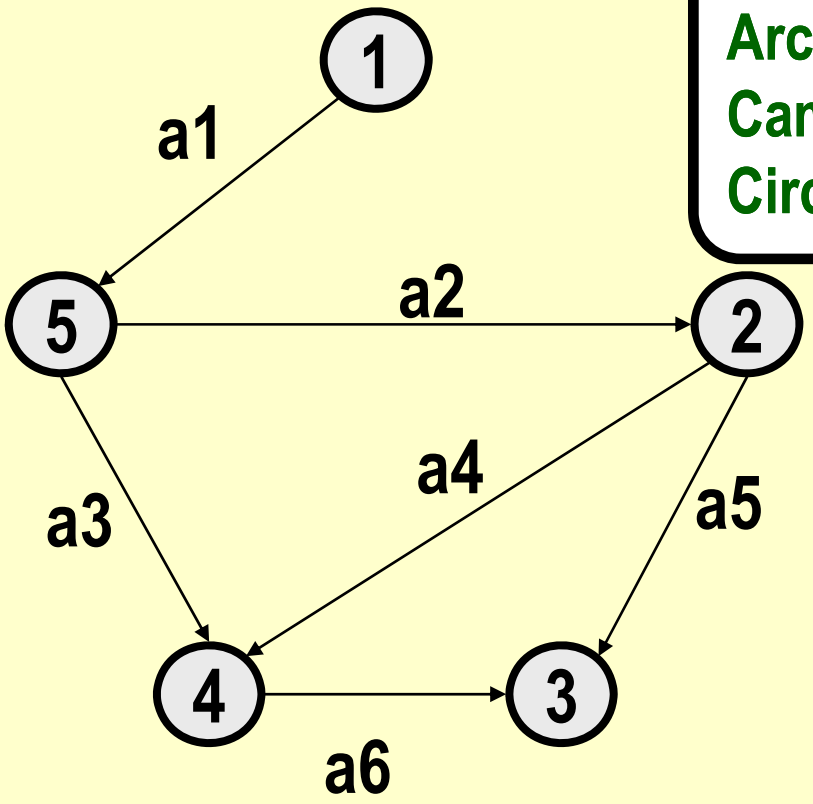
Grafos – aula 2

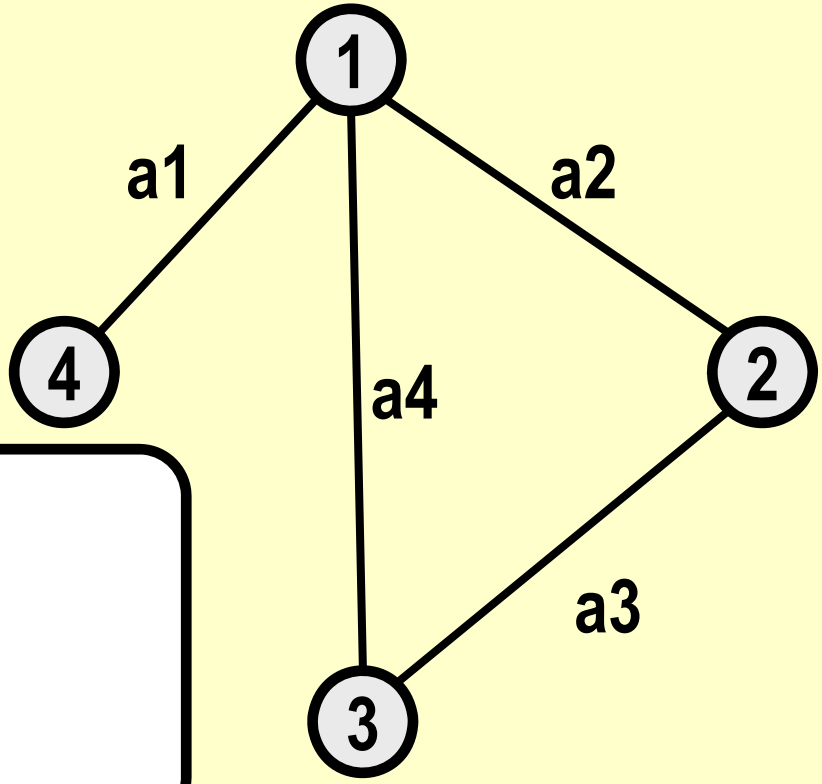
Caminhamentos

Grafo orientado



a = (v1,v2)
Arco
Caminho
Circuito

Grafo não-orientado



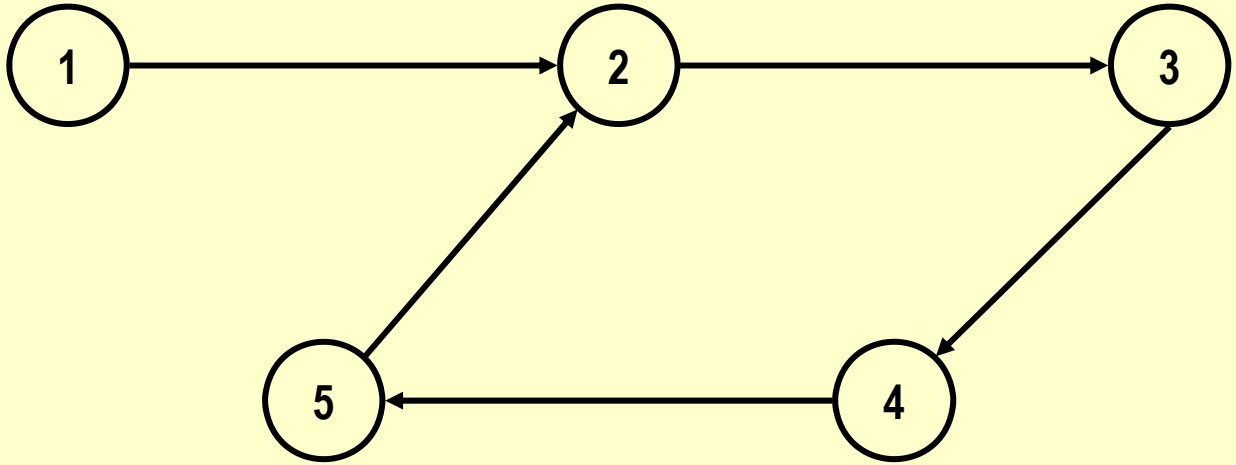
a = {v1,v2}
