



# Máquina de Turing

Prof. Yandre Maldonado e Gomes da Costa  
*yandre@din.uem.br*



# Teoria da Computação

- Ciência da Computação
  - **Ênfase teórica:** idéias fundamentais e modelos computacionais;
  - **Ênfase prática:** projeto de sistemas computacionais;

*“As tecnologias computacionais são construídas a partir de fundamentos da computação. Aquelas são passageiras, enquanto estes estão por trás da tecnologia em qualquer tempo.”*

# Teoria da Computação

- Histórico da Computação:
  - Computar: do latim “*computare*”, que significa calcular, avaliar, contar;



Ábaco – China,  
aprox. 3500 a.c.



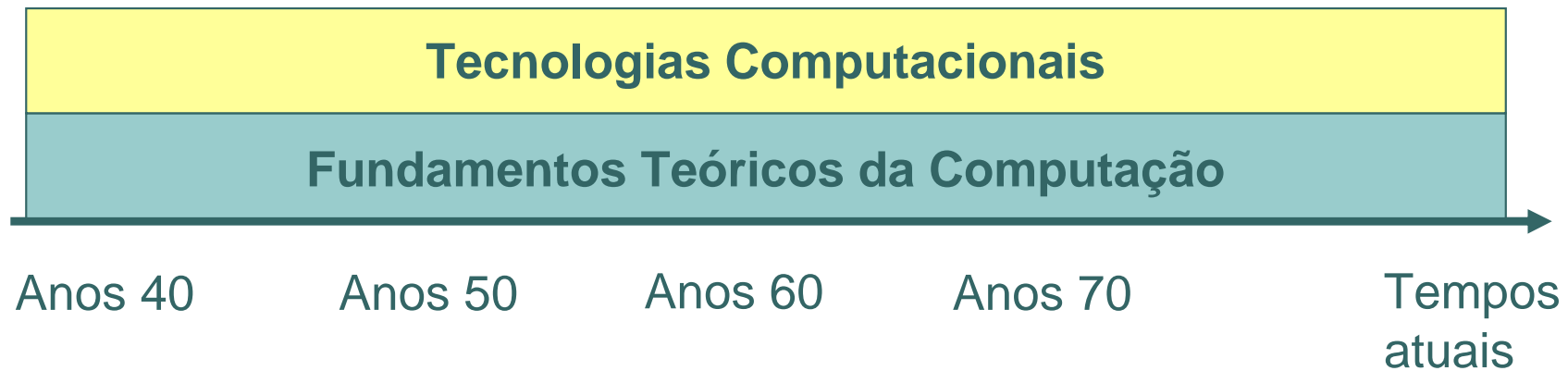
Máquina de Babbage –  
R.U., 1823.



ENIAC – EUA, 1946.

# Teoria da Computação

- Os fundamentos estão por trás da tecnologia em qualquer tempo.



# Máquina de Turing

- Introduzida por Alan Turing em 1936;
- Ferramenta para estudar a capacidade dos processos algorítmicos;
- Modelo abstrato, concebido antes mesmo de uma implementação tecnológica;





# Máquina de Turing

- Formaliza a idéia de uma pessoa que realiza cálculos;
  - Simulação de uma situação na qual uma pessoa, equipada com um instrumento de escrita e um apagador, realiza cálculos numa folha de papel;
  - “A Máquina de Turing ainda hoje é aceita como a formalização de um procedimento efetivo, ou seja, uma seqüência finita de instruções, as quais podem ser realizadas mecanicamente, em tempo finito.” (Menezes, 1998).



# Máquina de Turing

- MT pode ser vista como a mais simples “máquina de computação”, servindo para determinar quais funções são computáveis e quais não são (Delamaro, 1998).



# Máquina de Turing

- Outros modelos foram propostos, mas todos mostraram ter, no máximo, poder computacional equivalente ao da MT;
- Estas são chamadas Máquinas Universais:
  - Máquinas capazes de expressar a solução para qualquer problema algorítmico.



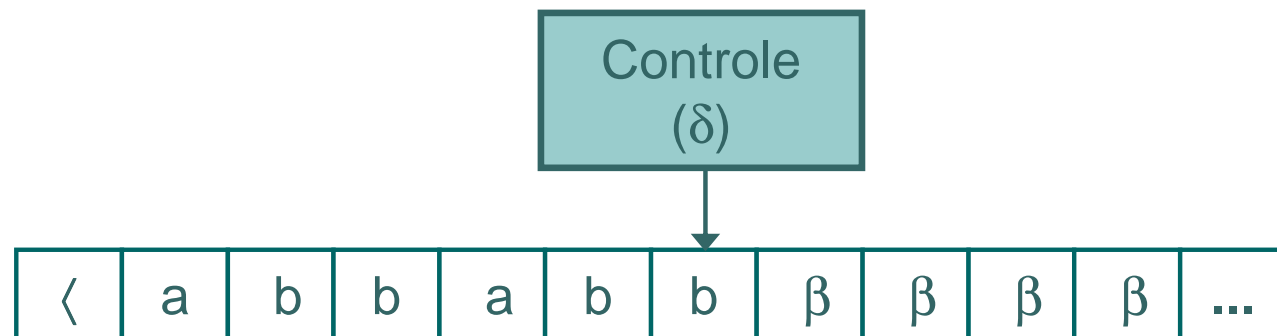


# Máquina de Turing

- A Máquina de Turing consiste de:
  - Uma Unidade de Controle
    - Que pode ler e escrever símbolos em uma fita por meio de um cabeçote de leitura e gravação e pode se deslocar para a esquerda ou direita;
  - A fita estende-se infinitamente em uma das extremidades e é dividida em células.  
Utilizada como dispositivo de entrada, saída e memória de trabalho;
    - Estas células podem armazenar qualquer elemento de um conjunto finito de símbolos, um alfabeto.

