

Análise e Tratamento de Dados para Simulação de Sistemas



Principal fonte: Capítulo 5 do livro: *Introdução à Modelagem e Simulação de Sistemas*, 2ª Ed., Visual Books, 2008

Prof. Paulo José de Freitas Filho, Dr. Eng.

Universidade Federal de Santa Catarina

Dep. Informática e Estatística

freitas@inf.ufsc.br

Tópicos

- ◆ **Introdução;**
- ◆ **Processo de Amostragem e Coleta dos dados;**
- ◆ **Tratamento dos Dados;**
- ◆ **Identificação da distribuição estatística;**
- ◆ **Estimação dos parâmetros;**
- ◆ **Testes de aderência;**
- ◆ **Ajuste de Distribuições com o Arena *Input Analyzer***

Tópicos

- ◆ Introdução;
- ◆ Processo de Amostragem e Coleta dos dados;
- ◆ **Tratamento dos Dados;**
- ◆ Identificação da distribuição estatística;
- ◆ Estimação dos parâmetros;
- ◆ Testes de aderência;
- ◆ Ajuste de Distribuições com o Arena *Input Analyzer*

Tratamento de Dados

- ◆ **Buscar a Representação Gráfica** --> *Histogramas*
- ◆ **Dados brutos** - *Identificar os limites (6, 114)*

46	52	39	43	69	31	53	52	68	17
6	64	25	88	67	85	57	60	76	60
58	96	67	94	60	73	68	66	41	60
11	38	70	82	40	94	8	86	105	65
79	65	88	54	51	114	59	93	64	31
66	68	37	109	67	59	60	62	41	50
78	97	78	55	74	67	22	40	100	27
20	44	62	72	49	82	54	73	68	38
74	75	57	86	31	82	69	51	53	63
49	70	62	46	26	36	65	83	78	19

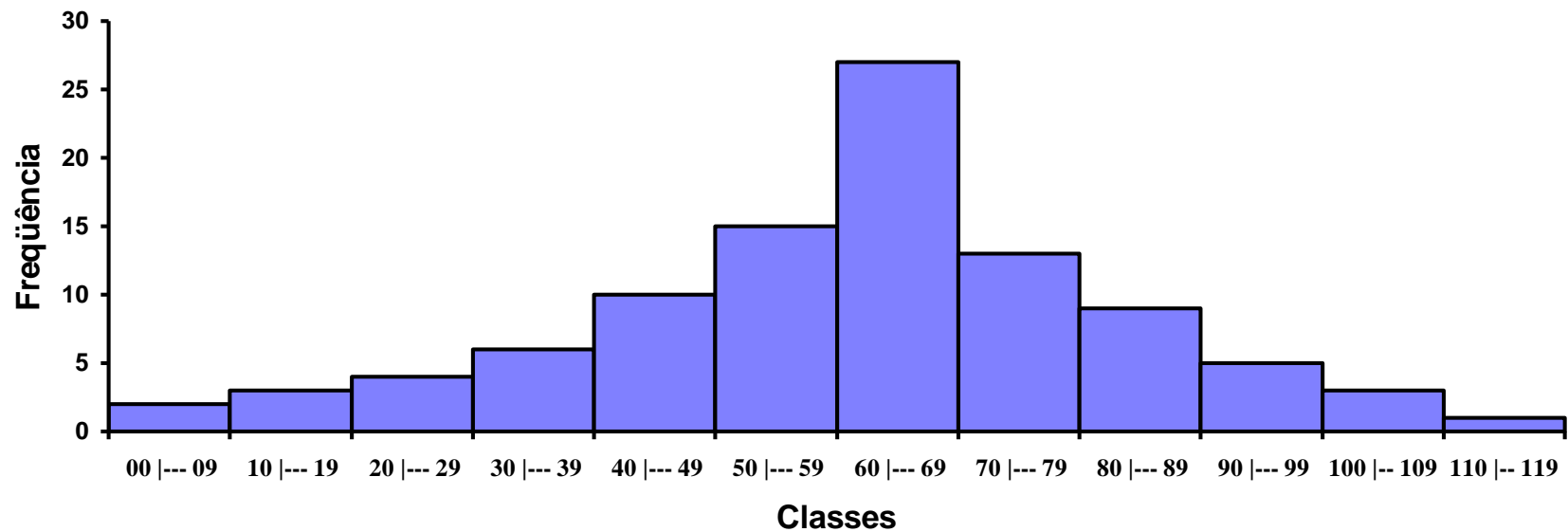
Representação Gráfica

♦ Tabela de distribuição de frequências

Classes (defeitos reportados)	Ponto Médio x_i	Frequência Absoluta
0 - 9	4,5	2
10 - 19	14,5	3
20 - 29	24,5	4
30 - 39	34,5	6
40 - 49	44,5	10
50 - 59	54,5	15
60 - 69	64,5	27
70 - 79	74,5	13
80 - 89	84,5	9
90 - 99	94,5	5
100 - 109	104,5	3
110 - 119	114,5	1
		Total = 100

Representação Gráfica

◆ Histograma



Representação Gráfica

- ◆ Exemplo de um histograma para os dados abaixo.

15.8	26.4	17.3	11.2	23.9	24.8	18.7	13.9	9.0	13.2
22.7	9.8	6.2	14.7	17.5	26.1	12.8	28.6	17.6	23.7
26.8	22.7	18.0	20.5	11.0	20.9	15.5	19.4	16.7	10.7
19.1	15.2	22.9	26.6	20.4	21.4	19.2	21.6	16.9	19.0
18.5	23.0	24.6	20.1	16.2	18.0	7.7	13.5	23.5	14.5
14.4	29.6	19.4	17.0	20.8	24.3	22.5	24.6	18.4	18.1
8.3	21.9	12.3	22.3	13.3	11.8	19.3	20.0	25.7	31.8
25.9	10.5	15.9	27.5	18.1	17.9	9.4	24.1	20.1	28.5

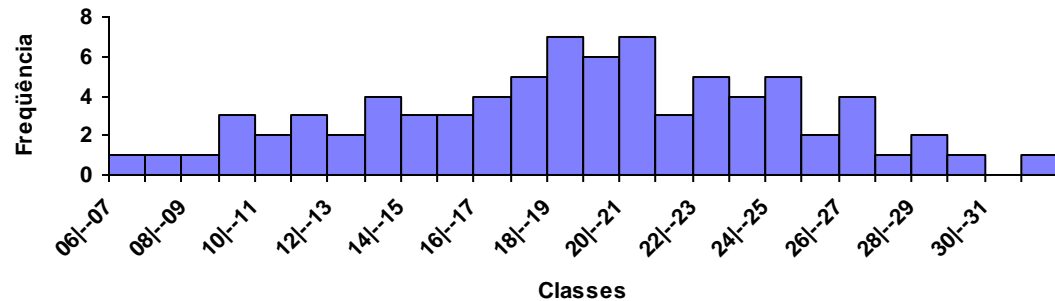
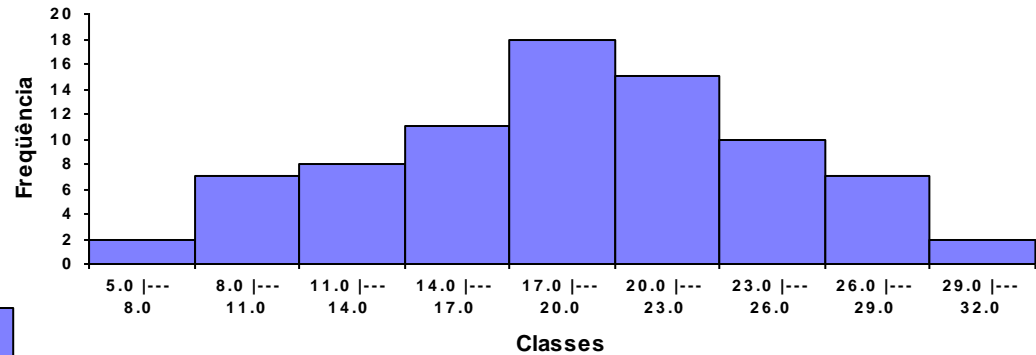
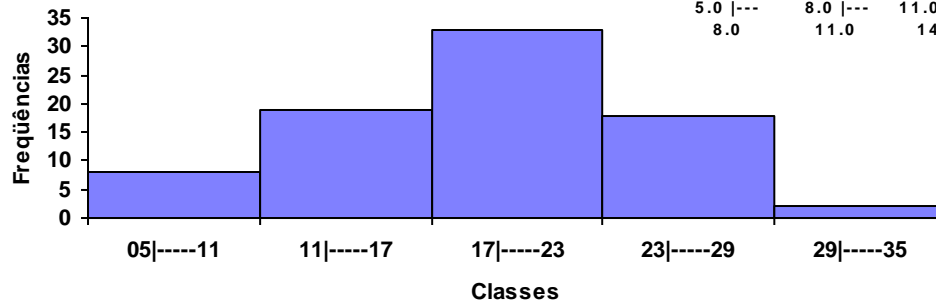
Representação Gráfica

