



Conteúdo

1. Introdução
2. Listas
3. Pilhas
4. Filas
5. Árvores
 - Árvore Binária e Árvore AVL
 - Árvore N-ária e Árvore B
6. Tabelas de Dispersão (Hashing)
7. Métodos de Acesso a Arquivos
8. Métodos de Ordenação de Dados





Métodos de Ordenação de Dados

(continuação)



•
•
•

Métodos de Ordenação de Dados

Métodos de Ordenação mais conhecidos

- Selection Sort
 - Bubble Sort
 - Insertion Sort
- } métodos simples

→ • Merge Sort

→ • Quick Sort

• Heap Sort

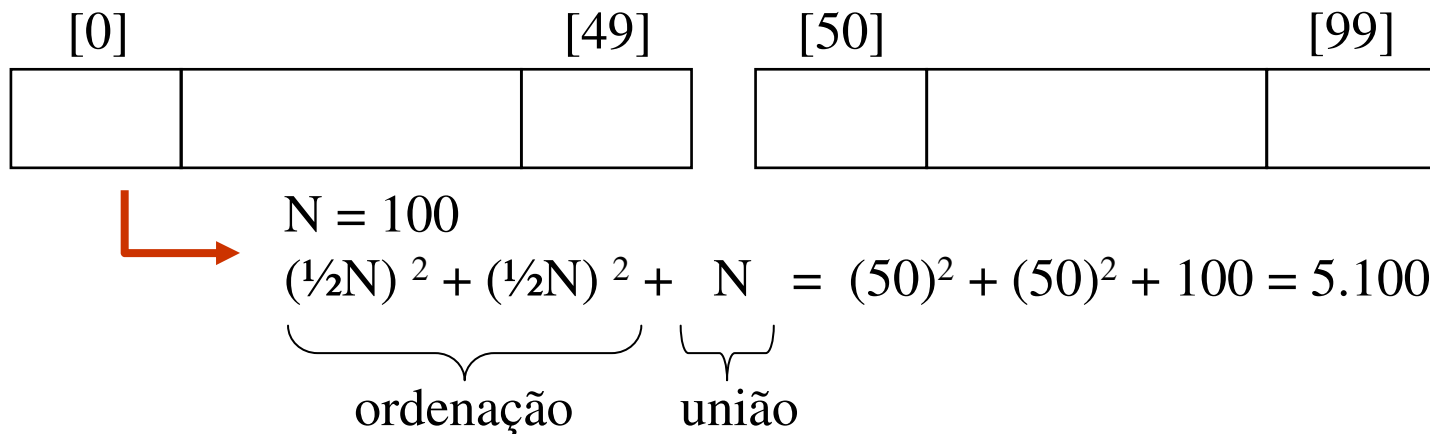
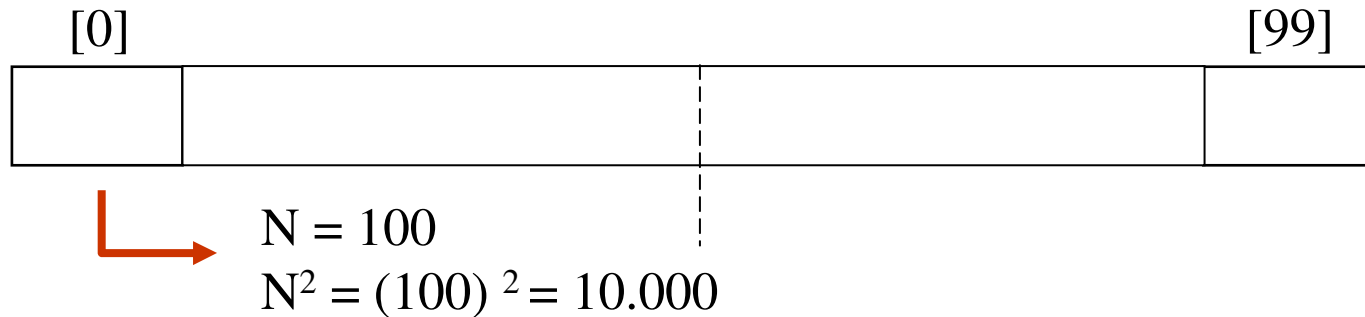
• • • • • • • • •

Complexidade dos Métodos Simples

$$\sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{(n-1)n}{2} \Rightarrow \mathbf{O(n^2)}$$

Métodos de Divisão e Conquista

Divisão e Conquista: um array é dividido em dois segmentos; cada segmento é ordenado e, então, eles são unidos de novo.