# Máquina de Turing

- Programa ou Função de Transição: função que comanda as leituras e gravações, o sentido de movimento da cabeça e define o estado da máquina que será ativado.



\* Como o símbolo “ $\langle$ ” estabelece o limite da extremidade esquerda da fita, não se pode apagá-lo e nem realizar movimentos para a esquerda deste símbolo.



# Máquina de Turing

- Funcionamento da Máquina de Turing
  - A MT deve assumir sempre em um estado, pertencente à um conjunto finito de estados;
  - O processamento de uma MT começa sempre em um estado especial, chamado estado inicial;
  - Inicialmente a primeira célula da fita é preenchida com “ $\langle$ ”, que indica o início da mesma;
  - A cabeça de leitura é posicionada inicialmente na segunda célula da fita, a célula seguinte a “ $\langle$ ”;
  - As células em branco, que não fazem parte da palavra a ser processada, são preenchidas com o símbolo “ $\beta$ ”;



# Máquina de Turing

- Funcionamento da Máquina de Turing
  - O processamento em uma MT consiste em uma seqüência de passos que consistem em:
    - Observar o símbolo corrente da fita (aquele em que o cabeçote está posicionado);
    - Escrever um símbolo nesta célula da fita;
    - Mover o cabeçote para a esquerda ou direita;
    - Mudar o estado corrente;
  - A ação exata a ser executada é determinada por um programa (função de transição) que comunica à unidade de controle o que deve ser feito com base na configuração (estado + símbolo corrente da fita) em que a MT se encontra.



# Máquina de Turing

- Funcionamento da Máquina de Turing
  - O processamento cessa quando a máquina atinge uma configuração para a qual não existe função prevista, neste caso:
    - Se a máquina estiver com um estado final ativo, a palavra de entrada é aceita;
    - Se o estado ativo não for final, a palavra de entrada não é aceita;
    - Se a máquina não parar (*looping*), a entrada de entrada não é aceita.



# Máquina de Turing

- Definição da MT, uma octupla:
  - $\Sigma$  : alfabeto de símbolos de entrada;
  - $Q$  : conjunto de estados possíveis, o qual é finito;
  - $\delta$  : programa ou função de transição
    - $\delta: Q \times (\Sigma \cup V \cup \{\beta, \langle\}) \rightarrow Q \times (\Sigma \cup V \cup \{\beta, \langle\}) \times \{E, D\}$   
a qual é uma função parcial;
  - $q_0$  : estado inicial da máquina,  $q_0 \in Q$ ;
  - $F$  : conjunto de estados finais,  $F \subset Q$ ;
  - $V$  : alfabeto auxiliar (pode ser vazio);
  - $\beta$  : símbolo especial para células em branco;
  - $\langle$  : símbolo especial marcador de início da fita.

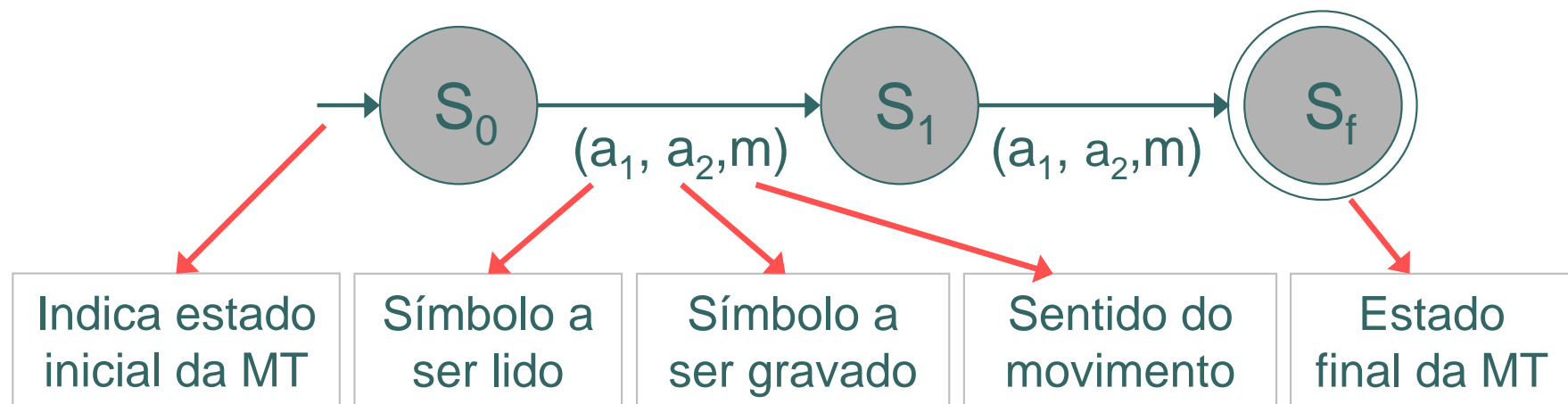


# Máquina de Turing

- A Máquina de Turing pode ser empregada como modelo de natureza reconhecedora ou transdutora:
  - Reconhecedora: processa a palavra de entrada aceitando-a ou rejeitando-a. Neste caso, o conjunto de palavras aceitas corresponde à linguagem descrita pela MT;
  - Transdutora: máquina para computar uma função. Aplica uma função sobre o conteúdo inicial da fita e o resultado produzido é lançado na própria fita.