Aresta
Cadeia
Ciclo

Algoritmos

Problemas principais:

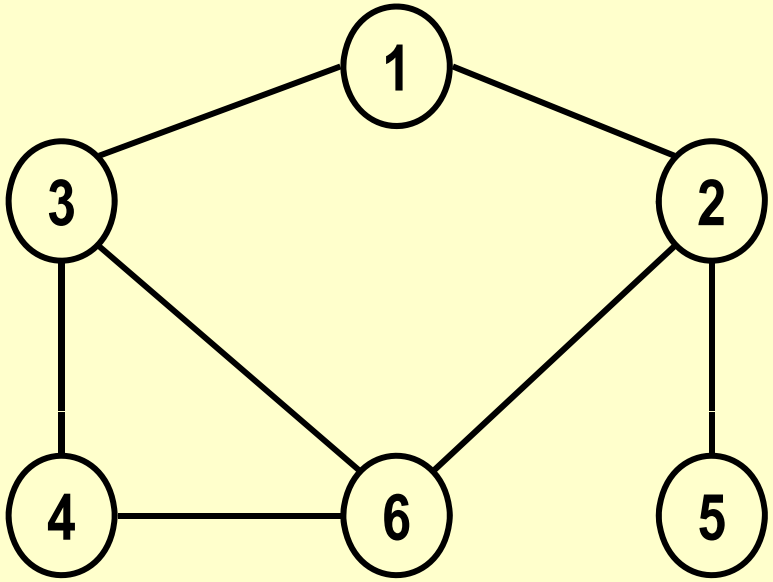
- **Complexidade**
- **Ciclos**

Ao contrário das listas lineares e das árvores, que são estruturas acíclicas, os grafos podem possuir ciclos



