Soluções Exercícios Teoria de Filas (cap 8)

1 – Interprete o significado da notação de *Kendall* para a fila E*k*/G/6/30/500/LCFS?

Chegada Erlang–*k*, serviços dist geral, 6 servers, 30 posições na fila, tamanho da população 500 e regra de serviço (last come, first served) último a chegar, primeiro servido)

2 – Você vê algum tipo de problema na especificação de fila: M/M/10/8/6/LCFS?

10 servidores, 8 posições de espera e população de apenas 6 clientes.

3 – Considere as duas especificações de filas a seguir. Interprete-as e diga se uma delas oferece melhor qualificação relativa ao desempenho: M/M/5/30/10 e M/M/5/10/10.

M/M/5/30/10 => mesmas dist. (expo) para chegadas e serviços, 5 servers, 30 posições na fila e pop = 10

M/M/5/10/10=> mesmas dist. (expo) para chegadas e serviços, 5 servers, 10 posições na fila e pop = 10

Não haverá diferença nos serviços pois se pop = 10 não há necessidade de buffer maior que população

4 – O tempo médio de resposta de um servidor é 3 segundos. Durante um intervalo de observação de 1 minuto o sistema permaneceu livre durante 10 segundos. Empregue um modelo M/M/1 para este sistema e determine:

Dados: E[r] = 3seg; T = 60 seg; Livre = 10 seg; Ocupado = 50 seg; Modelo MM1

a. – A taxa de utilização do sistema;

U = TOcup/T total = 50/60 = 0,83 = ρ = 83%

b. – O tempo médio de serviço por requisição;

E[s] = 1/μ , mas μ é desconhecido

E[r] = (1/μ)/(1 – ρ), logo, E[r] = E[s]/(1 – ρ) → E[s] = E[r] *(1 – ρ) = 3 seg * 0,17 = 0,51 seg

c. – O número médio de requisições atendidas durante o período de observação;

A taxa média de serviço do servidor μ = 1/E(*s*). Logo, μ = 1/0,51 seg = 1,96 req/seg.

Considerando os 50 seg de ocupação → 50 seg *1,96 req/seg ≈ 98 req

d. – O número médio de transações no sistema;

E[n] = ρ / (1 – ρ) = 0,83/0,17 = 4,88 ≈ 5 trans

e – A probabilidade do número de transações no sistema ser maior do que 10.

P (n ≥ 10) = $\rho^n = \rho^{11} = 0{,}83^{11}$ = 0,13

5 – Um sistema de armazenagem consiste em três discos os quais se encontram diante da mesma área de espera. O tempo médio de serviço para uma operação de IO é 50 milisegundos. O sistema recebe em média 30 requisições de IO por segundo. Empregue um modelo M/M/3 para este sistema e determine:

Dados: Sistema de fila: MM3; E[s] = 0,050 seg; λ = 30 req/seg; m = 3

a. – A taxa de utilização do sistema;

μ = 1/E[s] = 1/0,050 = 20 IO/seg

U = ρ = λ/m*μ = 30/(3*20) = 50%

b. – Probabilidade do sistema estar vazio, p_0;

$$p_0 = \left[1 + \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)} + \sum_{n=1}^{m-1}\frac{(m\rho)^n}{n!}\right]^{-1}$$

P_0 = {1 + [(3*0,5)^3 /(3!*(1-0,5)] + [(3*0,5)^1/1 + (3*0,5)^2/2]}$^{-1}$= (1 + 1,125 + 1,5 + 1,125)$^{-1}$ = 0,21

c. – Probabilidade de haver fila (∂);

$$\partial = P(\geq m \;\; clientes) = \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)} p_0$$

∂ = P (≥ 3 clientes) = [(3*0,5)^3 / (3!*(1-0,5))]*0,21 = (3,375/1,5)*0,21 = 0,47

d - O número médio de requisições no sistema, *E[n]*;

E[n] = mρ + ρ.∂ / (1 - ρ) = 3*0,5 + 0,5* 0,47/0,5 = 1,5 + 0,4725 = 1,97

e – O número médio de requisições em fila, *E[n_q]*;