# Máquina de Turing

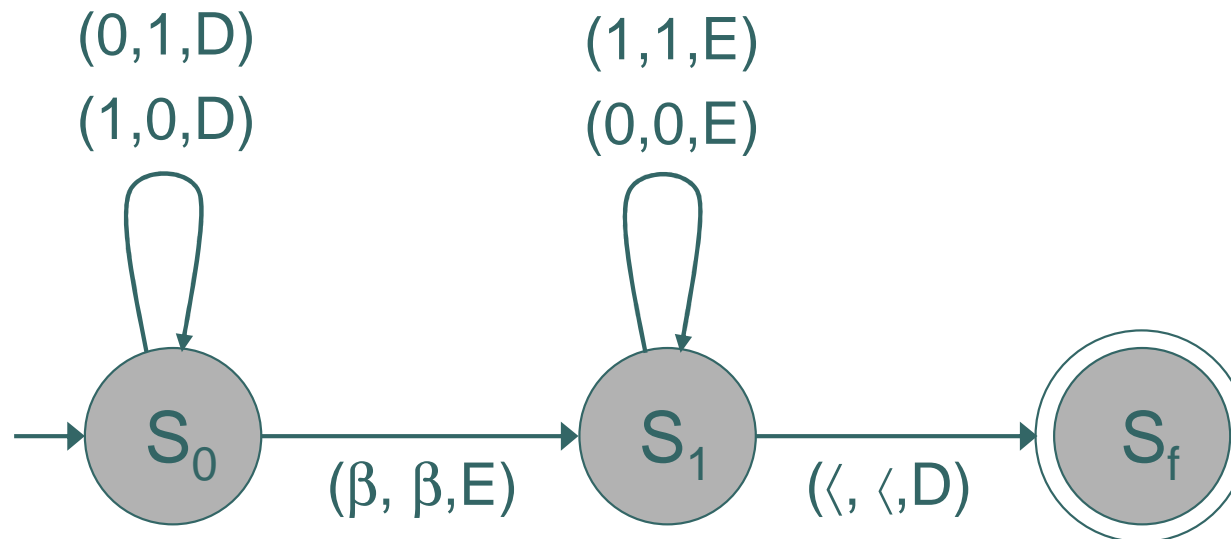
- Representação de MT por diagrama:
  - Semelhante à representação de AFD;
  - Os rótulos das setas, que representam as funções de transição são de acordo com a seguinte legenda:





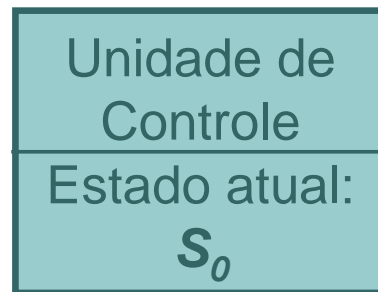
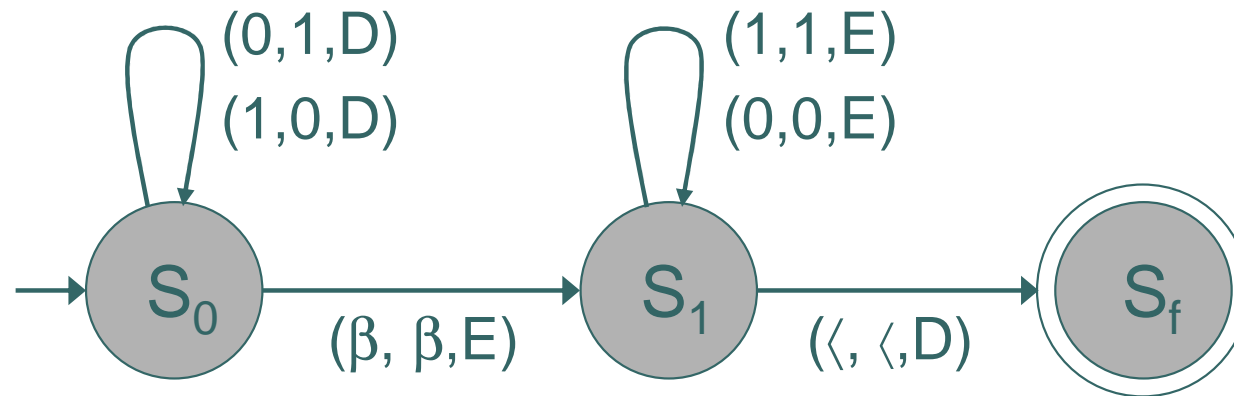
# Máquina de Turing

- Exemplo 1: uma MT transdutora que devolve o complemento de uma entrada binária.