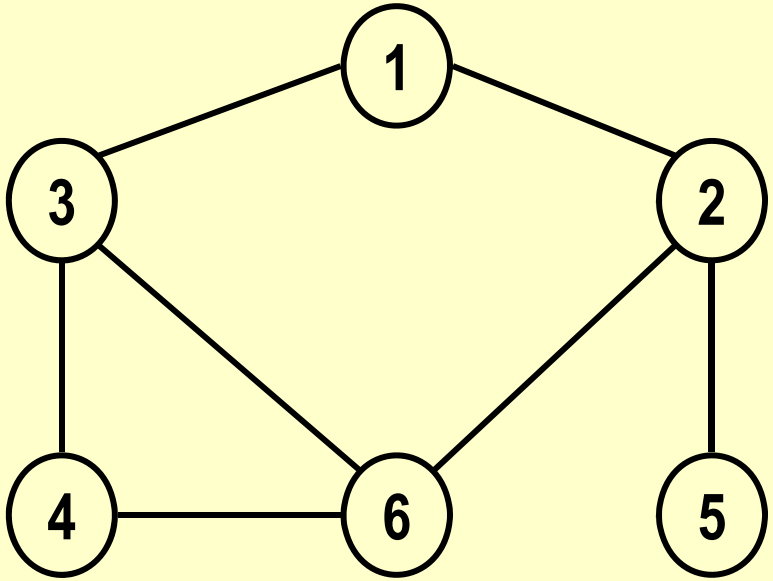
Exame sistemático de vértices

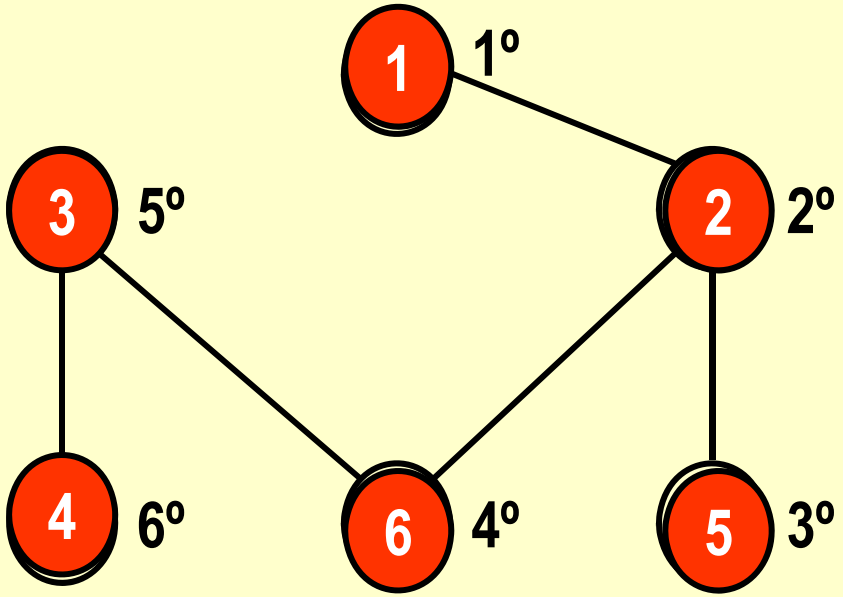
- Dado um grafo qualquer, como fazer para percorrer todos os seus vértices?
- Por onde começar?



Exame sistemático de vértices

Percurso em profundidade (Depth First Search)



