



# Conteúdo

1. Introdução
2. Listas
3. Pilhas e Filas
4. Árvores
5. Árvores de Pesquisa
  - Árvore Binária e Árvore AVL
  - Árvore N-ária e **Árvore B**
6. Tabelas de Dispersão (Hashing)
7. Métodos de Acesso a Arquivos
8. Métodos de Ordenação de Dados





# Árvores B





## Problema da Árvore N-ária de Pesquisa

- Uma Árvore N-ária de Pesquisa ou de Busca pode ficar **desbalanceada**.
- Exemplo:
  - $N = 4$
  - ordem de inclusão: 20-60-90-12-7-18-5-4-6-1-3

Alternativa de solução: **Árvore B**



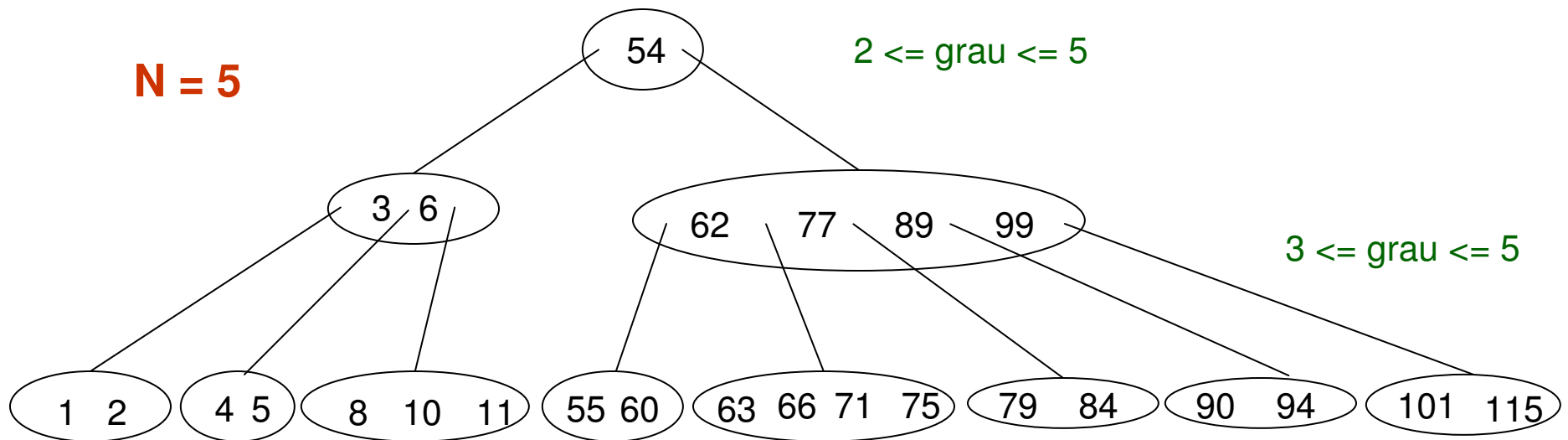
## Árvore B

Uma Árvore B é uma Árvore N-ária de Pesquisa com as seguintes características:

- a raiz tem pelo menos 2 filhos;
- os outros nodos tem pelo menos  $\lceil N/2 \rceil$  filhos
- todos os nodos folhas estão na mesma profundidade

# Exemplo de Árvore B

**N = 5**





## Inclusão em uma Árvore B

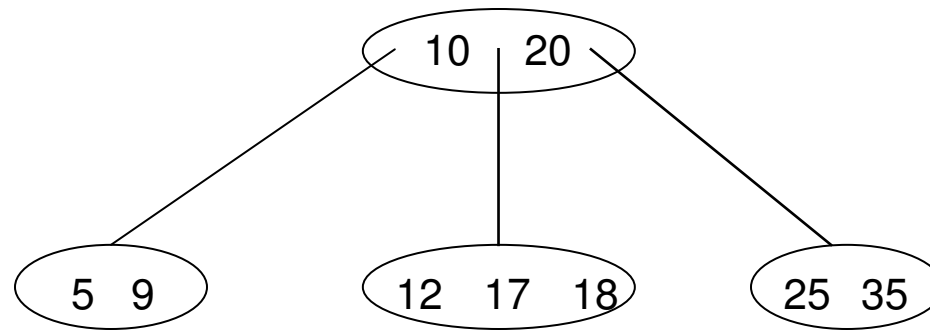
⇒ Inclusão de um elemento é feita sempre em nodo folha