◆ Distribuição de Frequências

Classes	Frequências (f_j)
5.0 --- 8.0	2
8.0 --- 11.0	7
11.0 --- 14.0	8
14.0 --- 17.0	11
17.0 --- 20.0	18
20.0 --- 23.0	15
23.0 --- 26.0	10
26.0 --- 29.0	7
29.0 --- 32.0	2
Total	80

Representação Gráfica

◆ Histogramas



Medidas Descritivas e Medidas de Dispersão

♦ Dados não Agrupados

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Média

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}$$

Variância

♦ Dados Agrupados

$$\bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^k f_j x_j}{n}$$

Média

$$S^2 = \frac{\sum_{j=1}^k f_j x_j^2 - n\bar{X}^2}{n-1}$$

Variância

Tópicos

- ◆ Introdução;
- ◆ Processo de Amostragem e Coleta dos dados;
- ◆ Tratamento dos Dados;
- ◆ **Identificação da distribuição estatística;**
- ◆ Estimação dos parâmetros;
- ◆ Testes de aderência;
- ◆ Ajuste de Distribuições com o *Arena Input Analyzer*

Identificação da Distribuição Teórica de Probabilidades

- ◆ O terceiro passo no processo de análise dos dados coletados é a identificação de uma distribuição teórica de probabilidades
- ◆ A utilização de gráficos, tais como um histograma, são muito úteis para a identificação ou delineamento da distribuição teórica de probabilidades.
- ◆ A construção de um histograma permite dar início ao processo de inferência sobre uma distribuição teórica de probabilidades.
- ◆ As hipóteses sobre qual distribuição adotar devem estar baseadas no contexto do assunto investigado e no perfil do histograma obtido

Principais Distribuições Contínuas

- ◆ Normal
- ◆ Uniforme
- ◆ Triangular
- ◆ Lognormal
- ◆ Erlang
- ◆ Gamma
- ◆ Beta
- ◆ Weibull

Principais Distribuições Discretas

- ◆ Poisson
- ◆ Uniforme discreta

Tópicos

- ◆ Introdução;
- ◆ Processo de Amostragem e Coleta dos dados;
- ◆ Tratamento dos Dados;
- ◆ Identificação da distribuição estatística;
- ◆ **Estimação dos parâmetros;**
- ◆ Testes de aderência;
- ◆ Ajuste de Distribuições com o *Arena Input Analyzer*

Estimação de Parâmetros

- ◆ Passo seguinte ao delineamento distribuição de probabilidades feito por meio do histograma dos dados coletados.
- ◆ Inicia com a determinação das
 - ▶ medidas descritivas: média, a moda e/ou mediana;
 - ▶ medidas de dispersão: variância e o desvio-padrão amostral.
- ◆ Tais medidas são a base das estimativas para os parâmetros das distribuições sob hipótese.
- ◆ Para aquelas distribuições que não possuem parâmetros de forma e escala, tais como a normal e a exponencial, por exemplo a média e a variância amostral são bons estimadores.

Estimação de Parâmetros

- ◆ No caso das distribuições Gama, Erlang e Beta, que necessitam dos parâmetros de forma (α) e de escala (β), as referências sugerem que é possível também realizar uma estimação destes elementos com utilização da média e da variância amostral

$$\alpha = (\mu / \sigma)^2 \quad \beta = \sigma^2 / \mu$$

- ◆ No caso das distribuições Uniforme e Triangular, os valores de mínimo e de máximo são obtidos diretamente dos valores amostrais. O valor modal da distribuição Triangular pode ser estimado por:

$$Mo = 3\bar{x} - (x_{\min} + x_{\max})$$

Estimação de Parâmetros

Distribuição	Parâmetros	Estimadores
Uniforme:	UNIF (a, b)	$a = x_{\min} ; b = x_{\max}$
Exponencial	EXPO (β)	$\beta = \bar{X}$
Normal	NORM (μ, σ)	$\mu = \bar{X} ; \sigma = \sqrt{\frac{n-1}{n}} S^2$
Triangular	TRIA (a, b, c)	$a = x_{\min}; b = \text{Moda}; c = x_{\max}$ onde: $\text{Moda} = 3\bar{x} - (x_{\min} + x_{\max})$
Uniforme Discreta	UNIF DISC (i, j)	$i = x_{\min} ; j = x_{\max}$
Poisson	POIS (λ)	$\lambda = \bar{X}$

Tópicos

- ◆ Introdução;
- ◆ Processo de Amostragem e Coleta dos dados;
- ◆ Tratamento dos Dados;
- ◆ Identificação da distribuição estatística;
- ◆ Estimação dos parâmetros;
- ◆ **Testes de aderência;**
- ◆ Ajuste de Distribuições com o *Arena Input Analyzer*

Testes de Aderência

- ♦ O **objetivo** dos testes de aderência é a **verificação da qualidade** na escolha da distribuição que se acredita melhor represente os dados da população.
- ♦ Assim como grande parte das etapas da análise de dados, os testes de aderência também podem ser **realizados com auxílio computacional**.
- ♦ Convém, no entanto, enfatizar uma vez mais que, mesmo adotando tal procedimento (plenamente recomendável), é fundamental que o analista entenda o **significado da aplicação do teste e os seus resultados**.

Testes de Aderência

- ◆ Usualmente, os testes de aderência empregam **métodos gráficos e/ou teóricos** (estatísticos).
 - ▶ Graficamente, a **qualidade é medida de forma visual**, isto é, de acordo com a proximidade ou “aderência” entre o desenho da distribuição teórica e aquele referente aos dados coletados. **Quanto menor a diferença entre eles melhor a aderência** entre os dados e a determinada distribuição.
 - ▶ Teoricamente, procura-se **provar a hipótese** (teste de hipóteses) de que o conjunto de dados amostrais **não diferem, de maneira significativa**, daqueles esperados de uma distribuição teórica especificada.

Testes de Aderência

- ◆ Os dois principais métodos teóricos são:

Qui-quadrado e Kolmogorov-Smirnov (K-S).

- ◆ Medir e avaliam os desvios entre a distribuição amostral e a teórica.
- ◆ A **decisão** de quando aplicar um ou outro teste baseia-se no **tamanho da amostra** disponível e na **natureza da distribuição**.

- ▶ O teste **K-S** é valido apenas para distribuições **contínuas**
- ▶ **Qui-quadrado** pode ser aplicado a **contínuas e discretas**.
- ▶ **Não** é recomendável a aplicação do teste **Qui-quadrado** a **pequenas** amostras.
- ▶ Geralmente, a aplicação deste teste exige amostras com pelo menos 100 valores
- ▶ O teste **K-S**, é aplicável à **pequenas** amostras.

Teste Qui-quadrado

◆ Procedimentos

- ▶ **Arranjo** das n observações em um conjunto de k **classes** de intervalos;
- ▶ **Cálculo do teste estatístico** dado pela seguinte fórmula:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(fo_i - fe_i)^2}{fe_i}$$

onde

k = número de classes ou intervalos

f_0 = frequência observada nas classes

f_e = frequência esperada nas classes

\sum_k = somatório de todas as classes

- ▶ Se $\chi^2 = 0$, então as duas distribuições estão “**casando**” perfeitamente, isto é, não existem diferenças entre a distribuição de teórica e a observada.
- ▶ Quanto maior o valor de χ^2 , maior a discrepância entre as duas distribuições.

Teste Qui-quadrado...

- ◆ Deve-se demonstrar que χ^2 segue, aproximadamente, a distribuição Qui-quadrado com $\nu = k-1-p$ graus de liberdade, onde p é o número de parâmetros da distribuição sob hipótese.
- ◆ As **hipóteses** a serem testadas são as seguintes:
 - ▶ H_0 : a variável aleatória X , segue a distribuição sob hipótese com o(s) parâmetro(s) estimado(s);
 - ▶ H_1 a variável aleatória X , não segue a distribuição sob hipótese com o(s) parâmetro(s) estimado(s).
- ◆ Compara-se o valor calculado de χ^2 com os valores críticos de $\chi^2_{\alpha, k-1-p}$.
- ◆ Os valores críticos são fornecidos pela tabela da distribuição Qui-quadrado. A **hipótese nula H_0 é rejeitada** se $\chi^2 > \chi^2_{\alpha, k-1-p}$.

Teste Qui-quadrado...

- ◆ Recomenda-se que para a aplicação do teste Qui-quadrado, a amostra possua pelo menos 25 elementos.
- ◆ A Tabela abaixo apresenta sugestões para o número de classes para este teste no caso de dados contínuos.

Tamanho da Amostra (n)	Número de Classes (K)
20	Não use o teste χ^2
50	5 a 10
100	10 a 20
> 100	\sqrt{n} até $n/5$

Teste Qui-quadrado - Exemplo

- ◆ Com a intenção de **monitorar o tráfego** chamadas telefônicas sobre uma central, o seguinte experimento foi realizado.
 - A cada **intervalo de cinco minutos**, foi registrado o **número de chamadas** ocorridas.
 - Os valores esperados são: 0, 1, 2, . . . , 13 para o número de chamadas em cada intervalo.
 - Um total de 400 intervalos são registrados.
 - As **frequências relativas** aos valores observados foram: 3, 15, 47, 76, 68, 74, 46, 39, 15, 9, 5, 2, 0 e 1, respectivamente.
- ◆ A **hipótese** relativa ao experimento é verificar a **aderência** dos dados com relação a uma **distribuição de Poisson**, com $\lambda = 4,6$.

