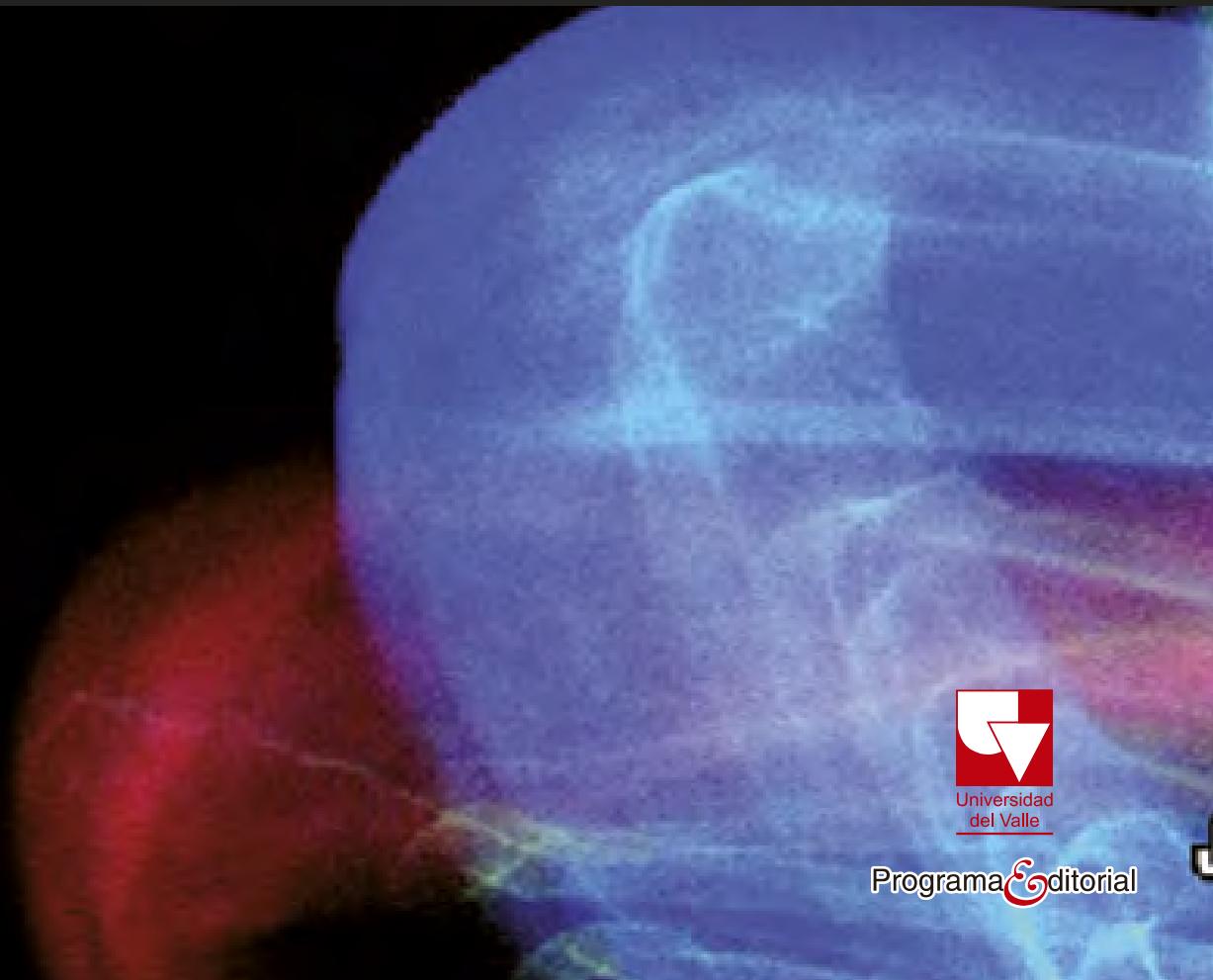


# FACTS

SISTEMAS DE TRANSMISIÓN FLEXIBLE

- JUAN MANUEL RAMÍREZ, GLADYS CAICEDO Y ROSA ELVIRA CORREA •



Programa Editorial

El material seleccionado en este texto es la recopilación de diferentes trabajos de posgrado. Se presenta la aplicación de algunas técnicas-transmisión flexibles – FACTS, los cuales se utilizan cada vez más en sistemas eléctricos de potencia, tanto en redes de transmisión como en redes de distribución.

En esta obra se revisan las características más relevantes de los diferentes dispositivos de estado sólido, que se utilizan en la construcción de los FACTS. Además, se introduce a las técnicas de conversión CD/CA utilizadas en la implementación de los FACTS de segunda generación. También se estudia en detalle el fundamento de algunos de los dispositivos más utilizados, debido a las bondades de sus características operativas: TSCS, StatCom, SSC y UPFC, ilustrando las aplicaciones de estado estacionario en sistemas eléctricos de potencia. Finalmente, se introduce el concepto de la conversión CA/CA, que constituye el fundamento de los FACTS de tercera generación, ilustrando aplicaciones del control de flujo de potencia compleja en las líneas.



JUAN MANUEL RAMÍREZ ARREDONDO  
GLADYS CAICEDO DELGADO  
ROSA ELVIRA CORREA GUTIÉRREZ

# Sistemas de Transmisión Flexibles

# FACTS



Colección Ingeniería

Caicedo Delgado, Gladys Nayibe

Sistemas de transmisión flexibles FACTS / Gladys Caicedo Delgado, Juan Manuel Ramírez, Rosa Elvira Correa. -- Santiago de Cali : Programa Editorial Universidad del Valle, 2010.

352 p. ; 24 cm. -- (Colección libros de investigación)

Incluye bibliografía e índice.

1. Sistemas de energía eléctrica 2. Transferencia de energía 3. Distribución de energía eléctrica I. Ramírez, Juan Manuel II. Correa, Rosa Elvira III. Tít.

IV. Serie.

621.319 cd 21 ed.

A1256064

CEP-Banco de la República-Biblioteca Luis Ángel Arango

## Universidad del Valle

### Programa Editorial

Título: *Sistemas de transmisión flexibles FACTS*

Autores: Juan Manuel Ramírez A., Gladys Caicedo D. y Rosa Elvira Correa G.

ISBN: 978-958-670-822-7

ISBN PDF: 978-958-765-507-0

DOI:

Colección: Ingeniería

Primera Edición Impresa Septiembre 2010

Edición Digital Julio 2017

Rector de la Universidad del Valle: Édgar Varela Barrios

Vicerrector de Investigaciones: Javier Medina Vásquez

Director del Programa Editorial: Francisco Ramírez Potes

© Universidad del Valle

© Juan Manuel Ramírez, Gladys Caicedo Delgado y Rosa Elvira Correa.

Diseño de carátula: Anna Echavarria. Elefante

Diagramación: Hugo H. Ordóñez Nievas

Universidad del Valle

Ciudad Universitaria, Meléndez

A.A. 025360

Cali, Colombia

Teléfonos: (57) (2) 321 2227 - 339 2470

E-mail: [programa.editorial@correounivalle.edu.co](mailto:programa.editorial@correounivalle.edu.co)

Este libro, salvo las excepciones previstas por la Ley, no puede ser reproducido por ningún medio sin previa autorización escrita por la Universidad del Valle.

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión del autor y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad del Valle, ni genera responsabilidad frente a terceros.

El autor es responsable del respeto a los derechos de autor del material contenido en la publicación (fotografías, ilustraciones, tablas, etc.), razón por la cual la Universidad no puede asumir ninguna responsabilidad en caso de omisiones o errores.

Cali, Colombia - Julio de 2017



Universidad  
del Valle

PÁGINA EN BLANCO  
EN LA EDICIÓN IMPRESA

## **AGRADECIMIENTOS**

El contenido de este texto se fundamenta en la recopilación de diferentes trabajos de estudiantes de posgrado durante varios años, a los cuales los autores expresan sus más sinceros agradecimientos por tanto tiempo de dedicación.

También agradecen la ayuda de diferentes monitores quienes colaboraron en el transcripción del texto.

Finalmente, los autores expresan sus agradecimientos a sus instituciones Cinvestav Unidad de Guadalajara, México; Universidad del Valle, Colombia y Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín.

PÁGINA EN BLANCO  
EN LA EDICIÓN IMPRESA

## **CONTENIDO**

<b>Introducción .....</b>	<b>27</b>
<b>Capítulo 1</b>	
<b>FACTS: soluciones moderna para la industria eléctrica.....</b>	<b>29</b>
Introducción .....	29
Concepto de sistemas flexibles de transmision de CA (FACTS).....	30
Clasificación en función de la conexión .....	33
Ventajas en la utilización de dispositivos FACTS .....	38
Aspectos operativos .....	39
Localización.....	40
Referencias.....	41
<b>Capítulo 2</b>	
<b>Diodos, tiristores e IGBT.....</b>	<b>43</b>
Resumen.....	43
Diodos .....	43
Tipos básicos de diodos rectificadores de potencia .....	45
Circuitos rectificadores .....	46
Rectificador monofásico onda completa, carga resistiva .....	49
Rectificadores trifásicos .....	49
Tiristores .....	52
Tipos de tiristores.....	52
Formas de encender un tiristor.....	53
Apagado de un tiristor.....	54
Circuitos de disparo de tiristores.....	55
IGBT .....	56
Estados de los IGBT .....	58

Selección de IGBT .....	58
Círculo de puerta.....	59
Consideraciones térmicas.....	59
Referencias.....	60

### **Capítulo 3**

<b>El capacitor serie controlado por tiristores (TCSC) .....</b>	<b>63</b>
Resumen.....	63
Estructura del TCSC .....	63
Reactor controlado por tiristores (TCR) .....	64
Modos de operación del TCSC .....	65
Características de estado estacionario.....	65
Análisis del TCSC en sus diferentes modos de operación.....	75
Modo de bloqueo .....	75
Modo de conducción.....	76
Modo vernier.....	79
Análisis de estabilidad del TCSC mediante el mapa de Poincaré.....	81
Mapa de Poincaré.....	82
Modelado del sistema .....	84
Estabilidad de un sistema periódico.....	87
Estabilidad de un sistema discreto .....	91
Ejemplos de aplicación .....	92
Conclusiones .....	97
Referencias.....	98

### **Capítulo 4**

<b>Introducción a los inversores .....</b>	<b>99</b>
Resumen.....	99
Conceptos preliminares.....	99
La configuración multipulso .....	102
Inversor de seis pulsos .....	103
Inversor de 12 pulsos .....	106
Inversor en configuración multinivel.....	108
Topología diodo anclado.....	109
Topología capacitor anclado .....	113
Modulación por ancho de pulso (PWM).....	117
Modulación senoidal.....	118
Sobremodulación en esquemas de PWM senoidal .....	121
Referencias.....	124

## **Capítulo 5**

<b>Análisis del inversor de 6 y 12 pulsos .....</b>	127
Resumen.....	127
Introducción .....	127
Análisis del StatCom basado en un inversor de seis pulsos.....	129
Análisis armónico .....	133
El compensador estático síncrono (StatCom) basado en una VSC de seis pulsos.....	137
Señales de corriente .....	138
Periodos de conducción de transistores y diodos.....	143
Corriente del capacitor.....	144
Voltaje del capacitor.....	145
Intercambio de potencia activa y reactiva.....	149
Corriente del capacitor .....	152
Convertidor de 12 pulsos .....	155
Señales de corriente CA.....	159
Corriente del capacitor.....	167
Voltaje del capacitor.....	170
Conclusiones .....	171
Referencias.....	171

## **Capítulo 6**

<b>Modelado del StatCom .....</b>	173
Resumen.....	173
Modelado mediante funciones de commutación.....	173
Inversor de 12 pulsos .....	176
Modelado del StatCom a frecuencia fundamental .....	178
Inversor de 12 pulsos .....	184
Inversor de 24 pulsos .....	185
Inversor de 48 pulsos .....	186
Modelo en el marco de referencia dq0.....	188
Conclusiones .....	191
Referencias.....	192

## **Capítulo 7**

<b>La estabilidad de voltaje y el StatCom.....</b>	193
Resumen.....	193
Fundamentos .....	193
Restricciones en la transferencia de potencia .....	193
Curvas PV .....	196
El concepto del margen de estabilidad de voltaje .....	200
StatCom en estado estacionario .....	204

Consideración del StatCom en el problema de flujos de carga trifásico .....	207
Descripción del estudio .....	212
Análisis de un caso de referencia .....	213
Análisis de los casos trifásicos desbalanceados .....	218
Resultados .....	220
Conclusiones .....	239
Referencias .....	239

## **Capítulo 8**

<b>Modelado y aplicación del SSSC .....</b>	241
Resumen .....	241
Compensador serie estático síncrono .....	241
Inclusión del SSSC en el problema de flujos de potencia .....	244
Resultados de flujos de potencia incluyendo un dispositivo SSSC ....	246
Modelado en espacio de estado SSSC .....	248
Estructura del convertidor .....	250
Modelo del SSSC .....	254
Corrientes de linea .....	255
Corriente del capacitor .....	256
Representación del inversor .....	259
Resultados de simulación .....	261
Referencias .....	263

## **Capítulo 9**

<b>Controlador unificado de flujos de potencia (UPFC) .....</b>	265
Resumen .....	265
Concepto del controlador unificado de flujos de potencia .....	265
Descripción del UPFC .....	269
Principios de operación del UPFC .....	270
Conexión de un UPFC en la línea de transmisión .....	272
Características de estado estacionario .....	274
Gráficas P-Q .....	277
Diagramas de potencia .....	281
Análisis de estado estacionario .....	288
Análisis de flujos de carga en sistemas de potencia con UPFC .....	289
Inserción del dispositivo UPFC en el sistema simplificado .....	290
Ecuaciones de equilibrio en un sistema multi-máquinas con un UPFC .....	294
Ejemplo .....	297

Compensación de líneas .....	300
Compensación serie .....	300
Compensación en derivación .....	301
Compensación serie-derivación .....	303
Conclusiones .....	306
Referencias.....	307
<b>Capítulo 10</b>	
<b>FACTS basados en convertidores CA-CA .....</b>	<b>309</b>
Resumen.....	309
Definiciones .....	310
Concepto del convertidor matricial.....	313
Representación vectorial de la suma de señales senoidales .....	316
Cálculo de los índices de modulación con la representación vectorial .....	319
Elementos de <i>hardware</i> .....	325
Incorporación del controlador – $\Gamma$ en la formulación de flujos de potencia .....	328
Convertidor de CD conmutado para el control de flujo de potencia .....	328
Convertidor de conmutación vectorial (VeSC) .....	332
Ejemplo de un convertidor.....	335
Aplicación del VESC usado como un UPFC.....	340
Principio de operación .....	341
Resultados de simulación.....	344
Caso de 9 nodos .....	344
Caso de 39 nodos .....	346
Conclusiones .....	349
Referencias.....	350
<b>Términos y siglas .....</b>	<b>351</b>