- Se há espaço no nodo ele é ali inserido
- Caso o nodo esteja cheio:
  - Divisão do nodo (*Split*): o elemento central do nodo é enviado ao nodo pai para ser lá inserido.
  - O processo se repete até que não ocorram mais divisões ou que seja criada uma nova raiz → árvore cresce para cima



# Inclusão em uma Árvore B

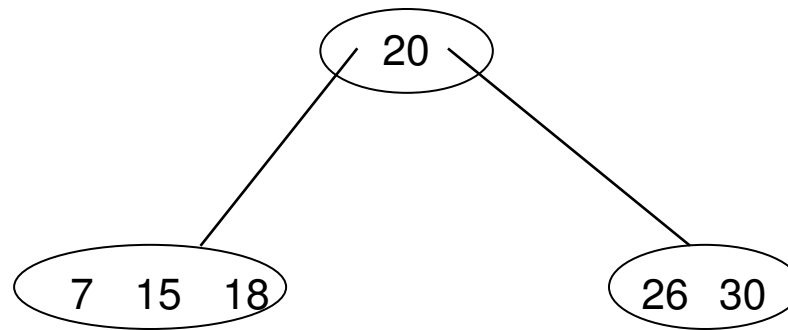
Exemplo:  $N = 5$



Incluir: 7, 19, 30, 1, 40, 15, 3, 33

# Inclusão em uma Árvore B

Exercício 1:  $N = 5$

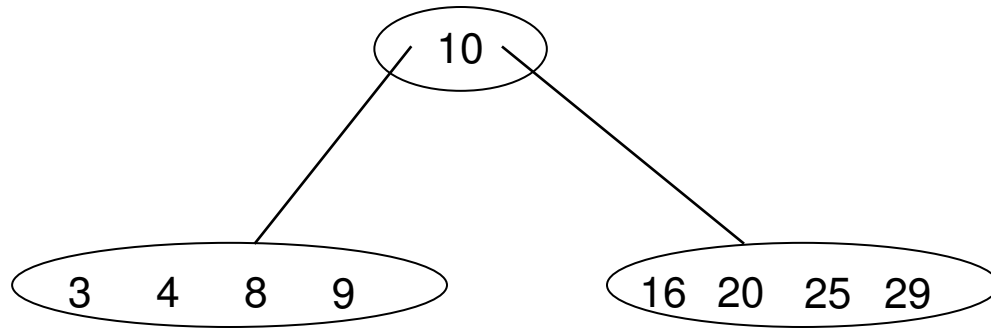


Incluir: 40, 10, 35, 22



# Inclusão em uma Árvore B

Exercício 2:  $N = 5$



Incluir: 14, 5, 30, 26, 40, 13, 15, 17



## Inclusão em uma Árvore B

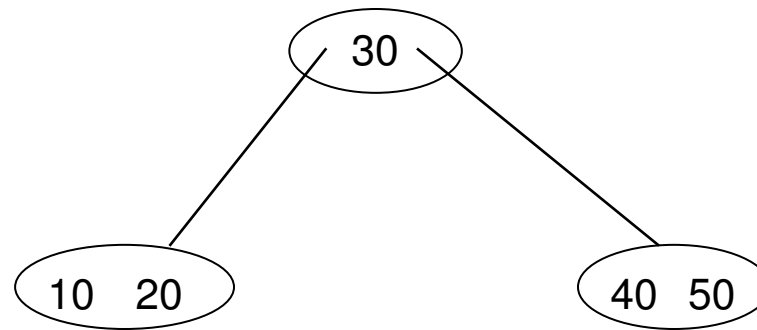
Exercício 3:  $N = 5$

Incluir: 20, 10, 40, 50, 30, 55, 3, 11, 4, 28, 36, 33, 52, 17, 25, 13, 45, 9, 43, 8, 48