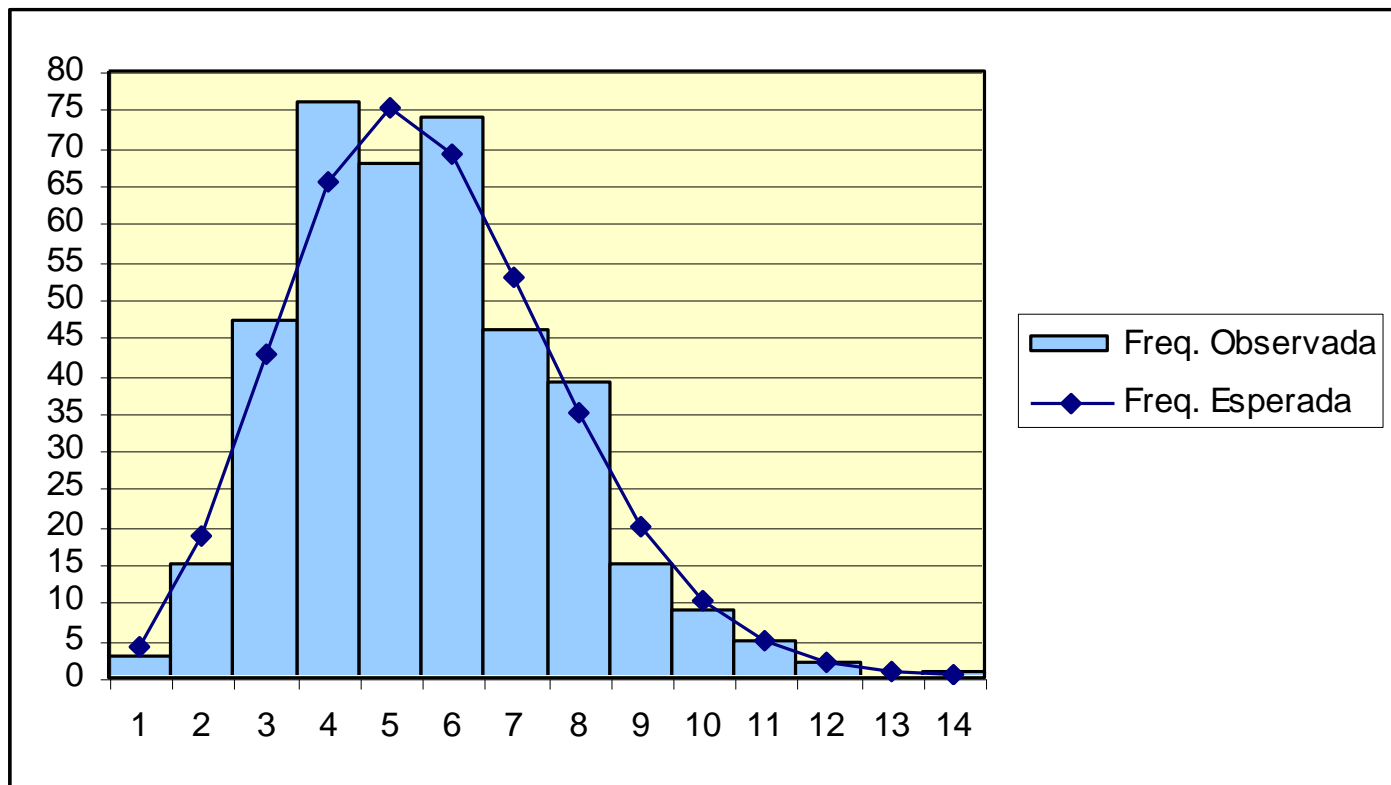
Teste Qui-quadrado - Exemplo

Distribuições das frequências observadas e esperadas

Número de Chamadas	Frequências Observadas	Probabilidades de Poisson	Frequências Esperadas
0	3	0,010	4,0
1	15	0,046	18,4
2	47	0,107	42,8
3	76	0,163	65,2
4	68	0,187	74,8
5	74	0,173	69,2
6	46	0,132	52,8
7	39	0,087	34,8
8	15	0,050	20,0
9	9	0,025	10,0
10	5	0,012	4,8
11	2	0,005	2,0
12	0	0,002	0,8
13	1	0,001	0,4
	400		400,0

Teste Qui-quadrado - Exemplo

Teste de aderência visual



Teste Qui-quadrado - Exemplo

◆ Teste de Hipóteses

- ▶ H_0 : A variável aleatória possui distribuição de Poisson com $\lambda=4,6$;
- ▶ H_1 : A variável aleatória não possui distribuição de Poisson com $\lambda=4,6$

◆ Comparando

- ▶ Valor calculado de χ^2 , logo $\chi^2 = \frac{(18-22,4)^2}{22,4} + \frac{(47-42,8)^2}{42,8} + \dots + \frac{(8-8,0)^2}{8,0} = 6,749$
- ▶ Valor crítico de $\chi^2_{\alpha, k-1-p}$.
- ▶ Os valores críticos fornecidos pela tabela da distribuição Qui-quadrado para $\alpha = 5\%$ e $\nu = 10-1-1 = 8$ é igual 15,5.
- ▶ A hipótese nula H_0 é rejeitada se $\chi^2 > \chi^2_{\alpha, k-1-p}$
- ▶ Como $6,749 < 15,5$ não se pode rejeitar a hipótese de que com 95% de confiança, os dados da amostra seguem uma distribuição Poisson com parâmetro $\lambda = 4,6$.

Teste Kolmogorov-Smirnov

- ◆ Aplica-se com a mesma intenção que o Chi-quadrado, isto é, testar se uma distribuição amostral segue uma determinada distribuição teórica contínua.
- ◆ O teste baseia-se na comparação das probabilidades *acumuladas* das duas distribuições (observada e teórica).
- ◆ Para a consulta em uma tabela de valores críticos, toma-se a o maior valor K-S observado, isto é, o que corresponde ao **maior desvio** entre as duas distribuições

Teste Kolmogorov-Smirnov - Exemplo

- ♦ Avaliar o conjunto de dados e verificar sua aderência a uma distribuição Uniforme com $\alpha = 5\%$

17,38	18,09	22,47	15,29	10,33	28,98	14,70	11,26	27,49	15,90	13,47	14,43
23,73	18,09	19,09	29,29	22,12	11,86	28,31	15,79	17,48	27,78	10,27	11,94
11,77	11,72	10,72	22,20	12,05	24,28	17,33	10,42	28,78	10,16	13,63	17,31
21,56	12,61	11,76	18,37	27,00	11,86	19,90	23,92	18,61	17,38	12,66	28,29
23,17	22,28	25,24	17,58	14,66	14,41	28,59	21,72	10,56	12,48	13,02	27,84

Teste Kolmogorov-Smirnov - Exemplo

Tabela de Distribuição de Freqüências

Limites Das Classes		Freqüência Absoluta	Freqüência Relativa	Freqüência Acumulada	Freqüência Acumulada	Diferenças
Inf.	Sup.	Observada	Observada	Observada	Teórica	Freqüência Acumulada
10,00	— 12,00	13	0.2167	0.2167	0.1	0.1167
12,00	— 14,00	7	0.1167	0.3334	0.2	0.1334
14,00	— 16,00	7	0.1167	0.4501	0.3	0.1501*
16,00	— 18,00	6	0.1000	0.5501	0.4	0.1501*
18,00	— 20,00	6	0.1000	0.6501	0.5	0.1501*
20,00	— 22,00	2	0.0333	0.6834	0.6	0.0834
22,00	— 24,00	7	0.1167	0.8001	0.7	0.1001
24,00	— 26,00	2	0.0333	0.8334	0.8	0.0334
26,00	— 28,00	4	0.0666	0.9000	0.9	0.0000
28,00	— 30,00	6	0.1000	1.0000	1.0	0.0000

Teste Kolmogorov-Smirnov - Exemplo

- ♦ As maiores diferenças são observadas nas classes que iniciam em 14,00 e vão até 20,00.
- ♦ O valor da diferença é de 0.1501.
- ♦ Compara-se este valor com o obtido da tabela de valores críticos do teste K-S, com $\alpha = 5\%$ e $v=60$ (60 valores na tabela), isto é, 0,1756.
- ♦ O mesmo critério de rejeição deve ser então aplicado.
- ♦ Como o **valor crítico tabelado** é **maior** que o **valor calculado** a partir dos dados da amostra, **não se pode rejeitar a hipótese H_0** de que os dados levantados seguem uma distribuição Uniforme.