PÁGINA EN BLANCO  
EN LA EDICIÓN IMPRESA

## LISTADO DE FIGURAS

Figura 1.1	Representación gráfica del efecto de los dispositivos FACTS .....	32
Figura 1.2	Diagrama esquemático de un controlador serie .....	33
Figura 1.3	Diagrama esquemático de un controlador en derivación .....	34
Figura 1.4	Diagrama esquemático de un controlador serie-serie .....	34
Figura 1.5	a) Controlador coordinado serie-paralelo .....	35
	b) Controlador unificado serie-paralelo .....	35
Figura 1.6	Diagrama esquemático de una fuente de voltaje síncrona (VSC). ....	38
Figura 2.1	a) Símbolo del diodo .....	44
	b) Construcción esquemática de un diodo semiconductor ...	44
	c) Representación simple .....	44
Figura 2.2	Curva voltaje-corriente típica de un diodo semiconductor....	45
Figura 2.3	Diodos rectificadores de potencia .....	45
Figura 2.4	Señal rectificada de media onda.....	48
Figura 2.5	Señal rectificada onda completa.....	48
Figura 2.6	Rectificador monofásico onda completa (transformador con derivación central).....	50
Figura 2.7	Rectificador monofásico onda completa (puente de diodos completo) .....	50
Figura 2.8	Formas de onda en rectificadores trifásicos .....	51
Figura 2.9	Símbolo del SCR.....	52
Figura 2.10	Analogía de un SCR con dos transistores bipolares .....	53
Figura 2.11	Curva característica de un tiristor .....	54
Figura 2.12	Disparo por corriente continua.....	55
Figura 2.13	Disparo por fase alterna .....	55
Figura 2.14	Disparo por transformador de pulsos .....	56

Figura 2.15	Disparo por acoplamiento óptico .....	56
Figura 2.16	a) Equivalente esquemático de un IGBT con MOSFET y BJT .....	58
	b) Símbolo del IGBT .....	58
Figura 3.1	Módulo básico de un TCSC .....	64
Figura 3.2	TCSC inserto en una línea de transmisión .....	66
Figura 3.3	Sistema en modo de bloqueo .....	67
Figura 3.4	Sistema en modo de conducción .....	68
Figura 3.5	Sistema sin conducción de tiristores .....	70
Figura 3.6	Formas de onda al momento de insertar el TCSC .....	77
Figura 3.6	a) Formas de onda para $R_t = 0\Omega$ .....	77
Figura 3.6	b) Formas de onda con $R_t = 1\Omega$ .....	78
Figura 3.6	c) Formas de onda con $R_t = 10\Omega$ .....	79
Figura 3.7	Ciclo de trabajo del TCSC .....	79
Figura 3.8	Respuesta del TCSC operando en modo Vernier .....	81
Figura 3.9	Sistema de compensación en una sola fase .....	82
Figura 3.10	Comportamiento del TCSC en el espacio de estados .....	83
Figura 3.11	a) Comportamiento en el espacio de estados .....	84
	b) Plano $\Sigma$ .....	84
Figura 3.12	Dinámica del TCSC sobre un periodo .....	85
Figura 3.13	Sistema de Kayenta .....	93
Figura 3.14	Valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré en el plano z .....	94
Figura 3.15	Valores propios con $T = 1/30$ en el plano z .....	94
Figura 3.16	Plano de estados y puntos de Poincaré para el caso 2 .....	95
Figura 3.17	Valores propios del jacobiano del mapa de Poincaré en el plano z .....	95
Figura 3.18	Valores propios para el sistema de Kayenta en el plano z .....	97
Figura 4.1	Un polo inversor y su voltaje de salida .....	100
Figura 4.2	Puente inversor monofásico .....	101
Figura 4.3	Formas de onda para un puente VSC monofásico .....	102
Figura 4.4	Puente trifásico elemental .....	103
Figura 4.5	Señales de disparo para el puente de seis pulsos .....	104
Figura 4.6	Voltajes de línea-neutro del VSC seis pulsos .....	104
Figura 4.7	Voltajes de línea-línea del VSC seis pulsos .....	105
Figura 4.8	Arreglo del inversor de doce-pulsos .....	107
Figura 4.9	a) $v_{ab}(t)$ y $v_{abY}(t)$ ; b) voltaje de doce-pulsos .....	108
Figura 4.10	Inversor de dos, tres, y cuatro niveles .....	108
Figura 4.11	Inversor multinivel de tres estados, configuración <i>diodo-anclado</i> .....	109

Figura 4.12 Inversor multinivel de tres estados, configuración <i>diodo anclado</i> , nivel +V/2 .....	110
Figura 4.13 Inversor multinivel de tres estados, configuración <i>diodo anclado</i> , nivel 0.....	110
Figura 4.14 Inversor multinivel de tres estados, configuración <i>diodo anclado</i> , nivel -V/2 .....	111
Figura 4.15 Señales de control y señal de salida del inversor de tres estados, configuración <i>diodo anclado</i> .....	111
Figura 4.16 Inversor de cinco niveles, configuración <i>diodo anclado</i> .....	112
Figura 4.17 Inversor de cinco niveles, configuración <i>diodo anclado</i> .....	112
Figura 4.18 Inversor de tres niveles, configuración <i>capacitor anclado</i> .....	114
Figura 4.19 Inversor de tres niveles configuración <i>capacitor-anclado</i> , nivel +V/2 .....	114
Figura 4.20 Inversor de tres niveles configuración <i>capacitor-anclado</i> , nivel -V/2.....	115
Figura 4.21 Inversor de tres niveles, configuración <i>capacitor-anclado</i> , nivel cero - caso 1 .....	115
Figura 4.22 Inversor de tres niveles, configuración <i>capacitor-anclado</i> , nivel cero - caso 2 .....	116
Figura 4.23 Señales de control del inversor <i>capacitor-anclado</i> de 3 niveles .....	117
Figura 4.24 Inversor de cinco niveles, configuración <i>capacitor-anclado</i> , conexión cara a cara .....	117
Figura 4.25 Principio de la modulación senoidal con onda portadora triangular.....	118
Figura 4.26 Forma de onda PWM que se obtiene utilizando SPWM con muestreo natural, p=12, M=0.75 .....	119
Figura 4.27 Formas de onda de voltaje para un inversor trifásico SPWM .....	120
Figura 4.28 Valor RMS del voltaje fundamental de línea relativo a $V_{CD}$ contra la relación de modulación para SPWM.....	121
Figura 4.29 Sobremodulación en SPWM.....	122
Figura 4.30 Saltos de voltaje debidos a la sobremodulación .....	122
Figura 4.31 Esquema SPWM de muestreo regular simétrico .....	123
Figura 4.32 Esquema SPWM de muestreo regular asimétrico.....	124
Figura 5.1 Diagrama esquemático del StatCom .....	128
Figura 5.2 Inversor elemental.....	129
Figura 5.3 Inversor de seis pulsos con carga resistiva.....	130
Figura 5.4 Señales de disparo .....	131

Figura 5.5	Voltajes línea-línea .....	131
Figura 5.6	Secuencia 1-5-6.....	132
Figura 5.7	Secuencia 1-2-6.....	132
Figura 5.8	Secuencia 1-2-3.....	132
Figura 5.9	Voltajes línea-neutro .....	133
Figura 5.10	Periodo de conducción - factor de potencia 0.5 inductivo .....	136
Figura 5.11	Periodo de conducción - factor de potencia 0.866 inductivo .....	137
Figura 5.12	Periodo de conducción - factor de potencia cero .....	137
Figura 5.13	StatCom de seis pulsos.....	138
Figura 5.14	Entrega/absorción de reactivos .....	139
Figura 5.15	Relación entre voltaje $V_{DC}$ y corrientes.....	140
Figura 5.16	Voltajes de la red y compensador.....	140
Figura 5.17	Formas de onda de la corriente .....	142
Figura 5.18	Periodo de conducción de $Q_1$ y d .....	144
Figura 5.19	a) Corriente del capacitor generando potencia reactiva .....	146
	b) Corriente del capacitor absorbiendo potencia reactiva .....	146
Figura 5.20	a) Voltaje del capacitor generando potencia reactiva .....	147
	b) Voltaje del capacitor absorbiendo potencia reactiva .....	147
Figura 5.21	Voltajes línea-neutro y línea-línea, con un capacitor finito.....	148
Figura 5.22	Corriente y voltaje del capacitor .....	149
Figura 5.23	Voltajes de la red y del inversor desfasados.....	150
Figura 5.24	Corriente CA cuando $\phi = 15^\circ$ .....	152
Figura 5.25	$i_{DC}(t)$ para $\phi = 2^\circ$ y $\phi = 15^\circ$ .....	153
Figura 5.26	Circuito capacitivo de prueba .....	153
Figura 5.27	Voltaje instantáneo del capacitor modificado mediante el desfasamiento $\phi$ .....	154
Figura 5.28	a) Corriente CA con $\phi = 0^\circ$ .....	155
	b) Corriente CA con $\phi = -0.5^\circ$ .....	155
Figura 5.29	a) $v_{ab}(t)$ y $v_{abY2}(t)$ .....	157
	b) voltaje de 12 pulsos .....	157
Figura 5.30	Arreglo del StatCom de 12 pulsos .....	157
Figura 5.31	Voltajes línea-neutro del StatCom de 12 pulsos.....	158
Figura 5.32	Espectro de Fourier para el voltaje $v_{ab12}(t)$ .....	159
Figura 5.33	Diagrama fasorial: corrientes en adelanto y atraso .....	160

Figura 5.34 Relación entre el voltaje de CD y la corriente reactiva .....	160
Figura 5.35 Voltaje fundamental del compensador $v_{an}(t)$ y del sistema.....	162
Figura 5.36 Corriente $i_a(t)$ .....	163
Figura 5.37 Corriente CA de cada inversor de seis pulsos.....	166
Figura 5.38 Corriente en $Q_1$ y $D_1$ .....	166
Figura 5.39 a) Corriente del primer inversor - generando potencia reactiva .....	168
b) Corriente del primer inversor - absorbiendo potencia reactiva .....	168
Figura 5.40 a) Corriente del segundo inversor - generando potencia reactiva .....	168
b) Corriente del segundo inversor - absorbiendo potencia reactiva .....	168
Figura 5.41 a) Corriente del capacitor - generando potencia reactiva .....	169
b) Corriente del capacitor - absorbiendo potencia reactiva .....	169
Figura 5.42 a) Voltaje del capacitor - generando potencia reactiva .....	170
b) Voltaje del capacitor - absorbiendo potencia reactiva .....	170
Figura 6.1 StatCom de seis pulsos.....	174
Figura 6.2 Pierna de la fase $a$ .....	174
Figura 6.3 Señales para el inversor de seis pulsos .....	179
Figura 6.4 Señales para el inversor de 12 pulsos .....	180
Figura 6.5 Señales para el inversor de 24 pulsos .....	181
Figura 6.6 Señales para el inversor de 48 pulsos .....	182
Figura 6.7 a) Corriente de fase - modelo de conmutación .....	190
b) Corriente de fase - modelo de frecuencia fundamental.....	190
Figura 6.8 Corrientes $i_d$ e $i_q$ .....	190
Figura 6.9 Voltaje del capacitor.....	191
Figura 7.1 Circuito representativo de un sistema radial .....	194
Figura 7.2 Triángulo de potencias .....	194
Figura 7.3 Curva PV considerando tan $\Phi=0.2$ .....	197
Figura 7.4 Curvas PV para diferentes valores del factor de potencia .....	198
Figura 7.5 Voltaje en función de la potencia activa y reactiva de carga.....	199
Figura 7.6 Margen de estabilidad de voltaje de un SEP.....	201
Figura 7.7 Estructura fundamental de un StatCom .....	204

Figura 7.8 Funcionamiento básico de un StatCom.....	204
Figura 7.9 Característica $V-I$ natural del StatCom.....	205
Figura 7.10 Característica $V-I$ controlada del StatCom.....	206
Figura 7.11 Curvas características.....	207
Figura 7.12 Circuito equivalente de un StatCom trifásico .....	208
Figura 7.13 Diagrama esquemático del sistema de prueba de Nueva Inglaterra.....	212
Figura 7.14 Diagrama de flujo para establecer los parámetros de referencia.....	217
Figura 7.15 Desbalance aplicado a las cargas .....	218
Figura 7.16 Diagrama de flujo para el estudio de los casos trifásicos.....	220
Figura 7.17 Curva PV correspondiente al nodo 32 para el CBO .....	223
Figura 7.18 Resultados del análisis modal aplicado al sistema de Nueva Inglaterra.....	227
Figura 7.19 Curvas PV en el nodo 32 .....	228
Figura 7.20 Magnitud de voltaje en los nodos de carga .....	229
Figura 7.21 Potencias totales de generación .....	230
Figura 7.22 Pérdidas totales en el sistema.....	230
Figura 7.23 Márgenes de estabilidad de voltaje trifásicos para el nodo 32, casos 2a y 2b .....	232
Figura 7.24 Márgenes por fases del nodo 32.....	234
Figura 7.25 Magnitud de voltaje en los nodos de carga por fase .....	235
Figura 7.26 Magnitud de voltaje en los nodos de la zona más débil del sistema, fase $a$ .....	236
Figura 7.27 Pérdidas totales de potencia reactiva .....	237
Figura 8.1 Condición de operación de estado estacionario .....	242
Figura 8.2 Esquemas básicos TSSC y TCSC .....	243
Figura 8.3 Esquema básico del SSSC .....	243
Figura 8.4 Modelo de circuito del SSSC .....	244
Figura 8.5 Diagrama unifilar de Nueva Inglaterra incluyendo un SSSC .....	247
Figura 8.6 Resultados de flujos de carga para el sistema de prueba, caso SSSC .....	247
Figura 8.7 Configuración del inversor de 6-pulsos .....	249
Figura 8.8 Patrón de pulsos para el inversor de 6-pulsos .....	249
Figura 8.9 Configuración de inversor de 48-pulsos .....	252
Figura 8.10 a) Transformadores defasadores, b) en atraso, c) en adelanto .....	253
Figura 8.11 $V_{an48}$ , su contenido armónico y corriente de línea fase $a$ .....	254
Figura 8.12 SSSC inserto en un circuito inductivo .....	254

