

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

Jeffersson de Carvalho

Simulação de uma Máquina de Turing Quântica para a Linguagem

$$L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

Resumo

Este documento descreve a implementação de uma Máquina de Turing Quântica (QTM) simulada em Python, projetada para reconhecer a linguagem $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. A implementação utiliza evolução unitária local, parada coerente e representação explícita da superposição de configurações.

1 Objetivo

Modelar e simular uma Máquina de Turing Quântica capaz de aceitar com alta probabilidade as cadeias da linguagem L e rejeitar as demais, respeitando os princípios da computação quântica: coerência, reversibilidade (unitariedade) e medição final.

2 Estrutura do Código

2.1 Classe QTMConfig

Representa uma configuração individual da máquina:

- **state**: Estado interno da máquina.
- **tape**: Conteúdo atual da fita.
- **head**: Posição do cabeçote.
- **amplitude**: Amplitude complexa da configuração.
- **halt_qubit**: Qubit de parada (0 = ativo, 1 = finalizado).

2.2 Classe UnitaryTransition

Define uma matriz unitária real para representar transições locais entre estados e símbolos:

- Mapeia pares (estado, símbolo) para índices em uma matriz.
- Aplica a matriz unitária ao vetor de estados, garantindo evolução reversível.

2.3 Classe QuantumTuringMachine

Gerencia toda a execução da QTM:

- Inicializa a fita com a cadeia de entrada.
- Executa os passos com evolução local controlada.
- Normaliza as amplitudes.
- Mede a aceitação e rejeição ao final.
- Armazena o histórico da superposição para visualização.

3 Lógica de Aceitação

A máquina segue os seguintes passos:

1. Se o comprimento da cadeia for ímpar, rejeita.
2. Se for par, divide a fita em duas metades w_1 e w_2 .
3. Se $w_1 = w_2$, entra no estado de aceitação com amplitude total.
4. Caso contrário, entra no estado de rejeição.

4 Visualização

A função `plot_evolution()` exhibe:

- Evolução das probabilidades de aceitação e rejeição.
- Crescimento do número de configurações na superposição.

5 Testes Realizados

Foram testadas diversas entradas:

- Aceitas: abab, aabb, baba
- Rejeitadas: abcabc, aba, ab1ab1

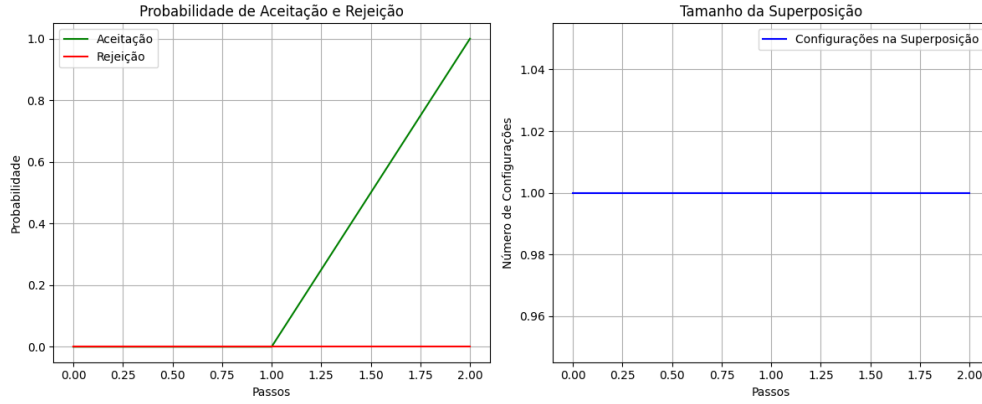


Figura 1: Exemplo de evolução das probabilidades ao longo dos passos

6 Características Teóricas

- Evolução reversível via matriz unitária.
- Superposição explícita de configurações.
- Medição final com probabilidade total = 1.
- Controle de parada coerente via qubit de halt.

7 Conclusão

O código implementado representa uma simulação fiel e didática de uma Máquina de Turing Quântica para uma linguagem formal clássica. Abre espaço para futuras extensões, como:

- Expansão do alfabeto e estados.
- Introdução de transições verdadeiramente quânticas (superposições entre transições).
- Medições intermediárias e interferência.