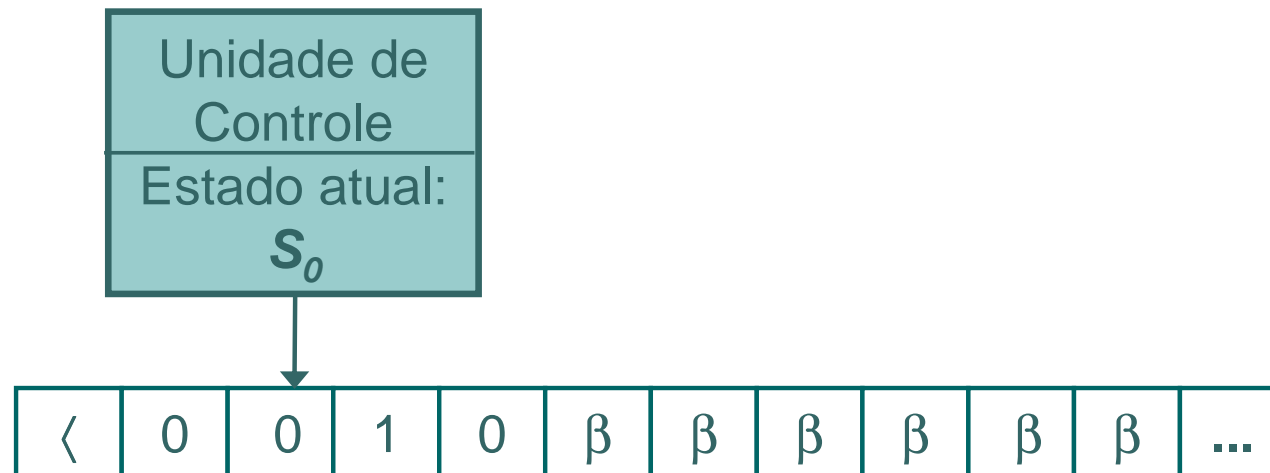
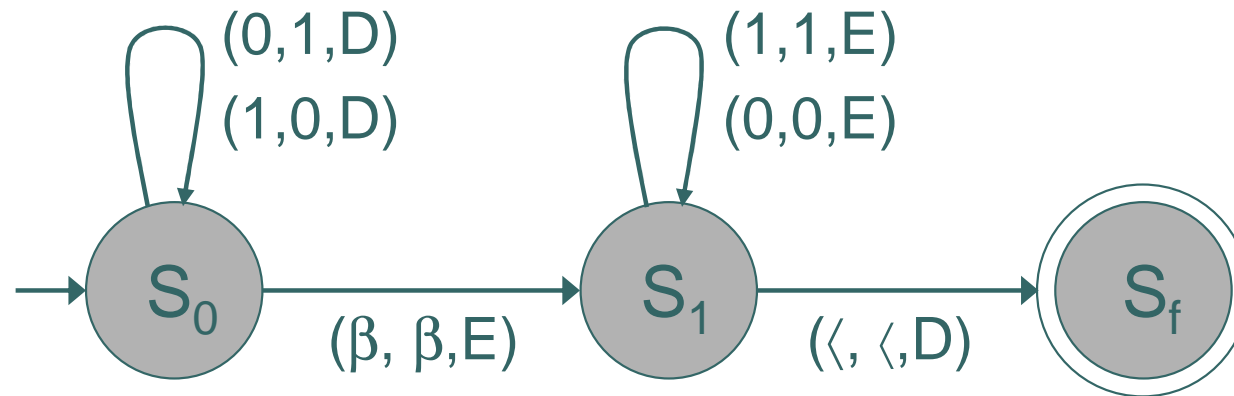
# Máquina de Turing

## ○ Processamento de “1010”:



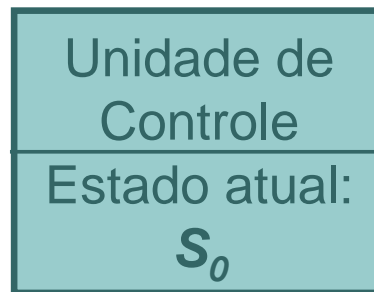
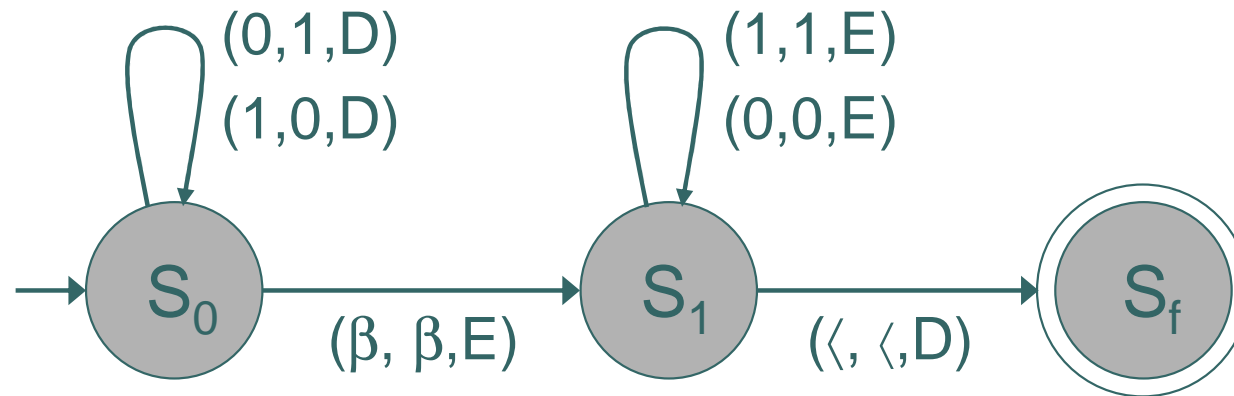
# Máquina de Turing