Métodos de Divisão e Conquista

Complexidade dos Métodos de Divisão e Conquista: $O(N \log_2 N)$

Alguns Métodos de Divisão e Conquista:

- • Merge Sort
- • Quick Sort





Método de Ordenação

Merge Sort





Merge Sort

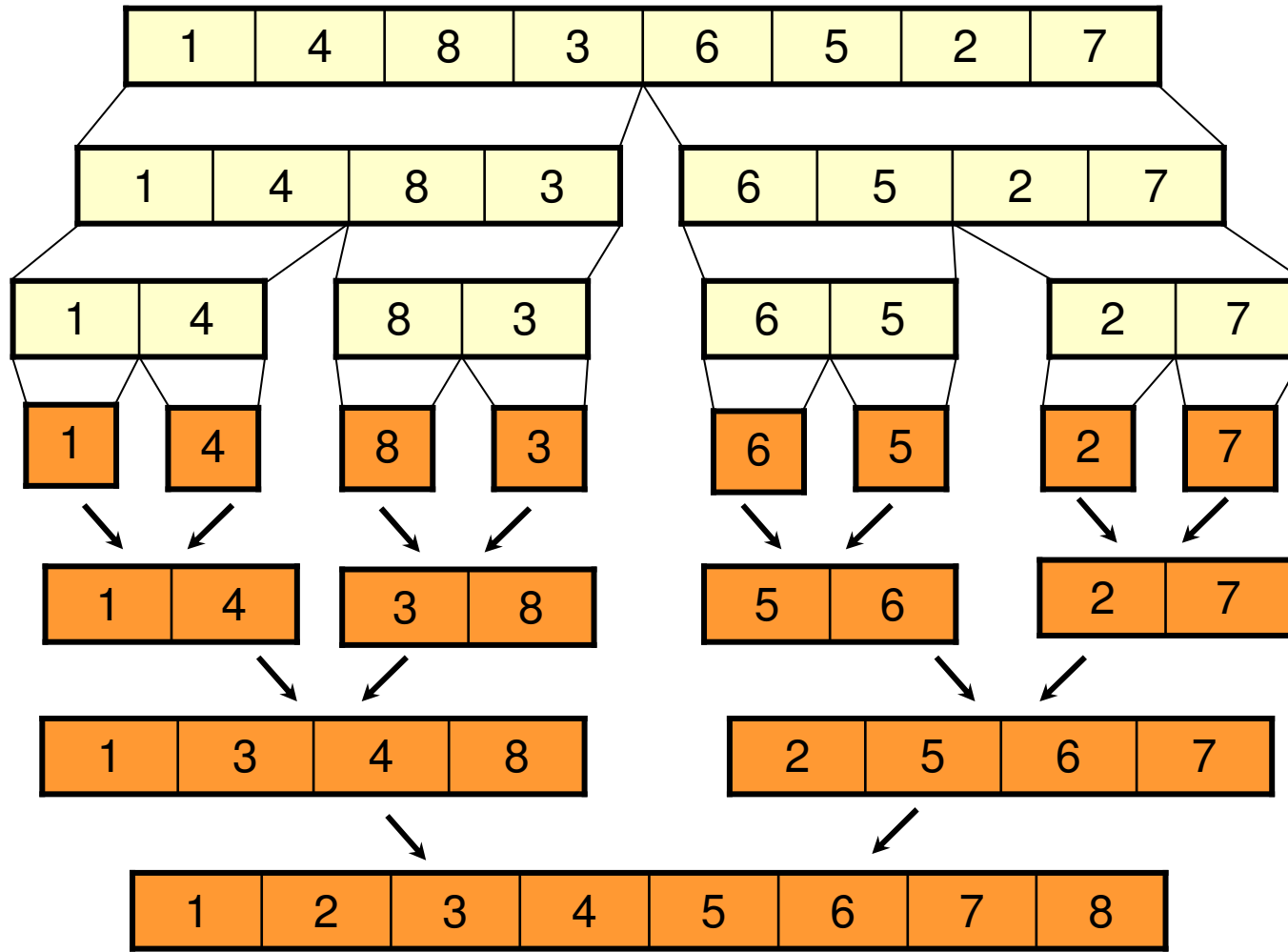
Baseia-se em junções sucessivas (merge) de 2 seqüências ordenadas em uma única seqüência ordenada