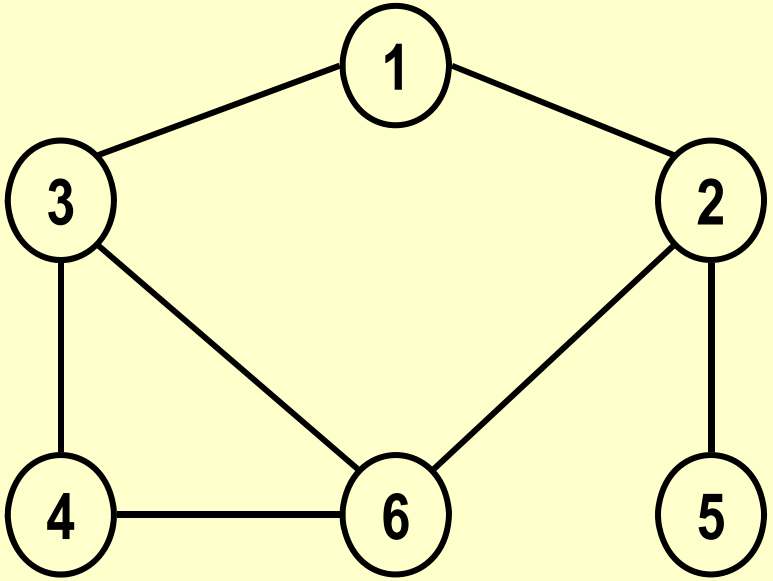


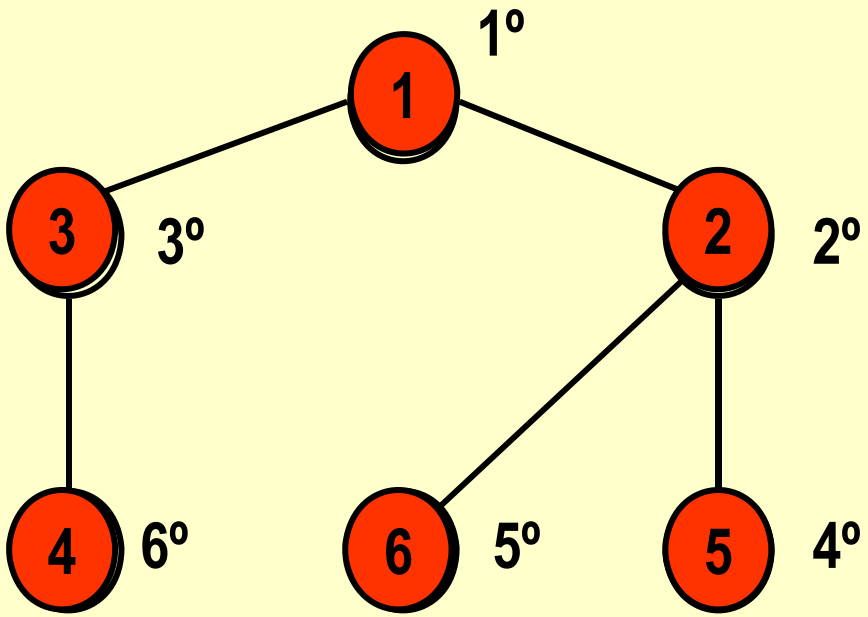
Exame sistemático de vértices

```
Procedimento DFS (G: PGrafo; v: PVertice)
{ Exame em Profundidade (Depth First Search) }
{ visitado: atributo do nodo }
início
    v↑.visitado ← 1;  { nodo v escolhido aleatoriamente }
    para cada w adjacente a v
    faça se w↑.visitado = 0
                então DFS(G,w);
fim; { DFS }
```

Exame sistemático de vértices

Percurso em amplitude (Breadth First Search)



