Capítulo 3

MOVIMIENTO NO UNIFORME
Y SEGUNDA LEY DE NEWTON

El gran logro de Newton fue calcular las posiciones, velocidades y aceleraciones de los planetas a partir de unos cuantos postulados, de los cuales hemos visto dos: su primera y su tercera ley del movimiento. En este capítulo veremos los dos postulados restantes, que tienen un carácter más cuantitativo: la segunda ley del movimiento y la gravitación universal. La introducción de la segunda ley nos obliga a definir cuantitativamente la inercia (mediante la noción de masa), y con ella la cantidad de movimiento. La ley de gravitación universal nos permitirá interpretar el fenómeno tan familiar de la caída libre, en función de los conceptos de peso y masa gravitacional. Una vez estudiada esta tercera etapa, se espera que el estudiante tenga la capacidad de construir la estructura matemática formal de la física newtoniana, pues ya podrá entender sus conceptos fundamentales y mediante ellos explicar muchos de los fenómenos que se le presentan en su vida cotidiana.

En el segundo capítulo nos hemos detenido en el movimiento uniforme porque es allí donde la mayoría de estudiantes encuentra el obstáculo psicológico más fuerte para descifrar el rompecabezas newtoniano. No es extraño y sorprendente que los cambios en el estado de movimiento o, lo que es lo mismo, el movimiento acelerado, requieran una fuerza; lo que desconcierta al sentido común es que el movimiento uniforme no la requiere. Ya hemos visto que el concepto de inercia permite "explicar" cualitativamente tal hecho[1], por lo que constituye la clave maestra para interpretar el movimiento en el modelo newtoniano.

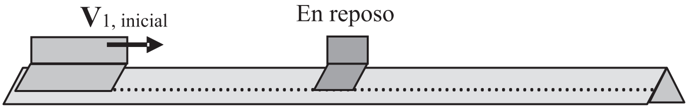
En consecuencia, el siguiente paso es profundizar en la noción de inercia, hasta cuantificarla: es decir, hasta *construir* una magnitud medible, junto con el correspondiente método para determinar su valor numérico para un determinado sistema físico. Esta magnitud se denomina *masa inercial** (o simplemente "masa"). El adjetivo "inercial" permite distinguir esta magnitud de *otra* que tiene poco que ver conceptualmente con la "medida de la inercia", a saber, la *masa gravitacional** (como veremos al final, ésta debe llamarse mejor "carga gravitacional"). Simultáneamente introducimos la definición cuantitativa de cantidad de movimiento. Posteriormente efectuamos, en términos de ésta, la definición cuantitativa de fuerza. Terminaremos la construcción del modelo newtoniano del movimiento acelerado (lo que concluye nuestra exposición conceptual del modelo como un todo) hablando de la determinación de las fuerzas gravitacionales, o del *peso** (de manera independiente de la definición anterior), lo cual permite dar un sentido físico a la *segunda ley del movimiento de Newton* y, a la vez, obtener teóricamente la ley de caída libre[2]**.**

[1] ***Es probable que el lector se pregunte por la explicación de la propiedad de la inercia. Hasta donde sabemos no existe o, por lo menos, nadie ha encontrado una satisfactoria, a pesar de que se han sucedido muchas especulaciones desde los tiempos de Newton (ver nota 4 en el prólogo para ampliar esta información).***

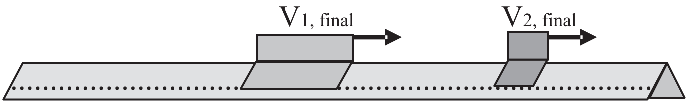
[2] *Nota didáctica* ***(para el profesor pero también para el estudiante): para comprender esta sección son necesarias buenas habilidades de razonamiento lógico y matemático; por ejemplo, se requiere muy buen manejo de la proporcionalidad directa entre dos variables, de la representación en el plano cartesiano de esta relación, etc. Aunque los conocimientos matemáticos que el estudiante debe aplicar para comprender el capítulo son los que todo estudiante de bachillerato debería haber adquirido, su lectura requiere un esfuerzo de reflexión atenta y cuidadosa, no un uso mecánico de algoritmos (en términos de la psicología de Piaget, este capítulo requiere un especial nivel de*** *razonamiento formal* ***).***

Definición cuantitativa de masa

La definición cuantitativa de la inercia se ha realizado con referencia al experimento de choques rectilíneos sin fricción. Esta situación se puede conseguir con buena aproximación mediante el *riel de aire* (ver ilustración 5). En la figura 16 se indican las variables que emplearemos en la definición de masa.