Aplica um método “divisão e conquista”

- divide o array em 2 seqüências de comprimento $\lfloor n/2 \rfloor$ e $\lceil n/2 \rceil$
- ordena recursivamente cada seqüência (dividindo novamente, quando possível)
- faz o *merge* das 2 seqüências ordenadas para obter o array ordenado completo

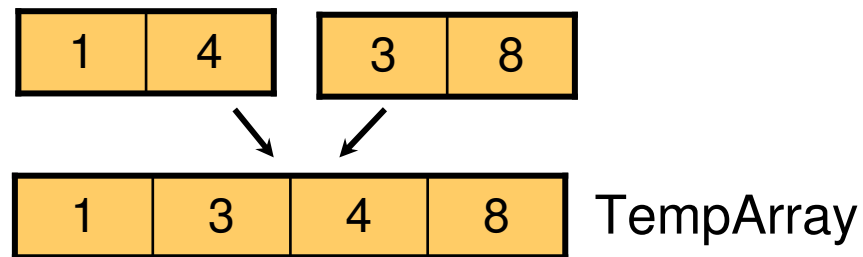


Merge Sort

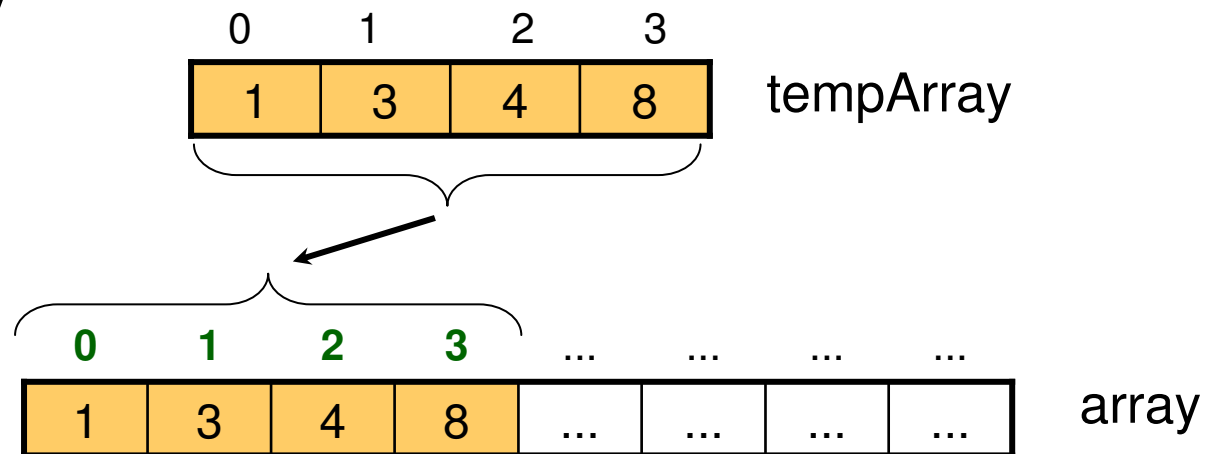


Merge - Algoritmo

- Utiliza um array temporário (tempArray) para manter o resultado da ordenação das 2 partes



- Após a ordenação, o conteúdo de tempArray é transferido para o array





Merge Sort - Algoritmo

MergeSort () —→ método recursivo

se o array tem pelo menos 2 elementos

divide o array na metade

MergeSort a metade da esquerda (recursivo)

MergeSort a metade da direita (recursivo)

Merge (junta) as duas partes ordenadas em um array ordenado



Merge - Algoritmo

Merge (primEsq, ultEsq, primDir, ultDir)

indice \leftarrow primEsq

enquanto existem mais elementos na metade esquerda E

existem mais elementos na parte direita

se $\text{array}[\text{primEsq}] < \text{array}[\text{primDir}]$ então

tempArray[indice] \leftarrow $\text{array}[\text{primEsq}]$

primEsq ++

else

tempArray[indice] \leftarrow $\text{array}[\text{primDir}]$

primDir ++

incrementa indice

copiar os elementos restantes da metade esquerda para tempArray

copiar os elementos restantes da metade direita para tempArray

copiar os elementos ordenados de tempArray de volta para array

...