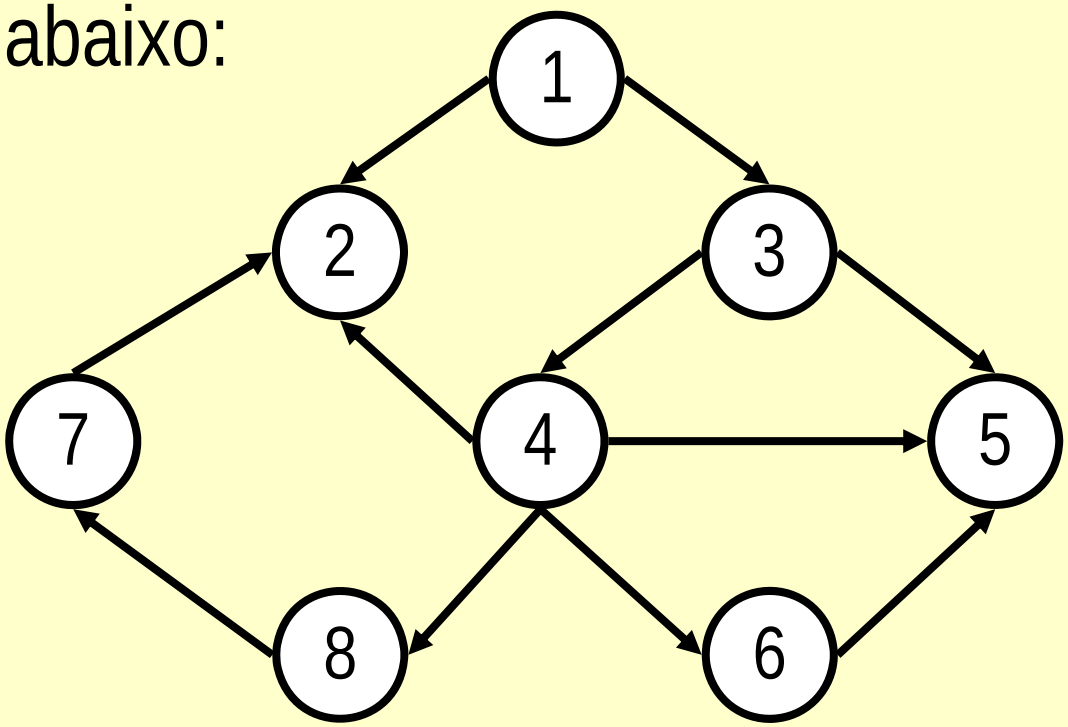


Exame sistemático de vértices

```
Procedimento BFS (G: PGrafo; v: PVertice)
{ Exame em Amplitude (Breadth First Search) }
{ visitado: atributo}
{ FV: Fila de vértices inicialmente vazia }
início
      v↑.visitado ← 1;
      insere(FV↑,v);
      enquanto FV não vazia
      faça   início
                v ← retira(FV↑ );  { retira primeiro elemento da fila }
                para cada w adjacente a v
                faça se w↑.visitado = 0
                        então início
                                  insere(FV↑,w);
                                  w↑.visitado ← 1;
                fim             fim
fim; { DFS }
```

Exercício

- Escreva a ordem dos vértices percorridos pelos caminhamentos em amplitude e profundidade para o grafo abaixo:



http://www.cs.duke.edu/csed/jawaa2/examples/DFS.html

http://www.cs.duke.edu/csed/jawaa2/examples/BFS.html

Problema

- Desejamos conectar todos os computadores em um prédio de escritório usando a menor quantidade possível de cabos
- Como resolver o problema?

Árvore geradora de grafo

Um grafo não-orientado G é uma árvore se satisfizer a qualquer uma das seguintes condições:

G é conexo e sem ciclos;
G é conexo, com n vértices e n-1 arestas.

Uma árvore obtida pela remoção dos ciclos de um grafo é chamada **árvore geradora do grafo**.

Algoritmo de Paton

Objetivo: determinação de uma árvore geradora para um grafo não-valorado

A – arestas de G
V – vértices de G
AA – arestas da árvore geradora
VA – vértices da árvore geradora
X vértices ainda não examinados