## ○ Processamento de “1010”:



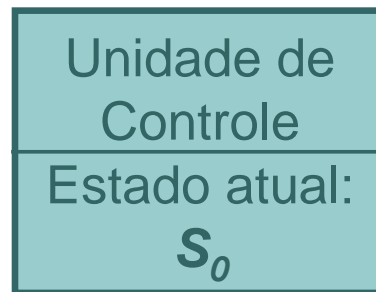
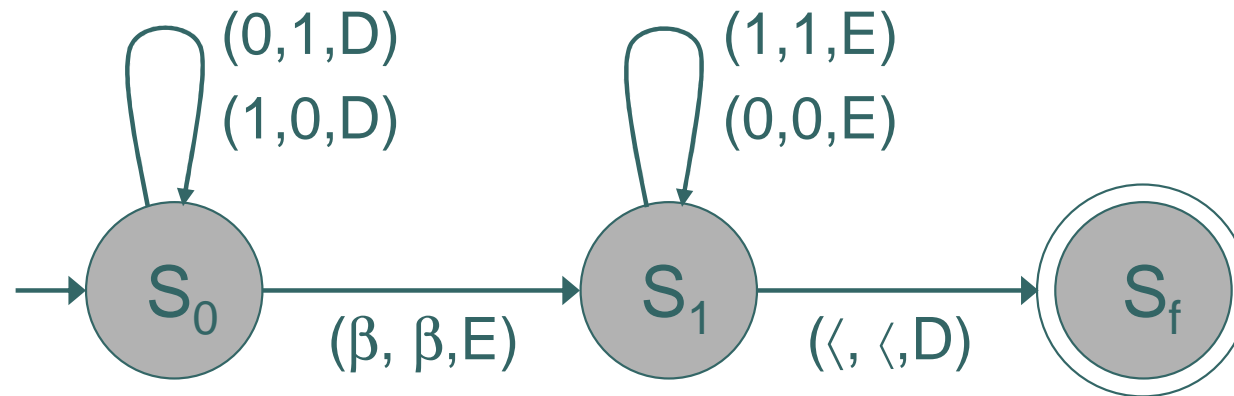
# Máquina de Turing

## ○ Processamento de “1010”:



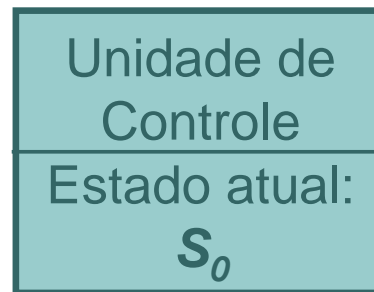
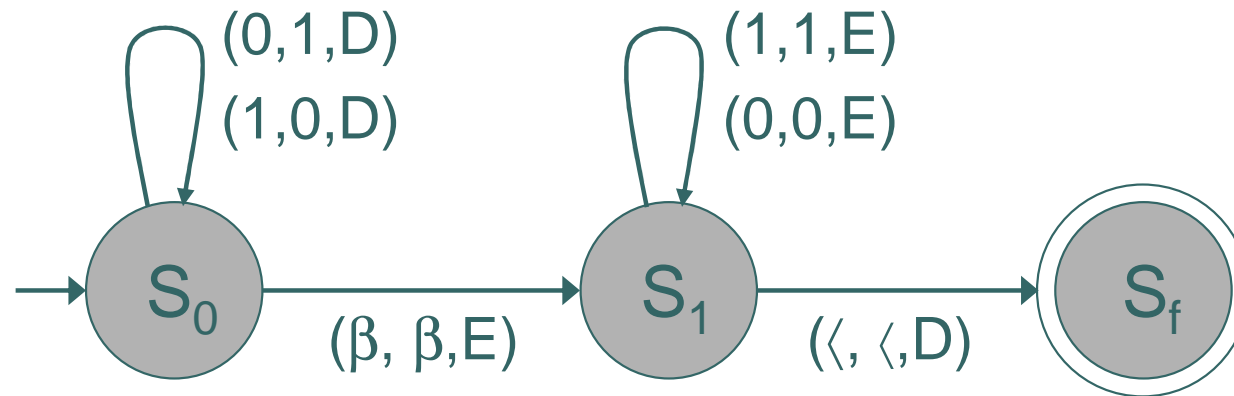
# Máquina de Turing

