2 - 5}{8x^3 + x + 2}$

(g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$

(q)  $\lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{2y^3 - 4}{5y + 3}$

(h)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{h+1} - 1}{h}$

(r)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x + 4}$

(i)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - x - 3}{x^3 + 2x^2 + 6x + 5}$

(s)  $\lim_{w \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{w^2 - 2w + 3}}{w + 5}$

(j)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 5x^2 - 2x - 3}{4x^3 - 13x^2 + 4x - 3}$

(t)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - x$

2) Dado que  $f$  é a função definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{se } x \neq 2 \\ 1, & \text{se } x = 2 \end{cases}$$

(a) Ache o  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  e mostre que  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2)$

(b) Faça um esboço do gráfico de  $f$ .

3) Dado que  $f$  é a função definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 9, & \text{se } x \neq -3 \\ 4, & \text{se } x = -3 \end{cases}$$

(a) Ache o  $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$  e mostre que  $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) \neq f(-3)$

(b) Faça um esboço do gráfico de  $f$ .

4) Em cada uma das funções a seguir encontre os limites laterais no ponto onde muda a lei da função, e com isso diga se o limite da função neste ponto existe ou não.

(a)  $F(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x \leq 2 \\ 8 - x, & \text{se } x > 2 \end{cases}$

(d)  $F(x) = \begin{cases} |x - 1|, & \text{se } x < -1 \\ 0, & \text{se } x = -1 \\ |1 - x|, & \text{se } x > -1 \end{cases}$

(b)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & \text{se } x < 2 \\ 4, & \text{se } x = 2 \\ 4 - x^2, & \text{se } x > 2 \end{cases}$

(e)  $F(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 9}, & \text{se } x \leq -3 \\ \sqrt{9 - x^2}, & \text{se } -3 < x < 3 \\ \sqrt{x^2 - 9}, & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$

(c)  $f(x) = |x - 5|$

Atenção, neste verifique se existe o limite nos pontos  $-3$  e  $3$ .

5) Dada  $f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & \text{se } x < 4 \\ 5x + k, & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$ . Ache o valor de  $k$  para o qual  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$  existe.

6) Dada  $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x < -2 \\ ax + b, & \text{se } -2 \leq x < 2 \\ 2x - 6, & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$ . Ache os valores de  $a$  e  $b$ , tais que  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

e  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  ambos existam.

7) Calcule os limites a seguir utilizando os limites fundamentais quando necessário.

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg} x}$

(e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{x}\right)^x$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^4 x}{x^2}$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + kx)^{\frac{1}{x}}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} [7x(1 + \cot^2 x)]^{-1}$

(g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{x-1} - \frac{1}{7}}{x}$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x-1}\right)^{x+7}$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ab)^x - a^x}{ax}$$

8) Verifique se as funções a seguir são contínuas no ponto  $a$  indicado.

$$(a) f(x) = \begin{cases} x+3, & \text{se } x \leq 1 \\ 4, & \text{se } x > 1 \end{cases} \quad a = 1$$

$$(d) f(x) = \begin{cases} x \operatorname{sen} x, & \text{se } x \neq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \end{cases} \quad a = 0$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & \text{se } x < 2 \\ x-5, & \text{se } x > 2 \\ 0, & \text{se } x = 2 \end{cases} \quad a = 2$$

$$(e) f(x) = \begin{cases} x^2-8, & \text{se } x < 3 \\ \frac{\operatorname{sen}(x-3)}{x-3}, & \text{se } x > 3 \\ 3, & \text{se } x = 3 \end{cases} \quad a = 3$$

$$(c) f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen} x}{x}, & \text{se } x < 0 \\ \frac{\operatorname{tg} x}{x}, & \text{se } x > 0 \\ 1, & \text{se } x = 0 \end{cases} \quad a = 0$$

$$(f) f(x) = \begin{cases} x-x^2, & \text{se } x < -2 \\ x^3+1, & \text{se } x > -2 \\ 3, & \text{se } x = -2 \end{cases} \quad a = -2$$

9) Nas funções descontínuas do exercício 8, caso alguma destas discontinuidades sejam removíveis, reescreva as funções de maneira que estas tornem-se contínuas.

**Respostas: 1)** (a) 14; (b) -6; (c) 16/7; (d) 12; (e)  $\sqrt{6/5}$ ; (f) 1/2; (g)  $(\sqrt{2})/4$ ; (h) 1/3; (i) -1/2; (j) 11/17; (k)  $+\infty$ ; (l)  $-\infty$ ; (m)  $+\infty$ ; (n)  $+\infty$ ; (o)  $-\infty$ ; (p) -1; (q)  $+\infty$ ; (r) 1; (s) -1; (t) 0. **4)** (a) Não existe  $\lim_{x \rightarrow 2} F(x)$ ; (b) Todos os limites iguais a 0; (c) Todos os limites iguais a 0; (d) Todos os limites são iguais a 2; (e) Todos os limites iguais a 0. **5)**  $a = -6$ . **6)**  $a = -3/2$  e  $b = 1$ . **7)** (a) 1; (b) 2; (c) 0; (d)  $e^5$ ; (e)  $+\infty$ ; (f)  $e^k$ ; (g)  $(\ln 7)/7$ ; (h)  $(\ln b)/a$ . **8)** (a) Contínua; (b) Descontínua; (c) Contínua; (d) Contínua; (e) Descontínua (f) Descontínua.

$$9) (a) f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & \text{se } x < 2 \\ x-5, & \text{se } x > 2 \\ -3, & \text{se } x = 2 \end{cases} ; (e) f(x) = \begin{cases} x^2-8, & \text{se } x < 3 \\ \frac{\operatorname{sen}(x-3)}{x-3}, & \text{se } x > 3 \\ 1, & \text{se } x = 3 \end{cases} .$$