Leis Operacionais

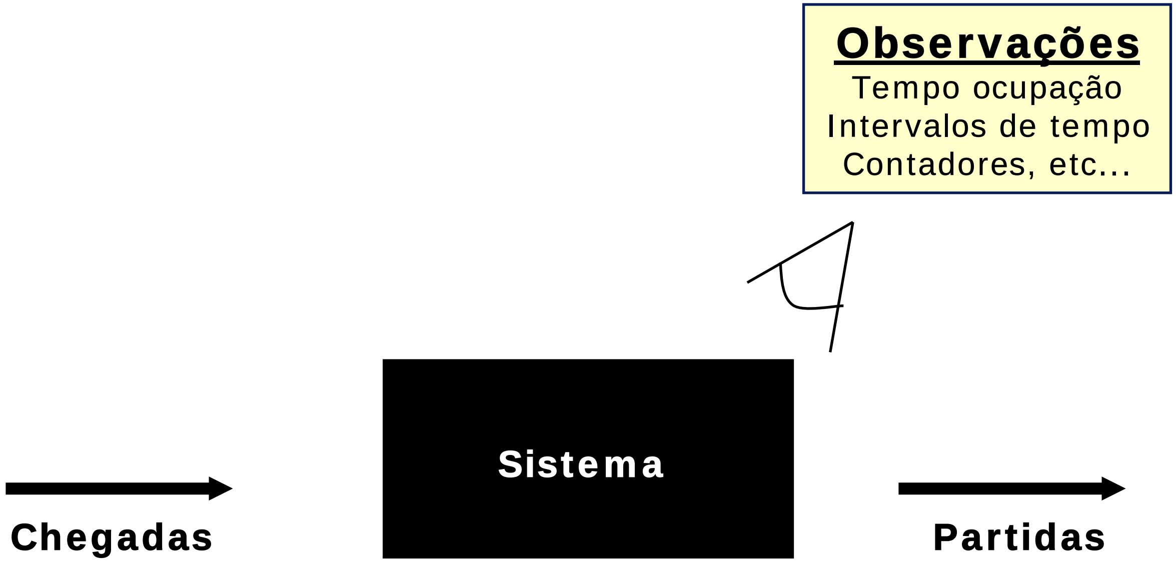
Referencia principal:

Freitas, P. J. <u>Introdução à Modelagem e Simulação de Sistemas</u>, 2ª Ed., Visual Books, 2008, Cap. 8.