# Inclusão em uma Árvore B

Exercício 4:  $N = 5$



Incluir: 15, 17, 19, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140



## Inclusão em uma Árvore B

Exercício 5:  $N = 5$

Incluir: 25, 45, 24, 38, 32, 8, 27, 46, 13, 42, 5, 22, 18, 26, 7, 15, 20, 30, 10, 28



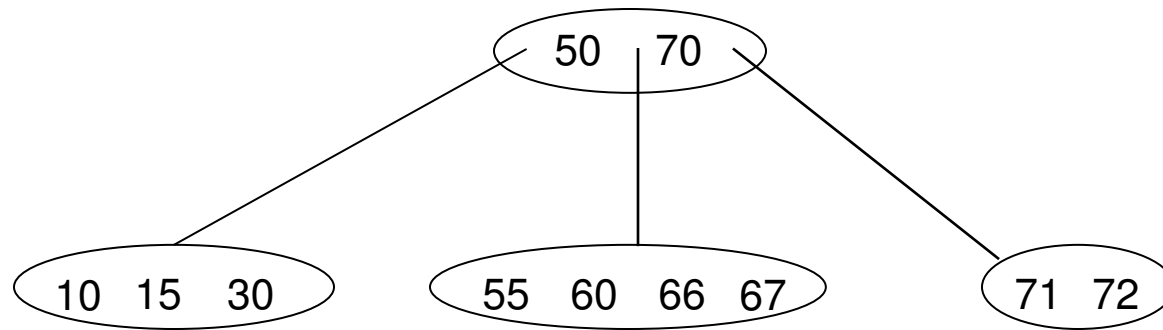
# Exclusão em uma Árvore B

## ⇒ Exclusão em nodo folha

- Retira o elemento e verifica se o número de elementos resultantes é  $\geq \lceil N/2 \rceil - 1$ .
- Se o número de elementos resultantes é  $\geq \lceil N/2 \rceil - 1$ 
  - Encerra procedimento
- Se o número de elementos resultantes é  $< \lceil N/2 \rceil - 1$ 
  - Pede chaves emprestadas (através do pai) ao irmão esquerdo ou direito
  - Se os irmãos não podem emprestar
    - o nodo funde-se com um dos irmãos e a chave do pai
    - repete o processo para os níveis superiores