Figura 8.13 Corriente del capacitor para un SSSC de 48-pulsos .....	257
Figura 8.14 Corriente del capacitor para un SSSC de 48-pulsos con $\phi = 10^\circ$ .....	258
Figura 8.15 a) SSSC embebido en una línea de transmisión.....	259
b) circuito CD .....	259
Figura 8.16 Voltaje del capacitor, sus armónicos, y contenido armónico del SSSC de 48 pulsos .....	262
Figura 9.1 Sistema de potencia simplificado de dos máquinas con un controlador de flujos de potencia generalizado .....	266
Figura 9.2 a) Diagrama fasorial de la operación del UPFC cuando se controla la magnitud del voltaje terminal y el ángulo de fase ...	268
b) Diagrama fasorial de la operación del UPFC cuando se regula el voltaje terminal .....	268
c) Diagrama fasorial de la operación del UPFC cuando se regula el voltaje terminal y la impedancia en línea .....	268
d) Diagrama fasorial de la operación del UPFC cuando se regula el voltaje terminal y el ángulo de fase .....	268
Figura 9.3 Diagrama esquemático del UPFC .....	269
Figura 9.4 Diagrama del circuito trifásico del UPFC.....	269
Figura 9.5 Esquema general del UPFC .....	271
Figura 9.6 Diagrama fasorial y áreas de operación .....	272
Figura 9.7 Modelo equivalente monofásico en estado estable del UPFC.....	273
Figura 9.8 Diagrama monofásico de una línea equipada con un UPFC.....	275
Figura 9.9 Potencia activa y reactiva del extremo emisor.....	277
Figura 9.10 Variaciones de Ps y Qs como funciones de $V_B$ ( $V_E = 1.0 \text{ pu}$ , $\delta_B = 160^\circ$ ).....	278
Figura 9.11 Variaciones de Ps y Qs como funciones de $V_E$ ( $V_B = 0.3 \text{ pu}$ , $\delta_B = 160^\circ$ ).....	279
Figura 9.12 Potencia real y reactiva de los convertidores de excitación y elevador como función de $V_E$ ( $V_B = 0.3 \text{ pu}$ , $\delta_B = 160^\circ$ ) .....	280
Figura 9.13 Sistema de control del UPFC .....	281
Figura 9.14 Diagrama de potencia del sistema de la figura 9.13 cuando el UPFC no está en servicio .....	282
Figura 9.15 Potencia compleja del extremo emisor cuando el UPFC está localizado en el extremo emisor .....	283
Figura 9.16 Región de la potencia compleja del extremo emisor para $\delta = 0^\circ$ y $\delta = 75^\circ$ cuando el UPFC está localizado en medio de la línea .....	283

Figura 9.17 Región de potencia compleja del extremo receptor para un valor de $\delta$ desde $0^\circ$ hasta $90^\circ$ .....	284
Figura 9.18 Área total del plano complejo que el UPFC puede controlar.....	285
Figura 9.19 Efecto de $V_E$ sobre la región de control de la potencia compleja .....	285
Figura 9.20 a) Efecto de $X_E$ sobre la región de la potencia compleja en el extremo emisor .....	286
Figura 9.20 b) Efecto de $X_E$ sobre la región de potencia compleja en el extremo receptor.....	287
Figura 9.21 Efecto de la región de localización del UPFC del extremo emisor.....	287
Figura 9.22 Efecto de la localización del UPFC en el extremo receptor .....	288
Figura 9.23 UPFC instalado en un sistema de potencia máquina barra-infinita.....	291
Figura 9.24 Sistema máquina barra-infinita incluyendo un UPFC .....	291
Figura 9.25 Flujo de carga para el caso máquina-barra infinita .....	293
Figura 9.26 Diagrama de flujo del problema de flujos de potencia incluyendo un UPFC.....	298
Figura 9.27 Sistema de prueba de nueve nodos incluyendo UPFC.....	299
Figura 9.28 Modelo del sistema de potencia máquina-barra infinita con un controlador FACTS conectado en serie.....	300
Figura 9.29 Modelo del sistema de potencia máquina-barra infinita con un controlador FACTS conectado en derivación .....	302
Figura 9.30 Modelo del sistema máquina-barra infinita con un UPFC localizado en medio de la línea .....	304
Figura 10.1 Cambiador de frecuencia estático trifásico-trifásico.....	311
Figura 10.2 Clases de cambiadores de frecuencia estáticos .....	312
Figura 10.3 NCC trifásico-trifásico.....	312
Figura 10.4 Controlador de voltaje.....	314
Figura 10.5 Señales en el controlador de voltaje.....	315
Figura 10.6 Controlador de voltaje de CA .....	315
Figura 10.7 Voltaje en la carga .....	316
Figura 10.8 Sumador con transformadores .....	317
Figura 10.9 Representación vectorial de la suma de señales senoidales de la misma frecuencia.....	317
Figura 10.10 Sumador trifásico con PWM y carga resistiva.....	319
Figura 10.11 Voltajes de entrada al convertidor y señal de referencia....	320
Figura 10.12 Diagrama a bloques del esquema de control.....	321
Figura 10.13 Obtención de las magnitudes .....	322
Figura 10.14 Las componentes imaginarias de $F_C'$ y $V_A$ son iguales .....	322

Figura 10.15 Descomposición vectorial de $F_c'$ .....	323
Figura 10.16 Resta de las componentes reales de $F_c'$ y $F_a'$ .....	323
Figura 10.17 $V_a$ cuando $IM_a = 0.4$ , $IM_b = 0$ e $IM_c = 0.4$ .....	324
Figura 10.18 Dos esquemas del convertidor monofásico matricial .....	326
Figura 10.19 Convertidor matricial trifásico.....	326
Figura 10.20 Convertidor matricial con acoplamiento simple .....	327
Figura 10.21 Esquema de un convertidor de CD conmutado para el control de flujo de potencia .....	329
Figura 10.22 Esquema trifásico del VeSC .....	332
Figura 10.23 Circuito equivalente monofásico para el componente fundamental del VeSC.....	335
Figura 10.24 VeSC trifásico de dos polos usando IGBT.....	336
Figura 10.25 Diagrama de bloques para Matlab-Simulink .....	336
Figura 10.26 Interruptor monopolar .....	337
Figura 10.27 Formas de onda de voltajes y corrientes del convertidor .....	338
Figura 10.28 Convertidor con elementos de filtrado .....	338
Figura 10.29 Modelo en Matlab-Simulink con elementos de filtrado.....	339
Figura 10.30 Formas de onda de voltaje y corriente del convertidor con los elementos de filtrado.....	340
Figura 10.31 Controlador conectado como UPFC .....	341
Figura 10.32 Controlador conectado como UPFC en la línea de transmisión .....	342
Figura 10.33 Sistema de potencia de tres máquinas.....	344
Figura 10.34 Sistema de potencia de 10 máquinas .....	346

PÁGINA EN BLANCO  
EN LA EDICIÓN IMPRESA

## LISTADO DE TABLAS

Tabla 2.1	Términos, símbolos y definiciones de los diodos semiconductores.....	47
Tabla 2.2	Términos, símbolos y definiciones de los tiristores.....	57
Tabla 2.3	Términos, símbolos y definiciones de los IGBT.....	60
Tabla 3.1	Parámetros del sistema en estudio .....	75
Tabla 7.1	Solución de estado estacionario .....	222
Tabla 7.2	Modos críticos para el CBO.....	224
Tabla 7.3	Factores de participación de nodos para el CBO .....	225
Tabla 7.4	Factores de participación de rama para el modo 1 del CBO .....	225
Tabla 7.5	Factores de participación de generación para modo 1 del CBO .....	225
Tabla 7.6	Margen de estabilidad de voltaje (MW) .....	229
Tabla 7.7	Potencias totales de cargas desbalanceadas .....	232
Tabla 7.8	Márgenes de estabilidad de voltaje (MW) .....	232
Tabla 7.9	Datos del StatCom .....	233
Tabla 7.10	Potencia reactiva aportada por los generadores (MVAr).....	236
Tabla 7.11	Potencia reactiva aportada por el StatCom (MVAr) .....	237
Tabla 7.12	Pérdidas de potencia reactiva en los transformadores (MVAr).....	237
Tabla 7.13	Parámetros correspondientes a la contingencia de la línea .....	238
Tabla 7.14	Parámetros correspondientes a la contingencia del generador.....	238

Tabla 9.1	Datos del sistema de tres máquinas y nueve nodos .....	297
Tabla 9.2	Flujos de potencias del sistema incluyendo un UPFC .....	299
Tabla 10.1	Parámetros de la Fig. 10.25.....	337
Tabla 10.2	Parámetros de la Fig. 10.27.....	339
Tabla 10.3	Voltajes complejos de la Fig. 10.33 .....	345
Tabla 10.4	Flujo de potencia compleja (casos 1 y 2).....	345
Tabla 10.5	Voltajes complejos de la Fig. 10.34 .....	347
Tabla 10.6	Flujo de Potencia compleja (caso 3).....	348
Tabla 10.7	Flujo de Potencia compleja (caso 4) .....	349

## INTRODUCCIÓN

Este texto presenta la aplicación de algunas técnicas desarrolladas en electrónica de potencia, concretamente con los denominados sistemas de transmisión flexibles (FACTS), cuya utilización resulta cada vez más atractiva en redes eléctricas a nivel de transmisión y distribución.

En redes eléctricas, el empleo de estos elementos, cuya operación se basa en dispositivos de estado sólido, comenzó desde hace varias décadas; tal es el caso del reactor controlado por tiristores (TCR), que ha sido utilizado en elementos que se conectan en serie y en derivación dentro de la estructura de las redes. Por ejemplo, el compensador estático de reactivos (CEV), usado ampliamente a nivel mundial, especialmente para suministrar potencia reactiva en nodos que no cumplen con los niveles de tensión. Con el transcurso del tiempo se diseñaron nuevos elementos capaces de modificar positivamente la cantidad de potencia que se puede transferir entre dos nodos, como el compensador serie controlado por tiristores - TCSC.

En la década pasada se propuso una segunda generación de dispositivos FACTS basados en fuentes convertidoras de voltaje (VSC), que funcionan con base en esquemas de conversión de corriente directa (CD) a corriente alterna (CA). Convencionalmente se asumen esquemas capaces de generar señales de voltaje con un bajo contenido armónico, aunque también es posible insertar filtros que ayudan a mejorar la calidad de las señales. Bajo este enfoque han surgido numerosos elementos con características muy diversas, donde el compensador estático síncrono (StatCom), el compensador serie estático síncrono (SSSC), y el controlador unificado de flujos de potencia (UPFC) han sido los más analizados, debido a sus atractivas características.

En el corto plazo se vislumbra una tercera generación de dispositivos FACTS, cuyo fundamento está en la utilización de arreglos de converti-

dores de corriente alterna/corriente alterna (CA/CA), que prescinden de la interfase de corriente directa. Hoy en día sólo se tienen los primeros análisis y son muy prometedores.

En este texto, primero, se revisan las características más relevantes de los diversos dispositivos de estado sólido que se utilizan en la construcción de los FACTS. Además, se proporciona una introducción a las técnicas de conversión CD/CA que sirven para la implementación de los FACTS de segunda generación.

Luego, se estudia en detalle el fundamento de algunos de los dispositivos FACTS que mayor atractivo han tenido, debido a las bondades de sus características operativas. Especial atención se presta al TCSC, al StatCom, al SSSC, y al UPFC, mostrando aplicaciones en sistemas eléctricos de potencia para análisis de estado estacionario.

Finalmente, se introduce el concepto de la conversión CA/CA, que constituye el fundamento de los FACTS de tercera generación. Se presenta una aplicación con los primeros esquemas capaces de lograr control del flujo de potencia compleja en líneas de transmisión.

## CAPÍTULO 1

### FACTS: SOLUCIONES MODERNAS PARA LA INDUSTRIA ELÉCTRICA

#### INTRODUCCIÓN

En el pasado los sistemas eléctricos de potencia eran relativamente simples y diseñados para ser autónomos. Actualmente los sistemas de potencia constan de una gran cantidad de interconexiones, no sólo entre compañías prestadoras de servicio eléctrico pertenecientes a un país, sino, también, entre sistemas de diferentes países; esto obedece principalmente a cuestiones de carácter económico y de seguridad en la operación del sistema [1, 2, 4, 7, 8].

Aunado a esto, la industria eléctrica viene experimentando cambios acelerados a nivel mundial, entre los cuales se encuentra las reformas estructurales del mercado eléctrico. Las nuevas estructuras requieren que la potencia eléctrica sea transportada a través de líneas de transmisión definidas; sin embargo, las redes convencionales de los sistemas de potencia no pueden proveer las expectativas futuras de flexibilidad en el control de la potencia. En los últimos años la demanda en los sistemas de potencia ha aumentado y seguirá incrementándose, lo que conlleva a una serie de problemas como sobrecarga y sub-utilización del potencial de transmisión, cuellos de botella, y oscilaciones de potencia. El costo de líneas de transmisión, así como las dificultades que se presentan para su construcción, su localización, derecho de vía, etc., a menudo limitan la capacidad de transmisión, lo cual ha motivado el desarrollo de nuevas tecnologías que permiten mitigar estos inconvenientes [2, 4, 7, 8].

## CONCEPTO DE SISTEMAS FLEXIBLES DE TRANSMISIÓN DE CA (FACTS)

Los sistemas de potencia convencionales, especialmente las líneas de transmisión, se dice que son inflexibles, debido a que ofrecen poca o nula posibilidad de control en el flujo de potencia, ya que los parámetros y la configuración de la red son fijos. Además, la red tiene una respuesta lenta ante contingencias, lo cual dificulta el control del flujo de potencia del sistema en términos de velocidad y versatilidad [2, 4, 7-8]. Esto se debe a que los sistemas eléctricos de potencia en la actualidad están primordialmente controlados por elementos mecánicos, que son lentos y requieren mantenimiento continuo debido a que presentan desgaste.

El flujo de potencia entre dos puntos a través de una línea de transmisión sin pérdidas está dado por la siguiente relación:

$$P_{ij} = V_i V_j \frac{\sin(\theta_{ij})}{X_{ij}} \quad (1)$$

donde:

$P_{ij}$  es la potencia real o activa transferida a través de la línea de transmisión que conecta los nodos i - j.

$V_i$  y  $V_j$  son la magnitud del voltaje en los nodos i - j, respectivamente.

$\theta_{ij}$  es la diferencia angular entre los nodos terminales.

$X_{ij}$  es la reactancia de la línea de transmisión.