a. Situación antes de la colisión



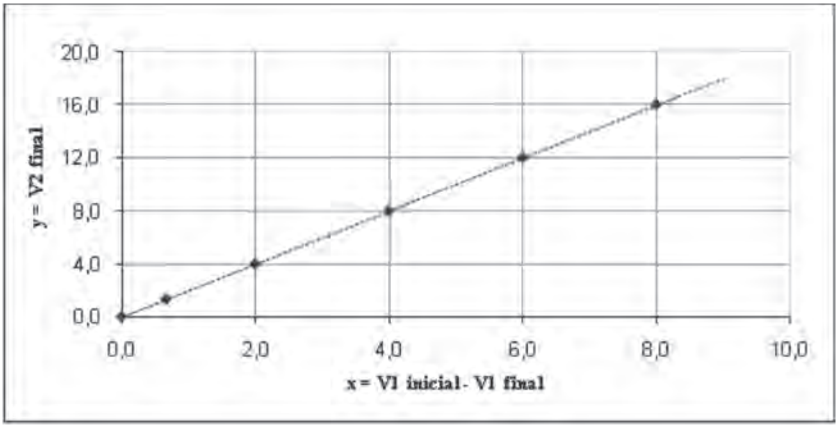
b. Situación después de la colisión

Figura 16: Choques sobre el "riel de aire"; ambos deslizadores son del mismo material y la misma forma, excepto que el izquierdo (cuerpo 1) tiene doble longitud que el derecho (cuerpo 2).

La tabla 1 representa el resultado que se obtendría en una serie de mediciones muy precisas de la velocidad inicial del cuerpo 1 y las velocidades finales de ambos cuerpos (respecto al sistema de referencia constituido por el riel). La gráfica 1 representa la relación entre la variable y, *velocidad final ganada por el cuerpo 2*, con la variable x, *"pérdida" de velocidad del cuerpo 1*, a saber, el resultado de restar su velocidad final de la inicial, ($V_{1\ inicial}$ - $V_{1\ final}$). Observamos en la gráfica que estas variables son directamente proporcionales, habiéndose encontrado una constante de proporcionalidad (y/x) igual a 2.

Tabla 1. Datos del experimento de choque representado en la figura 16.

V1 inicial	V1 final	V1 inicial - V1 final	V2 final
1,00	0,33	0,67	1,33
3,00	1,00	2,00	4,00
6,00	2,00	4,00	8,00
9,00	3,00	6,00	12,00
12,00	4,00	8,00	16,00



Gráfica 1. Representación de los datos de la tabla 1.

Como dijimos en la leyenda de la figura 16, una particularidad de este experimento es que ambos móviles son de idéntico material y forma, excepto que el de la izquierda (cuerpo 1) es el doble de largo que el cuerpo 2. Podemos suponer entonces que la inercia de aquél (cuerpo 2), o, más precisamente, su masa, es el doble que la del cuerpo 1, pues tiene el doble de contenido de materia. Al cuerpo 2 le asignamos *por convención* un valor de masa m_2 igual a la unidad (en otras palabras, lo tomamos como "cuerpo patrón"), y al cuerpo 1, cuya inercia es el doble, se le debe asignar, en consecuencia, una masa doble, a saber m_1 igual a 2 unidades de masa. Lo importante no son los valores de los coeficientes m_1 y m_2, sino su cociente o razón, *definida* de modo que satisfaga la relación experimental:

$$\boxed{m_1 / m_2 \equiv V_{2\,final} / (V_{1\,inicial} - V_{1\,final}) = constante} \qquad \textbf{(1)}$$

La definición (1) satisface lo que nos dice la intuición. Recordemos que el cuerpo 2 está inicialmente en reposo, por lo cual el cociente en el lado derecho de la ecuación es la razón entre la velocidad impartida al cuerpo 2 y la correspondiente pérdida de velocidad del cuerpo 1. Mayor valor de esta razón, significará que el cuerpo 1 tendrá una mayor "inercia relativa" con respecto al cuerpo 2 (es decir, el cociente entre la masa del primero y el segundo será mayor). En efecto, a mayor velocidad que imparta un camión a un carro al chocar contra éste (en proporción a la velocidad perdida por el primero), el camión tendrá tanta mayor inercia (también en proporción a la del carro). En otras palabras, los cambios de velocidad en el choque están en proporción inversa a las masas de los cuerpos que chocan.