# Exclusão em uma Árvore B

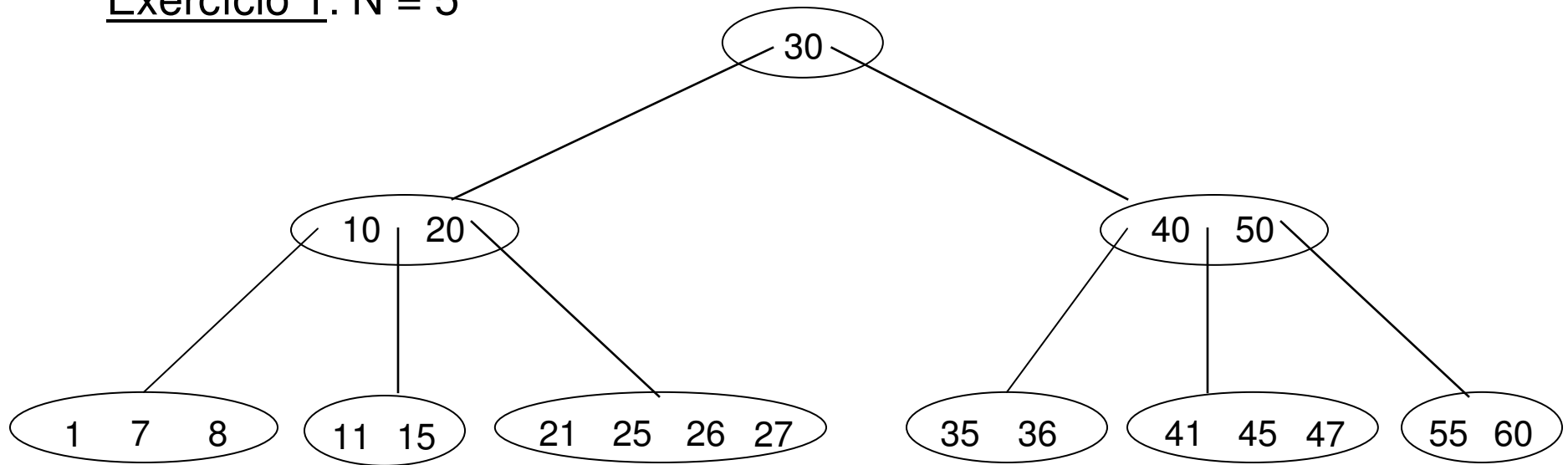
Exemplo:  $N = 5$



Excluir: 30, 72, 55, 66, 60, 70, 10

# Exclusão em uma Árvore B

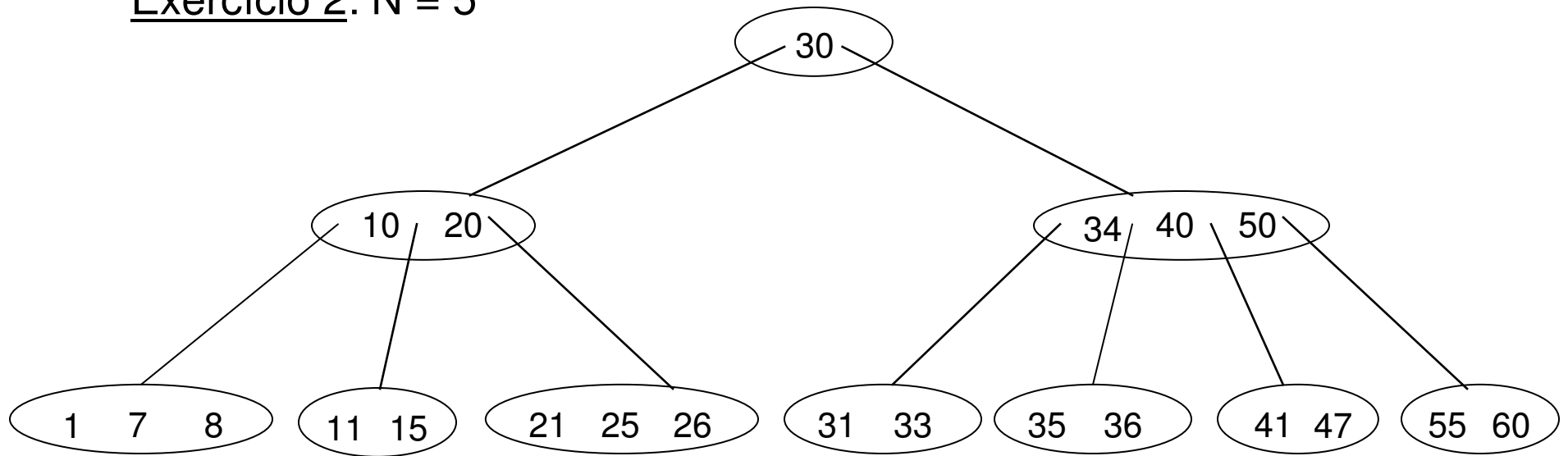
Exercício 1:  $N = 5$



Excluir: 45, 15, 27, 1, 55, 35, 50, 60, 36

# Exclusão em uma Árvore B

Exercício 2:  $N = 5$



Excluir: 15, 1, 55, 35, 50, 60, 36

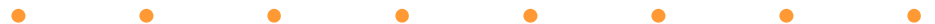




## Exclusão em uma Árvore B

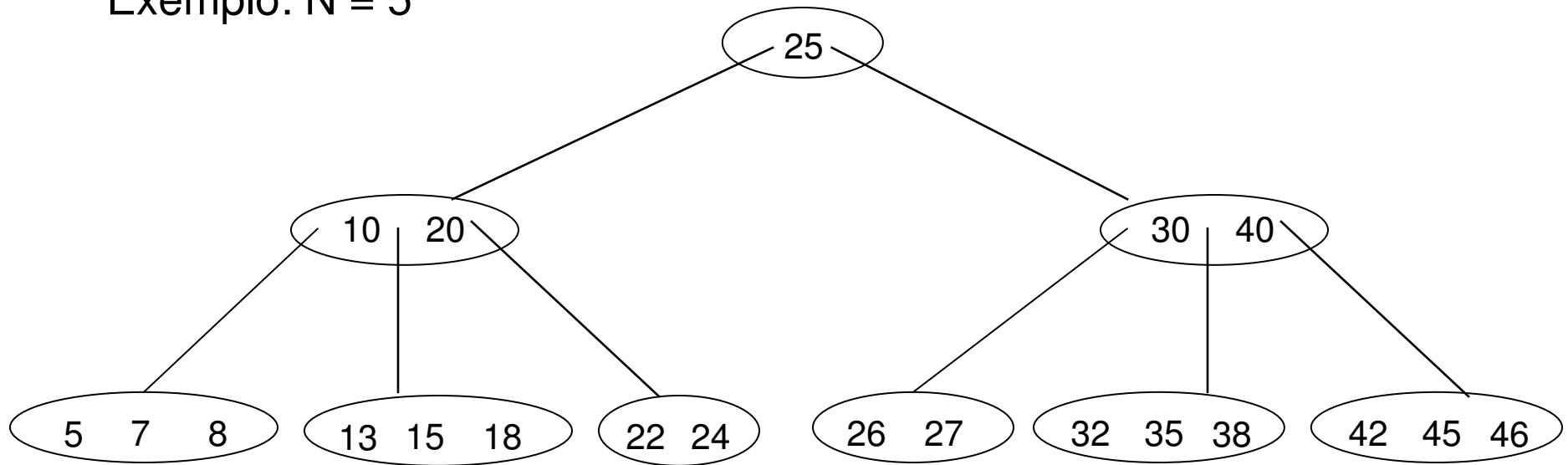
⇒ Exclusão em nodo não folha

- Transforma em exclusão em nodo folha substituindo a chave considerada pela chave adjacente da sub-árvore esquerda ou direita.