Esto es, la potencia que fluye por una línea depende de los parámetros de la red: voltaje en los extremos de la línea, reactancia de la línea y la diferencia angular entre los voltajes extremos. En sistemas de potencia convencionales, el parámetro  $X_{ij}$  no es controlable, sin embargo, es posible ajustar dentro de un margen estrecho los parámetros  $V_i$ ,  $V_j$  y  $\theta_{ij}$  para controlar el flujo de potencia.

La filosofía de los *sistemas de transmisión flexibles de CA* (FACTS), desarrollada en los ochenta, es el uso de dispositivos electrónicos basados en elementos de estado sólido como diodos, tiristores y GTO, para modificar los parámetros señalados y con ello controlar el flujo de potencia en una línea de transmisión, lo cual permite utilizar las líneas cerca de sus límites térmicos y/o forzar los flujos de potencia por rutas determinadas. Los tiristores presentan ventajas sobre los dispositivos de conmutación mecánicos, como la capacidad de rápida conmutación, además de poder utilizarse para re-direccionalizar la potencia en una fracción de ciclo. Esta ventaja permite, por ejemplo, amortiguar oscilaciones de potencia, lo cual

no puede lograrse con el empleo de controladores mecánicos. Además, los dispositivos de commutación mecánicos tienden a desgastarse, mientras que los controladores basados en tiristores pueden conmutar dos veces cada ciclo sin deteriorarse.

Debido a la rapidez en su operación, estos dispositivos también pueden ser utilizados para impactar positivamente en los problemas dinámicos del sistema [1]. La característica principal de los controladores FACTS, es la capacidad que tienen para modificar los parámetros del sistema, lo cual permite controlar el flujo de potencia. Esto se logra porque:

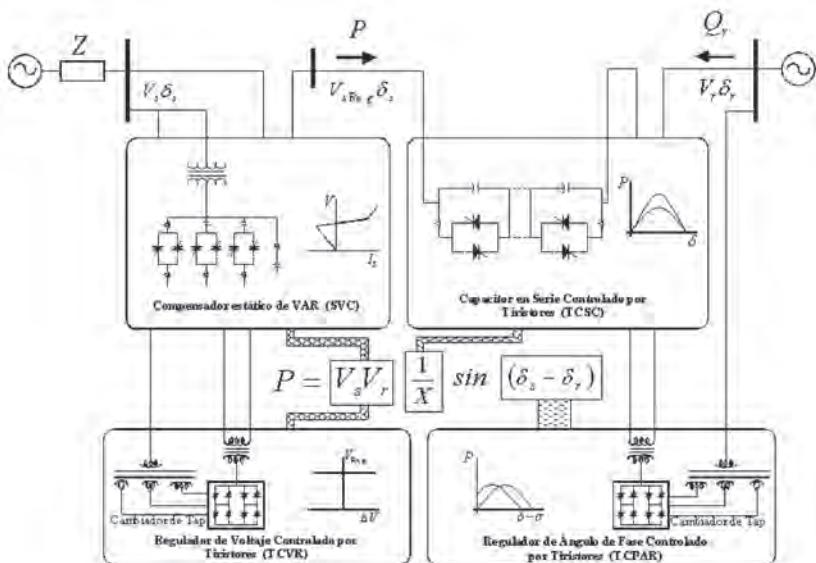
- Al controlar la impedancia de la línea  $X_{ij}$ , a través de compensación serie o utilizando FACTS, se puede controlar la corriente, así como la potencia activa.
- El control del ángulo, permite verificar el flujo de corriente.
- Inyectar un voltaje en serie con la línea y con cualquier ángulo de fase, puede controlar la magnitud y la fase de la corriente de línea y, por lo tanto, se puede controlar la potencia activa y reactiva de forma más precisa.
- La combinación del control de la impedancia de línea con un controlador serie, y la regulación de voltaje con un controlador en derivación, puede ser una medida efectiva para controlar el flujo de potencia real y reactiva entre dos subsistemas.

Los controladores FACTS ofrecen oportunidades sin precedentes para regular la transmisión de CA, incrementando o disminuyendo el flujo de potencia en líneas específicas, y respondiendo de manera casi instantánea a los problemas de estabilidad angular. Por esta razón se han denominado *sistemas flexibles de transmisión de CA*.

De acuerdo con la IEEE la definición de estos dispositivos es [2], “Sistema de transmisión de corriente alterna que incorpora controladores estáticos y otros basados en electrónica de potencia para mejorar la controlabilidad e incrementar la capacidad de transferencia de potencia.”

En la figura 1.1 se representa el efecto de estos dispositivos FACTS.

El concepto de FACTS es relativamente nuevo, no obstante, incluye a los compensadores estáticos de VAR, los cuales han sido utilizados desde los años setenta. De hecho, fueron utilizados por primera vez en el control de un sistema de transmisión de CA en 1978 [3], en un proyecto conjunto de EPRI (Electric Power Research Institute) y la Minnesota Power and Light. Sin embargo, para algunos controladores FACTS que se están utilizando actualmente no se tiene la experiencia con la que se cuenta con otros dispositivos, teniendo como consecuencia los riesgos asociados a la nueva tecnología. A pesar de esto, la mayoría de los controladores FACTS tienen muchas características en común con aquellos que ya han sido probados, lo cual es un gran apoyo para su utilización.



*Figura 1.1 Representación gráfica del efecto de los dispositivos FACTS [2]*

La tecnología de FACTS abre nuevas oportunidades en el control de la potencia y el incremento de la capacidad disponible, ya que la posibilidad de controlar la corriente a través de una línea a un costo razonable, permite incrementar la capacidad de las líneas existentes, permitiendo además operar las líneas de transmisión cerca de sus límites térmicos, lo que anteriormente no era posible, sin violar las restricciones de seguridad del sistema.

Asimismo, el desarrollo de estos dispositivos también ha tenido repercusiones importantes en el aspecto económico de las compañías suministradoras, debido al ambiente competitivo actual (desregulación). El potencial de esta tecnología se basa en la posibilidad de controlar la ruta del flujo de potencia y la habilidad de conectar redes, que no estén adecuadamente

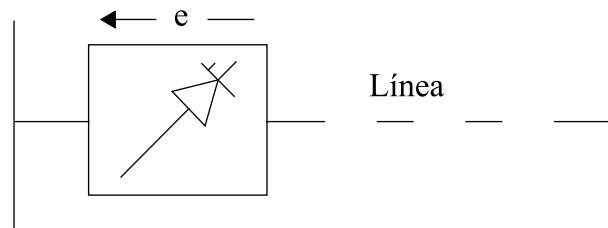
interconectadas; dando la posibilidad de comerciar energía entre agentes distantes, que anteriormente era muy complicado.

#### **Clasificación en función de la conexión**

Existen diferentes formas de clasificar los dispositivos FACTS, una de ellas es en función de la conexión de los dispositivos. Así, estos se pueden dividir de manera general en cuatro grandes categorías [2,4]:

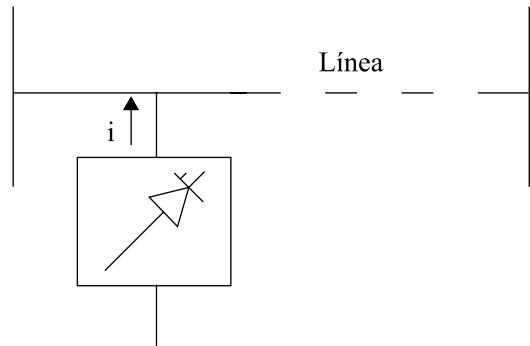
- Controladores serie.
- Controladores en derivación.
- Controladores serie-serie.
- Controladores serie-derivación.

*Controlador serie:* el controlador serie, mostrado esquemáticamente en la figura 1.2, puede consistir en una impedancia variable como un capacitor, reactor, etc., o una fuente variable basada en electrónica de potencia a frecuencia fundamental. El principio de operación de todos los controladores serie, es el de inyectar un voltaje en serie con la línea. Una impedancia variable, multiplicada por la corriente que fluye a través de ella, representa un voltaje en serie inyectado a la línea. Mientras el voltaje esté en cuadratura con la corriente de línea, el controlador serie sólo aporta o consume potencia reactiva; cualquier otro ángulo de fase representa manejo de potencia activa.



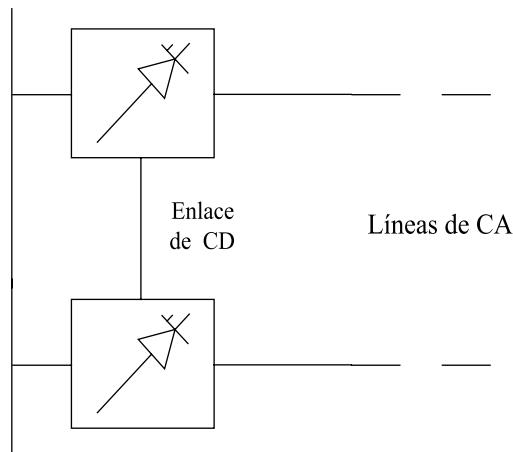
*Figura 1.2 Diagrama esquemático de un controlador serie*

*Controlador en derivación:* al igual que con el controlador serie, el controlador en derivación puede consistir de una impedancia variable, fuente variable, o una combinación de ambas; en la figura 1.3 se muestra en forma esquemática. El principio de operación de todos los controladores en derivación, es inyectar corriente al sistema en el punto de conexión. Una impedancia variable conectada al voltaje de línea causa un flujo de corriente variable, por lo tanto, representa una inyección de corriente a la línea. Mientras que la corriente inyectada esté en cuadratura con el voltaje de línea, el controlador en derivación sólo aporta o consume potencia reactiva; cualquier otro ángulo de fase representa manejo de potencia activa.



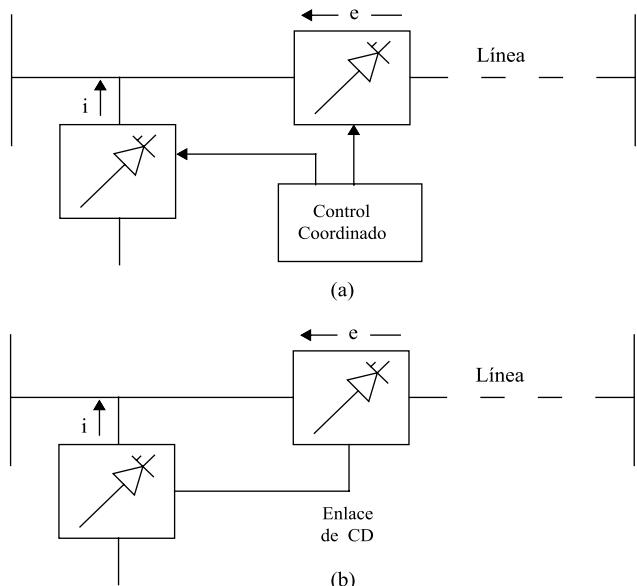
**Figura 1.3 Diagrama esquemático de un controlador en derivación**

**Controlador serie-serie:** este tipo de controlador puede ser una combinación de controladores serie separados, controlados de manera coordinada en un sistema de transmisión multilínea, o puede también ser un controlador unificado en el que los controladores serie proveen compensación reactiva serie para cada línea, además de transferencia de potencia activa entre líneas a través del enlace de potencia; el diagrama esquemático se muestra en la figura 1.4. La capacidad de transferencia de potencia activa que presenta un controlador serie-serie unificado, llamado controlador de flujo de potencia interlínea, hace posible el balance de flujo de potencia activa y reactiva en las líneas, y de esta manera maximiza el uso de los sistemas de transmisión. En este caso el término *unificado* significa que las terminales de CD de los convertidores de todos los controladores se conectan para lograr una transferencia de potencia activa entre sí.



**Figura 1.4 Diagrama esquemático de un controlador serie-serie**

*Controlador serie-derivación:* este dispositivo puede ser una combinación de controladores en derivación y serie separados, controlados de manera coordinada, o un controlador de flujo de potencia unificado con elementos serie y en derivación. El principio de operación de los controladores serie-derivación es inyectar corriente al sistema a través del componente en derivación del controlador, y un voltaje en serie con la línea utilizando el componente serie. Cuando los controladores serie y en derivación son unificados puede haber un intercambio de potencia activa entre ellos a través de su enlace; en la figura 1.5 se muestra el diagrama esquemático de este tipo de controladores.



*Figura 1.5 a) Controlador coordinado serie-paralelo  
b) Controlador unificado serie-paralelo*

Los controladores FACTS también pueden clasificarse en dos grupos tomando como referencia la función de sus principales elementos. El primer grupo utiliza elementos reactivos y transformadores cambiadores de taps controlados por tiristores. Dentro de este grupo se encuentran:

SVC	Compensador estático de VAR.
TCVR	Regulador de voltaje controlado por tiristores.
TCPAR	Regulador de ángulo de fase controlado por tiristores.
TCSC	Capacitor en serie controlado por tiristores.

El segundo grupo utiliza convertidores de voltaje auto-comutados que actúan como fuentes estáticas de voltaje síncrono (VSC). A este grupo corresponden:

StatCom	Compensador estático síncrono.
SSSC	Compensador serie estático síncrono.
IPFC	Controlador de flujos de potencia interlínea.
UPFC	Controlador unificado de flujos de potencia.

#### ***Dispositivos FACTS controlados por tiristores***

Dentro del primer grupo de controladores (SVC, TCSC, TCVR, TCPAR) se emplean tiristores convencionales (sin capacidad de apagado) en arreglos similares a los de los dispositivos controlados mecánicamente, con la diferencia de tener una respuesta mucho más rápida y ser operados por controles sofisticados.

A excepción del cambiador de fase controlado por tiristores, los demás controladores tienen una característica común, la potencia reactiva requerida para la compensación es generada o absorbida por bancos de capacitores y reactores, y los tiristores se utilizan únicamente para controlar la impedancia reactiva combinada, que estos bancos representan en el sistema de potencia. En consecuencia, los compensadores convencionales controlados por tiristores representan una admitancia reactiva variable en la red de transmisión y, por lo general, cambian la impedancia del sistema. Típicamente, la compensación capacitiva en derivación acoplada a la impedancia inductiva del sistema, resulta en una resonancia por encima de la frecuencia fundamental, que puede ser a las frecuencias armónicas dominantes del SVC ( $3^a$ ,  $5^a$ ,  $7^a$ ) y del sistema de potencia, o cerca de ellas [2, 4, 7-8]. La compensación capacitiva serie resulta en una resonancia eléctrica por debajo de la frecuencia fundamental y puede interactuar con las resonancias mecánicas de los sistemas turbina-generador que alimentan la línea, lo cual puede provocar una resonancia subsíncrona total del sistema (SSR) [2].