Merge Sort - Exemplo

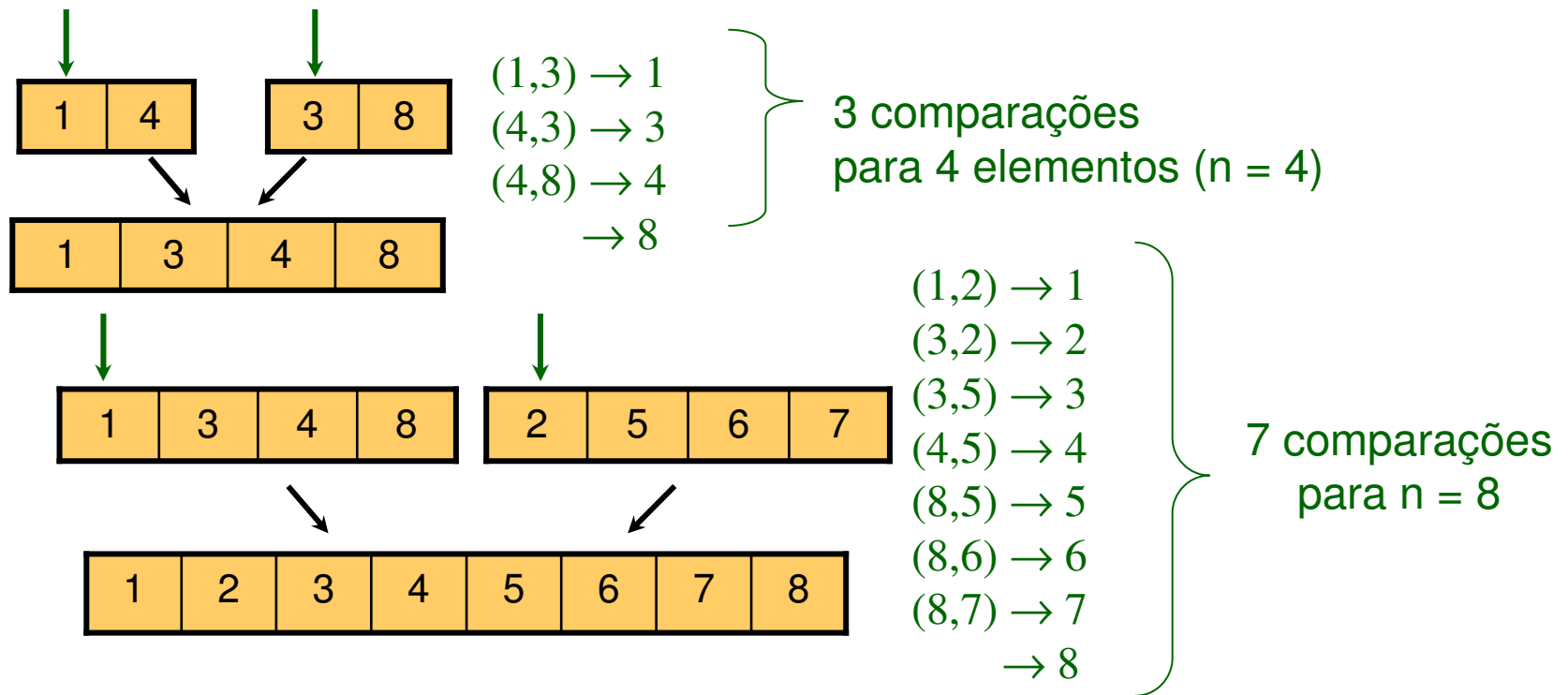
[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]
54	8	47	10	12	70	33	61	48	53



.....

Merge Sort - Complexidade

- Número de comparações?



