Universidade Federal de Santa Catarina

MTM 5161 – Cálculo A

Professor Adriano Né

2ª Lista de Exercícios

1) Uma função *f* é dada por uma tabela de valores, um gráfico, uma fórmula ou por meio de uma descrição verbal. Determine se *f* é injetora.

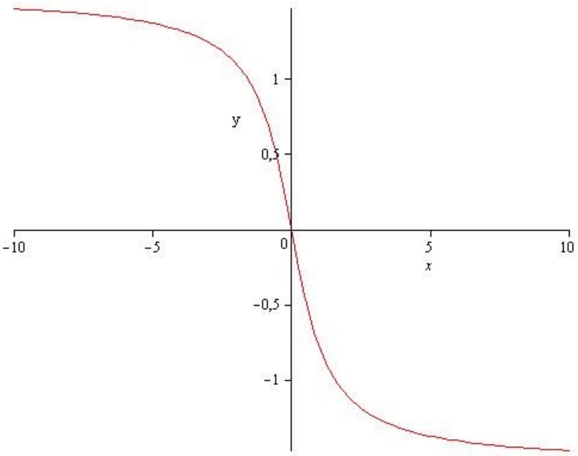
(a)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	1,5	2	3,6	5,3	2,8	2

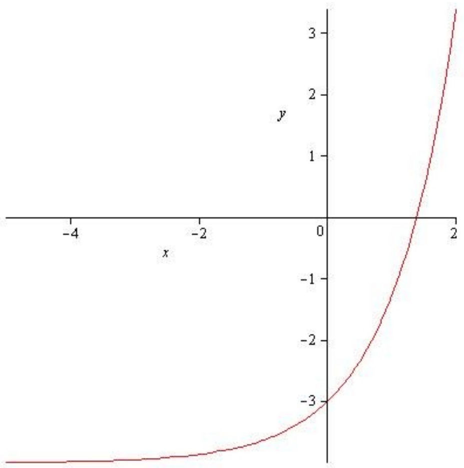
(b)

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	1	2	4	8	16	32

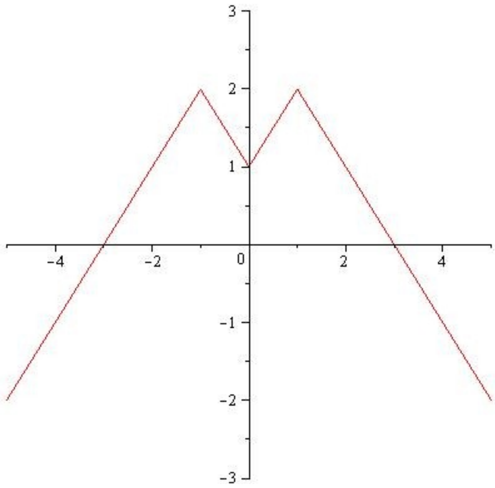
(c)



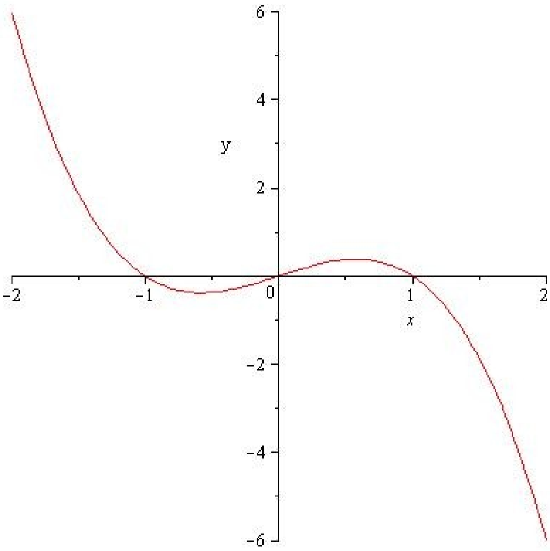
(d)



(e)



(f)



(g) $f(x)=\dfrac{x+5}{2}$

(h) $f(x)=1+4x-x^2$

(i) $g(x)=|x|$

(j) $g(x)=\sqrt{x}$

(k) *f(t)* é a altura de uma bola *t* segundos após sua chutada.

(l) *f(t)* é a sua altura com t anos de sua idade.

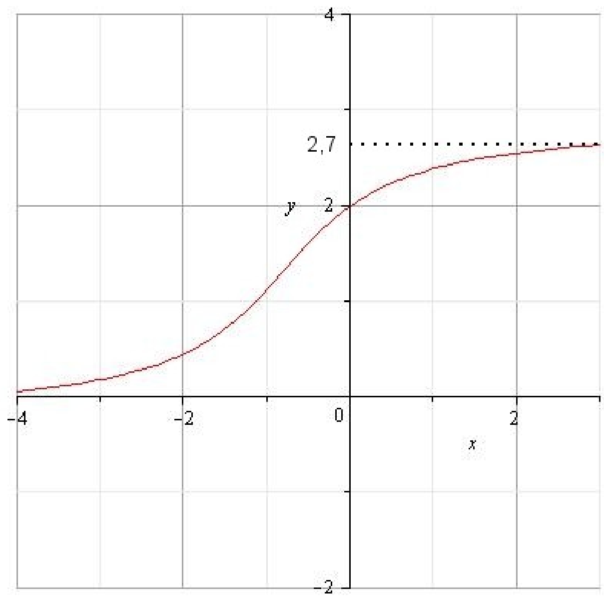
2) Se *f* for uma função injetora tal que *f(2)=9*, quanto é $f^{-1}(9)$?

3) Se $f(x)=3+x^2+tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$, onde $-1<x<1$.