Desde el punto de vista de la operación funcional, el SVC y el TCSC actúan indirectamente en la red de transmisión. El TCSC se inserta en serie con la línea, con el propósito de aportar un voltaje de compensación para incrementar el voltaje a través de la impedancia serie de la línea, la cual determina la corriente de línea y la potencia transmitida. Así, la compensación serie es inherentemente una función de la corriente de línea. Similarmente, el SVC se aplica como una impedancia en derivación para producir la corriente de compensación requerida [4]. La compensación en derivación es una función del voltaje de línea. Esta dependencia de las variables de línea (voltaje y corriente), es perjudicial para la compensación cuando grandes disturbios llevan al TCSC y al SVC a operar fuera de su rango normal de control [2].

***Dispositivos FACTS basados en convertidores***

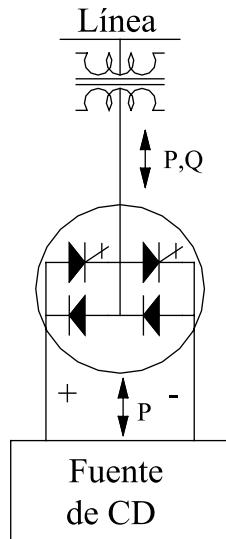
El segundo grupo de controladores FACTS emplea fuentes convertidoras de voltaje auto-comutadas para proporcionar rápidamente, de forma controlable y estática, fuentes síncronas de voltaje y corriente. Este enfoque cuando se compara con los métodos de compensación convencionales que emplean capacitores y reactores conmutados por tiristores, generalmente provee características superiores de desempeño. Además tiene la opción de intercambiar potencia activa directamente con el sistema de CA, así como de proveer control independiente en la compensación de potencia reactiva [4].

La fuente de voltaje síncrona (VSC) es análoga a una máquina síncrona ideal, la cual genera un conjunto balanceado de tres voltajes senoidales a frecuencia fundamental, con amplitud y ángulo de fase controlados; su diagrama esquemático se muestra en la figura 1.6. Esta máquina ideal no tiene inercia, su respuesta es prácticamente instantánea, no altera significativamente la impedancia existente del sistema, y puede generar internamente potencia reactiva (capacitiva e inductiva). Además, puede intercambiar potencia activa con el sistema de CA si está acoplada a una fuente de energía apropiada que pueda proveer o absorber la potencia requerida por el sistema de CA [4].

Si la función de intercambio de potencia real no se requiere, la VSC se convierte en una fuente de potencia reactiva autosuficiente, y la fuente de energía externa puede eliminarse.

La VSC puede aplicar un voltaje específico para forzar la corriente de línea deseada (o una corriente específica para forzar el voltaje terminal deseado). En contraste con el enfoque de impedancia controlada, la compensación aplicada por una VSC se mantiene independiente de las variables de la red (corriente de línea, voltaje o ángulo), y así puede mantenerse durante disturbios grandes del sistema (por ejemplo, abatimientos de voltaje, oscilaciones de potencia y ángulo) [2].

La VSC es una fuente de voltaje alterna que, con entradas de control adecuadas, opera solamente a la frecuencia fundamental. Su impedancia de salida a otras frecuencias, en teoría, será cero. Consecuentemente, la VSC, en contraste con los compensadores de tipo impedancia, es incapaz de formar un circuito resonante serie o paralelo con la red de transmisión de CA [4]. En la figura 1.6, se presenta el diagrama esquemático de una fuente de voltaje síncrona.



*Figura 1.6 Diagrama esquemático de una fuente de voltaje síncrona (VSC)*

#### Ventajas en la utilización de dispositivos FACTS

Las siguientes son las principales ventajas que representan el uso de dispositivos FACTS.

- Permiten un mayor control sobre el flujo de potencia, dirigiéndolo a través de rutas predeterminadas.
- Se puede operar con niveles de carga seguros (sin sobrecarga) y cercanos a los límites térmicos de las líneas de transmisión.
- Mayor capacidad de transferencia de potencia entre áreas controladas, con lo que el margen de reserva en generación puede reducirse considerablemente.
- Incrementan la seguridad del sistema al aumentar el límite de estabilidad transitoria, limitando las corrientes de cortocircuito y sobrecargas, previniendo salidas en cascada, y limitando el efecto de otras fallas en el sistema y equipos.
- Amortiguar oscilaciones del sistema de potencia que dañan los equipos y limitan la capacidad de transmisión disponible.
- Responder rápidamente a los cambios en las condiciones de la red para proveer un control del flujo de potencia en tiempo real.
- Proveen una mayor flexibilidad en la localización de nuevas plantas generadoras.
- Proporcionan seguridad en las conexiones a través de las líneas de enlace entre empresas y regiones vecinas.

Una propiedad particular de los FACTS es la gran flexibilidad que presentan en los tres estados operativos del sistema de potencia: prefalla, falla y postfalla. La capacidad para controlar transitorios y para impactar rápida y significativamente el estado de postfalla los hace sumamente atractivos [5].

### ASPECTOS OPERATIVOS

En un sistema eléctrico de potencia se presentan contingencias como: pérdida de generación, de carga, de una o varias líneas, etc.; una vez que éstas se liberan mediante la operación de interruptores, relevadores u otros dispositivos de protección, el sistema queda en un estado llamado de postfalla; si éste es aceptable el sistema se dice *seguro*.

La seguridad de un sistema implica tener un margen adecuado de recursos, ya sea de generación, transmisión, etc., para que éste pueda continuar abasteciendo energía después de que ocurre una contingencia, además que el personal de operaciones pueda controlar elementos ajustables del sistema para garantizar una operación segura ante posibles fallas; para lograr esto se deben establecer límites de operación en el estado de prefalla, y a menudo, en el estado de postfalla. Así, un sistema que satisface estos límites es seguro para hacer una transición a un estado aceptable una vez que se ha liberado la falla; la presencia de límites en el estado de postfalla restringe la operación del sistema en estado normal, a menudo a expensas de los aspectos económicos.

La habilidad que presentan los dispositivos FACTS de controlar transitorios y de afectar rápida y significativamente el estado siguiente inmediato a una falla, con frecuencia significa que el impacto que tienen las restricciones impuestas a éste en las operaciones del sistema, en estado normal, se pueden minimizar, dejando una región de operación de prefalla mayor para optimizar aspectos económicos. Así, un sistema que se diseña adecuadamente con un margen de operación suficiente, hace posible satisfacer seguridad y economía durante su operación [5].

Por otro lado, un dispositivo FACTS puede lograr que una línea opere muy cercana a sus límites térmicos, afectando favorablemente el aspecto económico, ya que se evita la construcción de nuevas líneas de transmisión, además de que la energía se puede hacer fluir a través de rutas establecidas, permitiendo el intercambio de potencia entre diferentes compañías prestadoras de servicio eléctrico, así como entre diferentes países. Una de las consecuencias que trae el incremento en la transferencia de potencia a través de una o más líneas del sistema, es que puede conducir a sobrecalentamientos; de esta manera, con el uso extensivo de estos dispositivos se hará necesario el monitoreo térmico de la red.

Otro de los aspectos que también deben tomarse en cuenta es que los FACTS, así como cualquier otro componente en el sistema, introduce

modos de oscilación en su comportamiento, tornándose más complejo de operar; esto puede conducir a interacciones no deseadas entre equipos. Debido a esto, debe preverse la coordinación de todos los controladores en el sistema incluyendo aquellos de los dispositivos FACTS, haciendo cada vez más complejo el control del sistema de potencia.

Así, pues, la inclusión de este tipo de elementos al sistema de potencia ofrece una serie de ventajas en diferentes aspectos como el económico, entre otros, pero también trae consigo mayor complejidad, que deben tenerse en cuenta para la operación segura del sistema.

### LOCALIZACIÓN

Existen tres factores importantes a considerar cuando se ha tomado la decisión de instalar un dispositivo FACTS:

- El tipo de dispositivo.
- La capacidad requerida.
- La ubicación que optimice el funcionamiento del dispositivo dependiendo de su aplicación.

De estos factores, el último es de suma importancia, ya que la ubicación de los FACTS depende del efecto deseado y de las características propias del sistema. Por ejemplo, si se desea evitar el flujo en anillo<sup>1</sup>; primero debe identificarse el anillo y después ubicar el dispositivo en una de sus líneas de transmisión para forzar el flujo en la manera deseada. Ahora bien, si se desea mejorar la operación económica del sistema al incrementar la capacidad de transmisión de potencia, el dispositivo FACTS se puede ubicar en una línea subutilizada, aumentando el flujo a través de ella, o bien, colocarlo en la línea más cargada para limitar el flujo por la misma, permitiendo mayor flujo por el resto del sistema.

Otro aspecto a tener en cuenta es la selección de las señales de retroalimentación para estos dispositivos, ya que esta información es de vital importancia para el diseño de estabilizadores basados en dispositivos FACTS. El criterio para la selección ha sido la capacidad máxima de los estabilizadores para amortiguar las oscilaciones en el sistema de potencia. Sin embargo, para un buen diseño de los estabilizadores, además de su máxima eficiencia, un factor relevante es la robustez de los estabilizadores ante diferentes condiciones de operación del sistema de potencia. Esto significa que en la etapa de selección de la localización y las señales de retroa-

---

<sup>1</sup> La diferencia entre una ruta directa y la determinada por la red se denomina “flujo en anillo”, que se caracteriza por una circulación de potencia que disminuye la capacidad disponible de la línea.

limentación, se debe examinar no sólo la efectividad de los estabilizadores en condiciones típicas de operación, sino también su robustez sobre otras condiciones de operación [6].

## REFERENCIAS

- [1] J.M. Ramírez, I. Coronado, P. Zúñiga, R. Dávalos, A. Valenzuela, I Castillo, *Control de un red eléctrica de potencia. Avance y perspectiva*, Vol. 19, Nov-Dic, 2000, pp. 347-357.
- [2] Narain G. Hingorani, Laszlo Gyugyi, *Understanding FACTS Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems*, primera edición, IEEE Press, 1999.
- [3] S. L. Nilsson, *Security Aspects of Flexible AC Transmission System Controller Applications*, Electrical Power and Energy Systems, Vol. 17, No. 3, pp. 173-179, 1995.
- [4] Yong Hua Song, Allan T. Johns, *Flexible AC Transmission Systems (FACTS)*, primera edición, IEE Power and Energy Series 30, 1999.
- [5] B. Avramovic, L. H. Fink, *Energy Management Systems and control of FACTS*, Electrical Power & Energy Systems, vol. 17, no. 3, pp. 195-198, 1995.
- [6] H. F. Wang, *Selection of Robust Installing Locations and Feedback Signals of FACTS-based Stabilizers in Multi-machine Power Systems*. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14, No. 2, May 1995.
- [7] Vijay K. Sood, *HVDC and FACTS Controllers. Applications of Static Converters in Power Systems*, Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [8] R. Mohan Mathur, Rajiv K. Varma, *Thyristor-Based FACTS Controllers for Electrical Transmissions Systems*, IEEE Press, 2002.

PÁGINA EN BLANCO  
EN LA EDICIÓN IMPRESA

## CAPÍTULO 2

### DIODOS, TIRISTORES E IGBT

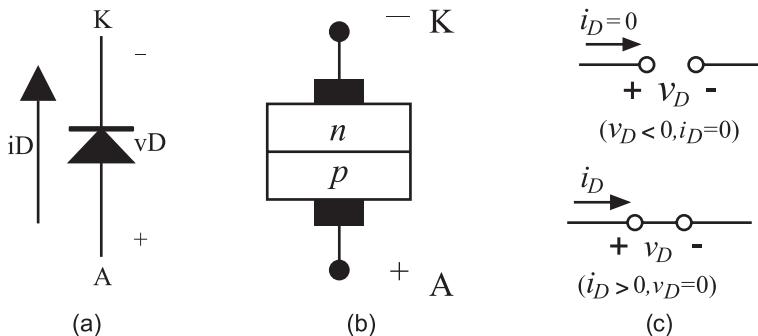
#### RESUMEN

La electrónica de potencia concierne a circuitos que bajo ciertas condiciones pasan de un estado de alta impedancia a uno de baja, estado que se mantiene mientras los valores de corriente y voltaje sean superiores a ciertos niveles mínimos denominados de mantenimiento. Uno de los objetivos de la tecnología actual de los circuitos, es construirlos de tamaño y peso pequeños, que procesen la energía con altos niveles de eficiencia. Es esencial tener pérdidas mínimas, por ello deben evitarse elementos con pérdidas como los resistores y los transistores en su región lineal, lo que nos remonta a la idea de uso de *switches* ideales: cuando se encuentran cerrados circula corriente y el voltaje en sus terminales es nulo; pero cuando se encuentran abiertos, la corriente es nula pudiendo existir cualquier voltaje en sus terminales. En cualquier caso, la potencia consumida por el *switch* ideal es cero [1]. Estos *switches* son sustituidos por elementos electrónicos de potencia que tienen comportamiento muy similar, pudiendo ser no-gobernables (diodos) o gobernables (tiristores e IGBT). A continuación se resumen las características principales de estos dispositivos.

#### DIODOS

El diodo semiconductor es un elemento de dos terminales, una unión *pn*. Su representación más simple es la de un interruptor electrónico de alta velocidad, el cual está cerrado si el voltaje es más positivo en el lado *p* que en el *n*, y abierto en el caso contrario. En la figura 2.1 se ilustra esta representación. En un diodo *pn* la corriente convencional fluye del lado *p* (ánodo) al lado *N* (cátodo). El diodo es un elemento de conmutación no-gobernable.

La mayoría de los diodos se producen por la técnica de difusión, esto es, la exposición de un material *n* a vapores de elementos trivalentes como boro, aluminio, galio, etc., a una temperatura y presión elevadas. Los átomos aceptados son absorbidos por la capa de material *n*, formando así la unión *pn*.



*Figura 2.1 a) Símbolo del diodo,  
b) construcción esquemática de un diodo semiconductor,  
c) representación simple [12]*

El 90% de los diodos rectificadores son de silicio, los cuales presentan mejores características de temperatura y corriente que los diodos de germanio.

La figura 2.2 presenta la forma general de la característica v-i de un diodo. En ésta gráfica se observa lo siguiente:

- Para un flujo de corriente positiva existe una caída de voltaje finita denominada como  $V_f$ . Esta caída es típicamente de 0.6-0.7V para dispositivos de baja potencia y puede sobrepasar los 3V para dispositivos de alta potencia
- Debido a que existe una caída de voltaje, se presenta una disipación de potencia en el dispositivo. La disipación máxima está asociada con la corriente máxima del dispositivo  $I_f$ .
- Un diodo tiene un límite de voltaje negativo que puede soportar, conocido como voltaje de ruptura inverso y denotado como  $V_{RB}$ , si se excede este voltaje el diodo comienza a conducir en sentido negativo [3],[12].