E[n_q] = ρ.∂ / (1 – ρ) = 0,5*0,47/0,5 = 0,47

f – Tempo médio de resposta, *E[r]*;

$$E[r] = \frac{1}{\mu}\left(1 + \frac{\partial}{m(1-\rho)}\right)$$

E[r] = 0,05*[1 + (0,47/3*(0,5))] = 0,05* (1 + 0,31) = 0,066 seg

g – Variância do tempo de resposta *Var[r]*.

$$Var[r] = \frac{1}{\mu^2}\left[1 + \frac{\partial(2-\rho)}{m^2(1-\rho)^2}\right]$$

Var[r] = 1/μ^2 * [1+{(0,47*(2-0,5)/(3^2 * (1-0,5)^2)}] = 1/20^2 * [1+(0,705/2,25)] = 1/20^2 *1,31= 0,003275seg^2

6 – Realize novamente o exercício 5 considerando a existência de uma fila individual para cada um dos discos. Assuma a mesma demanda, isto é, a mesma taxa de chegadas, distribuída equitativamente entre os discos.

Dados: Sistema de fila: MM1; E[s] = 0,050 seg; λ = 10 req/seg;

a. – A taxa de utilização do sistema;

μ = 1/E[s] = 1/0,050 = 20 IO/seg

U = ρ = λ/μ = 10/(20) = 50%

b. – Probabilidade do sistema estar vazio, p_0;

p_0 = 1 – ρ = 1 – 0,5 = 0,5

c. – Probabilidade de haver fila

Considerando que as filas são tratadas individualmente, haverá fila a partir do 2o cliente

$P_{(n\ ou\ mais)} = \rho^n = (0,5)^2 = 0,25$

d - O número médio de requisições no sistema, *E[n]*;

E[n] = ρ / (1 – ρ) = 0,5/0,5 = 1 req por drive

e – O número médio de requisições em fila, *E[n_q]*;

Nesse caso, por drive:

$E[n_q] = \rho^2 / (1 - \rho) = (0{,}5)^2 / 0{,}5 = 0{,}5$ req por drive

f – Tempo médio de resposta, *E[r]*;

$E[r] = (1/\mu) / (1 - \rho) = (1/20) / 0{,}5 = 0{,}1$ seg.

g – Variância do tempo de resposta *Var[r]*.

$Var[r] = 1/\mu^2 / (1-\rho)^2 = 1/20^2 / 0{,}5^2 = 0{,}01\ seg^2$

7 – Realize novamente o exercício 5 com os dados originais acrescidos da informação de limitação na área de espera (*buffers*). Assuma que esta área é limitada a 4 requisições na espera por IO. Empregue um modelo M/M/3/4 para este sistema e determine:

Dados: Sistema de fila: M/M/3/4; E[s] = 0,050 seg; λ = 30 req/seg; m = 3

a – A taxa de utilização do sistema;

$\mu = 1/E[s] = 1/0{,}050 = 20$ IO/seg

$U = \rho = \lambda/m*\mu = 30/(3*20) = 50\%$

b – Probabilidade de o sistema estar vazio, p_0;

$$p_0 = \left[1 + \frac{(1-\rho^{B-m+1})(m\rho)^m}{m!(1-\rho)} + \sum_{n=1}^{m-1} \frac{(m\rho)^n}{n!}\right]^{-1} = 0{,}22$$

c – A probabilidade p_n de n requisições no sistema para n = 0, 1, 2, 3 e 4

$$p_n = \begin{cases} \dfrac{1}{n!}(m\rho)^n p_0, & 0 \le n < m \\ \dfrac{m^m \rho^n}{m!} p_0, & m \le n \le B \end{cases}$$

P(1) = 0,33

P(2) = 0,25

P(3) = 0,13

P(4) = 0,06

e – O número médio de requisições no sistema, *E[n]*;

$$E[n] = \sum_{n=1}^{B} np_n = 1{,}46 \approx 1{,}5$$

f – O número médio de requisições em fila, $E[n_q]$;

$$E[n_q] = \sum_{n=m+1}^{B} (n-m)p_n = 0{,}06$$

g – Tempo médio de resposta, *E[r]*;

$$E[r] = E[n]/\lambda' = E[n]/[\lambda(1-P_B)] = 0{,}052$$

h – Taxa de perdas de requisições

$\lambda . p_B = 30*0{,}06 \approx 1{,}9$ req/seg