Leis Operacionais

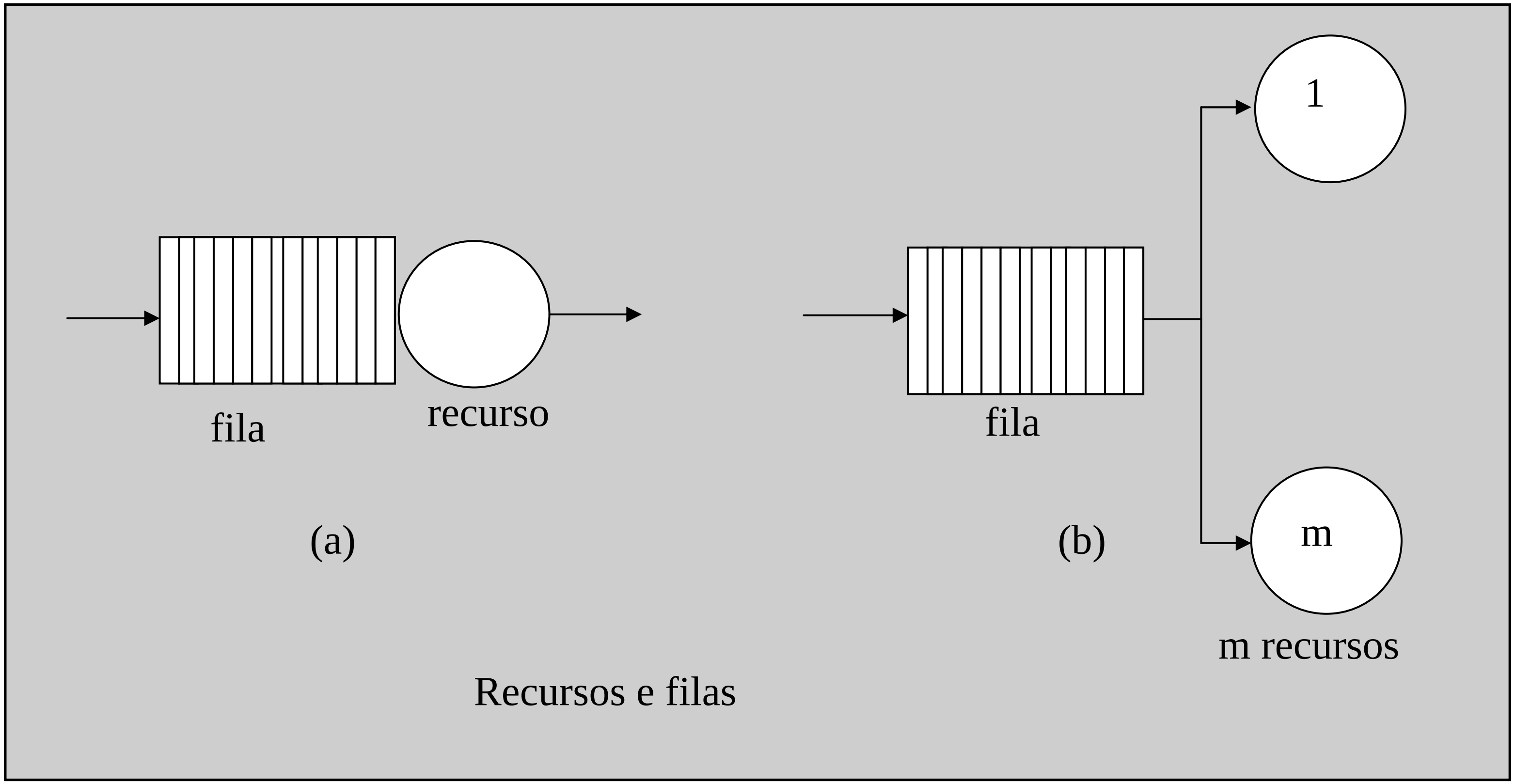
- O sistema é visto como uma *caixa-preta*, na qual as transações entram por um lado, são processadas durante algum período de tempo e deixam o sistema pelo outro lado.
- Não há necessidade de se obter parâmetros de distribuições de probabilidades sobre tempos entre chegadas e tempos de serviços.
- O uso das fórmulas implica na prévia medição do comportamento operacional dos sistemas (por isso o nome leis operacionais).
- Determina-se a performance média geral dos sistemas.

Leis Operacionais



Emprego de Regras Operacionais

Tipos de Sistemas de Filas Avaliados



Medidas da Operação do Sistema

Símbolo	**Significado**
A	Número de chegadas num sistema de fila
C	Número de entidades atendidas que partem do sistema de fila
T	Período de observação ou de medição
B	Tempo total em que o sistema permaneceu ocupado durante *T*

Medidas Essenciais e Leis Operacionais

Medições básicas e suas relações.

<u>*Taxa de chegadas*</u> *(λ)* → $\lambda = A/T$

Onde A é a quantidade de chegadas no sistema e T o período de tempo em que A foi medido.

Portanto, λ expressa a quantidade por unidade de tempo.

<u>*Throughput*</u> (X) → $X = C/T$

Quantidade produzida, realizada, servida, etc., de alguma coisa (produtos, transações, requisições, etc.) durante um determinado período de tempo.

Em certas circunstâncias considera-se $\lambda = X$. Quando tal não é possível, é preciso distinguir λ de X.

Medidas essenciais e Leis operacionais

Tempo médio de serviço (S) → $S = B/C$

S é a quantidade média de tempo que o sistema de fila necessita para servir uma entidade.

Taxa média de utilização do sistema (U) → $U = B/T$

Relação entre duas medidas de tempo (%).