## ○ Processamento de “1010”:



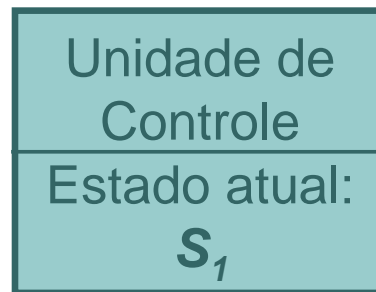
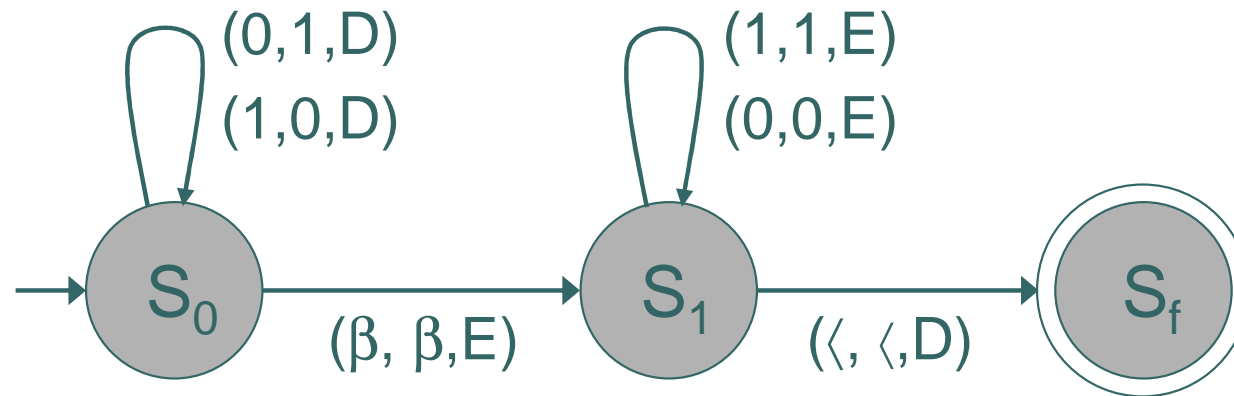
# Máquina de Turing

## ○ Processamento de “1010”:



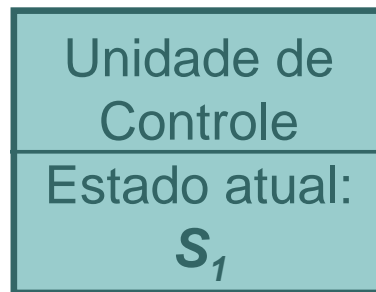
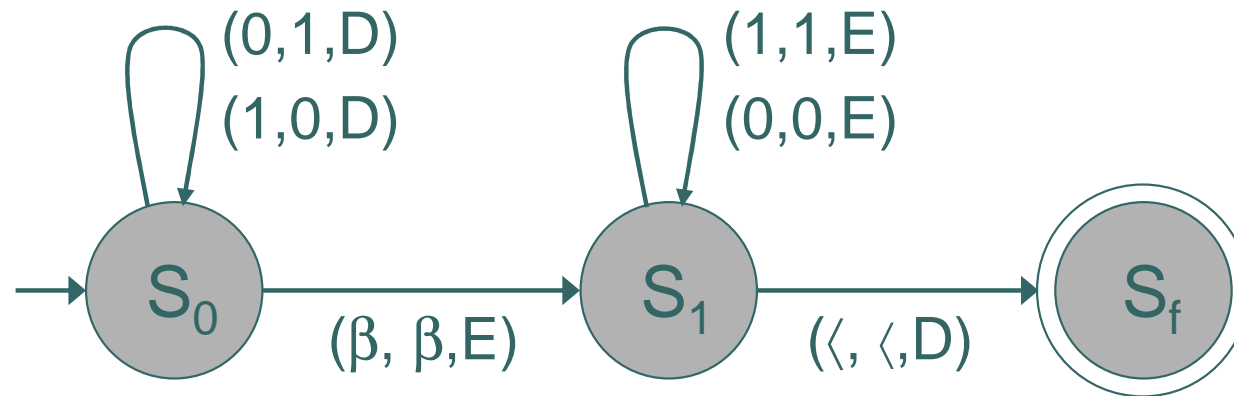
# Máquina de Turing

## ○ Processamento de “1010”:



# Máquina de Turing

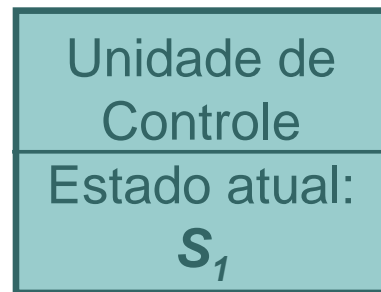
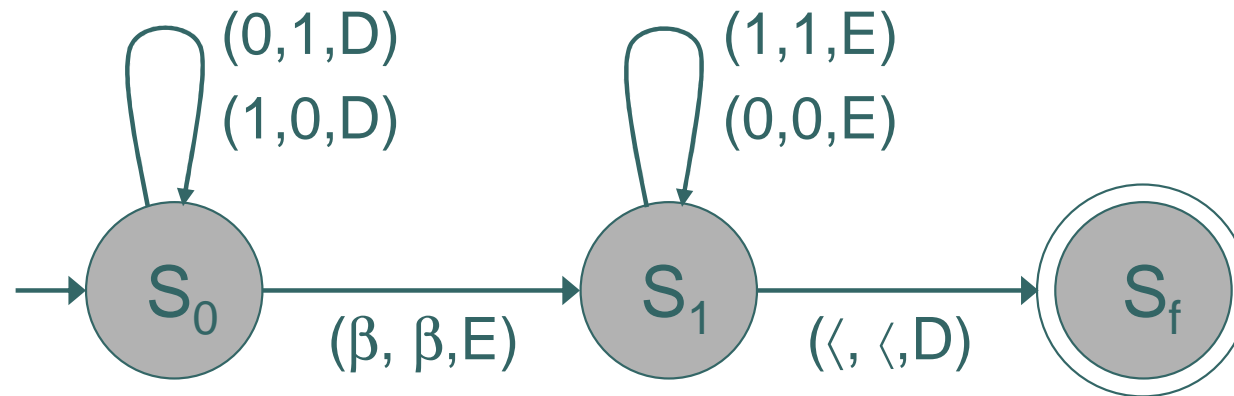
## ○ Processamento de “1010”:





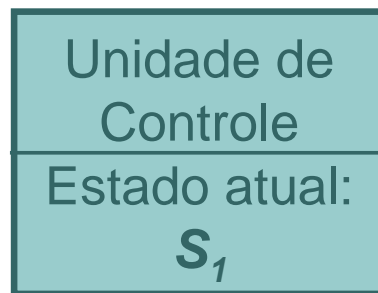
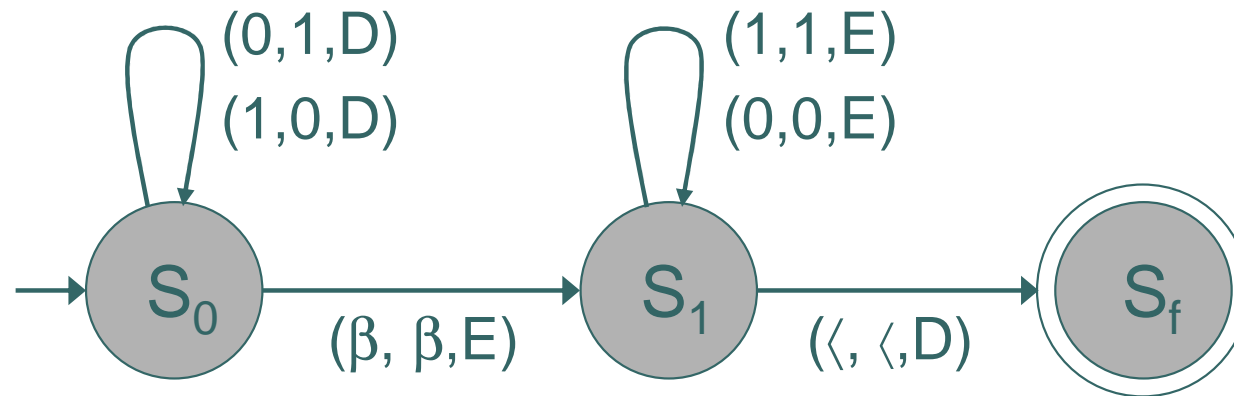
# Máquina de Turing