- máximo de comparações: $n - 1$
- Complexidade: **$O(N)$**



Merge Sort - Complexidade

- Custo da divisão do array original (número de níveis): $O(\log N)$
 - O número de níveis de chamadas do *merge* é igual ao número de vezes que o array original pode ser dividido pela metade: $\log N$
 - Em cada nível, são feitas $N-1$ comparações: $O(N)$
 - ↳ custo total da operação Merge é $O(N \log N)$
- ⇒ Custo do algoritmo Merge Sort (para qualquer caso):
 $O(\log N + N \log N) = \underline{O(N \log N)}$





Merge Sort - Desvantagem

- Requer um array auxiliar que é tão grande quanto o array original a ser ordenado.
- ↳ Se espaço é um fator crítico e o array é grande, o algoritmo Merge Sort não é uma boa escolha.





Método de Ordenação

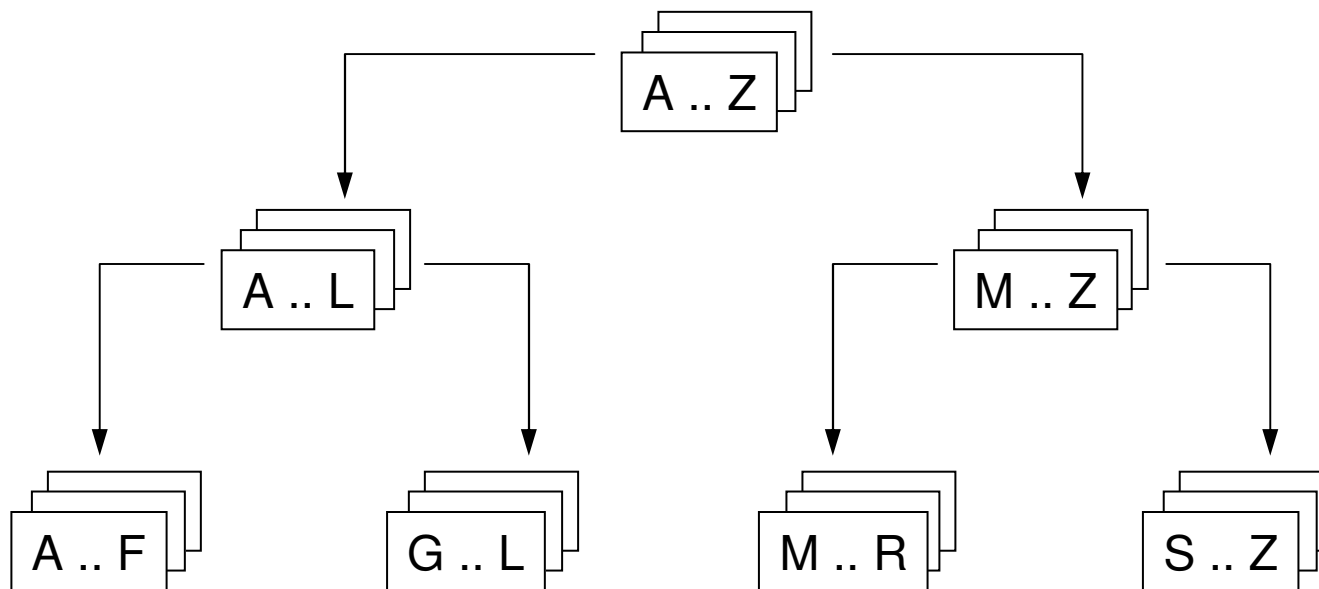
Quick Sort



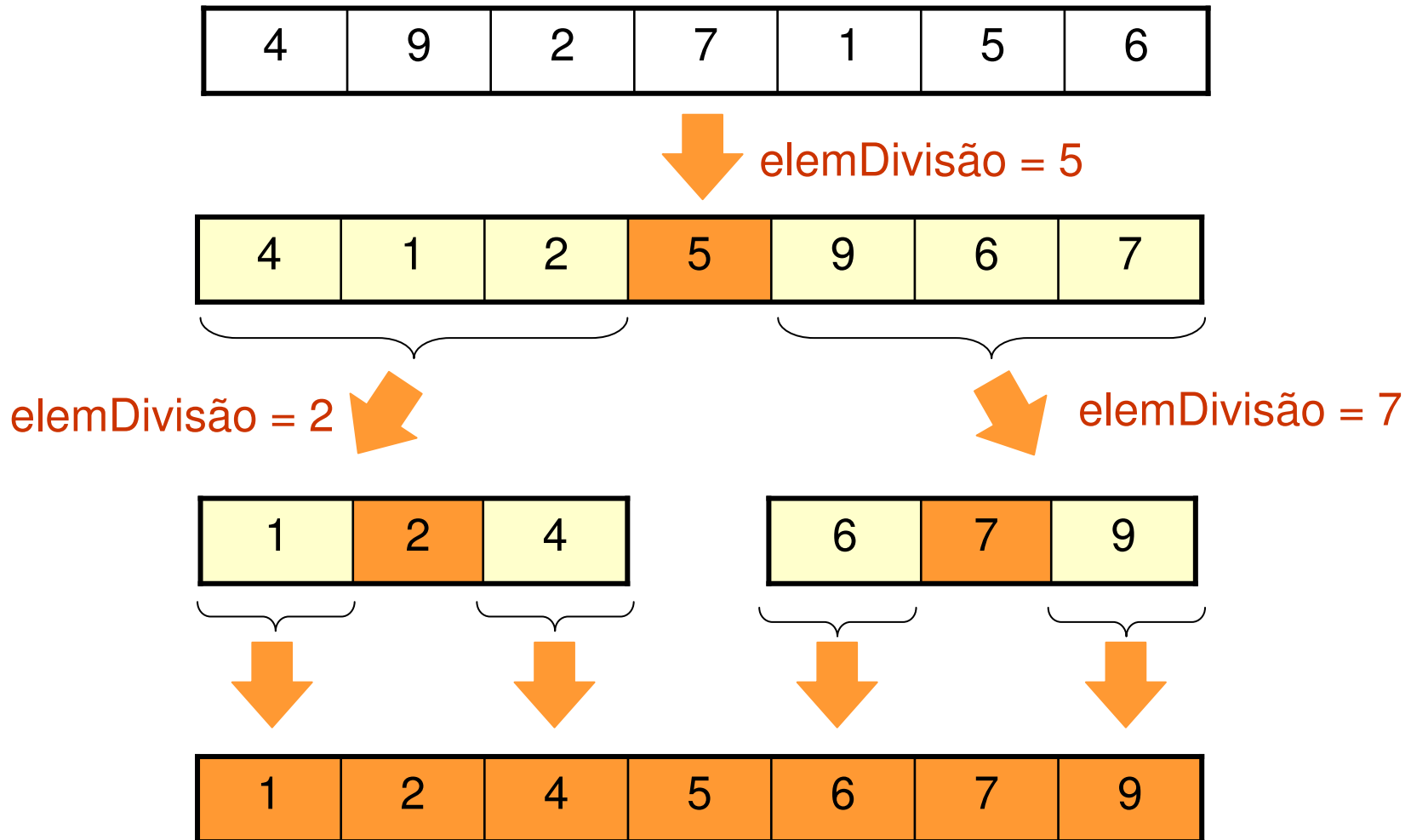
Quick Sort

Ordena através de sucessivas trocas entre pares de elementos do array.