Si intercambiamos los carritos (es decir, si hacemos incidir el pequeño, que será entonces el cuerpo 1, contra el grande, el nuevo cuerpo 2), la constante de proporcionalidad $V_{2\ final} / (V_{1\ inicial} - V_{1\ final})$ obtenida experimentalmente será ahora ½, satisfaciéndose entonces la ecuación (1) con los mismos coeficientes de masa asignados anteriormente a cada carrito[3]. Cuando se hacen chocar carritos idénticos, se obtiene, para nuestras variables, una gráfica de pendiente 1, tal como lo establece la ecuación (1), con $m_1 \equiv m_2 \equiv 1$. Cuando el experimento de la figura 16 se realiza con carritos de longitudes L_1 y L_2 (siendo, por lo demás, idénticos), encontramos que se satisface la relación:

$$\boxed{V_{2\ final} = (L_1 / L_2)\ (V_{1\ inicial} - V_{1\ final})}$$

Evidentemente la razón entre las longitudes de los carritos es proporcional a la razón entre sus masas, de acuerdo con la ecuación (1).

¿Qué camino tomar cuando los carritos no tienen idéntico material y forma, de modo que ya no es posible adoptar la longitud como medida de la inercia? Simplemente los físicos han adoptado la ecuación (1) como definición general del cociente entre masas. Esto es posible teniendo en cuenta que en todas las *colisiones unidimensionales* (aquellas en las que las velocidades inicial y final siguen la misma dirección) se ha encontrado que se satisface experimentalmente la ecuación (2), que es una generalización de la ecuación (1) para cuando ambos cuerpos tienen velocidades iniciales no nulas:

$$\boxed{(V_{2\ final} - V_{2\ inicial}) / (V_{1\ inicial} - V_{1\ final}) = \text{constante} \equiv m_1 / m_2} \qquad \textbf{(2)}$$

Las ecuaciones (1) y (2), repetimos, definen la razón aritmética entre las masas de dos cuerpos que chocan, no el valor de las masas mismas. Como dijimos anteriormente, los físicos han tomado por convención aceptada universalmente, que un cierto cuerpo patrón, llamado “kilogramo patrón”, tiene una masa de valor unitario. Una vez fijado este valor, los demás cuerpos se pueden comparar con el cuerpo patrón mediante choques u otros procedimientos físicos equivalentes para asignarles valores de masa, que

[3] ***En este caso sabemos intuitivamente que el carrito pequeño debe rebotar e invertir el sentido de su velocidad (como en efecto ocurre). Matemáticamente esto significa que $V_{1\ final}$ es un número negativo. Como esta cantidad está precedida de un signo menos en la ecuación (1), en ningún caso la proporción de masas será un número negativo.***

se representan con la letra *m*[4]. Para indicar que la asignación de esta magnitud se ha realizado específicamente respecto a tal cuerpo patrón, se añade a su valor numérico la abreviatura "kg". Es decir, en nuestro primer experimento, decimos que $m_1 = 2$ kg.

Noción cuantitativa de la cantidad de movimiento

La ecuación (2) puede reescribirse, después de una manipulación algebraica elemental, de la siguiente manera:

$$\boxed{m_1 V_{1\ \text{inicial}} + m_2 V_{2\ \text{inicial}} = m_1 V_{1\ \text{final}} + m_2 V_{2\ \text{final}}} \qquad \textbf{(3)}$$

Observe con cuidado lo que nos dice la ecuación (3): la suma de dos cantidades asociadas a los cuerpos que colisionan, a saber, los productos de la masa por la respectiva velocidad, evaluadas *antes* del choque, es igual a la suma de las mismas cantidades, evaluadas *después* del choque. Los experimentos nos muestran entonces la *conservación* (en el sentido de esta palabra que explicamos en la segunda parte del capítulo –recuerde el recuadro 2), durante el choque, de la cantidad $m_1V_1 + m_2V_2$. Ahora bien, un choque es un tipo de interacción (en la que participan dos cuerpos y cuya duración es muy breve). En la naturaleza existen muchas interacciones, en las que pueden participar muchos cuerpos y cuya duración puede ser prolongada. En ninguna de las muchas clases de interacciones observadas por los físicos hasta el presente se ha encontrado el más pequeño aumento o disminución de la suma de los productos $m_i\,\mathbf{V}_{i\ (i=1,\,2,\,3,\,\text{etc.})}$ para la totalidad de los cuerpos que participan en la interacción, durante todo el proceso de interacción (el uso de las negrillas para la velocidad es una forma de expresar el carácter direccional de esta magnitud, cuando se describen movimientos en el espacio tridimensional).