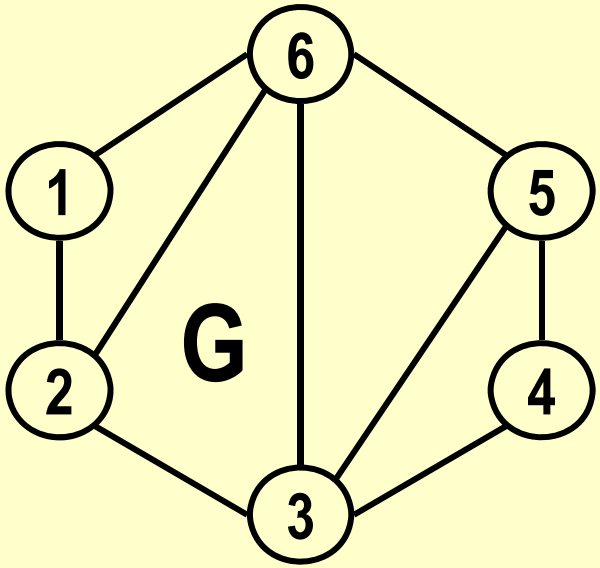
Algoritmo de Paton

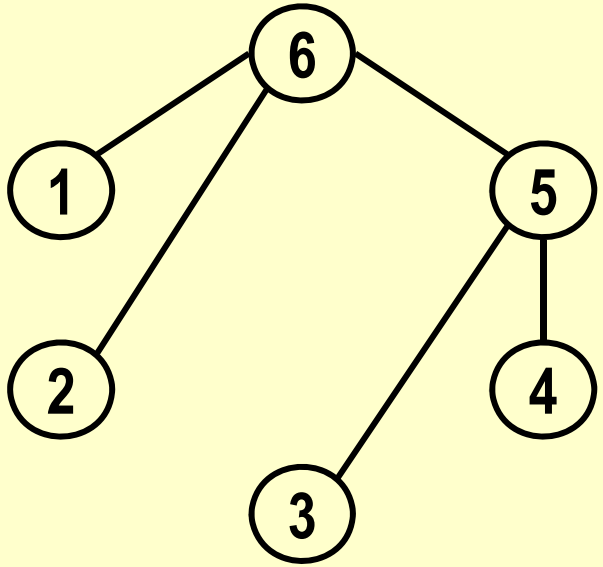
Objetivo: determinação de uma árvore geradora para um grafo não-valorado

AA = 0; VA = 0; X = V;

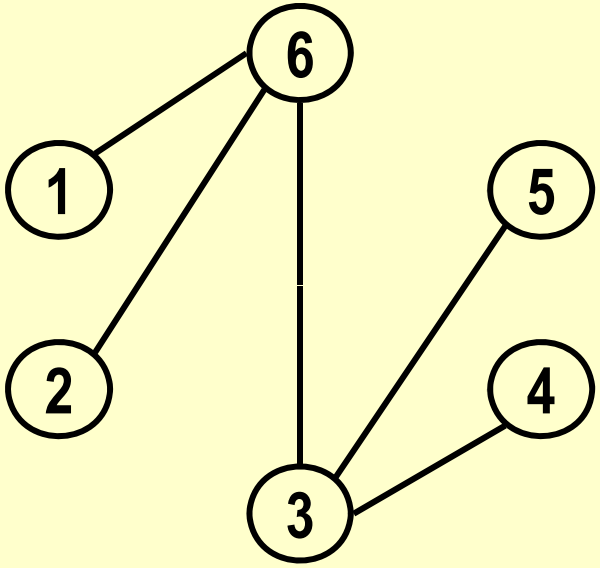
1. Escolhe um vértice de V para raiz da árvore
2. Visita os vértices adjacentes a raiz
3. Repete-se mesmo procedimento para o último vértice visitado