Com base nas quatro medidas essenciais (A, C, T e B) e nas suas quatro principais relações (λ, X, S e U) se estabelecem às regras ou leis operacionais.

Leis Operacionais

- Baseiam-se em seis leis:

Lei da Utilização
Lei do Fluxo Forçado
Lei da Demanda de Serviço
Lei de Little.
Lei do Tempo de Resposta
Lei do Tempo de Resposta Interativo

Lei da Utilização

- Considere que C entidades são servidas durante o período T de observação da operação do sistema
- Considere o *throughput* definido como $X = C/T$.
- Pode-se reescrever U como segue:

$$U = (C/T).(B/C) = X.S$$

- Relembrando que no *Equilíbrio de Fluxo* (sistema balanceado) $\lambda = X$, pode-se então escrever:

$$\boxed{U = X.S = \lambda.S}$$

- Para recursos com múltiplas filas

$$\boxed{Ui = Xi.Si\ /m}$$

Lei da Utilização - Exemplo 1

- Um segmento de rede transmite 1.000 pacotes/seg. Cada pacote possui um tempo médio de transmissão (S) de 0,15 mseg. Qual é a utilização média deste segmento de rede?

$$\textit{Throughput} = X = 1000 \text{ pacotes/seg}$$

$$S = 0{,}15 \text{ mseg}$$

- Fazendo uso da Lei da utilização, teremos:

$$\text{Utilização do segmento de LAN} = U_i = X_i . S_i$$

$$U_i = 1.000 \times 0{,}00015 = 0{,}15 = 15\%$$

Lei da Utilização - Exemplo 2

- Durante um intervalo de observação, um servidor de Banco de Dados monitorado executa 45 transações de pesquisa (search) por segundo.
- Cada transação leva, em média, 0,019 seg para ser executada. Qual é a utilização média do servidor durante este período?

$$\textit{Throughput} = X = 45 \ tps$$

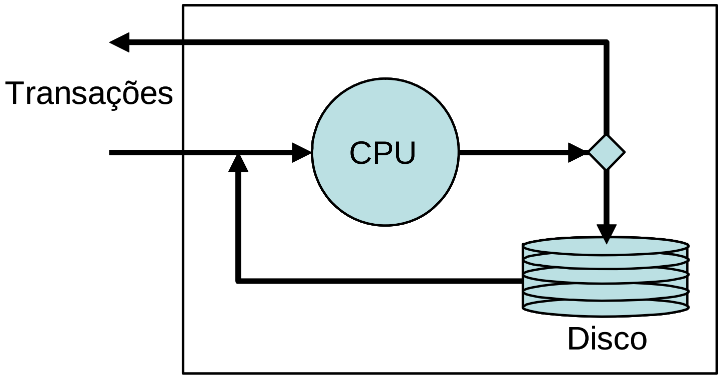
$$S = 0{,}019 \text{ seg}$$

- Fazendo uso da Lei da utilização, teremos:
- Utilização do servidor BD =

= 45 trans/seg x 0,019 seg/trans = 0,855 = 85,5%

Lei do Fluxo Forçado

- Esta lei relaciona o *throughput* do sistema (X) com o *throughput* individual (X_i) de um recurso i pertencente a este sistema.
- Por exemplo, considere um servidor que possui dois recursos: uma CPU e um Disco. Uma transação recebida pelo servidor pode passar inúmeras vezes pela CPU e pelo Disco para ser integralmente processada e realizar operações de *IO*.



Lei do Fluxo Forçado

- Define-se V_i como o número de visitas realizadas por uma transação ao recurso i
- Se *X* transações são realizadas por unidade de tempo, V_i x *X* transações visitarão o *sistema de fila i* por unidade de tempo.
- Desta forma, o *throughput* médio do *sistema de fila i* *(X_i),* será V_i x *X*.
- Este resultado é conhecido como *Lei do Fluxo Forçado* e é denotada por:

$$\boxed{X_i = V_i \times X}$$

Lei do Fluxo Forçado - Exemplo 3

- O servidor de base de dados (DBServer) do sistema C/S visto anteriormente, realiza uma media de 4,5 operações de I/O por transação que recebe.
- O servidor foi monitorado durante uma hora, período em que executou 7.200 transações.
- Com base nestas informações, responda:

  - ✓ Qual o *throughput* médio do disco do servidor?
  - ✓ Se cada I/O realizado no disco gasta na média 20 mseg, qual a utilização média do disco?