La ley de conservación de la suma de productos $m\mathbf{V}$ para dos cuerpos, ecuación (3), se generaliza entonces para un número arbitrario de cuerpos en interacción:

$$\boxed{m_1\mathbf{V}_1 + m_2\mathbf{V}_2 + m_3\mathbf{V}_3 + \ldots + m_n\mathbf{V}_n = \text{constante}} \qquad \textbf{(4)}$$

siendo *n* el número de cuerpos que están en interacción, que forman nuestro *sistema* físico.

[4] ***El procedimiento práctico para medir la masa no utiliza la ecuación (2), sino la balanza. La equivalencia entre ambos procedimientos depende de la relación de proporcionalidad que existe entre la masa (inercial) y la masa gravitatoria, como más adelante veremos.***

Si el valor de n es igual a la unidad, significa que nuestro sistema está formado por un único cuerpo libre de interacciones con otros cuerpos. En tal caso, la suma que aparece en la ecuación (4) se reduce a un simple término, m**V**, siendo m la masa del cuerpo y **V** su velocidad. Por tanto, el experimento, junto con la definición de masa que hemos adoptado, nos dice que para un cuerpo aislado se conserva la cantidad:

$$\boxed{\mathbf{P} \equiv \mathrm{m}\mathbf{V}} \qquad \mathbf{(5)}$$

El último paso de nuestro argumento es la identificación de la magnitud física **P** con la cantidad de movimiento, introducida en la segunda parte. Esta identificación, aunque no está forzada por los experimentos, sí es consistente con ellos y con nuestra intuición física. Pues el concepto cotidiano cualitativo que corresponde a la cantidad de movimiento, puede redescribirse, recordando el experimento de la figura 16, como la "capacidad impulsiva" que un objeto tiene en virtud de su tamaño y movimiento. Es decir, la capacidad que tiene un cuerpo de poner en movimiento otro cuerpo interpuesto en su camino. Por tanto, la capacidad impulsiva es proporcionada al contenido de materia del objeto, a su vez, proporcionada a la inercia, y cuantitativamente a la masa. También es evidente que esta capacidad es proporcionada a la velocidad del camión.

La sección anterior describe un experimento similar al del choque del camión y el auto, con la diferencia de que se realizan mediciones precisas y las condiciones son las más simples posibles. Lo que nos muestra el experimento es que esta "capacidad impulsiva" es simplemente el producto de la masa por la velocidad.

Ahora bien, en el choque entre nuestro camión y el automóvil son importantes, no sólo la rapidez que adquiere el auto, sino la dirección en que se empieza a mover. Por ello, la "capacidad impulsiva" es una magnitud direccional (que debe especificarse mediante un número y una dirección en el espacio). Su dirección es evidentemente la misma que tiene la velocidad del objeto en cuestión. Este carácter direccional (llamado técnicamente "vectorial"), de ambas magnitudes, se indica, utilizando para las letras que las representan algebraicamente, un carácter en negrilla. Las magnitudes que no tienen tal carácter, denominadas "magnitudes escalares", como la masa, se representan con letras normales.

En la segunda parte sugerimos una posible respuesta a la pregunta que naturalmente viene a la mente de quien observa el movimiento uniforme de un deslizador en un riel de aire, sobre la *causa* del movimiento del deslizador. Podríamos pensar que éste continúa en su movimiento uniforme a causa de la cantidad de movimiento que se le *impartió* al ponerlo en movimiento. En otras palabras, lo que hace las veces del impulsor intrínseco del cuerpo (el agente que mantiene el móvil en movimiento uniforme) es, en el modelo newtoniano, la cantidad de movimiento **P**. Lo que hace posible esta forma de interpretar el movimiento es el hecho de que esta magnitud integra la inercia del objeto con su velocidad.

La constancia de **P** para un cuerpo aislado, y el hecho de que la masa sea un coeficiente independiente de la velocidad, implican, entonces, la primera ley de Newton (**V=** constante, supuesto que no haya interacciones). Esta resulta ser, entonces, un caso particular del principio de conservación de la cantidad de movimiento.

