Universidade Federal de Santa Catarina
MTM 5161 – Cálculo A
Professor Adriano Né

6ª Lista de Exercícios

1) Um modelo usado para a produção *Y* de uma colheita agrícola como função do nível de nitrogênio *N* no solo (medido em unidades apropriadas) é

$$Y=\frac{kN}{1+N^2}$$

em que *k* é uma constante positiva. Que nível de nitrogênio dá melhor produção?

2) Encontre o ponto sobre a reta $y=4x+7$ que está mais próximo da origem.

3) Encontre os pontos da elipse $4x^2+y^2=4$ que estão mais distantes do ponto (1, 0).

4) Encontre as dimensões do retângulo com maior área que pode ser inscrito numa circunferência de raio *r*.

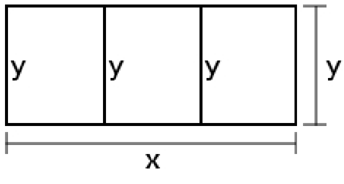
5) Um cilindro reto é inscrito em uma esfera de raio *r*. Encontre o maior volume possível desse cilindro.

6) Ache dois números reais positivos *x* e *y* tais que sua soma seja 50 e seu produto seja o maior possível.

7) Um retângulo de lados paralelos aos eixos coordenados tem um vértice na origem, um vértice sobre o eixo *x* positivo, um vértice sobre o eixo *y* positivo, e o quarto vértice no primeiro quadrante sobre a reta 2x + y = 100. Qual é a área máxima possível de tal retângulo?

8) Uma caixa retangular tem base quadrada com lados de pelo menos 1 *in* de comprimento. Não tem tampa, e a área total das cinco faces é 300 in^2. Qual é o volume máximo possível de tal caixa?

9) Um fazendeiro dispõe de 600 *yd* (jardas) de material para fazer um curral retangular. Parte do material será utilizado para construir divisórias internas, ambas paralelas aos dois lados do curral. Qual é a área máxima possível desse curral?
(Veja a figura ao lado para entender a situação.)



10) Ache a área máxima possível de um retângulo com diagonais de comprimento 16.

11) Qual é a área máxima possível de um retângulo que tem sua base sobre o eixo x e dois de seus vértices superiores sobre a curva $y = 4 - x^2$?

12) Um pedaço de arame de 80 *in* de comprimento deve ser cortado no máximo em dois pedaços. Dobras-se cada pedaço formando um quadrado. Como se deve proceder para minimizar a soma da(s) área(s) do(s) quadrado(s)?

13) Determine as dimensões do cilindro circular reto de maior volume que pode ser inscrito em um cone circular reto de raio R e altura H.

14) Calcule os limites a seguir, utilizando a Regra de L´Hospital quando necessário.

(a) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^2+3x}{x^3}$

(b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen\, x}{x^2+x}$

(c) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen^2\, x}{x^2+x}$

(d) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2^x}{x^{200}}$

(e) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{\ln(x^n)} \quad (n \in \mathbb{N})$

(f) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3-5x^2+7x-3}{x^3-3x+2}$

(g) $\lim\limits_{x \to 0} x\, cotg\, x$

(h) $\lim\limits_{x \to 0^+} sen\, x \cdot \ln x$

(i) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen\, x}{tg\, x}$

(j) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)}{sen\, x}$

(k) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - \cos x}{x}$

(l) $\lim\limits_{x \to +\infty} sen\left(\dfrac{1}{x}\right)\ln\left(\dfrac{1}{x}\right)$

(m) $\lim\limits_{x \to 0^+} (sen\, x)^x$

(n) $\lim\limits_{x \to 0^+} x^{sen\, x}$

15) Utilize os conceitos de derivadas para esboçar o gráfico das curvas a seguir.