Lei do Fluxo Forçado - Exemplo 3

- O *throughput* do DBServer, $X = 7.200 / 3.600 = 2$ tps.
- O número médio de visitas ao disco, V_d é 4,5.
  - ✓ Usando a *Lei do Fluxo Forçado* obtemos o *throughput* do disco:

$$\boxed{X_d = V_d \times X_0 = 4{,}5 \times 2 = 9 \text{ tps}}$$

- Para computar a utilização do disco, U_d, aplicamos a *Lei da Utilização* obtendo:

$$\boxed{U_d = X_d \times S_d = 9 \times 0{,}020 = 0{,}18 = 18\%}$$

Lei do Fluxo Forçado – Exemplo 4

- Durante um intervalo de 1200 seg, um site de comercio eletrônico é monitorado, revelando que 4.800 *trans*. foram realizadas.
- Uma transação típica realiza, em média, 5,2 visitas ao servidor Web e 3,8 visitas ao servidor BD.
- O tempo médio de serviço no primeiro é de 35 mseg. e no segundo é de 59 mseg.
- Qual o throughput dos servidores durante o intervalo de medição?

Lei do Fluxo Forçado – Exemplo 4

O throughput do site de comercio eletrônico é:

X = 4.800 / 1.200 = 4 tps (transações por segundo)

Número médio de visitas aos servidores:

V_{ws} = 5,2 visitas (servidor Web)

V_{BD} = 3,8 visitas (servidor BD)

Throughput dos servidores durante o intervalo de medição?

$X_{BD} = V_{BD} \times X = 3{,}8 \times 4 = 15{,}2$ tps

$X_{WS} = V_{WS} \times X = 5{,}2 \times 4 = 20{,}8$ tps

Lei da Demanda de Serviço

- A demanda de serviço D_i, pode ser definida como:

$$\boxed{D_i = V_i \times S_i.}$$

- Portanto, relaciona o **número de visitas** (V_i) a um *recurso do sistema i* com o tempo necessário de serviço (S_i) em cada visita.

- Outra forma de definirmos a D_i, é relacioná-la ao ***throughput*** e a **utilização** do sistema, combinando as duas leis anteriores, como segue:

$$\boxed{D_i = V_i \times S_i = (X_i \,/\, X)\,(U_i \,/\, X_i) = U_i \,/\, X}$$

Lei da Demanda de Serviço - Exemplo 5

- Qual a demanda por serviço do disco do exemplo 3?
  - ✓ Pela *Lei da Demanda de Serviço* temos:

$$D_d = U_d \, / \, X = 0{,}18/2 \text{ tps} = 0{,}09 \text{ seg.}$$

- Resultado que poderia também ter sido obtido por:

$$D_d = V_d \times S_d = 4.5 \times 0{,}020 = 0{,}09 \text{ seg.}$$

Lei da Demanda de Serviço - Exemplo 6

- Qual a demanda média por serviço dos dois servidores do exemplo 4?

  - ✓ Pela *Lei da Demanda de Serviço* temos:

$$D_{WS} = V_{WS} \text{ x } S_{WS} = 5.2 \text{ x } 0{,}035 = 0{,}182 \text{ seg.}$$

$$D_{BD} = V_{BD} \text{ x } S_{BD} = 3.8 \text{ x } 0{,}059 = 0{,}224 \text{ seg.}$$

- Qual a utilização média dos dois servidores do exemplo 4?