Noción cuantitativa de fuerza y segunda ley del movimiento de Newton

Newton construyó el conjunto de conceptos, cuyas relaciones forman lo que ahora llamamos "mecánica newtoniana", para explicar la igualdad de las velocidades de caída de los cuerpos con distinto peso en ausencia de resistencia al movimiento, y otros muchos resultados experimentales y de observación[5]. Algunos de estos conceptos están tomados del lenguaje cotidiano, entre los que destaca el concepto de *fuerza*, aunque profundamente transformados en su significado. Otros fueron inventados por el mismo Newton, como el concepto de masa que acabamos de introducir. La enseñanza de estos conceptos debe hacerse poco a poco, reflexionando sobre ellos y sus relaciones.

Según hemos visto, la primera ley de Newton postula que las fuerzas que actúan sobre un objeto en movimiento uniforme (respecto a la superficie de la Tierra, o un objeto con movimiento uniforme respecto a esta superficie), suman exactamente cero. Y viceversa, cuando la suma de fuerzas no es cero, el movimiento no es uniforme sino que la velocidad cambia, bien sea en magnitud o dirección. La noción de fuerza en las dos frases anteriores corresponde parcialmente a la noción intuitiva, pues es aquello que hace poner a un cuerpo en movimiento (pero ya no es lo que mantiene el movimiento uniforme).

Una fuerza es, entonces, una acción semejante a los empujones o jalones que damos a los cuerpos, por ejemplo, cuando arrastramos una caja pesada sobre un piso no demasiado liso (figura 17). Nuestra experiencia con las fuerzas nos dice que son cantidades que se pueden combinar o componer de manera especial, en la que se debe tener en cuenta la dirección a lo largo de la cual se ejercen y no solamente su "intensidad".

---

[5] ***Los más importantes de los cuales son las famosas*** *leyes de Kepler* ***mediante las cuales este astrónomo resumió un enorme conjunto de mediciones de las posiciones planetarias.***

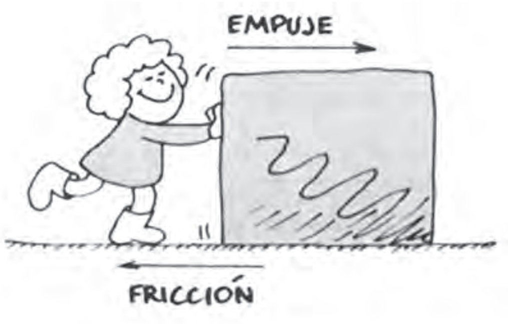


Figura 17. Composición o combinación de fuerzas

Por ejemplo, las fuerzas aplicadas por los dos caballos de la figura 18 (que suponemos equivalentes en cuanto si actuaran aisladas provocarían la misma velocidad, en su correspondiente dirección) se contrarrestan hasta el punto de anularse.

Figura 18. Otra composición de fuerza

Otro ejemplo, un poco más complicado, se muestra en la figura 19. El caballo ejerce el doble de fuerza que la ejercida por el hombre. El efecto resultante es el mismo que se obtendría si se ejerciera una única fuerza igual a tres veces la fuerza ejercida por el hombre: ¿por qué? En estos dos ejemplos las fuerzas que se combinan van en la misma dirección, o en direcciones opuestas; cuando esto no ocurre, la combinación o composición es más complicada, y usted podrá estudiar las reglas para ello (es decir, las reglas de *suma vectorial*), en el curso de física.

Desarrollar la noción intuitiva y cualitativa de fuerza hasta la noción cuantitativa newtoniana requiere mucho más que comprender su naturaleza direccional. En la segunda parte de estas notas hemos hablado de otro aspecto de esta nueva noción: la fuerza describe los procesos de interacción entre dos cuerpos y, por lo tanto, no pueden existir aisladamente sino en parejas (que satisfacen la tercera ley de Newton). Nos resta definir la magnitud o intensidad de la fuerza. En lo que sigue dejamos implícita la especificación del marco de referencia.

Figura 19. Una tercera composición de fuerzas

Cuando un cuerpo se encuentra en reposo, su cantidad de movimiento es cero. Para cambiar este estado se requiere la acción de una fuerza, de acuerdo con la primera ley del movimiento. Dicho de otra manera, este cambio se produce por la transferencia de cantidad de movimiento, su flujo desde un cuerpo hasta otro. Así, pues, aplicar fuerza es equivalente a transferir cantidad de movimiento. La definición cuantitativa de la fuerza tiene que considerar, a la vez, la cantidad de movimiento transferido y el intervalo durante el cual se efectúa la transferencia. Mientras mayor sea el primero, o menor el segundo, se requiere una interacción más intensa. Es evidente la proporcionalidad directa entre la intensidad de interacción y la cantidad de movimiento transferido. La proporcionalidad inversa entre la fuerza y el tiempo que dura la transferencia se comprende mejor al considerar la experiencia cotidiana en la situación de paso del movimiento al reposo (que también requiere una interacción, según la primera ley). Un automóvil que sufre una colisión contra una pared (figura 20) transfiere cantidad de movimiento a la pared, en un proceso que tiene lugar durante un intervalo muy pequeño.