Árvore geradora de grafo



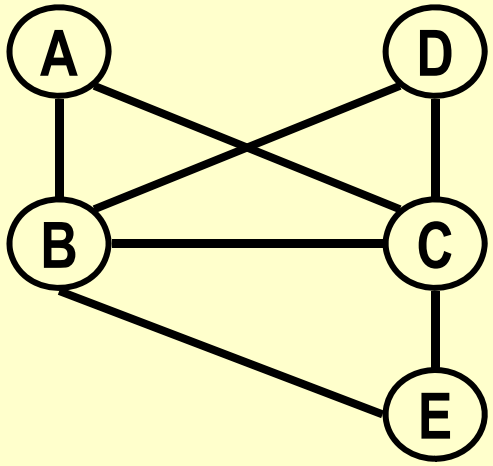


A1

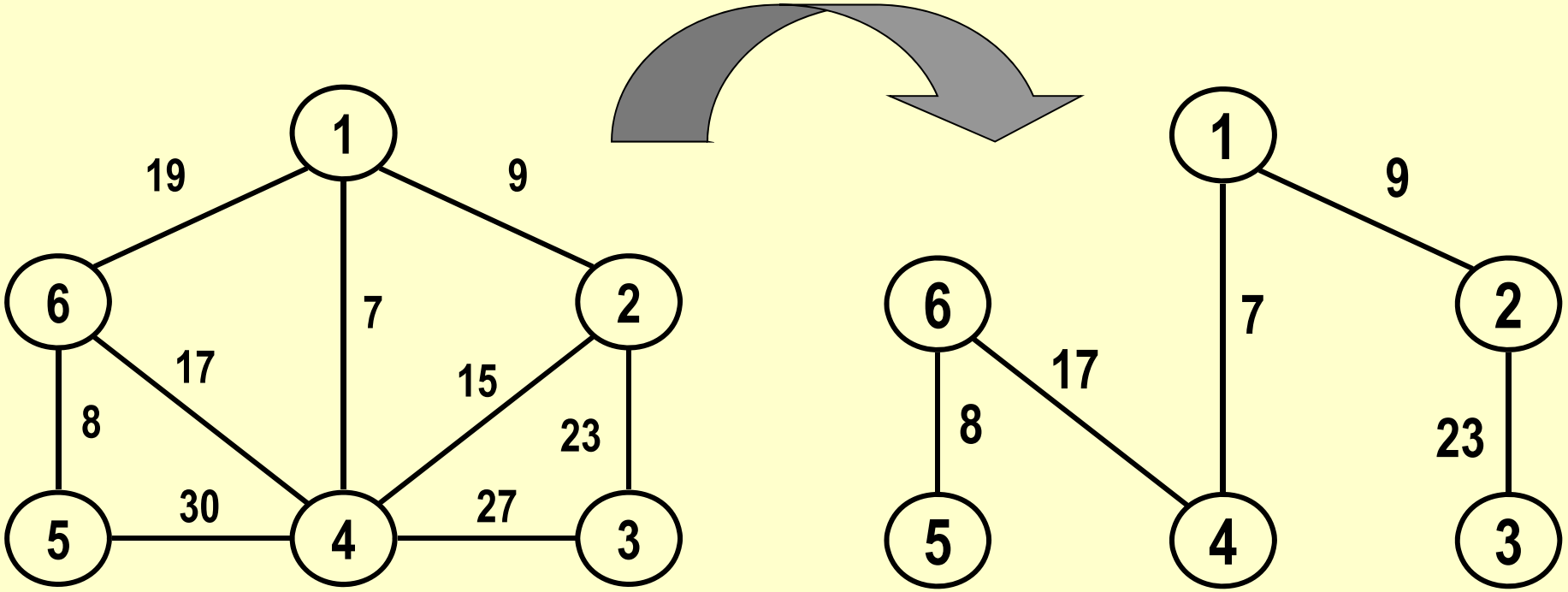


A2

Algoritmo de Paton



Árvore geradora mínima



Árvore geradora mínima **é, dentre as árvores geradoras, aquela que apresenta a menor soma dos valores associados às linhas.**

Algoritmo de Kruskal

Objetivo: **determinação de uma árvore geradora para um grafo valorado**

1. **Iniciar com os n vértices e nenhuma aresta**
2. **Fila ordenada dos arestas**
3. **Acrescentar uma aresta ainda não colocada e que não fecha ciclo**
4. **Repetir o passo 3 até que n-1 arestas tenham sido colocadas**

–http://students.ceid.upatras.gr/~papagel/project/kruskal.htm

Algoritmo de Kruskal

Geração de árvore geradora mínima:
escolhendo sempre os menores
valores de arcos disponíveis

O algoritmo exige que se tenha um método para determinar se uma aresta fecha ciclo ou não.

Algoritmo de Kruskal

Algoritmo Kruskal (G);

G: Grafo não-orientado, sem laços, com n vértices v_1 ... v_n e m arestas $a_1=\{u_1,w_1\}$ ..... $a_m=\{u_m,w_m\}$

A: Árvore de cobertura mínima

para cada vértice v em G faça

Defina um grupo elementar C(v) := {v} { um grupo é uma lista não ordenada de vértices }

Inicialize uma fila ordenada Q para conter todas as arestas em G, usando seus pesos como chaves

Inicializa A

enquanto A tem menos de n-1 arestas faça

RetiraFila(u,v);