Tópicos

- ◆ Introdução;
- ◆ Processo de Amostragem e Coleta dos dados;
- ◆ Tratamento dos Dados;
- ◆ Identificação da distribuição estatística;
- ◆ Estimação dos parâmetros;
- ◆ Testes de aderência;
- ◆ **Ajuste de Distribuições com o Arena *Input Analyzer***

Ajuste de Distribuições com o Arena Input Analyzer

◆ **Objetivos e necessidades:**

- ▶ Selecionar uma distribuição de probabilidade para ser usada na geração de dados para o modelo de simulação;
- ▶ Possuir uma amostra de dados (IID - Independente e Identicamente Distribuída) coletados no sistema real.

◆ ***Arena Input Analyzer***

- ▶ Aplicação independente.
- ▶ Também acessível via menu Tools;
- ▶ Realiza um processo de aderência.
- ▶ Fornece uma expressão válida no Arena passando-a diretamente a um modelo (Copy/Paste).

Ajuste de Distribuições com o Arena Input Analyzer (cont...)

- ◆ Ajuste = decidir sobre o tipo de distribuição (exponencial, normal, empírica, etc.) e estimar seus parâmetros;
 - ▶ Diferentes métodos (Max. semelhança, menores quadrados, ...)
 - ▶ Realização de Testes de Hipóteses para avaliar a melhor distribuição
 - H_0 : a distribuição escolhida representa adequadamente os dados
 - testar o valor de p (maior = melhor)
- ◆ Verificar ajuste entre distribuição “teórica” X empírica;
- ◆ Trabalha com dados de distribuições contínuas e discretas;
- ◆ Realiza “*Best fit*” entre várias distribuições.

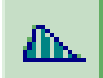

Arquivos de Dados para o *Input Analyzer*

- ◆ **Criar um arquivo de dados (editores, planilhas, etc...)**
 - ▶ Deve ser do tipo ASCII (salve ou exporte);
 - ▶ Dados separados por brancos (espaços, tab., novas linhas)
 - ▶ Aceita também formato livre
- ◆ **Abrir arquivo a partir do Input Analyzer**
 - ▶ menu *File/New* ou
 - ▶ menu *File/Data File/Use Existing ...*
 - ▶ Get histogram, basic summary of data
 - ▶ Para ver dados: menu *Window/Input Data*
- ◆ **Pode gerar dados “falsos” para aprendizado ou estudos.**
 - ▶ menu *File/Data File/Generate*

O Menu *Fit*

- ◆ **Verifica distribuições (testes de aderência);**
- ◆ **Verifica a forma de distribuições específicas**
 - ▶ Desenha a função densidade sobre um histograma (visual);
 - ▶ Fornece a expressão exata (parâmetros) para *Copy* e *Paste* ao modelo de simulação;
 - ▶ Pode incluir limites (*offset*), dependendo da distribuição;
 - ▶ Fornece os resultados do teste de aderência.
 - Testes Chi-quadrado e Kolmogorov-Smirnov
 - O mais importante: ***valor de p***, sempre entre 0 e 1;
 - ***p*** pequeno (< 0.05): aderência pobre;
 - O uso da distribuição ajustada pode apresentar um conjunto de dados mais inconsistente do que o conjunto de dados da amostra, em função da probabilidade de pontos extremos.

O Menu Fit (cont...)

- ◆ Ajuste de todas as distribuições (teóricas) do Arena
 - ▶ *Fit/Fit All* menu ou 
 - ▶ Retorna a distribuição com o mínimo *square-error*
 - Square error = soma dos quadrados das diferenças entre as frequências do histograma e da distribuição ajustada (teórica);
 - Pode depender do nº de intervalos escolhidos: diferentes intervalos podem levar a uma solução diferente;
 - ▶ O valor de *p* pode indicar se o ajuste é + ou - pobre;
 - ▶ Para ver o resultado de todos os testes: *Window/Fit All Summary* ou então 

O Menu Fit (cont ...)

- ◆ Ajusta à distribuições empíricas (contínuas ou discretas):
Fit/Empirical
 - ▶ Pode interpretar resultados como dist.. contínuas ou discretas
 - Discretas: toma pares (probabilidade cumulativa, valor);
 - Contínuas: Arena faz interpolação linear dentro dos limites dos dados. Não gera dados fora dos limites (pode ser bom ou ruim);
 - ▶ Distribuições empíricas podem ser usadas intencionalmente ou, quando distribuições “teóricas” tem ajuste pobre.

Alguns Comentários sobre Ajuste de Distribuições

- ◆ Não se trata de uma ciência exata - não tem resposta “certa”;
- ◆ Considere distribuições teóricas X empíricas;
- ◆ Considere os limites das distribuições
 - ▶ infinito de ambos os lados (ex.. normal);
 - ▶ positiva (ex.. exponencial, gamma);
 - ▶ limitadas (e.g., beta, uniforme);
- ◆ Considere a facilidade de manipulação dos parâmetros afetando médias e variâncias;
- ◆ Possibilidade de realização de análise de sensibilidade;
- ◆ Dados multimodais, dados fora dos limites esperados, etc..

Falta de Dados?

- ◆ Acontece com + frequência do que o esperado;
- ◆ Não existem boas soluções. Algumas soluções (ruins);
 - ▶ Entrevistas com “experts”
 - Min, Max: Uniforme
 - média., % erros ou erro absoluto: Uniforme
 - Min, Moda, Max: Triangular
 - Moda pode ser diferente da Média — permite assimetria
 - ▶ Chegadas — independentes, estacionárias
 - Exponencial — necessita de um valor para a média;
 - ▶ Número de eventos “randômicos” num intervalo: Poisson
 - ▶ Soma de elementos independentes: normal

Processo de Chegadas Não-estacionário

- ◆ Eventos externos (geralmente chegadas) cujas taxas variam ao longo do tempo;
 - ▶ restaurantes tipo *fast-food*;
 - ▶ Hora do *Rush* do tráfego das cidades;
 - ▶ *Call-centers* (telefone);
 - ▶ Demandas sazonais por produtos manufaturados;
- ◆ Pode ser crítica a modelagem deste processo não-estacionário considerando a validação do modelo;
 - ▶ Ignorar picos e vales pode mascarar o comportamento;
- ◆ Um bom modelo: *Processo Poisson Não-estacionário*

Processo de Chegadas Não-estacionário

(cont...)

◆ Duas questões:

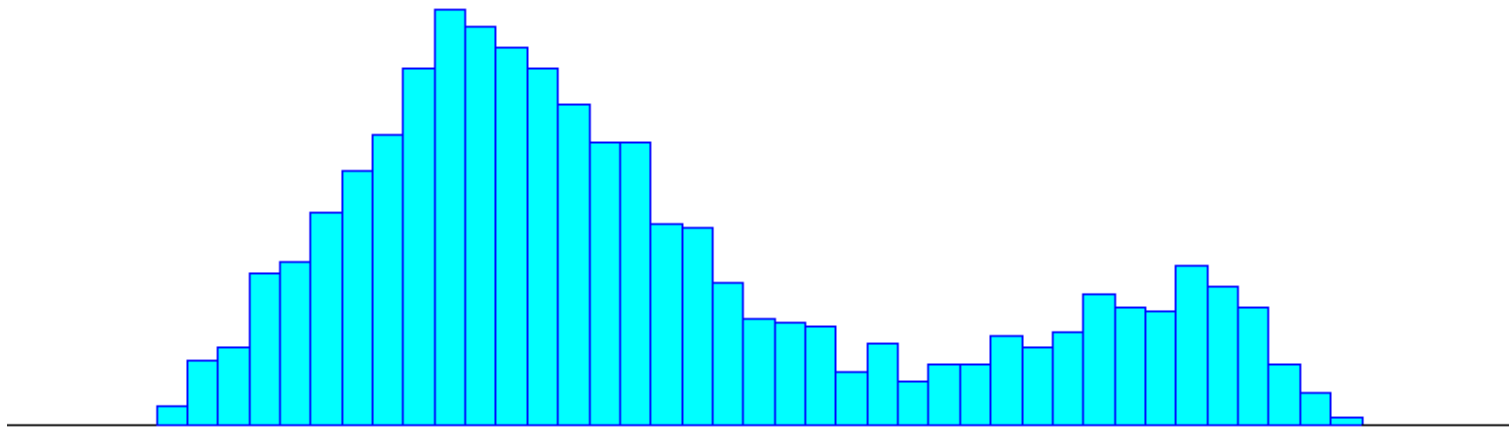
- ▶ Como especificar/estimar a “*função*” taxa de chegada?
- ▶ Como gerar apropriadamente da função durante a simulação
- ▶ Vários métodos
- ▶ Pequena idéia do método *constante*
 - Dividir a “janela” de tempo em períodos sobre os quais imagina-se a taxa seja quase constante;
 - Computar a taxa observada em cada subintervalo;
 - Seja *muito* cuidadoso com as unidades de tempo!
 - Unidades de tempo do Modelo = minutos
 - Subintervalos = meia hora (= 30 minutes)
 - 45 chegadas na meia hora; taxa = $45/30 = 1.5$ *por minuto*

Dados Multivariados e Correlacionados

- ◆ Usualmente assumimos que todas as observações aleatórias geradas ao longo da simulação são independentes (mesmo que de diferentes distribuições)
- ◆ Algumas vezes isto não é verdade:
 - ▶ Uma “peça” mais complicada poderá requerer um longo tempo de processo em dois servidores em seqüência
 - ▶ Isto pode resultar em uma correlação positiva;
- ◆ Ignorar tais relações pode invalidar o modelo

Distribuições Multimodais

- ◆ Quando dois ou mais valores são mais frequentes que os demais numa mesma amostra.