La interacción con el obstáculo en esa circunstancia es de una intensidad tan grande que provoca una gran deformación en ambos cuerpos. En cambio, no produce ese efecto la misma transferencia de cantidad de movimiento entre el automóvil y el pavimento cuando tiene lugar como resultado de frenar normalmente. La razón de ello es que esta interacción tiene lugar durante un tiempo mucho mayor, por lo cual su intensidad es mucho más reducida. Las proporcionalidades directa e inversa que hemos discutido se presentan simultáneamente, por lo cual tiene sentido cuantificar la intensidad de la interacción mediante la razón “cambio de cantidad de movimiento por unidad de tiempo”, que se denomina “Fuerza” (F). Por lo tanto, la fuerza se define mediante la relación[6]:

[6] Estrictamente, la expresión (6) define la “fuerza promedio” para el intervalo dado. Cuando se toma un intervalo cada vez menor alrededor de cierto instante, la razón entre el correspondiente

F = (cambio de cantidad de movimiento) / (duración del intervalo)	**(6)**

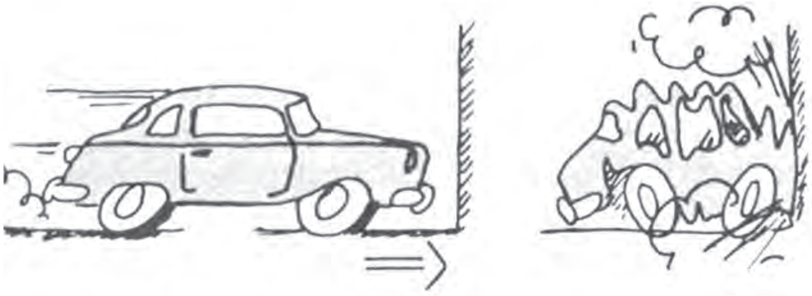


Figura 20. Definición de fuerza teniendo en cuenta la transferencia de cantidad de movimiento y el tiempo de interacción

En el llamado "Sistema Internacional de Unidades" el tiempo se mide en segundos (s), la masa en kilogramos (kg) y la velocidad en metros por segundo (m/s); por lo tanto, teniendo en cuenta la definición de cantidad de movimiento, ecuación (5), la cantidad de movimiento se mide en kg m/s. Por lo tanto, la fuerza se mide en kg m/s^2, unidad que recibe el nombre de *Newton* (símbolo N).

En el lado izquierdo de la relación (6) se debe incluir la fuerza neta o total, en la que se combinan vectorialmente todas las interacciones presentes. Pues es esta fuerza la que determina el cambio de movimiento global, y no las fuerzas componentes por separado. Entonces, la *fuerza neta es igual al cambio de la cantidad de movimiento por unidad de tiempo.* Las fuerzas que se combinan vectorialmente para dar la fuerza neta tienen que determinarse mediante experimentos, no utilizando la ecuación (6). Pues lo que hace esta ecuación no es más que darnos una única palabra para referirnos al cambio de cantidad de movimiento por unidad de tiempo. En efecto, existen *leyes de la naturaleza*, determinadas mediante complejos experimentos y que son específicas de cada tipo de sistemas físicos, cuya función es describir matemáticamente las interacciones, denominadas *leyes de fuerza*. Para comprender mejor este último y fundamental concepto es conveniente considerar algunos ejemplos, que por cierto constituyen las primeras leyes de fuerza que se establecieron.