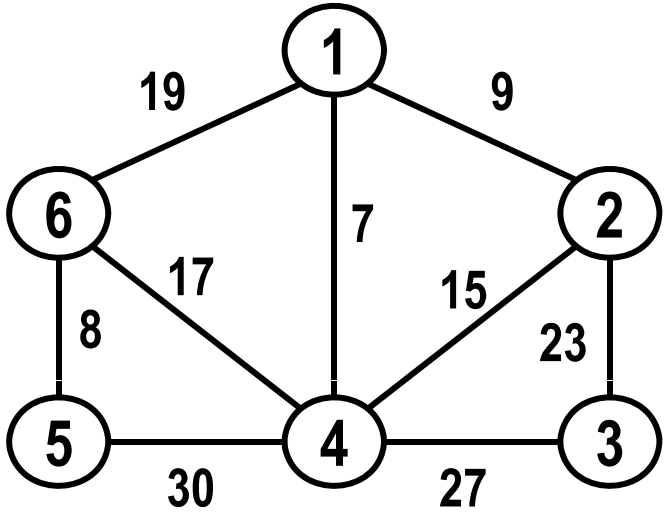
Seja C(v) o grupo contendo v e C(u) o grupo contendo u

se C(v) <> C(u) então

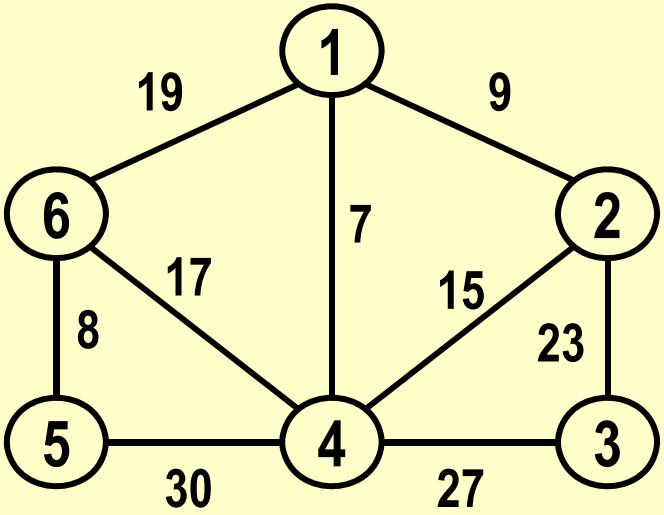
Coloque aresta (v,u) em A

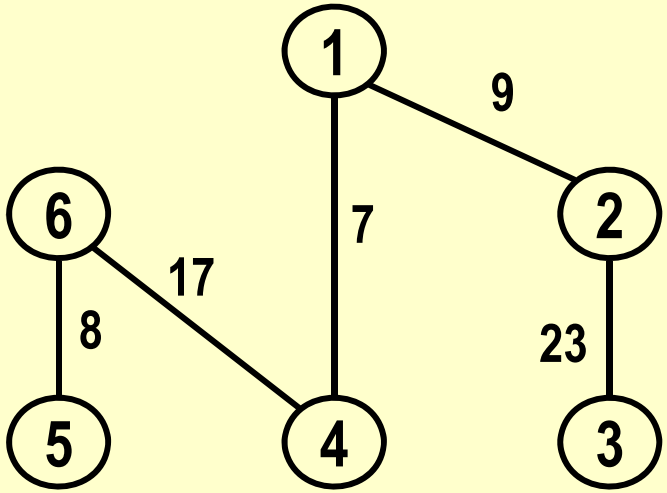
Unifique C(v) e C(u) em um grupo

Retorna a árvore A



Algoritmo de Kruskal





Exercício

- Existem 8 pequenas ilhas em um arquipélago e o governo deseja construir 7 pontes conectando-as de forma que cada ilha possa ser alcançada de qualquer outra ilha através de uma ou mais pontes
- O custo de construção de uma ponte é proporcional ao seu comprimento
- As distâncias entre os pares de ilhas são dados na tabela abaixo
- Ache quais pontes devem ser construídas para que o custo da construção seja mínimo

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-	240	210	340	280	200	345	120
2	-	-	265	175	215	180	185	155
3	-	-	-	260	115	350	435	195
4	-	-	-	-	160	330	295	230
5	-	-	-	-	-	360	400	170
6	-	-	-	-	-	-	175	205
7	-	-	-	-	-	-	-	305
8	-	-	-	-	-	-	-	-