Exemplo: ordenar uma grande pilha de exames pelo nome



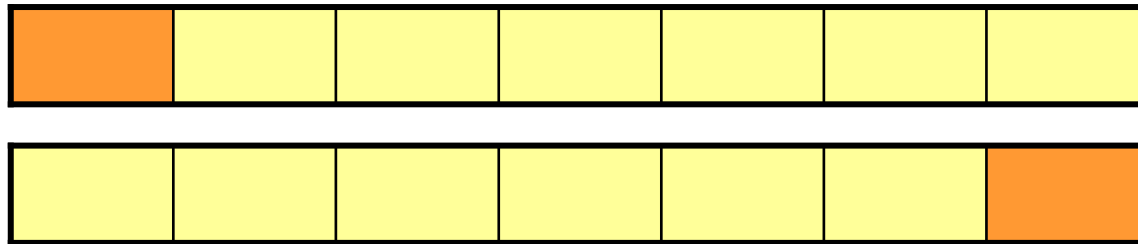
Quick Sort



Quick Sort

A escolha do elemDivisão é crítica para o desempenho

- pior escolha: gera um segmento com tamanho 0 e outro com tamanho $n-1$



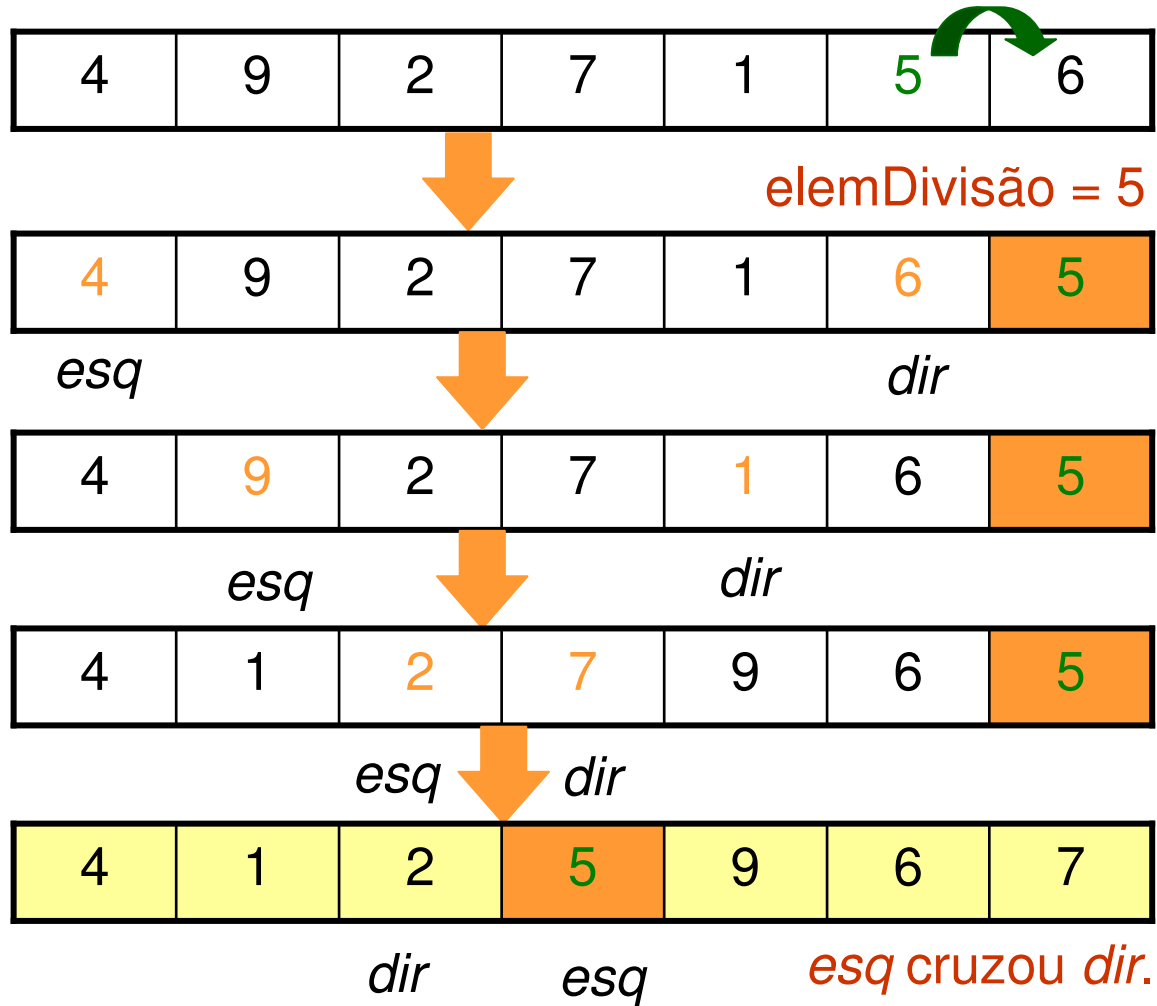
- melhor escolha: gera segmentos balanceados



melhor elemDivisão: elemento mais próximo da média de valores dos elementos

complexidade para determiná-lo: $O(N)$

Quick Sort



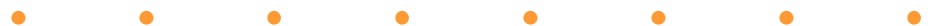


Quick Sort - Algoritmo

QuickSort ()