# Exclusão em uma Árvore B

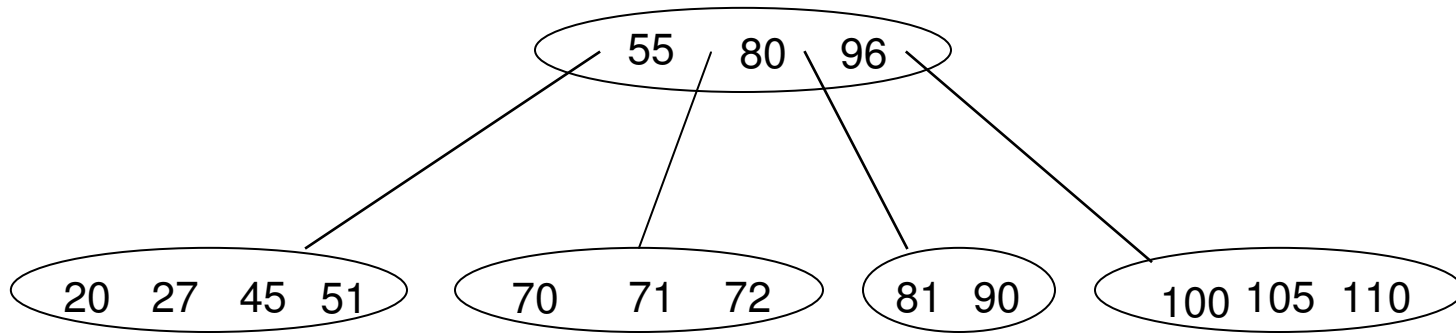
Exemplo:  $N = 5$



Excluir: 25, 45, 24, 38, 32, 8, 27, 46, 13, 42, 5, 22, 18, 26, 7, 35, 15

# Exclusão em uma Árvore B

Exercício 3:  $N = 5$



Excluir: 80, 55, 20, 105, 110, 90, 96, 100, 27, 70, 71



## Exclusão em uma Árvore B

Exercício 4:  $N = 5$

Incluir: 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 50, 49, 48, 47, 30, 31, 13, 14, 15

Excluir: 8, 10, 12, 30, 5, 11





## Exclusão em uma Árvore B

Exercício 5:  $N = 5$

Incluir: 20, 10, 40, 50, 30, 55, 3, 11, 4, 28, 33, 52, 17, 25, 13, 45, 9, 43, 8, 48

Excluir: 45, 30, 28, 50, 8, 10, 4, 20, 40, 55, 17, 33, 11, 3, 52

