

### 3) LÓGICA E MÉTODOS DE PROVA

#### ***\*3.1) Elementos de Lógica Proposicional\****

*3.2) Elementos de Lógica de Primeira Ordem*

*3.3) Métodos de Prova*

#### LISTA DE EXERCÍCIOS

1. (*Kolman5-seção 2.1-ex.1*) Quais declarações abaixo são proposições?
  - (a) 2 é um número positivo?
  - (b)  $x^2 + x + 1 = 0$
  - (c) Estude Lógica.
  - (d) Vai fazer sol em janeiro.
  - (e) Se tiver queda na bolsa, eu perderei dinheiro.
2. (*Kolman5-seção 2.1-exs.2 e 3*) Forneça a negação das seguintes proposições:
  - (a)  $2+7 \leq 11$
  - (b) 2 é um inteiro par e 8 é um inteiro ímpar
  - (c) Vai chover amanhã ou não vai fazer sol amanhã.
  - (d) Se você dirigir, eu irei a pé.
3. (*Kolman5-seção 2.1-exs.4 e 5*) Em cada caso abaixo, forme a conjunção e a disjunção de  $p$  e  $q$ .
  - (a)  $p$ :  $3+1<5$                        $q$ :  $7 = 3 \times 6$
  - (b)  $p$ : eu sou rico                       $q$ : eu sou feliz
  - (c)  $p$ : eu vou de carro                       $q$ : eu vou chegar atrasado
4. (*Kolman5-seção 2.1-ex.6*) Determine o valor verdade de cada uma das seguintes proposições:
  - (a)  $2<3$  e 3 é um inteiro positivo
  - (b)  $2\geq 3$  e 3 é um inteiro positivo
  - (c)  $2<3$  e 3 não é um inteiro positivo
  - (d)  $2\geq 3$  e 3 não é um inteiro positivo
5. (*Kolman5-seção 2.1-ex.7*) Determine o valor verdade de cada uma das seguintes proposições:
  - (a)  $2<3$  ou 3 é um inteiro positivo
  - (b)  $2\geq 3$  ou 3 é um inteiro positivo
  - (c)  $2<3$  ou 3 não é um inteiro positivo
  - (d)  $2\geq 3$  ou 3 não é um inteiro positivo

6. (Kolman5-seção 2.1-ex.10) Qual é a negação da proposição “2 é par e -3 é negativo”?
- (a) 2 é par e -3 não é negativo
  - (b) 2 é ímpar e -3 não é negativo
  - (c) 2 é par ou -3 não é negativo
  - (d) 2 é ímpar ou -3 não é negativo
7. (Kolman5-seção 2.1-ex.11) Qual é a negação da proposição “2 é par ou -3 é negativo”?
- (a) 2 é par ou -3 não é negativo
  - (b) 2 é ímpar ou -3 não é negativo
  - (c) 2 é par e -3 não é negativo
  - (d) 2 é ímpar e -3 não é negativo
8. (Kolman5-seção 2.2-ex.3) Estabeleça o converso de cada uma das seguintes implicações:
- (a) Se  $2+2=4$ , então eu não sou o presidente do Brasil.
  - (b) Se eu não sou o presidente do Brasil, então eu vou a pé para o trabalho.
  - (c) Se eu estou atrasado, então eu perdi o ônibus para o trabalho.
  - (d) Se eu tiver tempo e não estiver muito cansado, então eu vou para o shopping.
  - (e) Se eu tiver dinheiro suficiente, então eu vou comprar um carro e vou comprar uma casa.
9. (Kolman5-seção 2.2-ex.4) Estabeleça a contrapositiva de cada uma das implicações do exercício anterior.
10. (Kolman5-seção 2.2-ex.5) Determine o valor verdade de cada uma das seguintes proposições:
- (a) Se 2 é par, então São Paulo tem uma população numerosa.
  - (b) Se 2 é par, então São Paulo tem poucos habitantes.
  - (c) Se 2 é ímpar, então São Paulo tem uma população numerosa.
  - (d) Se 2 é ímpar, então São Paulo tem poucos habitantes.

Para os próximos 2 exercícios, assuma o seguinte:

$p$  : Eu vou estudar estruturas discretas.       $q$  : Eu vou ao cinema.       $r$  : Eu estou de bom humor.

11. (Kolman5-seção 2.2-ex.6) Escreva as seguintes proposições em termos de  $p$ ,  $q$  e  $r$  e de conectivos lógicos.
- (a) Se eu não estou de bom humor, então eu vou ao cinema.
  - (b) Eu não vou ao cinema e eu vou estudar estruturas discretas.
  - (c) Eu vou ao cinema somente se eu não estudar estruturas discretas.
  - (d) Se eu não estudar estruturas discretas, então eu não estou de bom humor.
12. (Kolman5-seção 2.2-ex.7) Escreva em português as sentenças correspondentes às proposições:
- (a)  $((\neg p) \wedge q) \Rightarrow r$
  - (b)  $r \Rightarrow (p \vee q)$
  - (c)  $(\neg r) \Rightarrow (\neg q \vee p)$
  - (d)  $(q \wedge (\neg p)) \Leftrightarrow r$

13. (*Kolman5-seção 2.2-exs.10-12*) Examinando as tabelas-verdade, determine se cada uma das seguintes proposições é uma tautologia, uma contingência ou uma contradição.
- (a)  $p \wedge \neg p$
  - (b)  $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
  - (c)  $q \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
  - (d)  $q \vee (\neg q \wedge p)$
  - (e)  $(q \wedge p) \vee (q \wedge \neg p)$
  - (f)  $(p \wedge q) \Rightarrow p$
  - (g)  $p \Rightarrow (q \wedge p)$
14. (*Kolman5-cap. 2-“Key ideas for review”*) **Rever** todos os **conceitos** de lógica proposicional apresentados em aula: proposição, variável proposicional, proposição composta, conectivos lógicos, conjunção, disjunção, condicional, bicondicional, inversa, conversa, contrapositiva, equivalência, tautologia, contradição, contingência, equivalência lógica.
15. (*Extras*) Para cada par de proposições  $P$  e  $Q$  abaixo, estabelecer se  $P \Leftrightarrow Q$ :
- (a)  $P = p, \quad Q = p \vee q$
  - (b)  $P = p \wedge q, \quad Q = \neg p \vee \neg q$
  - (c)  $P = p \wedge q, \quad Q = p \vee \neg q$
  - (d)  $P = p \wedge (\neg q \vee r), \quad Q = p \vee (q \wedge \neg r)$
  - (e)  $P = p \wedge (q \vee r), \quad Q = (p \vee q) \wedge (p \wedge r)$
  - (f)  $P = p \rightarrow q, \quad Q = \neg q \rightarrow \neg p$
  - (g)  $P = p \rightarrow q, \quad Q = q \leftrightarrow p$
  - (h)  $P = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r), \quad Q = p \rightarrow r$
  - (i)  $P = (p \rightarrow q) \rightarrow r, \quad Q = p \rightarrow (q \rightarrow r)$
  - (j)  $P = (s \rightarrow (p \wedge \neg r)) \wedge ((p \rightarrow (r \vee q)) \wedge s), \quad Q = p \vee t$