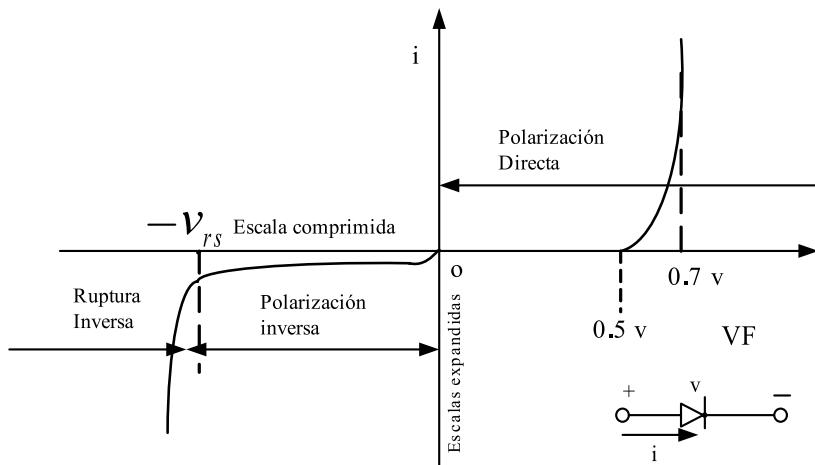


Figura 2.2 Curva voltaje-corriente típica de un diodo semiconductor

#### TIPOS BÁSICOS DE DIODOS RECTIFICADORES DE POTENCIA

El tipo de diodo es definido por el tiempo de recuperación (intervalo de tiempo desde que la corriente pasa por cero en el cambio de conducción a bloqueo; llega a un valor máximo de reversa, y alcanza un valor especificado). La figura 2.3 muestra empaquetados comunes de diodos de potencia (Stud y Disc).



Figura 2.3 Diodos rectificadores de potencia (Cortesía de Powerex Inc.)

Existen dos tipos básicos de diodos rectificadores de potencia: de propósito general y recuperación rápida [4].

- a) Propósito general:

Voltaje: 200V a 6500V  
Corriente 100A a 10000A  
Tiempo de recuperación 25μs

Usos típicos: soldadoras, controladores de motores de corriente alterna o directa, cargadores de baterías, calentadores, fuentes de alimentación, etc. [4]

- b) Recuperación rápida:

Voltaje: 200V a 6000V  
Corriente 100A a 2000A  
Tiempo de recuperación: 5μs

Usos típicos: soldadoras, controladores de motores de corriente alterna o directa, transporte, equipo médico, calentadores. [4]

La tabla 2.1 presenta la simbología y definiciones usadas comúnmente en hojas de datos de diodos semiconductores.

### Circuitos rectificadores

Un circuito *rectificador* es un circuito cuya función es la de convertir corriente alterna en corriente directa. Esto es, dada una señal variante en el tiempo, en sentidos positivo y negativo, al pasar por el circuito rectificador la salida presenta en un solo sentido dicha variación, es decir, se tiene una señal periódica ondulatoria de un solo sentido. La medida de la efectividad del circuito en remover el componente de corriente alterna se conoce como *factor de rizo*, y está definido como la razón del valor de alterna al valor de directa.

Para obtener el factor de rizo de un circuito rectificador es necesario conocer el valor RMS de la señal, así como su valor promedio en CD de la misma.

El factor de forma de una señal alterna es la razón del valor RMS al valor promedio [14]. Como se ilustra en la ecuación (2).

$$F = \frac{V_{RMS}}{V_{CD}} \quad (2)$$

**Tabla 2.1 Términos, símbolos y definiciones de los diodos semiconductores**

Símbolo	Término	Definición	Unidades
$I_{FAV}$	Corriente media máxima en conducción.	Valor máximo de corriente media en conducción	A
$I_{FRMS}$	Corriente efectiva (RMS) máxima	Valor máximo de corriente efectiva RMS en conducción. Relacionada con el efecto $I^2rd$ , independientemente de la temperatura	A
$I_{RRM}$	Corriente máxima de reversa	Valor máximo de corriente de reversa, especificado al valor máximo de voltaje de reversa repetitivo (PIV)	mA
$I_{FSM}$	Corriente máxima pico no repetitivo	Valor máximo de corriente de pico no repetitiva en conducción, en $\frac{1}{2}$ ciclo de operación sin que el diodo se dañe	kA
$P_{DMAX}$	Potencia máxima de dissipación	Valor máximo de potencia de disipación que puede soportar el semiconductor	W
$R_{\gamma JC}$	Resistencia térmica unión-encapsulado	Resistencia térmica efectiva entre la unión y el encapsulado	°C/W
$T_{J(\text{Max.})}$	Temperatura máxima de unión	Valor máximo de temperatura en la unión sin que sucedan fallas por desbordamiento térmico	°C
$t_{rr}$	Tiempo de recuperación de reversa	Intervalo de tiempo desde que la corriente pasa por cero (en el cambio de conducción a bloqueo), llega a un valor máximo de reversa y alcanza un valor especificado	μs
$V_{BR}$	Voltaje de rompimiento	Voltaje en el que empieza el efecto de avalancha	V
$V_F$	Voltaje en conducción	Voltaje de caída en conducción, especificado por la corriente en conducción respectiva	V
$V_{RRM}$	Voltaje de pico inverso repetitivo (PIV)	Valor máx. de voltaje que puede ser aplicado en reversa en forma repetitiva. (PIV “Peak inverse voltage”)	V
$V_{RSM}$	Voltaje de pico inverso no repetitivo	Valor máx. de voltaje que puede ser aplicado en reversa en forma no repetitiva	V

El factor de rizo es la razón del voltaje de alterna al valor promedio en CD, como se ilustra en la ecuación (3) [14].

$$\gamma = \frac{V_{CA}}{V_{CD}} = \frac{\sqrt{V_{RMS}^2 - V_{CD}^2}}{V_{CD}} = \sqrt{FF^2 - 1} \quad (3)$$

Este valor proporciona la relación alterna-directa en la onda de salida de un rectificador. Si la ondulación es cero ( $\gamma = 0$ ) significa que no existe componente de alterna en la onda. En la figura 2.4 se ilustra la señal rectificada de media onda [15]:

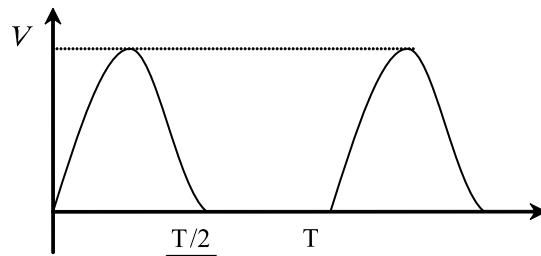


Figura 2.4 Señal rectificada de media onda

Para este caso:

$$V_{RMS} = \frac{V}{2}$$

$$V_{DC} = \frac{V}{\pi}$$

Entonces, para este caso el factor de rizado es:

$$\gamma = \sqrt{\frac{V_{RMS}^2}{V_{DC}^2} - 1} = \sqrt{\left(\frac{\frac{V}{2}}{\frac{V}{\pi}}\right)^2 - 1} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - 1} = 1.21 = 121\%$$

La relación entre la alterna y la directa es del 121%, por lo que la señal tiene un contenido mayor de alterna que de directa. Así mismo, si la señal se modifica a la de un rectificador de onda completa, como se ilustra en la figura 2.5:

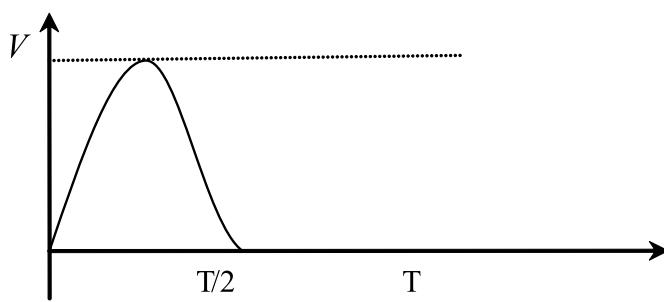


Figura 2.5 Señal rectificada onda completa

Para este caso:

$$V_{RMS} = \frac{V}{\sqrt{2}}$$

$$V_{DC} = \frac{2V}{\pi}$$

Y el factor de rizado:

$$\gamma = \sqrt{\frac{V_{RMS}^2}{V_{DC}^2} - 1} = \sqrt{\left(\frac{\frac{V}{\sqrt{2}}}{\frac{2V}{\pi}}\right)^2 - 1} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\right)^2 - 1} = 0.48 = 48\%$$

#### **Rectificador monofásico onda completa, carga resistiva**

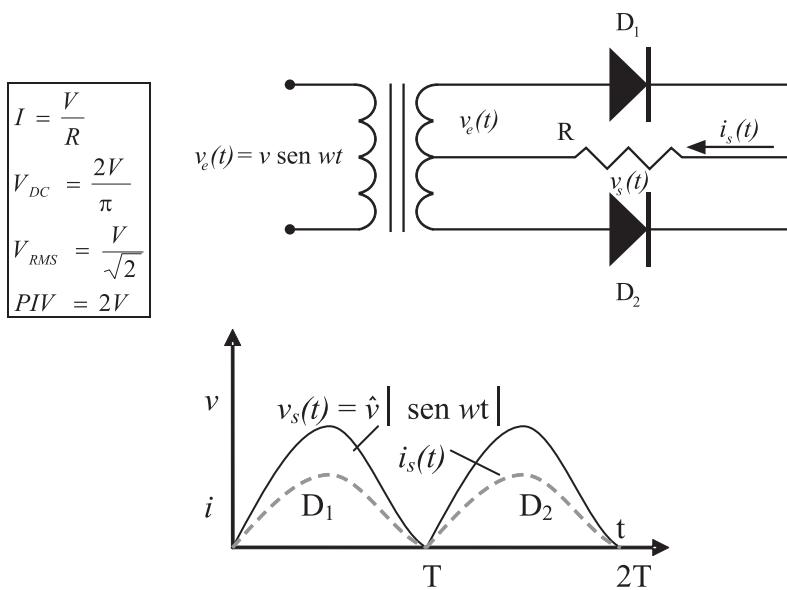
Existen dos configuraciones básicas de rectificadores monofásicos de onda completa. El transformador con derivación central que se ilustra en la figura 2.6, y el puente de diodos completo que se ilustra en la figura 2.7, ambos tienen esencialmente las mismas características, cambia únicamente el número de semiconductores, el valor máximo de voltaje pico inverso  $V_{RRM}$  (PIV) que tienen que soportar y algunas magnitudes del transformador.

Para elegir correctamente cuál de estos dos circuitos se debe emplear, debe tenerse en cuenta el número y el costo de los diodos (mayor PIV, mayor costo), y si se cuenta o no con un transformador con derivación central.

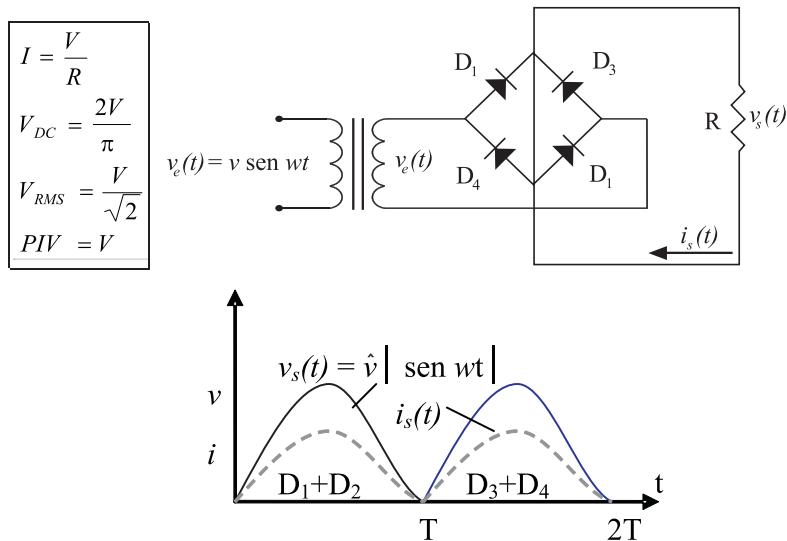
En estos rectificadores el factor de rizo es del 48%, lo cual es una gran ventaja en comparación con el rectificador monofásico de media onda, en el que el factor de rizo es de 121%. En algunas aplicaciones industriales se requiere hacer uso balanceado del sistema de alimentación trifásica y, además, el factor de rizo del rectificador monofásico de onda completa puede ser inaceptable, prefiriéndose entonces el uso de rectificadores trifásicos.

#### **Rectificadores trifásicos**

La alimentación trifásica es la forma más común de distribuir la energía eléctrica a las industrias. Los rectificadores trifásicos hacen uso de las líneas de alimentación de voltaje alterno. Con los rectificadores trifásicos se disminuye considerablemente el factor de rizo de salida, aumentando así la efectividad en la rectificación y, además, se pueden obtener niveles mayores de potencia, ya que ahora se toma energía de las tres líneas de alimentación. A continuación se presentan los rectificadores trifásicos más utilizados: el rectificador trifásico conexión estrella y el rectificador trifásico en conexión delta.



**Figura 2.6 Rectificador monofásico onda completa (Transformador con derivación central)**



**Figura 2.7 Rectificador monofásico onda completa (Puente de diodos completo)**

*El rectificador trifásico conexión en estrella* requiere, además de la conexión de las tres líneas de alimentación, del neutro del sistema. El voltaje pico de salida es el mismo que el voltaje pico de línea a neutro. La utilización del transformador del cual se toma la energía no es muy buena, ya que por las ramas del transformador circula corriente en una sola dirección, permitiendo originar problemas de saturación en el núcleo. Debe notarse que el PIV (voltaje pico inverso) que los diodos deben soportar es el valor pico del voltaje de línea a línea, esto es  $\sqrt{3}V$ . El factor de rizo u ondulación de este rectificador es:  $\gamma = 18.3\%$ .

*El rectificador trifásico conexión en delta* no precisa del neutro, y el voltaje de salida es considerablemente mayor que el del rectificador anterior. En este caso, el voltaje pico de salida y el PIV en los diodos es igual al voltaje pico de línea a línea. La salida es prácticamente directa, el factor de rizo solamente es  $\gamma = 4.2\%$ .