## ○ Processamento de “1010”:



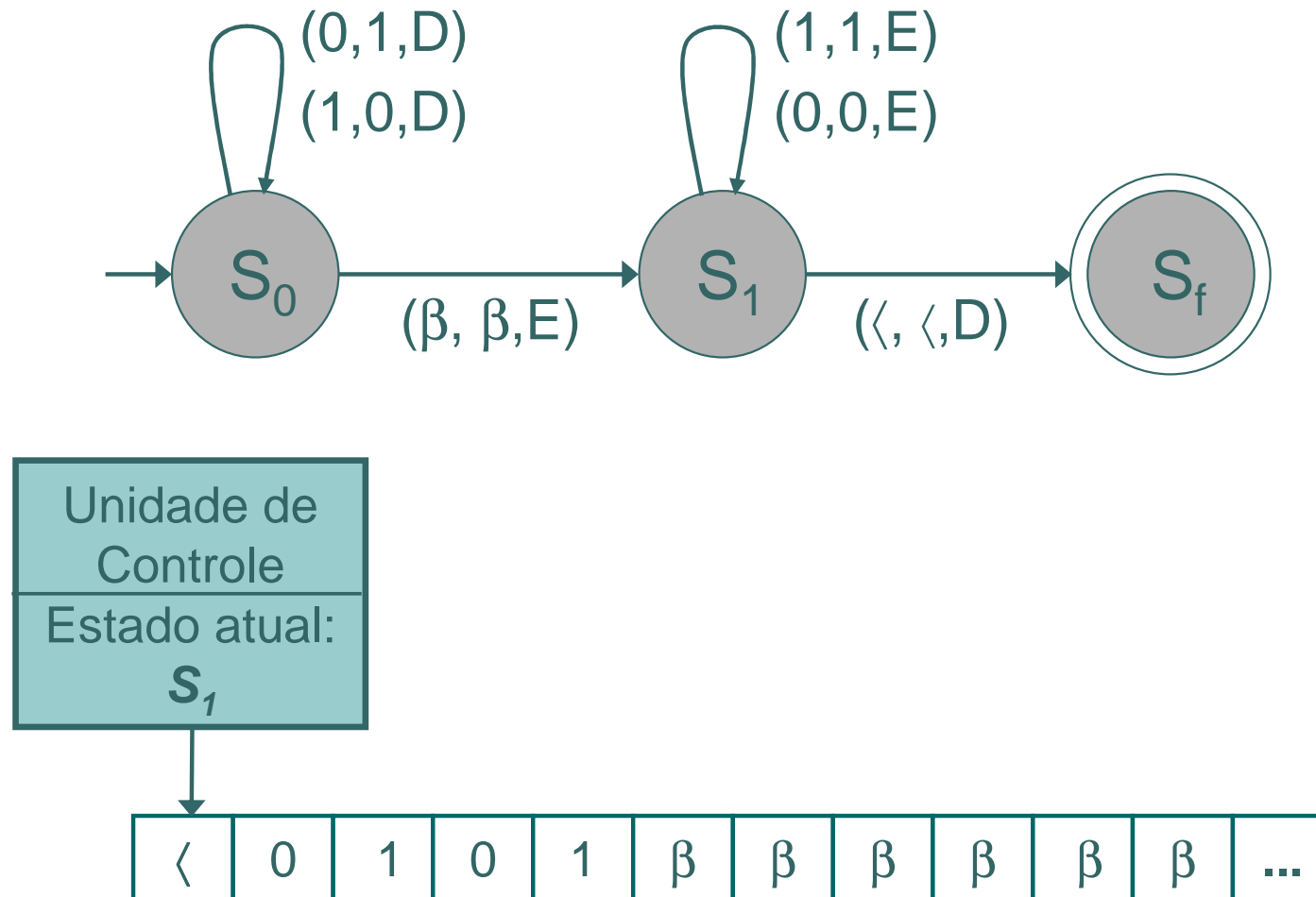
# Máquina de Turing

## ○ Processamento de “1010”:



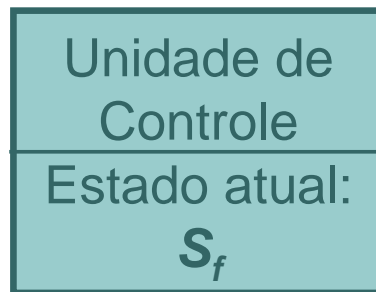
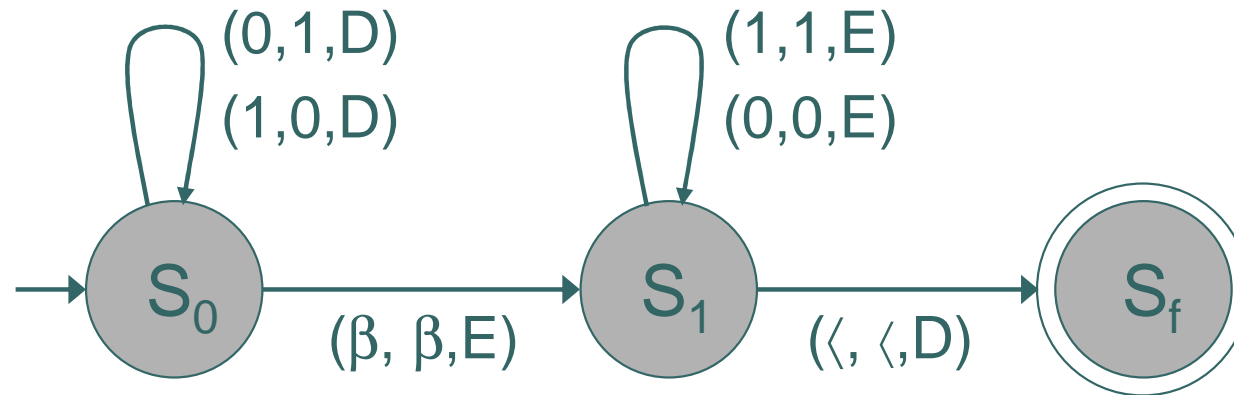
# Máquina de Turing

## ○ Processamento de “1010”:



# Máquina de Turing

## ○ Processamento de “1010”:



\* O reposicionamento da cabeça de leitura na sua posição original pode ser útil para realizar combinações de Máquinas de Turing.





# Máquina de Turing

- Exercício:
  - Construa uma MT transdutora que receba como entrada um número binário e devolva o quádruplo do mesmo.



# Máquina de Turing

- Máquina de Turing

- Dada a sua natureza conceitual, a MT pode ser implementada de diversas formas;
- Os computadores modernos são MT (exceto pelo fato de terem memória finita)
  - O processador corresponde à unidade de controle, cujos estados podem ser definidos pelos padrões de bits que podem ser associados aos registradores;
  - A memória da máquina corresponde ao sistema de armazenamento em fita;
  - Os padrões de bits (0 e 1) correspondem ao alfabeto da fita.



# Máquina de Turing

- Importância da MT para a Ciência da Computação:
  - A potência computacional da MT é tão grande quanto a de qualquer sistema algorítmico;
  - Se um problema não puder ser resolvido por uma MT, não poderá ser resolvido por qualquer sistema algorítmico;
  - MT representa a fronteira teórica da capacidade computacional para as máquinas modernas reais.



# Bibliografia

- BROOKSHEAR, J. G. Ciência da Computação. Porto Alegre: Bookman, 2000;
- DELAMARO, Márcio Eduardo. Linguagens Formais e Autômatos. Maringá: UEM, 1998;
- HOPCROFT, J. E. & ULLMAN, J. D. Formal Languages and Their Relation to Automata. Addison-Wesley, 1969;
- MENEZES, Paulo Blauth. Linguagens Formais e Autômatos. Porto Alegre: Editora Sagra-Luzzatto, 1998;
- VIEIRA, Newton José. Introdução aos Fundamentos da Computação. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006.