La más famosa de todas las leyes de fuerza es la Ley de la Gravitación Universal de Newton. Esta ley establece que todo cuerpo ejerce sobre otro una fuerza atractiva (y viceversa, en virtud de la tercera ley de Newton),

cambio de** momentum **y el intervalo se aproxima cada vez mejor a la fuerza aplicada en ese instante. La definición rigurosa de la "fuerza en un instante" requiere los conceptos matemáticos de límite y derivada (al igual que las definiciones precisas de velocidad y aceleración instantáneas).

determinando la intensidad de esta fuerza según la distancia que separa los cuerpos y lo que llamaremos sus "masas gravitacionales". Otra ley de fuerza bien conocida es la ley de Hooke, la cual determina la fuerza que un resorte estirado ejerce en virtud de sus propiedades elásticas. Luego, para aplicar las leyes de Newton en la resolución de problemas mecánicos (es decir, para determinar el movimiento de un sistema de cuerpos), se requiere conocer las correspondientes leyes de fuerza. Encontrarlas es la parte más difícil del planteo de un problema mecánico, pues, en la mayoría de las situaciones de interés, existe gran cantidad de interacciones complejas, la mayoría de las cuales no se pueden describir con matemáticas sencillas. Por ejemplo, la resistencia del aire sobre una pluma que cae es de una abrumadora complejidad, y no puede ser modelada en todos sus detalles.

Según la ecuación (5), si la masa es constante, el cambio de la cantidad de movimiento por unidad de tiempo es igual a la masa multiplicada por la aceleración, cambio de velocidad por unidad de tiempo. Así, de la relación (6) y de las "leyes de las fuerzas" (cuando se conocen) se puede deducir la "ecuación de movimiento", ecuación (7). Es decir, la igualdad que permite calcular matemáticamente el movimiento de un cuerpo (conociendo la posición y velocidad para cierto instante de tiempo dado).

$$\boxed{\text{Suma de fuerzas presentes = masa x aceleración}} \qquad \textbf{(7)}$$

Explicando la ley de caída libre: peso y masa gravitacional

Comenzamos estas notas planteando unos sencillos experimentos que sugieren que todos los cuerpos caen, cuando se elimina la resistencia del aire, con una misma velocidad (cuando parten desde una misma altura). Todo lo que hemos construido hasta el momento tenía por objetivo permitirnos reinterpretar esta observación. Lo único que nos falta para ello es la ley de la fuerza que interviene en este proceso, que afortunadamente sigue una forma matemática sencilla. Newton completó su construcción teórica postulando su "Ley de Gravitación Universal" (ver figura 21 y ecuación 8): *entre dos cuerpos cualquiera, existe una interacción, cuya intensidad (F) es inversamente proporcional a la distancia que los separa (r) elevada al cuadrado y es directamente proporcional al producto de ciertas cantidades constantes, asociadas intrínsecamente a cada uno de los cuerpos (m_{g1} y m_{g2}).* La propiedad inherente a todo cuerpo cuantificada por estas últimas cantidades se denomina "masa gravitacional"[7]. La masa gravita-

[7] ***La masa gravitacional y la masa inercial son dos propiedades esencialmente distintas. Una serie muy cuidadosa de experimentos con cuerpos muy diferentes, llevados a cabo por el mismo Newton, le llevó a postular que estas propiedades son proporcionales entre sí: si la masa inercial***

cional se determina mediante un simple número (es un escalar, en términos matemáticos).

Figura 21. Definición de las variables que figuran en la Ley de Gravitación Universal (Ec. 8)

$$\boxed{F = G\,(m_{g1} \times m_{g2}) / r^2} \qquad \textbf{(8)}$$

La masa gravitacional puede considerarse como la medida del poder gravitatorio del cuerpo, aquello que determina su capacidad de causar atracción gravitatoria sobre cualquier otro cuerpo. La constante de proporcionalidad G tiene un valor, medido experimentalmente, de aproximadamente $6{,}67 \times 10^{-11}$ N m^2 / kg^2. La pequeñez de este valor refleja el hecho de que la interacción gravitacional produce fuerzas completamente despreciables, excepto cuando alguno de los dos cuerpos tiene una enorme masa gravitacional. Este es precisamente el caso de nuestro planeta. En consecuencia, la interacción gravitacional entre la Tierra y los objetos sólidos de tamaño similar al nuestro es una fuerza bastante notable, constituyendo lo que llamamos (aunque impropiamente) el *peso* de tales objetos[8]. La distancia al centro de la Tierra, cuando nos encontramos sobre la superficie del planeta, o muy cerca de ella, es una constante. Como la masa de la Tierra es también una constante, la única variable que nos queda en la ecuación (8) es la masa gravitacional propia del cuerpo atraído por la Tierra y localizado en la vecindad de la superficie terrestre. Por consiguiente, el peso de cualquier cuerpo en nuestra experiencia ordinaria, o en un laboratorio, obedece la siguiente *ley de fuerza**:

se duplica, la gravitacional también se duplica, y así si se cambia en cualquier factor. Con una definición adecuada de patrones para medirlas, es posible utilizar las mismas dimensiones y unidades para ambas propiedades, haciendo que sus valores numéricos coincidan. Por ello la unidad "kilogramo" también se utiliza para medir la masa gravitacional. Unos párrafos más adelante hablaremos más de este tema, pues es de gran importancia para comprender los fundamentos de la física newtoniana.