La figura 2.8 muestra la forma de onda del voltaje y corriente en un rectificador trifásico [5].

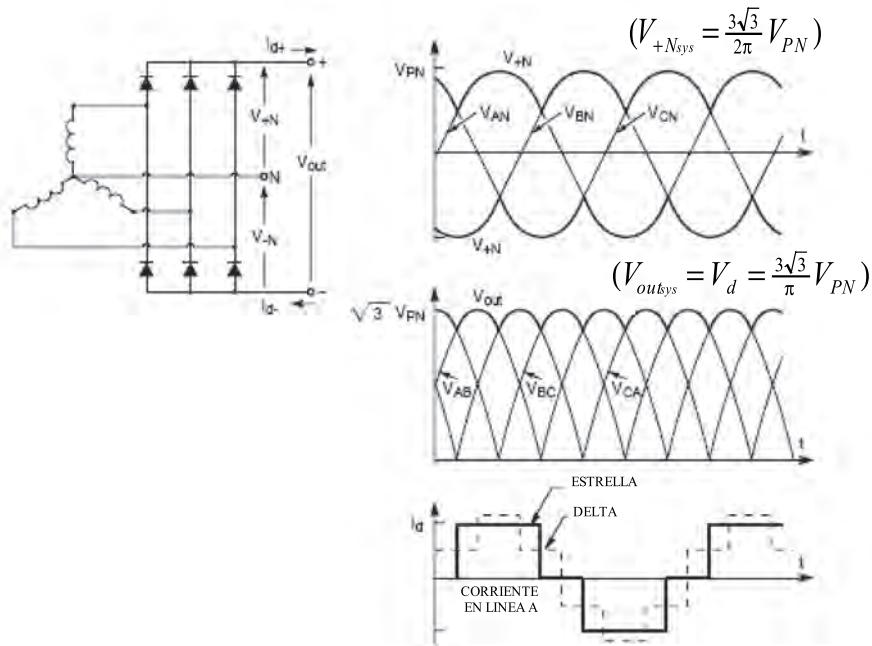


Figura 2.8 Formas de onda en rectificadores trifásicos

## TIRISTORES

Los rectificadores basados en diodos producen un voltaje de salida fijo, para poder controlar el valor medio de este voltaje de salida deben usarse los *tiristores*. [14]

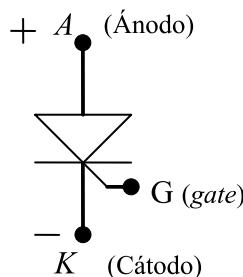
Para obtener un voltaje de salida controlado en circuitos rectificadores se utilizan rectificadores controlados, comúnmente llamados *tiristores*; estos componentes electrónicos semiconductores pueden ser conmutados de bloqueo a conducción usando retroalimentación interna. Estructuralmente los tiristores consisten de varias capas alternadas de silicio, dopados con impurezas *p* y *n*. Estos dispositivos electrónicos son gobernables dado que puede ser controlado el ángulo en que pueden ser conmutados.

### Tipos de tiristores

Dependiendo de la construcción física y del comportamiento de activación y desactivación, en general, los tiristores pueden clasificarse en nueve categorías [14]:

1. Tiristores de control de fase (SCR).
2. Tiristores de conmutación rápida (SCR).
3. Tiristores de desactivación por compuerta (GTO).
4. Tiristores de tríodo bidireccional (TRIAC).
5. Tiristores de conducción inversa (RTC).
6. Tiristores de inducción estática (SITH).
7. Rectificadores controlados por silicio activados por luz (LASCR).
8. Tiristores controlados por FET (FET-CTH).
9. Tiristores controlados por MOS (MCT).

El tipo más común de tiristor es conocido como rectificador controlado de silicio (SCR), que es un dispositivo de tres terminales utilizado para controlar corrientes relativamente grandes de una carga. La figura 2.9 es el símbolo esquemático de un SCR junto con los nombres y letras de identificación de sus terminales [6].



*Figura 2.9 Símbolo del SCR*

Un SCR puede ser considerado como dos transistores complementarios, uno PNP y otro NPN como ilustra la figura 2.10

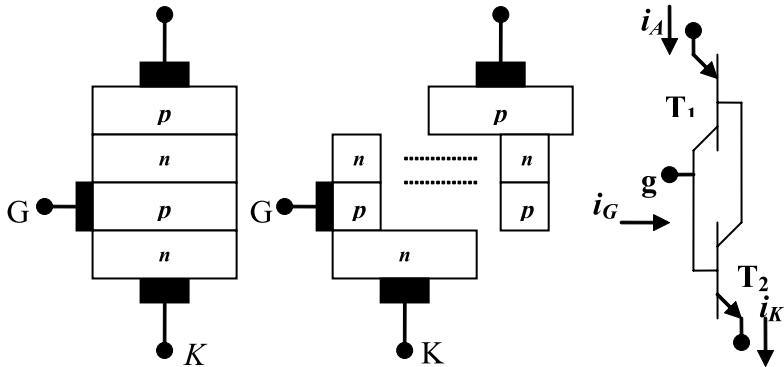
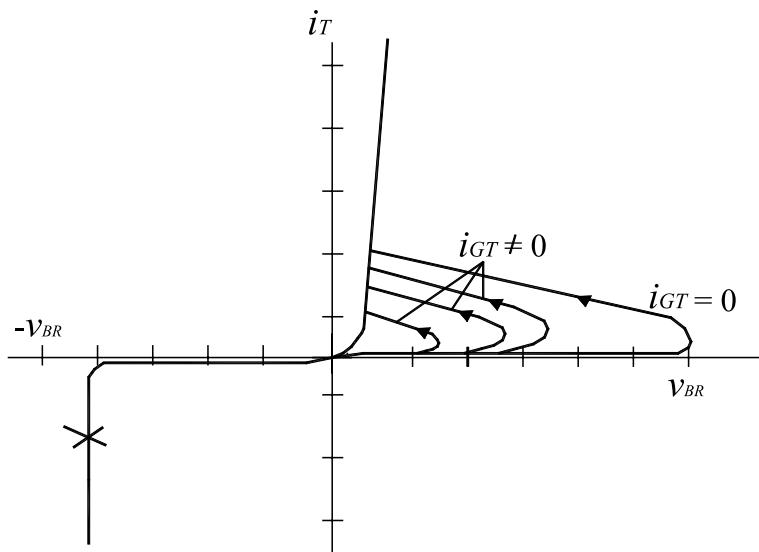


Figura 2.10 Analogía de un SCR con dos transistores bipolares

#### Formas de encender un tiristor

En general, un tiristor puede ser encendido incrementando la corriente de ánodo a cátodo. Esto se puede lograr de las siguientes maneras [7]:

- Térmica:** Si la temperatura de un tiristor es alta, se aumentará el número de pares electrón-hueco, lo cual incrementará las corrientes de fuga. Este incremento en corriente causará un aumento en las ganancias de corriente en base común. Debido a la acción regenerativa, la suma de las ganancias de corriente con base común tenderán a ser unitarias y el tiristor puede ser encendido.
- Luz:** Si se permite que la luz toque las uniones del tiristor, los pares electrón-hueco se incrementarán y el tiristor podrá encenderse.
- Alto voltaje:** Si el voltaje directo ánodo a cátodo es mayor que el voltaje de ruptura VBO, fluirá una corriente de fuga suficientemente grande para iniciar el encendido regenerativo. Este tipo de encendido puede ser destructivo y debe evitarse.
- $dv/dt$ :** Si la razón de subida del voltaje de ánodo a cátodo es alta, la corriente de carga de las uniones capacitivas puede ser suficientemente grande para encender el tiristor. Un valor alto de corriente de carga puede dañar el tiristor y el dispositivo debe ser protegido contra valores altos  $dv/dt$ .
- Corriente de compuerta:** Si un tiristor es polarizado en directa, la inyección de una corriente de puerta aplicando voltaje de puerta positivo, entre puerta y cátodo, encenderá el tiristor. Si la corriente de puerta es incrementada el voltaje de bloqueo directo disminuirá. En la figura 2.11 se ilustra la curva característica de un tiristor.



*Figura 2.11 Curva característica de un tiristor*

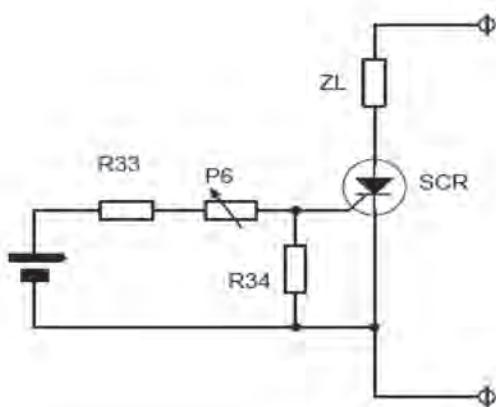
#### Apagado de un tiristor

Un tiristor que se encuentra encendido puede apagarse reduciendo la corriente de ánodo a un nivel menor a la corriente de mantenimiento  $I_H$ , durante un tiempo suficientemente grande para que todos los portadores en las cuatro capas sean barridos o recombinados. Las formas de conmutar un tiristor pueden ser de estos tipos:

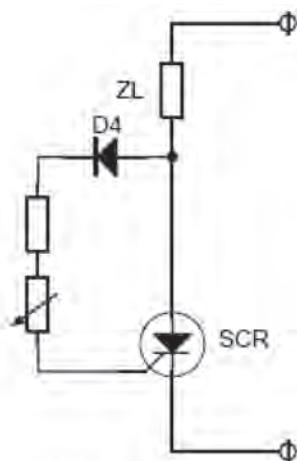
- Conmutación natural. Si la fuente o voltaje de entrada es CA, la corriente en el tiristor pasa por un cero natural y un voltaje inverso aparece a través del tiristor. El dispositivo es, entonces, apagado automáticamente por el comportamiento natural de la fuente de voltaje. Esta conmutación es conocida como conmutación natural o de línea.
- Conmutación forzada. En algunos circuitos con tiristores, el voltaje de entrada es CD y la corriente directa del tiristor es forzada a cero por un circuito de conmutación para apagar el tiristor. La conmutación forzada de un tiristor puede lograrse de las siguientes siete formas:
  - Auto conmutación.
  - Conmutación de impulso.
  - Conmutación de pulso resonante.
  - Conmutación complementaria.
  - Conmutación de pulso externo.
  - Conmutación del lado de carga.
  - Conmutación del lado de línea

### Circuitos de disparo de tiristores

La manera más común de disparar un tiristor es haciendo su puerta positiva con respecto a su cátodo, esto hace que circule corriente en la compuerta. Existen numerosos circuitos de disparo de tiristores que pueden ser clasificados en tres tipos en función del tipo de señal de disparo: corriente continua, fase alterna o pulsos, como se ilustra en las figuras 2.12 y 2.13 respectivamente. Cuando se tiene disparo por pulsos, se requiere un circuito aislante entre un tiristor individual y su circuito generador de pulso de puerta. El aislamiento puede lograrse con transformadores de pulsos como se ilustra en la figura 2.14, u optoacopladores, como se ilustra en la figura 2.15 [7], [8], [14].



*Figura 2.12 Disparo por corriente continua*



*Figura 2.13 Disparo por fase alterna*

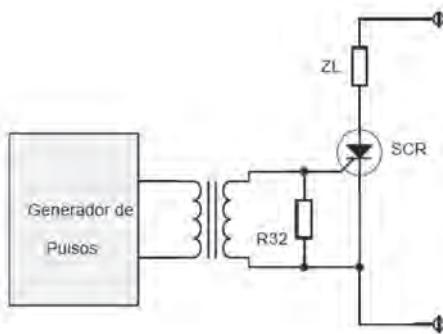


Figura 2.14 Disparo por transformador de pulsos

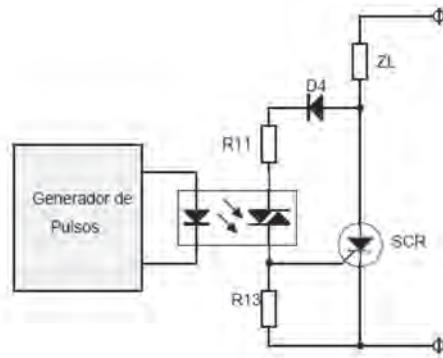


Figura 2.15 Disparo por acoplamiento óptico

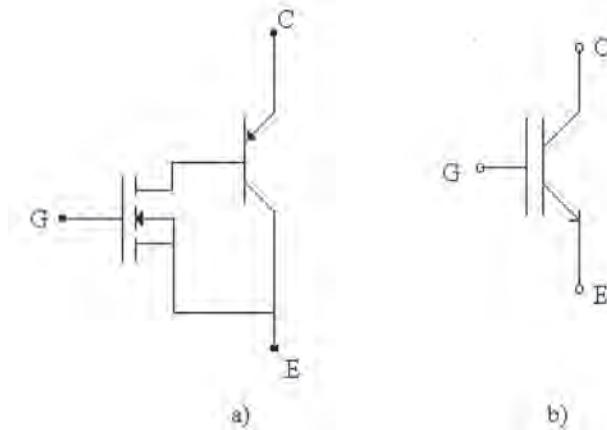
La tabla 2.2 presenta la simbología y definiciones usadas en los tiristores.

### IGBT

Para aplicaciones donde se requiere controlar grandes cantidades de potencia entregada a una carga, el transistor bipolar de compuerta aislada (IGBT) es el dispositivo idóneo, ya que requiere tensiones de puerta relativamente bajas y puede conmutar a frecuencias elevadas. Este dispositivo es un componente híbrido entre dos transistores de potencia: el transistor de unión bipolar (BJT) y el transistor de metal óxido semiconductor de efecto de campo (MOSFET). Del BJT toma las características de pérdidas por conducción muy bajas en estado de encendido y voltajes de bloqueo grandes, mientras que del MOSFET toma las características de comutación rápida [9]. Con la combinación de la estructura de puerta MOS y la corriente de conducción bipolar, la estructura del IGBT puede dar no solo una impedancia de entrada muy alta, sino también una alta densidad de corriente de operación con un bajo voltaje de saturación. La figura 2.16 muestra un equivalente esquemático con transistores y el símbolo de un IGBT.

