Computabilidade

Prof^a Jerusa Marchi

Departamento de Informática e Estatística

Universidade Federal de Santa Catarina

e-mail: jerusa@inf.ufsc.br

...ainda sobre Enumerabilidade

- Se um conjunto não é contável, então seus elementos não podem ser (todos) representados
- Se um conjunto é contável (finito ou enumerável) então seus elementos podem ser (todos) representados

Computabilidade

- Qualquer relação entre conjuntos é descrita como uma função
- Toda função pode ser descrita por um procedimento (algoritmo), ou seja, recebe como entrada um elemento no domínio e retorna a imagem deste elemento no conjunto contra-domínio
- Mas o que é um algoritmo?

Algoritmo

- Discretude algorítmica - um algoritmo é um procedimento que é executado em tempo discreto
- Exatidão algorítmica - a configuração atual é obtida pela aplicação de um passo (comando) à configuração anterior
- Elementaridade dos passos do algoritmo - o passo que determina a configuração deve ser simples e local
- Massividade algorítmica - a entrada do algoritmo pode ser escolhida a partir de um conjunto potencialmente infinito
- Duplicabilidade - a aplicação de uma mesma entrada deve gerar uma mesma saída.

Algoritmo

- Um algoritmo, visto como um procedimento geral, opera sobre "coisas concretas"
  - ábaco ou soroban
  - símbolos matemáticos (2, x, +, f)
  - engrenagens ou impulsos elétricos
- O "material" utilizado para a prática da matemática aplicada é essencial, mas do ponto de vista teórico, passa a ser irrelevante

Algoritmo

- Se um procedimento (algoritmo) lida com um certo tipo de “material”, então este procedimento pode ser transferido para outro “material”
  - A adição de números naturais pode ser realizada acrescentando traços a uma sequência de traços, adicionando ou tirando contas de um ábaco ou pelo movimento das engrenagens de uma máquina calculadora
- Para simplificar, opta-se por uma “representação” que seja fácil de manipular.
  - Um procedimento (algoritmo) torna-se então um operação sintática de manipulação de sequências finitas de símbolos

Computabilidade

- Retomando a idéia inicial:
  - Se um conjunto não é contável, então seus elementos não podem ser (todos) representados por uma **sequência finita de símbolos**
  - Se um conjunto é contável (finito ou enumerável) então seus elementos podem ser (todos) representados por uma **sequência finita de símbolos**

Alfabetos e Palavras

- Considera-se que um conjunto finito se símbolos - **alfabeto** - seja a base do algoritmo
- A composição de sequências finitas de símbolos formam **palavras**
- Se Σ é um alfabeto e w uma palavra composta somente de símbolos de Σ, diz-se que w é uma palavra sobre Σ

Alfabetos e Palavras

- As letras de um alfabeto Σ, que é a base de um algoritmo, são de certa forma não-essenciais. Ou seja, se alterarmos as letras de Σ e assim obtivermos um novo alfabeto correspodente Σ', então é possível obter um algoritmo para Σ' que é **isomorfo** ao algoritmo original e que se comporta fundamentalmente do mesmo modo
- Da mesma forma, é possível obter uma representação isomórfica para qualquer problema
- Diz-se então, que todo problema computacional (no sentido da teoria da computação) pode ser visto como um problema de **Linguagem**

Alfabetos e Palavras

- Exemplo:
  - Dados p e q inteiros, $q = p^2$?
    - Como modelar este problema como um problema de linguagem?

Alfabetos e Palavras

- Exemplo:
  - Entradas e saídas podem ser representadas por sequências de caracteres (ex. considerando-se o alfabeto unário $\{a\}$, podemos representar: 1 por a, 2 por aa, ... , N por a^N - sentenças)
  - Entradas e saídas podem ser vistas como sequências (ou sentenças) pertencentes a uma LINGUAGEM
  - Assim, se uma sequência particular pertence a linguagem formada pelas soluções de um problema qualquer, ela será uma solução do problema em questão!!!

Alfabetos e Palavras

- A linguagem pode ser enunciada como sendo $L = \{(a^N, a^{2N})$, onde a é o símbolo do alfabeto e N representa um inteiro positivo qualquer$\}$
- Para saber se um dado q é igual a p^2, basta verificar se o par (p, q) pertence a linguagem
- A teoria das linguagens formais nos fornece mecanismos finitos para gerar/reconhecer linguagens potencialmente infinitas

Modelos para Computação

- Máquinas de Turing (Turing, 1936)
- Gramáticas (Chomsky, 1959)
- Algoritmos de Markov (Markov, 1951)
- λ-Calculus (Church, 1936)
- Sistemas de Post (Emil Post, 1936)
- Funções Recursivas (Kleene, 1936)

Máquinas e Linguagens

- Modelos de máquinas para computação - Autômatos
- Classes de Linguagem - Gramáticas
- Conjunto de Modelos Formais que juntamente com suas propriedades (decidibilidade, equivalência e complexidade), fundamentam a Ciência da Computação