Se existe mais de um elemento em array[prim] .. array[ult]

- Split
 - seleciona elemDivisao
 - dividir o array de maneira que
 - $\text{array}[\text{prim}] \dots \text{array}[\text{posDivisao}-1] \leq \text{elemDivisao}$
 - $\text{array}[\text{posDivisao}] = \text{elemDivisao}$
 - $\text{array}[\text{posDivisao}+1] \dots \text{array}[\text{ult}] \geq \text{elemDivisao}$
- QuickSort a metade da esquerda
- QuickSort a metade da direita





Quick Sort - Algoritmo

Split

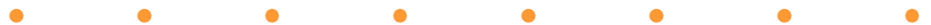
- Transfere o elemDivisão para uma das extremidades do array (direita, p.ex.)
- Utiliza apontadores (*esq* e *dir*) que partem das extremidades do array e se deslocam para o centro do vetor, trocando elementos quando necessário
- O deslocamento termina quando um apontador cruza o outro
- Transfere-se o elemDivisão para a posição apontada por *esq*





Quick Sort - Exemplo

[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]
54	8	47	10	12	70	33	61	48	53



Quick Sort - Complexidade

- Melhor caso: segmentos balanceados

└─ elemDivisão é o elemento com valor mais próximo da média

1ª V: $n - 1$ comp.



2ª V: $\approx n - 1$ comp.



3ª V: $\approx n - 1$ comp.



$$(\log n + 1)(n - 1) \Rightarrow O(N \log N)$$

Quick Sort - Complexidade

- Pior caso: segmentos totalmente desbalanceados

└─ elemDivisão é o menor elemento do array

1ª V: $n - 1$ comp.

4	9	2	7	1	5	6
---	---	---	---	---	---	---



elemDivisão = 1

2ª V: $n - 2$ comp.

1	9	2	7	6	5	4
---	---	---	---	---	---	---



elemDivisão = 2

3ª V: $n - 3$ comp.

1	2	4	7	6	5	9
---	---	---	---	---	---	---

...



elemDivisão = 4

($n-1$)ª V: 1 comp.

1	2	4	5	6	7	9
---	---	---	---	---	---	---

$$\sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{(n-1)n}{2} \Rightarrow O(N^2)$$

Quick Sort - Complexidade

⇒ Custo do algoritmo para o melhor caso:

- Custo da divisão do array original (número de níveis): $O(\log N)$
- Em cada nível, são feitas $N-1$ comparações: $O(N)$
 - ↳ custo = $O(N \log N)$

⇒ Custo do algoritmo para o pior caso:

- Custo da divisão do array original (número de níveis): $O(N)$
- Em cada nível i , são feitas $N-i$ comparações: $O(N)$
 - ↳ custo = $O(N^2)$



Comparação

	melhor caso	pior caso
Selection Sort	$O(N^2)$	$O(N^2)$
Bubble Sort	$O(N^2)$	$O(N^2)$
Insertion Sort	$O(N)$	$O(N^2)$
Merge Sort	$O(N \log N)$	$O(N \log N)$
Quick Sort	$O(N \log N)$	$O(N^2)$



Comparação de N^2 e $N \log N$

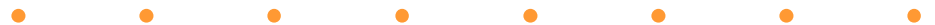
N	N^2	$N \log N$
32	1.024	160
64	4.096	384
128	16.384	896
256	65.536	2.048
512	262.144	4.608
1.024	1.048.576	10.240
2.048	4.194.304	22.528
4.096	16.777.216	49.152



Métodos de Ordenação

Simulação de funcionamento

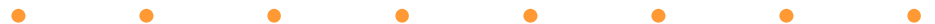
<http://math.hws.edu/TMCM/java/xSortLab>





Implementação

- Implementar os seguintes algoritmos de acordo com a hierarquia apresentada a seguir:
 - Merge Sort
 - Quick Sort



Implementação

Hierarquia das Classes de Ordenação