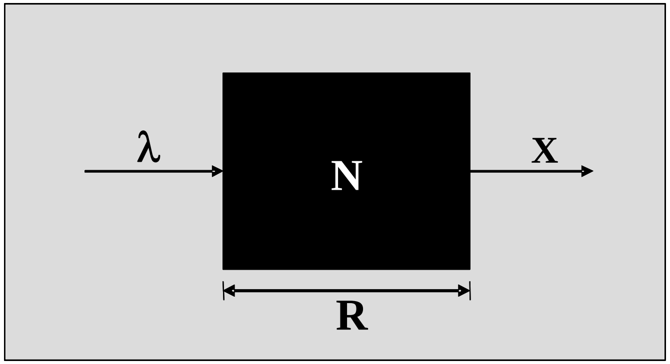
  - ✓ Pela mesma *Lei da Demanda de Serviço* temos:

$$U_{WS} = D_{WS} \text{ x } X_0 = 0{,}182 \text{ x } 4 \text{ tps} = 0{,}728 = 72{,}8\%$$

$$U_{BD} = D_{BD} \text{ x } X_0 = 0{,}224 \text{ x } 4 \text{ tps} = 0{,}896 = 89{,}6\%$$

Lei de Little

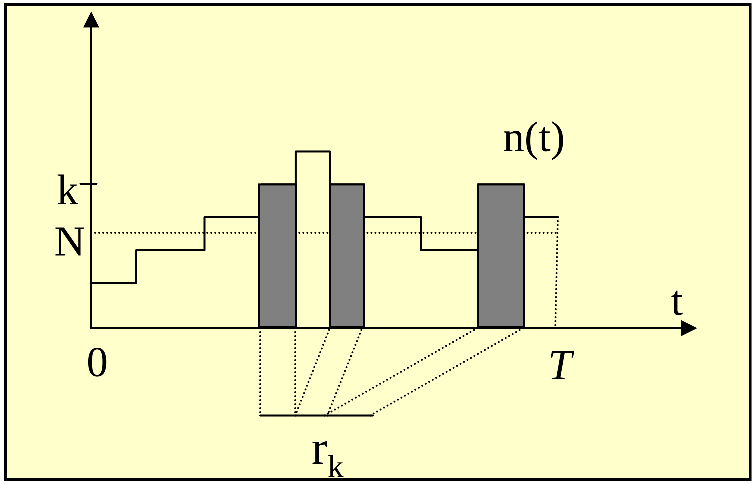
- A **caixa-preta** representa um sistema qualquer, desde um simples processador, disco ou até mesmo, uma rede inteira.



- Os “clientes” entram na caixa-preta e nela despendem *R* seg.
- A taxa média de partidas, isto é, o *throughput* da caixa-preta, é ***X*** clientes/seg. e o número médio de clientes na caixa é ***N***.
- O que a ***Lei de Little*** argumenta é que $N = X.R$

Lei de Little

- A figura apresenta o número de clientes, ***n(t)***, na caixa-preta no tempo ***t***.
- Observa-se o fluxo de clientes desde o tempo 0 até o tempo *T*.
- O número médio de clientes durante este intervalo será a soma de todos os produtos na forma ***k* x *f*$_k$**, onde
  - ✓ ***k*** é o número de clientes na caixa-preta
  - ✓ ***f*$_k$** é a fração de tempo em que os *k* clientes se encontram na caixa-preta.



Observe que a fração de tempo é um valor dado por ***r*$_k$ / *T***.
Onde, **r$_k$** é o tempo total em que temos k clientes no sistema ou na caixa-preta. Portanto:

$$N = \sum_k k \times f_k = \sum_k k \times r_k / T$$

Lei de Little

- Multiplicando e dividindo os termos do lado direito da equação por C_0, o número de clientes que deixam a caixa-preta no intervalo [0, T] e rearranjando a equação:

$$N = \frac{C_0}{T} \times \frac{\sum_k k \times r_k}{C_0}$$

Observe que a relação C_0 / T é de fato o *throughput* X do sistema.

Já o somatório da última parcela da equação é o número total de clientes acumulados no sistema (**clientes x segundos**).

Dividindo o somatório pelo número total C_0 de clientes completados, se obtém o tempo médio R, que cada cliente despendeu na caixa-preta.