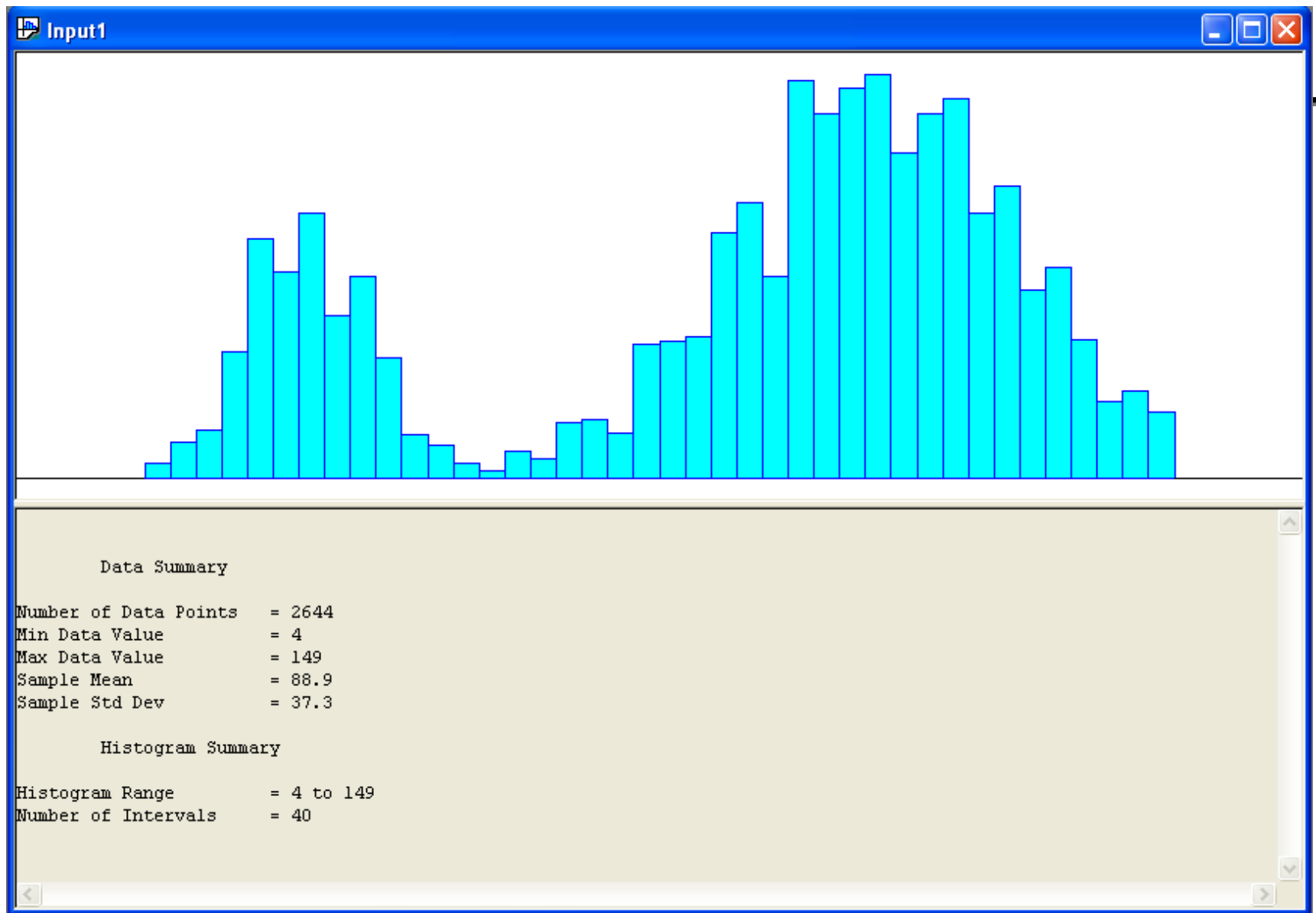


- ◆ Amostra perfil de consumidores (número de itens comprados em um supermercado)

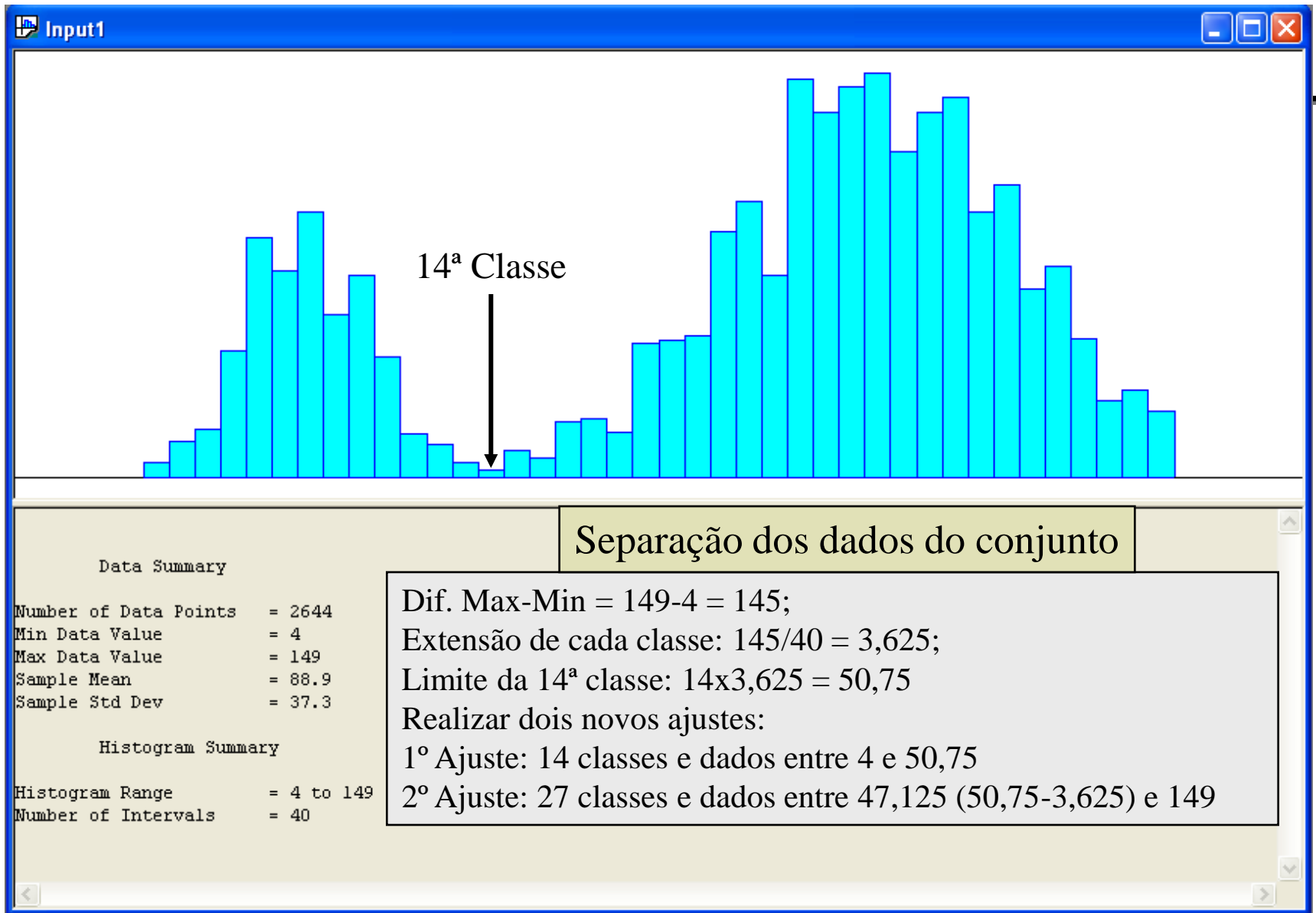
Distribuições - Exercícios

1. Analise os dados do arquivo “chegada 1011.txt” e ajuste uma função exponencial para estes dados e analise os resultados apresentados pela ferramenta.
2. Repita o exercício anterior utilizando a opção *Fit All* e compare com os resultados obtidos anteriormente.
3. Repita os procedimentos do exercício 2 empregando o arquivo “chegada 1011-100.txt”. Compare os resultados e análises com aquelas realizadas no exercício 2.
4. Usando o *Input Analyzer* faça o processo de ajuste ao arquivo: “*dados exercício 5. txt*”