(a) Encontre $f^{-1}(3)$.
(b) Encontre $f(f^{-1}(5))$.

4) Se $g(x)=3+x+e^x$, ache $g^{-1}(4)$.

5) É dado o gráfico de *f*.
(a) Por que *f* é injetora?
(b) Determine o domínio e a imagem para o valor de f^{-1}.
(c) Qual o valor de $f^{-1}(2)$?



6) Encontre o valor exato de cada expressão:

(a) $\log_5 125$

(b) $\log_3 \frac{1}{27}$

(c) $\ln\left(\frac{1}{e}\right)$

(d) $\log_{10}\sqrt{10}$

(e) $\log_2 6-\log_2 15+\log_2 20$

(f) $\log_3 100-\log_3 18-\log_3 50$

(g) $e^{-2\ln 5}$

(h) $\ln(\ln e^{e^{10}})$

7) Resolva cada equação em *x*.

(a) $2\ln x = 1$

(b) $e^{-x} = 5$

(c) $e^{2x+3} - 7 = 0$

(d) $\ln(5 - 2x) = -3$

(e) $2^{x-5} = 3$

(f) $\ln x + \ln(x-1) = 1$

(g) $\ln(\ln x) = 1$

(h) $e^{ax} = Ce^{bx}$, onde $a \neq b$

8) Resolva cada inequação em *x*.

(a) $e^{x} < 10$

(b) $\ln x > -1$

(c) $2 < \ln x < 9$

(d) $e^{2-3x} > 4$

9) Encontre o valor exato de cada expressão:

(a) $arcsen\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(b) $\arccos(-1)$

(c) $arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

(d) $arcsec(2)$

(e) $arctg(1)$

(f) $arcsen\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

(g) $arccotg(-\sqrt{3})$

(h) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$

(i) $tg(arctg\, 10)$

(j) $arcsen(sen\left(\frac{7\pi}{3}\right))$

(k) $tg(arcsec\, 4)$

(l) $sen\left(2 arcsen\left(\frac{3}{5}\right)\right)$

10) Encontre o valor numérico de cada expressão:

(a) senh 0

(b) cosh 0

(c) tgh 0

(d) tgh 1

(e) senh(ln 2)

(f) cosh(ln 3)

(g) sech 0

(h) arccosh 1

(i) senh 1

(j) arcsenh 1

11) Se cosh = $\frac{5}{3}$ e x > 0, encontre os valores das outras funções hiperbólicas.

Respostas: 1) (a)Não é, pois se $x_1=2 e\, x_2=6 \Rightarrow f(x_1)=f(X_2)=2$;(b) Sim; (c) Sim; (d) Sim; (e) Não; (f) Não; (g) Sim; (h) Não; (i) Não; (j) Sim; (k) Não; (l) Vamos discutir em sala. **2)** $f^{-1}(9)=2$. **3)** (a) $f^{-1}(3)=0$; (b) 5. **4)** $g^{-1}(4)=0$. **5)** (b) $f^{-1}:(0;2{,}7)\rightarrow[-4{,}3]$; (c) $f^{-1}(2)=0$. **6)** (a) 3; (b) –3; (c) –1; (d) $\frac{1}{2}$; (e) 3; (f) –2; (g) $\frac{1}{25}$; (h) 10. **7)** (a) $\sqrt{e}$; (b) $\ln\frac{1}{5}$; (c) $\frac{\ln 7-3}{2}$; (d) $\frac{5-e^{-3}}{2}$; (e) $5+\log_2 3$; (f) $\frac{1-\sqrt{1+4e}}{2}$ ou $\frac{1+\sqrt{1+4e}}{2}$; (g) e^e ; (h) $\frac{\ln C}{a-b}$. **8)** (a) $x<\ln 10$; (b) $x>\frac{1}{e}$; (c) $e^2<x<e^9$; (d) $x<\frac{2+\ln 4}{-3}$. **9)** Considere $k\in\mathbb{Z}$. (a) $\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ou $\frac{2\pi}{3}+2k\pi$; (b) $(2k+1)\pi$; (c) $\frac{\pi}{6}+k\pi$; (d) $\frac{\pi}{6}+k\pi$; (e) $\frac{\pi}{4}+k\pi$; (f) $\frac{\pi}{4}+2k\pi$ ou $\frac{3\pi}{4}+2k\pi$; (g) $\frac{5\pi}{6}+k\pi$; (h) $\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ ou $\frac{4\pi}{3}+2k\pi$; (i) 10; (j) $\frac{7\pi}{3}$; (k) Observe a resolução:

Vamos utilizar a identidade $sec^2\theta=1+tg^2\theta$.

Seja $y=arcsec\,4$ (aplicando a inversa em ambos os lados obteremos)

$sec\,y=4$, com $y\in[0,\pi]-\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ (para que haja a inversa)

Utilizando a identidade trigonométrica, abaixo teremos:

$sec^2 y=1+tg^2 y$

$(4)^2=1+tg^2 y$ (ou seja)

$tg^2 y=15 \Leftrightarrow tg\,y=\pm\sqrt{15}$

E como chamamos $y=arcsec\,4$, temos que $tg(\underbrace{arcsec\,4}_{y})=\pm\sqrt{15}$.

(l) $\frac{24}{25}$.

10) (a) 0; (b) 1; (c) 0; (d) $\frac{e^2-1}{e^2+1}$; (e) 3/4; (f) 5/3; (g) 1; (h) 0; (i) $\frac{e^2-1}{2e}$; (j) $\ln(1+\sqrt{2})$. **11)** senh x = 4/3; tgh x = 4/5; cotg x = 5/4; sech x = 3/5; cossech x = 3/4.