(a) $y = x^3 + x$

(b) $y = x^4 + 4x^3$

(c) $y = \dfrac{1}{x^2-9}$

(d) $y = \sqrt{x^2+x-2}$

(e) $y = 3\, sen\, x - sen^3\, x$

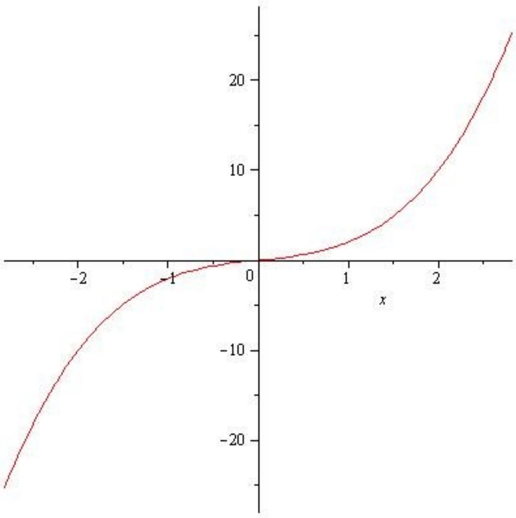
(f) $y = x\, tg\, x \qquad \dfrac{-\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$

(g) $y = e^{sen\, x}$

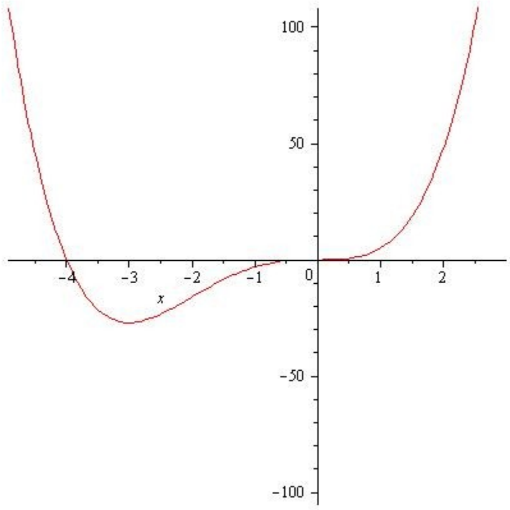
(h) $y = \ln(sen^2\, x)$

Respostas: 1) $N = 1$. **2)** $\left(\frac{-28}{17}, \frac{7}{17}\right)$. **3)** $\left(\frac{-1}{3}, \pm\frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$. **4)** Quadrado de lado $\frac{\sqrt{2}r}{2}$. **5)** $\frac{4\pi r^3}{3\sqrt{3}}$. **6)** 25 e 25. **7)** 1.250 . **8)** 500 in^3. **9)** 11250 yd^2. **10)** 128. **11)** $\frac{16\sqrt{3}}{9}$. **12)** Dois pedaços iguais dão área total mínima de 200 in^2. **13)** Raio: $\frac{2}{3}R$ e altura: $\frac{1}{3}H$. **14)** (a) 0; (b) 1; (c) 0; (d) $+\infty$; (e) $+\infty$; (f) $-\frac{2}{3}$; (g) 1; (h) 0; (i) 1; (j) 1; (k) 1; (l) 0; (m) 1; (n) 1.

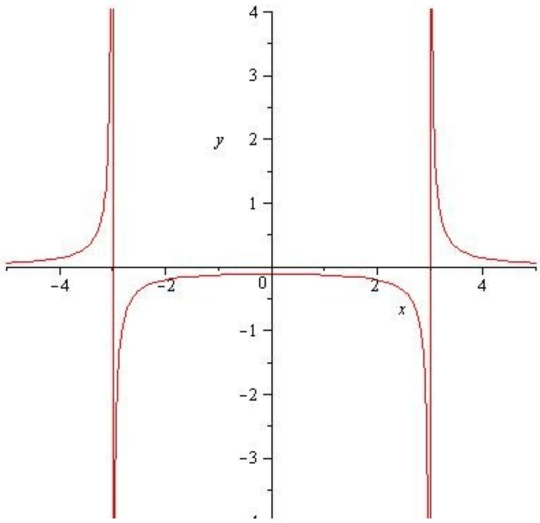
15) (a)