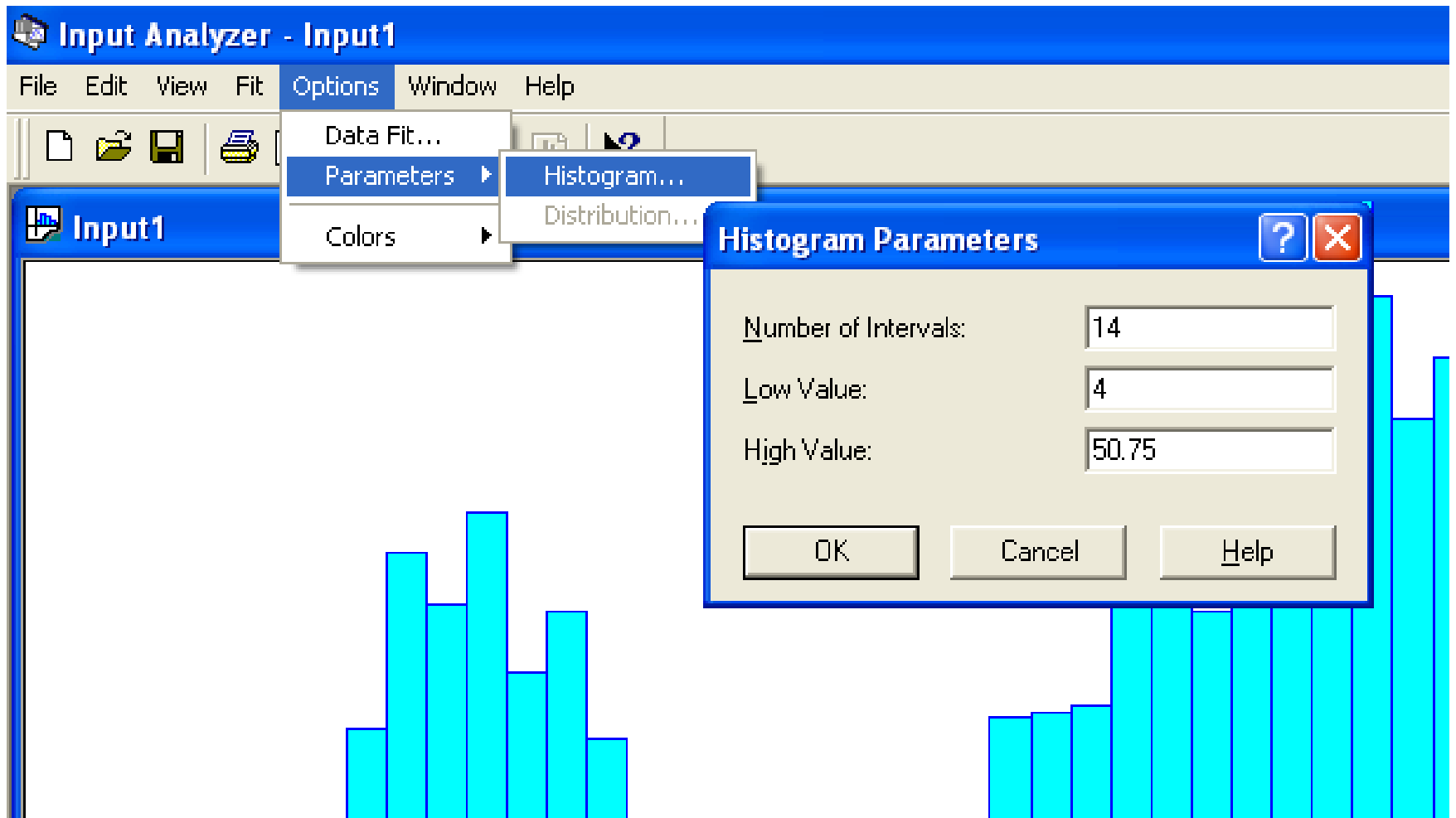
Análise do 5º Exercício



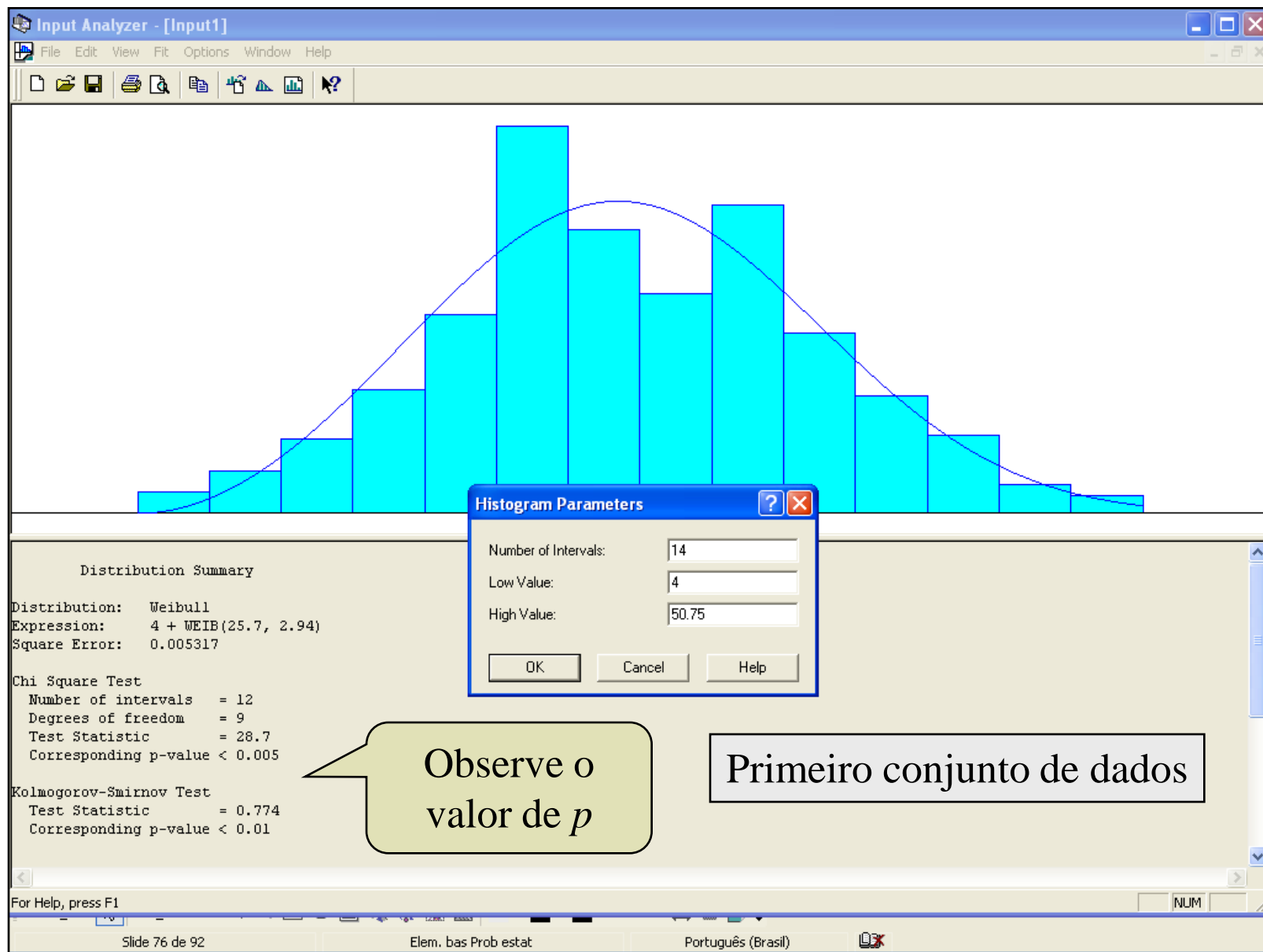
Análise do 5º Exercício



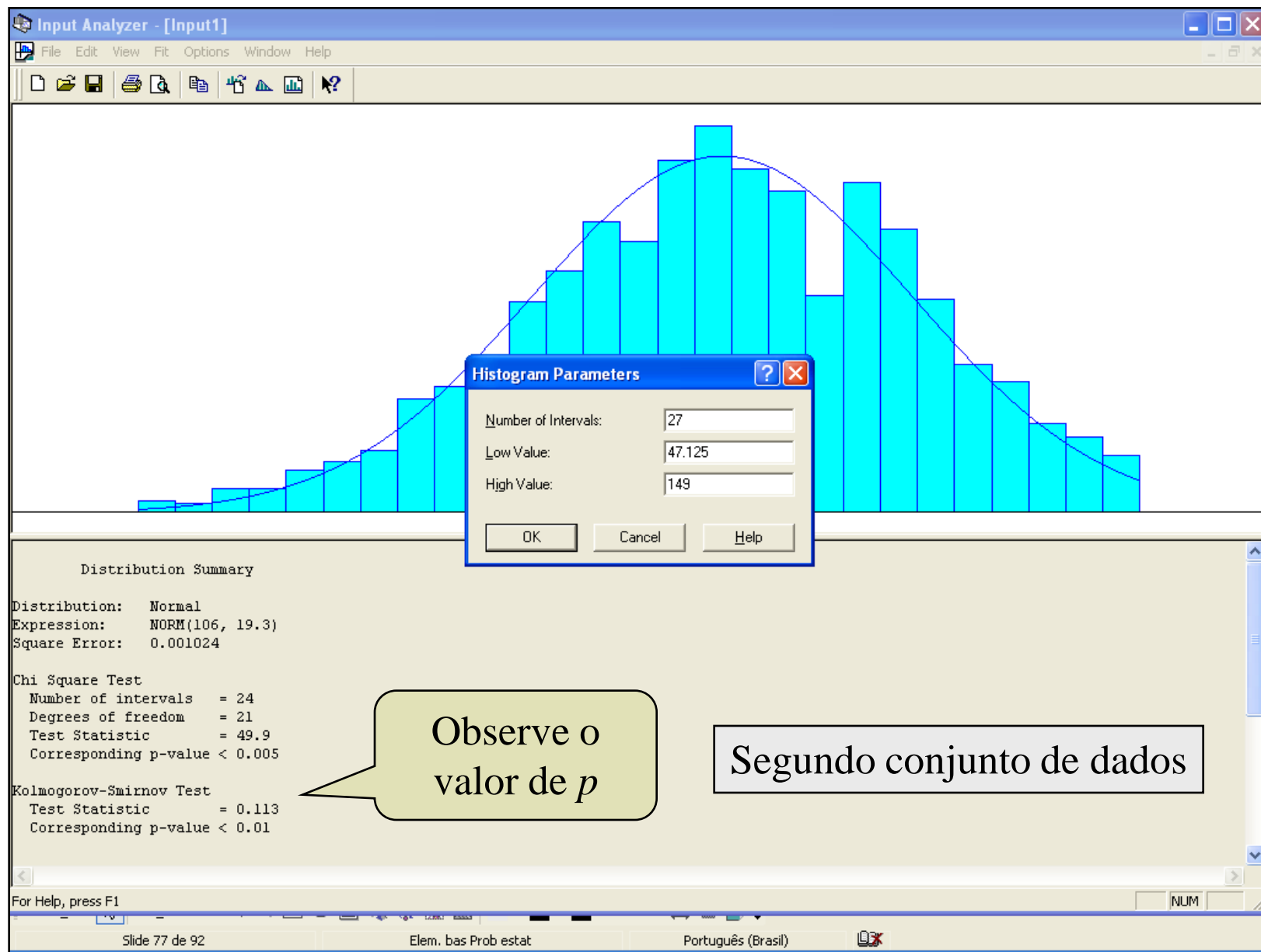
Análise do 5º Exercício



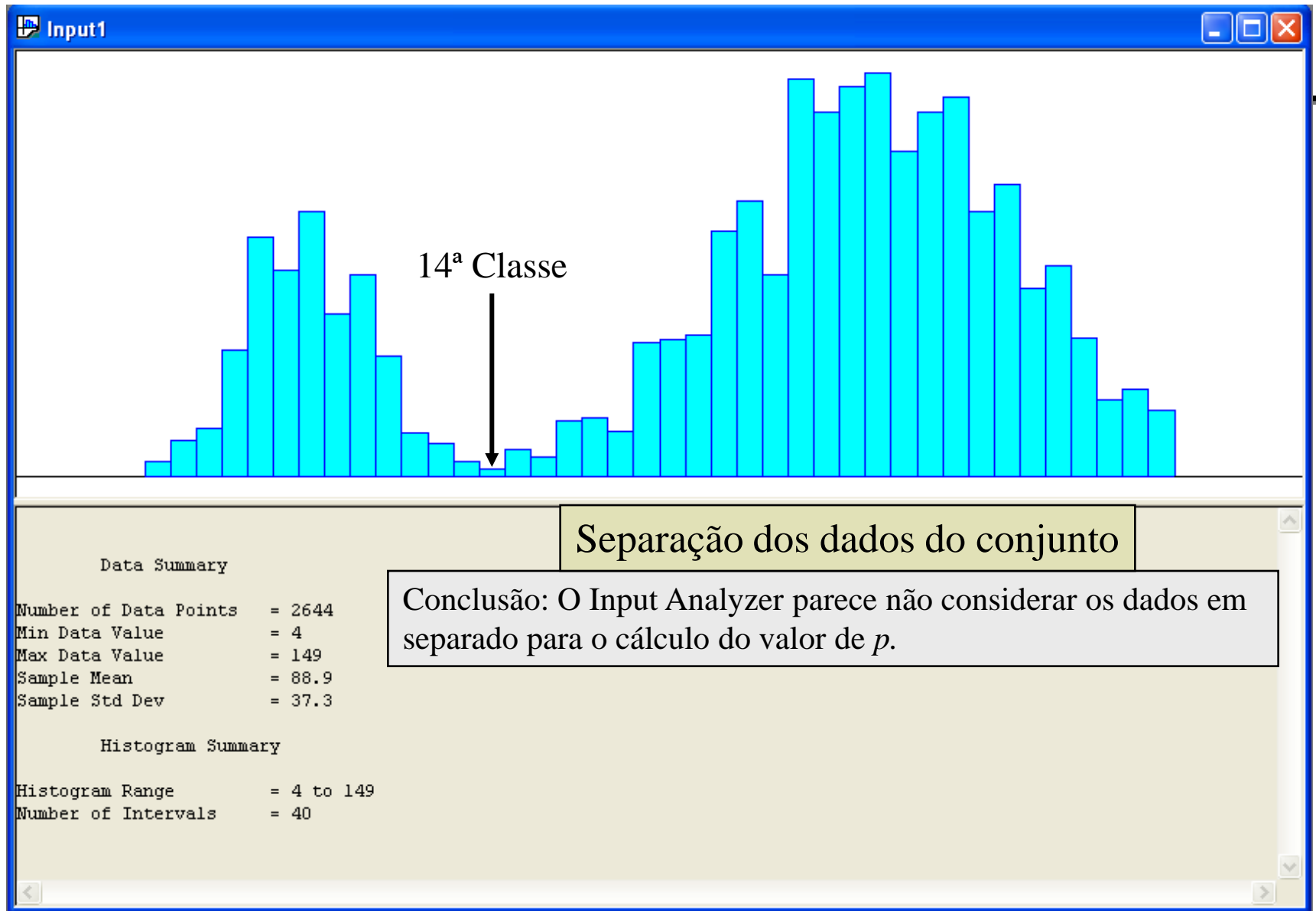
Análise do 5º Exercício