Portanto, conforme a ***Lei de Little***:

$$\boxed{N = X \, . \, R}$$

Lei de Little - Exemplo 7

- Um servidor de arquivos de uma rede foi monitorado durante 30 min. e o número de requisições de I/O operadas durante este período foi de **10.800**. O número médio de requisições ativas no servidor foi determinado como sendo **3**.
- Determine qual o tempo médio de resposta a cada requisição que chega ao servidor.

  - ✓ O *throughput* médio ***X*** observado é fornecido pela relação:

    10.800 / 1.800 = 6 req./ seg.

  - ✓ Pela *Lei de Little*, temos: tempo médio de resposta $R = N / X$.

    $R = 3/6 = 0{,}5$ seg..

Lei de Little - Exemplo 8

- Considere um roteador interligando duas LANs.
- Considere que sua *latência* seja de **200 µseg./pacote** processado.
- Considere que o fluxo de pacotes (*throughput*) de uma LAN para a outra seja de na média de **30.000 pacotes / seg**.
- Calcule qual o número médio de pacotes que se encontram no roteador.

- Aplica-se a *Lei de Little*:

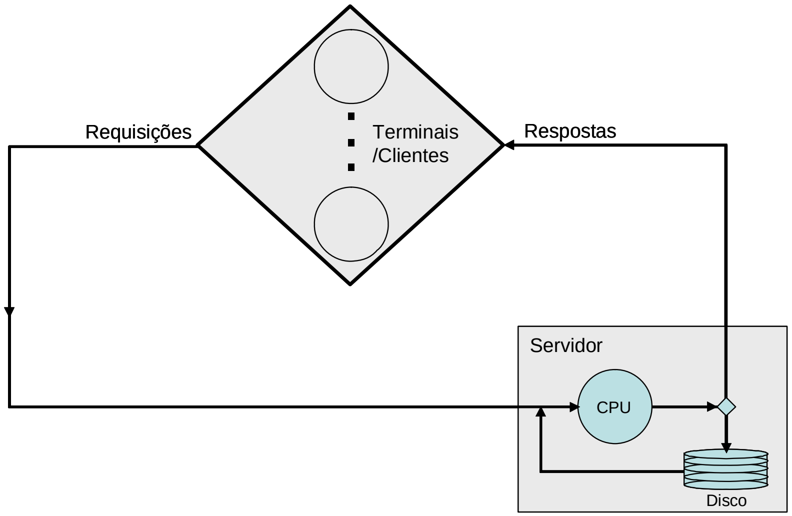
- *Número médio de pacotes = N = throughput (X)* x *latência (R)*.

$\boxed{N = 30.000 \times 0{,}0002 = 6 \textit{ pacotes}}$

Lei do Tempo de Resposta

- Definida a partir da Lei de Litle.
- Considere clientes compartilhando os serviços de um Servidor.
- A Lei do Tempo de Resposta estabelece que o tempo total de uma transação em um sistema de filas (tempo de residência) é igual à soma dos produtos dos tempos por visita e o numero de visitas a cada recurso, parte ou subsistema que compõem este sistema.

$$R = \sum_{i}^{m} R_i V_i$$



Exemplo 8.10

- A um servidor de banco de dados chegam transações para serem processadas.
- O servidor é composto de uma CPU e dois discos (D1 e D2).
- Em uma hora 15.000 transações foram monitoradas.
- Em média, cada transação processada faz uso de 50 milisegundos da CPU e realiza, em média, 8 visitas (para operações de IO) no Disco 1 e 10 visitas ao Disco 2.
- No *log* de monitoração observa-se que, em média, cada operação de IO leva 15 ms no Disco 1 e 10 ms no Disco 2.
- Apura-se também que, em média, encontram-se 9,5 processos na CPU, 2,8 processos no Disco 1 e 2,5 processos no Disco 2.
- Calcule o tempo de resposta do servidor.