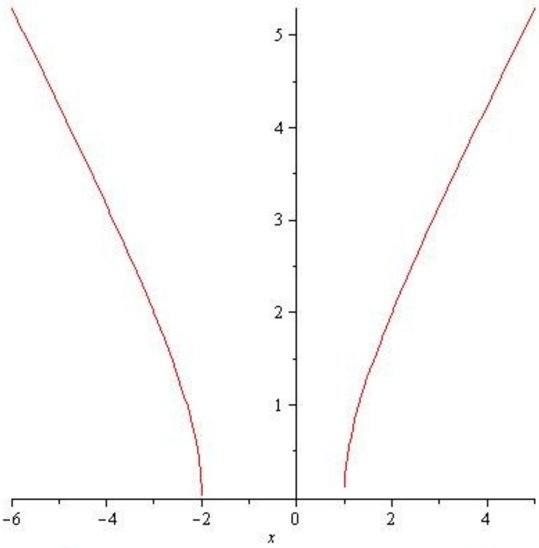
(b)



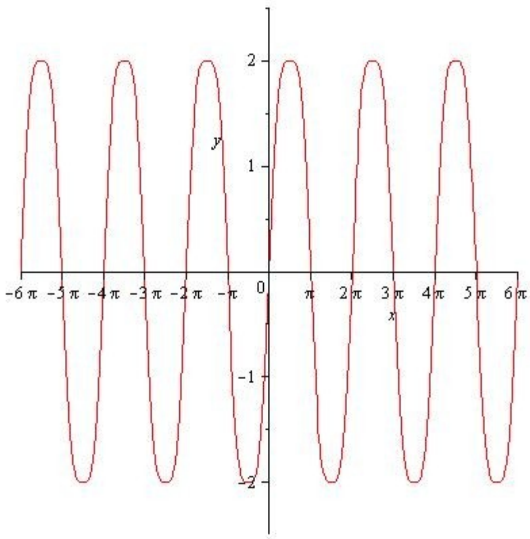
(c)



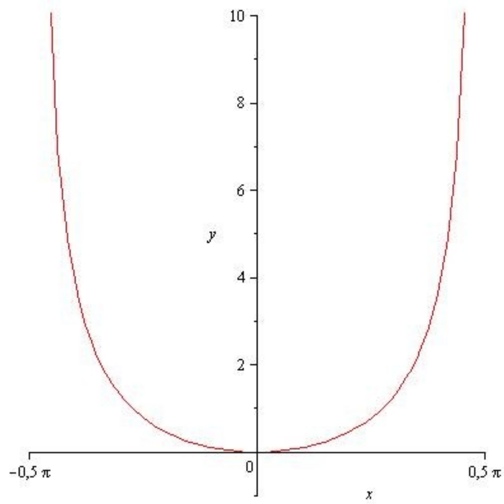
(d)



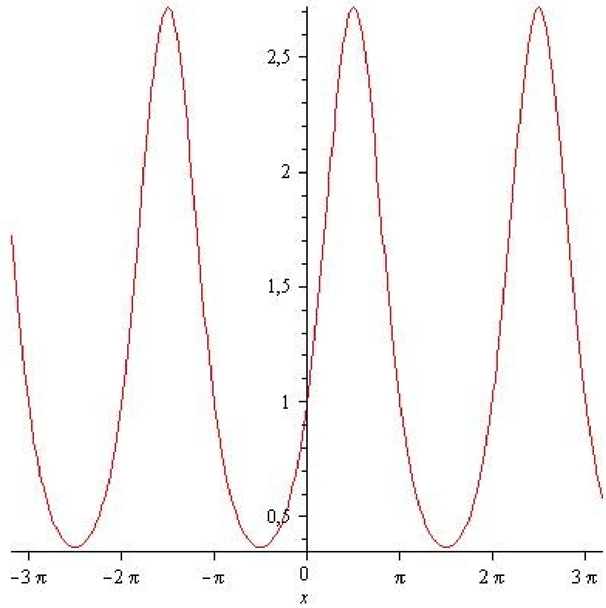
(e)



(f)



(g)



(h)