[8] Pues un objeto no tiene peso de por sí, como una propiedad intrínseca. Recordemos que la fuerza existe únicamente como la descripción de un proceso de interacción entre dos cuerpos; por tanto, el peso es algo que debe atribuirse al sistema Tierra-objeto.

$$\boxed{\text{Peso} = m_{g,\ cuerpo}\ g} \qquad \textbf{(9)}$$

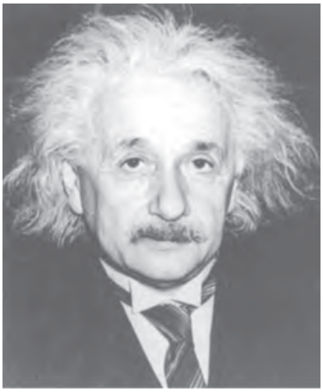
Siendo *g* una constante igual a $(Gm_{g,\ tierra})/(r_{tierra})^2$. El valor numérico de esta constante, obtenido al sustituir los valores conocidos de la masa y el radio de la Tierra, resulta ser el conocido número 9,8 m/s^2. Debemos tomar el radio de la Tierra porque Newton pudo demostrar que la masa gravitacional de un cuerpo esférico actúa como si estuviera concentrada en el centro.

Estamos ahora en condiciones de aplicar la segunda ley de Newton al sistema en movimiento acelerado más simple: *un cuerpo que se deja caer cerca de la superficie terrestre en el vacío, fenómeno que llamamos "caída libre".* Basta entonces tomar la ley de fuerza de la única interacción presente en este caso, dada por la ecuación (9). Después de sustituir la fuerza que e sta ley nos proporciona en la segunda ley de Newton, ecuación (7), y efectuar unas simples e inmediatas manipulaciones algebraicas, obtenemos de inmediato la ecuación de movimiento:

$$\boxed{\text{Aceleración} = (m_{g,\ cuerpo}\ /\ \text{masa})\ g} \qquad \textbf{(10)}$$

Ahora bien, como ya anticipamos en una nota anterior, Newton y otros científicos después de él no han encontrado la más mínima variación en la razón entre la masa gravitacional y la masa inercial, cuando se han tomado el trabajo de medirla para diferentes cuerpos, cada vez con mayor precisión. La constancia experimental de esta razón, hasta donde llega la precisión de los experimentos, difícilmente puede ser una coincidencia. Por ello ha sido objeto de extenuantes investigaciones que sólo vinieron a fructificar a comienzos del siglo XX cuando Einstein propuso su *Teoría General de la Relatividad*. Como este es un tema bastante avanzado lo dejamos de lado; limitándonos a recordar que su postulado fundamental es la estricta igualdad de la razón $(m_{g,\ cuerpo}$ / masa) para todos los cuerpos. Este postulado había sido asumido por Newton, impropiamente, como un aspecto de su ley de gravitación universal.

El postulado y la ecuación (10) implican que todos los cuerpos cerca de la superficie terrestre caen en el vacío con una misma aceleración. El Sistema Internacional de Unidades se ha construido haciendo que la razón $(m_{g,\ cuerpo}$ / masa) tenga el valor de 1, por lo cual el modelo newtoniano predice que la aceleración de caída libre tiene el valor de g, sea cual sea el peso del cuerpo. Este valor concuerda con el que se obtiene experimentalmente



Albert Einstein (1879-1955), físico alemán nacionalizado estadounidense, premiado con un Nobel, famoso por ser el autor de las teorías general y restringida de la relatividad y por sus hipótesis

con muy buena aproximación, en el caso en que la resistencia del aire al movimiento de caída sea muy pequeña en comparación con el peso.

El cómic de la figura 22 recapitula el argumento que hemos desarrollado. En conclusión, hemos obtenido *teóricamente* el resultado empírico que nos proponíamos explicar cuando empezamos nuestro estudio, y que era inconsistente con el modelo del movimiento aristotélico cotidiano. Esta explicación se construyó combinando la segunda ley de Newton, la Ley de la Gravita-

Figura 22. Ley de caída libre