Exemplo 8.10

- Dados:

$$V_{D1} = 8; \quad V_{D2} = 10; \quad S_{D1} = 15 \text{ ms}; \quad S_{D2} = 10 \text{ ms}$$

- Solução

Cada requisição visita a CPU antes de visitar um disco ou retornar a um cliente (usuário):

$$V_{CPU} = 8 + 10 + 1 = 19$$

As demandas por serviços de cada um dos recursos deste sistema são:

$$D_{CPU} = 0{,}05 \text{ seg.}$$

$$D_{D1} = S_{D1} \text{ x } V_{D1} = 0{,}015 \text{ x } 8 = 0{,}12 \text{ seg.}$$

$$D_{D2} = S_{D2} \text{ x } V_{D2} = 0{,}010 \text{ x } 10 = 0{,}10 \text{ seg.}$$

Exemplo 8.10

Os *throughputs*, do sistema e dos recursos, são calculados com o emprego da Lei do Fluxo Forçado:

$$X = 18000 / 3600 = 5 \text{ tps.}$$

$$X_{CPU} = X.V_{CPU} = 5 \text{ x } 19 = 95 \text{ req/seg.}$$

$$X_{D1} = X.V_{D1} = 5 \text{ x } 8 = 40 \text{ req/seg.}$$

$$X_{D2} = X.V_{D2} = 5 \text{ x } 10 = 50 \text{ req/seg.}$$

A utilização dos recursos pode ser computada com a aplicação da Lei da Utilização.

$$U_{CPU} = X.D_{CPU} = 5 \text{ x } 0{,}05\text{seg} = 25\%$$

$$U_{D1} = X.D_{D1} = 5 \text{ x } 0{,}12\text{seg} = 60\%$$

$$U_{D2} = X.D_{D2} = 5 \text{ x } 0{,}10\text{seg} = 50\%$$

Exemplo 8.10

Considere a informação sobre o número de processos em cada um dos recursos. Pode-se calcular o tempo de resposta de cada um deles pela Lei de Little.

$$N_{CPU} = 9{,}5 \text{ processos}; \; N_{D1} = 2{,}8 \text{ processos e } N_{D2} = 2{,}5 \text{ processos}$$

$$R_{CPU} = N_{CPU} / X_{CPU} = 9{,}5 \text{ x } 95 = 0{,}1 \text{ seg.}$$

$$R_{D1} = N_{D1} / X_{D1} = 2{,}8 \text{ x } 40 = 0{,}07 \text{ seg.}$$

$$R_{D2} = N_{D2} / X_{D2}. = 2{,}5 \text{ x } 50 = 0{,}05 \text{ seg.}$$

Para o tempo de resposta do servidor usa-se a Lei Geral do Tempo de Resposta:

$$V_{CPU} = 19; \quad V_{D1} = 8; \quad V_{D2} = 10;$$

$$R = R_{CPU}.V_{CPU} + R_{D1}.V_{D1} + R_{D2}.V_{D2} =$$

$$R = 0{,}1 \text{ x } 19 + 0{,}07 \text{ x } 8 + 0{,}05 \text{ x } 10$$

$$R = 1{,}9 + 0{,}56 + 0{,}5 = 2{,}96 \text{ seg}$$

Lei do Tempo de Resposta Interativo

- Aplicada a sistemas que apresentam processos interativos com tempo de raciocínio (Z)
- O tempo de ciclo de uma transação será R + Z
- Para um tempo de observação T, cada cliente realiza: T / (R + Z) requisições
- Throughput do Sistema = *X* = *Número Total de Requisições / Tempo Total*

$$X = N[T / (R + Z)] / T$$

$$\boxed{X = N / (R + Z)}$$

$$\boxed{R = (N / X) - Z}$$

Exemplo 8.11

- Um sistema cliente-servidor é monitorado durante 15 minutos
- Neste período foram realizadas 450 requisições.
- Neste sistema encontram-se, 15 usuários.
- O tempo médio entre uma requisição e outra é de 20 segundos.
- Qual é o tempo de resposta médio deste sistema?
- Dados:

  T = 900 seg.; Requisições = 450; N = 15; Z = 20.

- Solução:

$$\textit{Throughput} = X = 450/900 = 0{,}5$$

$$R = (N / X) - Z = (15 / 0{,}5) - 20 = 30 - 20 = 10 \text{ seg}$$

Exercícios

- Resolva os exercícios de leis Operacionais da lista fornecida