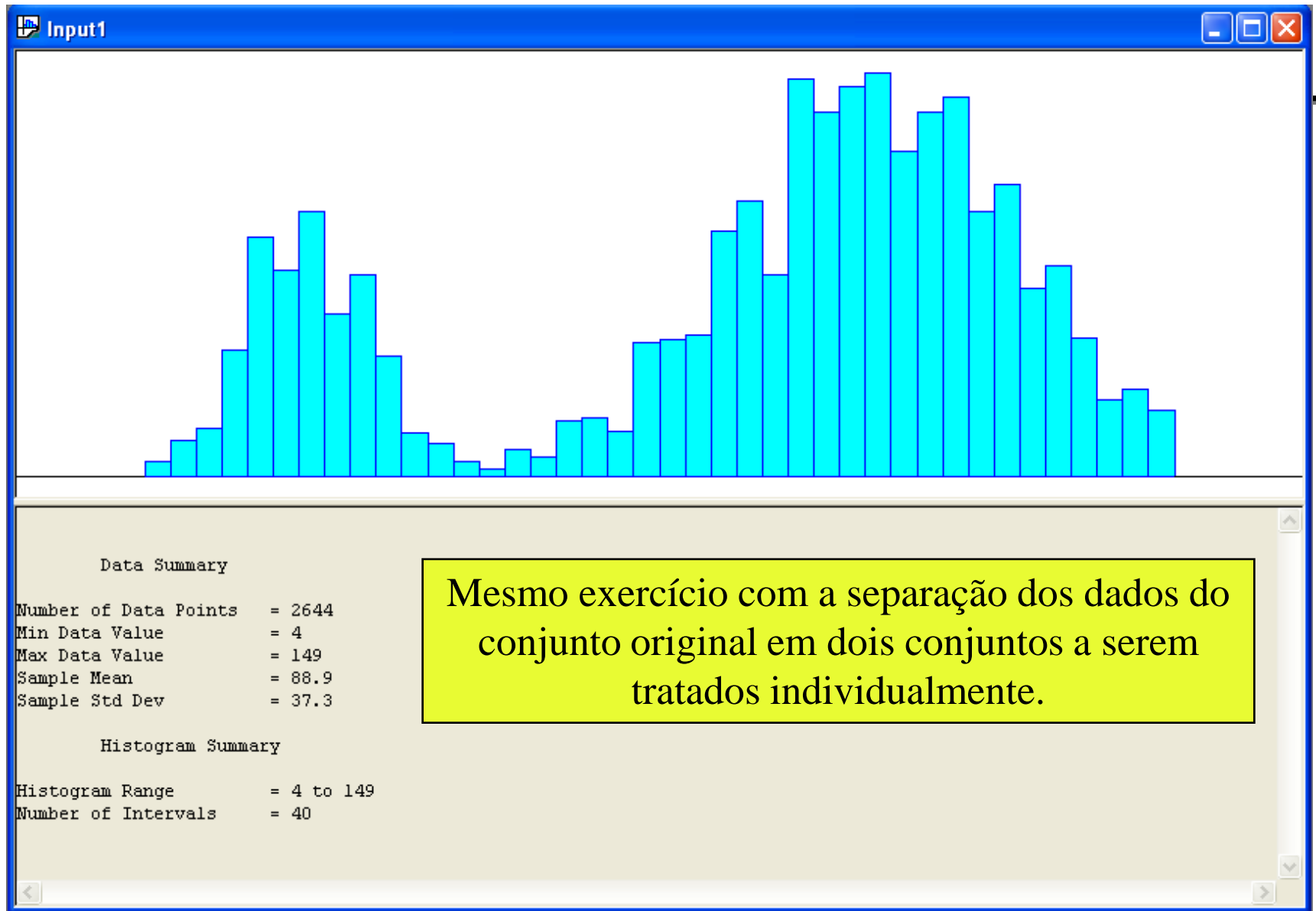
Análise do 5º Exercício



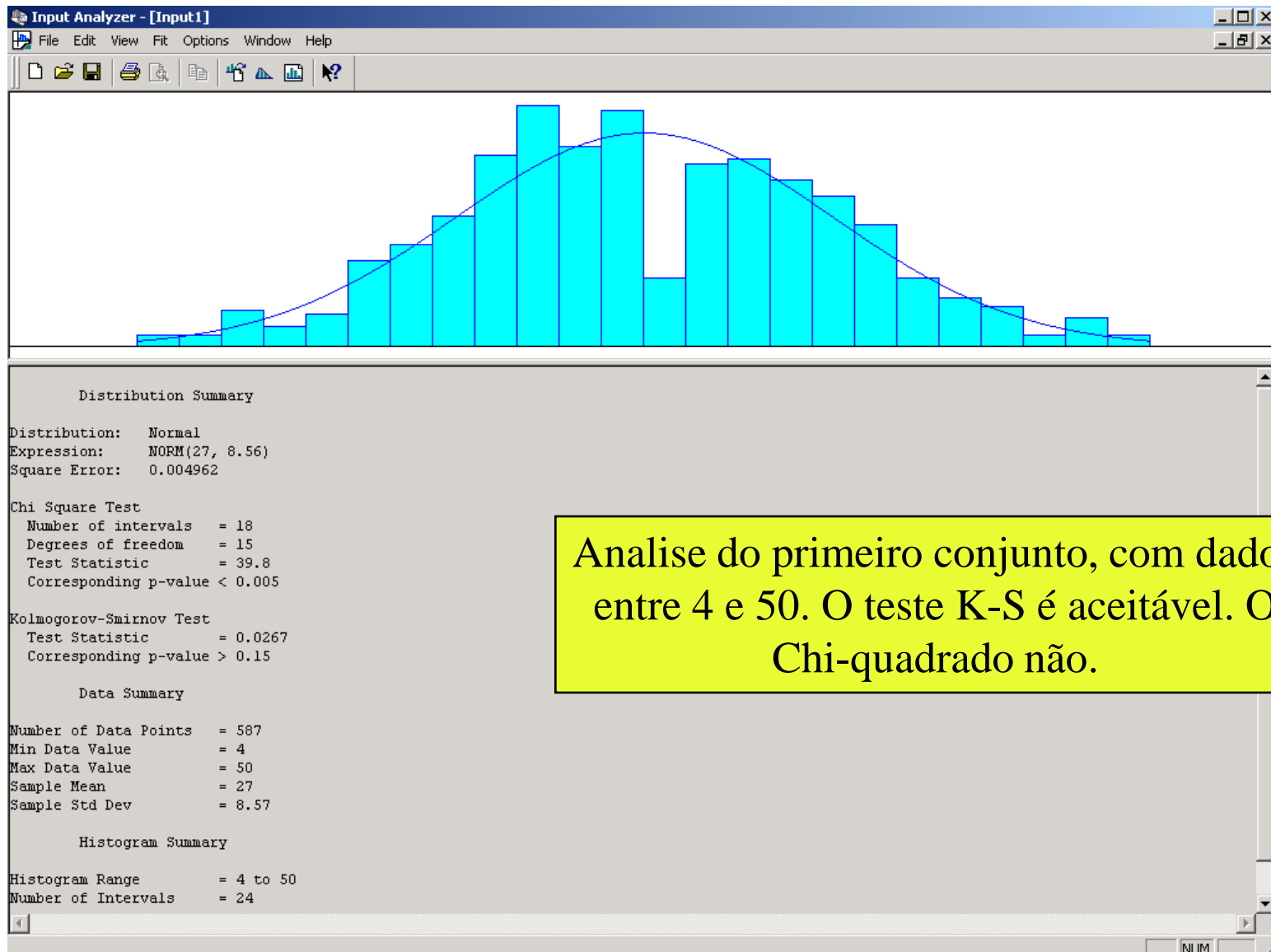
Análise do 5º Exercício



Análise do 5º Exercício

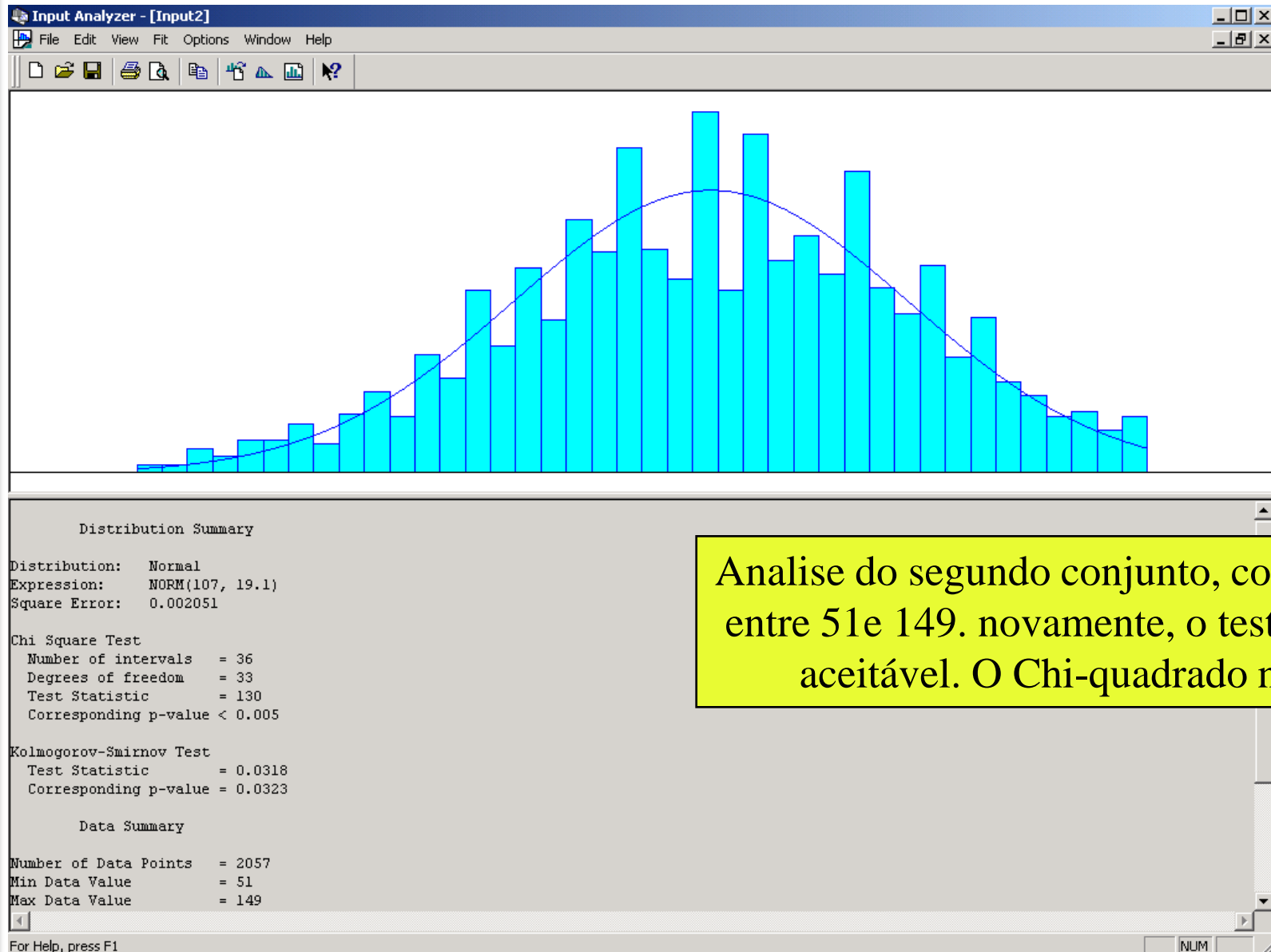


Análise do 5º Exercício



Análise do primeiro conjunto, com dados entre 4 e 50. O teste K-S é aceitável. O Chi-quadrado não.

Análise do 5º Exercício



Análise do segundo conjunto, com dados entre 51 e 149. novamente, o teste K-S é aceitável. O Chi-quadrado não.

Análise do 5º Exercício: Distribuição Empírica