**Tabla 2.2 Términos, símbolos y definiciones de los tiristores**

Símbolo	Término	Definición	Unidades
$I_T$	Corriente en conducción	Corriente principal en conducción. Puede especificarse en valor medio o efectivo	A
$I_{RRM}$	Corriente máxima de reversa	Valor de corriente de reversa al aplicar $V_{RRM}$	mA
$I_{TSM}$	Corriente máxima no repetitiva	Corriente máxima en conducción de corta duración, no repetitiva, especificada para cierta forma de onda	A
$I_H$	Corriente de sostenimiento	Corriente principal que se requiere para mantener al tiristor encendido.	mA
$I_L$	Corriente de accionamiento	Corriente principal mínima requerida para mantener al tiristor en conducción una vez retirada la señal de compuerta	mA
$I_{GT}$	Corriente de compuerta	Corriente mínima entre la compuerta y el cátodo requerida para encender al tiristor	mA
$dv/dt$	Pendiente crítica de voltaje	Valor mínimo de pendiente de voltaje que causa el encendido del tiristor.	V/ $\mu$ s
$di/dt$	Pendiente crítica de corriente	Valor máximo de pendiente de corriente que el tiristor soporta sin deteriorarse.	A/ $\mu$ s
$P_T$	Potencia máxima de disipación	Potencia máxima que soporta el tiristor	W
$R_{vJC}$	Resistencia térmica unión-encapsulado	Resistencia térmica efectiva de unión a encapsulado.	°C/W
$T_{Jmax.}$	Temperatura máxima de unión	Valor máximo de temperatura en la unión sin que existan fallas por desbordamiento térmico	°C
$t_{rr}$	Tiempo de recuperación	Intervalo de tiempo desde que la corriente principal pasa por cero, en el cambio de conducción a bloqueo, llega a un valor máx. de reversa y alcanza un valor especificado	$\mu$ s
$V_{BR}$	Voltaje de rompimiento	Voltaje a partir del cual ocurre el efecto de avalancha	V
$V_{DRM}$	Voltaje pico repetitivo en conducción	Valor máximo de voltaje que el tiristor puede bloquear en el cuadrante de conducción en forma repetitiva	V
$V_{GT}$	Voltaje de compuerta	Voltaje entre compuerta y cátodo asociado a una corriente de compuerta $I_{GT}$	V
$V_{RRM}$	Voltaje pico de reversa repetitivo	Valor máximo de reversa que el tiristor puede soportar en forma repetitiva	V
$V_{RSM}$	Voltaje pico de reversa no repetitivo	Valor máximo de reversa que puede ser aplicado al tiristor en forma no repetitiva	V
$V_T$	Voltaje en conducción	Valor de voltaje de caída entre ánodo y cátodo dado a una corriente de conducción específica	V



*Figura 2.16 a )Equivalente esquemático de un IGBT con MOSFET y BJT b) Símbolo del IGBT*

#### Estados de los IGBT

El IGBT tiene dos estados de funcionamiento estables: el de saturación y el de corte. Para mantener el IGBT en conducción se mantiene la tensión puerta-emisor ( $V_{GE}$ ) por encima de la tensión umbral, o tensión umbral de puerta  $V_{GE(\text{th})}$ . En conducción, el IGBT se comporta como un transistor bipolar con una tensión de saturación, o tensión de saturación colector a emisor  $V_{CES\text{sat}}$ , cuyo valor es función de  $V_{GE}$ , la corriente de colector ( $I_c$ ) y la temperatura. El IGBT se encuentra en corte cuando, una vez terminado el proceso de apagado, la tensión  $V_{GE}$  se mantiene por debajo de la tensión de umbral. La máxima tensión que soporta un IGBT se denomina tensión de ruptura colector-emisor  $V_{CES}$  [10].

La transición entre estos dos estados se realiza durante las commutaciones de encendido y apagado; dichas commutaciones se verán fuertemente influenciadas por estas capacidades y por la resistencia de puerta ( $R_G$ ).

#### Selección de IGBT [17]

La selección apropiada de un IGBT envuelve dos puntos clave, que están relacionados con mantener al IGBT dentro de sus parámetros máximos durante la operación. El primer criterio es que la corriente de pico de colector durante la operación, incluyendo cualquier sobrecarga de corriente, debe ser menor que dos veces el valor de la corriente nominal. El segundo criterio es que la temperatura de operación de la unión en el IGBT debe mantenerse siempre por debajo de  $T_{j(\text{max})}$  en operación normal, incluyendo sobrecargas esperadas. Si no se dispone de un sistema de enfriamiento o ventilación apropiado, es necesario usar un IGBT que soporte mucho mayor corriente que la esperada para el circuito.

### Circuito de puerta

Un IGBT requiere voltaje en la puerta para establecer conducción de colector a emisor; este voltaje de puerta puede ser aplicado por una gran variedad de circuitos. Los parámetros a considerar para seleccionar un circuito de puerta incluyen los requerimientos de polarización de apagado, carga de la puerta y disponibilidad de fuente de potencia.

Para encender un IGBT se recomienda un voltaje de alrededor de 15V. Este valor es suficientemente alto para saturar completamente al IGBT y minimizar las pérdidas en estado de encendido, pero es suficientemente bajo para limitar la corriente de cortocircuito y el estrés de potencia resultante. Se recomienda utilizar un voltaje en el rango de 12-20V para el encendido.

Un IGBT se apagará cuando el voltaje de la puerta sea cero, sin embargo, para asegurar que el IGBT permanezca en estado de apagado cuando el ruido dv/dt se presente en el voltaje de colector a emisor, debe utilizarse un voltaje de polarización de apagado. El uso de polarización inversa también disminuye las pérdidas de apagado.

Seleccionar la resistencia adecuada para la puerta de un IGBT es muy importante. El valor de la resistencia de puerta tiene un impacto significativo en el comportamiento dinámico del IGBT. El IGBT es encendido y apagado cargando y descargando la capacitancia de puerta. Un resistor pequeño de puerta cargará y descargará la capacitancia de puerta más rápidamente, reduciendo las pérdidas y el tiempo de conmutación.

En cortocircuitos, o durante el apagado del diodo paralelo al IGBT, el dv/dt aplicado al IGBT, y la capacitancia de colector a puerta, pueden causar que una corriente fluya en el circuito de puerta. Si esta corriente es suficientemente grande, el voltaje en el resistor de puerta puede causar que el IGBT se encienda. Entonces, aunque una resistencia ofrece mejoras en el rechazo al encendido por dv/dt, también proveen menor margen para ruido y pueden conducir a problemas de oscilación en conjunto con la capacitancia de puerta a emisor y cualquier inductancia parásita en el alambrado de la puerta. Además, resistencias de puerta menores permiten encendidos más rápidos en el IGBT (di/dt).

### Consideraciones térmicas

Al utilizar los IGBT se tendrán pérdidas por conducción y conmutación. El calor resultado de esas pérdidas debe eliminarse de los dispositivos utilizando disipadores de calor. Si no se utiliza un sistema térmico apropiado, los dispositivos de potencia se sobrecalentarán, lo cual podría resultar en falla. En muchas aplicaciones la máxima salida de potencia utilizable en el módulo estará limitada por el diseño térmico del sistema.

El primer paso en el diseño térmico es la estimación de la pérdida total de potencia. En circuitos electrónicos de potencia que utilizan IGBT, las

dos fuentes de disipación de potencia más importante que deben ser consideradas son: las pérdidas por conducción y las pérdidas por conmutación.

La tabla 2.3 muestra los términos, símbolos y definiciones usados en las hojas de datos de módulos IGBT.

**Tabla 2.3 Términos, símbolos y definiciones de los IGBT [18]**

Símbolo	Término	Definición	Unidades
$V_{CC}$	Fuente de Voltaje	Máximo voltaje de CD	Volts
$V_{CES}$	Voltaje colector-emisor	Máximo voltaje de colector a emisor en estado de apagado utilizando una señal de entrada de apagado	Volts
$I_C$	Corriente de colector	Máxima corriente de colector en polarización directa con temperatura de unión menor a los 150°C	Amp
$I_{CP}$	Pico de corriente de colector	Pico máximo en la corriente de colector en polarización directa con temperatura de unión menor a los 150°C	Amp
$P_c$	Disipación de colector	Máxima disipación de potencia con una temperatura de unión de 25°C	Watt
$T_j$	Temperatura de unión	Rango de temperatura de unión durante la operación	°C
$V_D$	Fuente de Voltaje	Máximo voltaje de control en CD	Volts
$V_{CIN}$	Voltaje de entrada	Máximo voltaje de control entre entrada y tierra	Volts
$V_{FO}$	Voltaje de falla	Máximo voltaje entre la salida de falla y tierra	Volts
$I_{FO}$	Corriente de falla	Salida máxima de corriente en el pin de falla	Amp
$t_{DEAD}$	Tiempo de bloqueo por rama	Retraso de tiempo recomendado entre las señales de encendido y apagado de los lados alto y bajo	μS

## REFERENCIAS

- [1] R. W. Erickson and D. Maksimovic, *Fundamentals of Power Electronics*. Second Edition, Springer Science+Business Media Inc, 2001.
- [2] Gustavo A. Ruiz Robredo, *Electrónica básica para ingenieros*, Universidad de Cantabria, ISBN: 84-607-1933-2 Depósito Legal: SA-138-2001.
- [3] A.E. Fitzgerald, Charles Kingsley, Jr. Stephen D. Umans, *Máquinas eléctricas*, Sexta Edición, Mc Graw Hill, 2004.
- [4] Discrete Rectifiers selector grids, Powerex Inc., [www.PwrX.com](http://www.PwrX.com), 2007.
- [5] John William Motto, Jr. *Introduction to Solid State Power Electronics* Powerex Semiconductor Division, 1997.
- [6] Timothy J. Maloney, *Electrónica industrial. Dispositivos y sistemas*, Prentice-Hall, 1992.
- [7] Muhammad H. Rashid, *Power Electronics: Circuits, Devices and Applications*. Prentice Hall, 1988.
- [8] V.R. Moorthi, *Power Electronics Devices Circuits and Industrial Applications*, Oxford University Press, 2005.
- [9] Mohan, Undeland and Robbins, *Power Electronics: Converters, Applications and Design*, Wiley, 1989.

- [10] P. Sanchis, Ó. Alonso, A. Guerrero y L. Marroyo, *Dossier Igbt. Características y utilización* Dep. de Ingeniería Eléctrica Y Electrónica, Universidad Pública De Navarra, 31006 Pamplona.
- [11] JEDEC STANDARD: *Terms, Definitions, and Letter Symbols for Discrete Semiconductor and Optoelectronic Devices*, JESD77B.01 (Minor Revision of JESD77-B, February 2000) JULY 2006, JEDEC SOLID STATE TECHNOLOGY ASSOCIATION.
- [12] Sedra, Smith, *Microelectronic Circuits*, Third Edition. Oxford University Press 1991.
- [13] Denis Fewson, *Introduction to Power Electronics*, Oxford University Press, 1998.
- [14] Ronald DeFour, *EE33D - Power Electronic Circuits*, University of the West Indies, 2001, [www.eng.uwi.tt/depts/elec/staff/rdefour/ee33d](http://www.eng.uwi.tt/depts/elec/staff/rdefour/ee33d).
- [15] Hwei P. Hsu, *Analisis de Fourier*, Prentice-Hall, 1998.
- [16] *General Considerations for IGBT and Intelligent Power Modules*, Powerex, Inc. [www.pwrx.com](http://www.pwrx.com).
- [17] *Using IGBT Modules*, Powerex, Inc. [www.pwrx.com](http://www.pwrx.com).
- [18] *Introduction to Intellimod™ Intelligent Power Modules*, Powerex, Inc. [www.pwrx.com](http://www.pwrx.com).

PÁGINA EN BLANCO  
EN LA EDICIÓN IMPRESA

## CAPÍTULO 3

### EL CAPACITOR SERIE CONTROLADO POR TIRISTORES (TCSC)

#### RESUMEN

Se sabe que la transmisión de potencia de C.A. a través de grandes enlaces, está limitada principalmente por su impedancia serie. La compensación por medio de capacitores serie fijos es un recurso usado desde hace décadas para tratar de reducir la impedancia de las líneas e incrementar la transmisión de potencia a través de ellas. Con el desarrollo de los dispositivos FACTS se ha demostrado que la compensación variable serie es efectiva, tanto para el control del flujo de potencia en las líneas, como para el mejoramiento de la estabilidad transitoria.

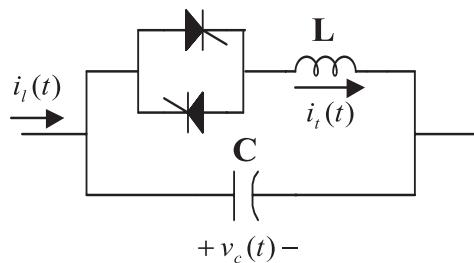
#### ESTRUCTURA DEL TCSC

El capacitor serie controlado por tiristores (TCSC) es un dispositivo FACTS de primera generación que se utiliza como compensador serie. Con el desarrollo del TCSC se ha logrado obtener una compensación variable, que ayuda a resolver problemas de estabilidad de voltaje, mejoramiento de la estabilidad transitoria, amortiguamiento de oscilaciones de potencia, y el incremento del flujo de potencia a través de las líneas de transmisión.

En la figura 3.1 este dispositivo está caracterizado por rápida respuesta, amplio rango de operación y alta confiabilidad. Es un dispositivo basado en tiristores en conjunto con un banco de capacitores y reactores (inductores). La configuración más común para este dispositivo, es un capacitor fijo en paralelo con un reactor controlado por tiristores (TCR).

### Reactor controlado por tiristores (TCR)

El reactor controlado por tiristores (TCR) consiste de un reactor o inductancia L y dos tiristores en antiparalelo. En la práctica, se conecta un conjunto de tiristores (típicamente entre 10 y 40) en serie para alcanzar los niveles de voltaje requeridos. Aplicando simultáneamente un pulso de disparo a las compuertas de los tiristores, éstos entran en conducción. Los tiristores automáticamente comutan cuando la corriente que circula por ellos cae por debajo de una corriente mínima de conducción (idealmente esta corriente es cero). La forma de controlar este dispositivo es variando el ángulo de disparo de los tiristores.



*figura3.1 Módulo básico de un TCSC*

La corriente del TCR es esencialmente reactiva atrasada  $90^\circ$  con respecto al voltaje. El componente activo de la corriente es muy pequeño y, por lo tanto, las pérdidas del dispositivo son despreciables; éstas se encuentran en el rango de 0.5-2% de la potencia reactiva. Por lo tanto, una de las suposiciones comunes es despreciar la resistencia del inductor.

El ángulo de disparo  $\alpha$  se define como el ángulo en grados eléctricos tomando como referencia el cruce por cero de la señal de sincronización, ésta señal puede ser el voltaje a través del TCR o la corriente de la línea. Los tiristores son disparados en forma simétrica y el rango de control se encuentra entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ . Se obtiene conducción total al aplicar un ángulo de disparo de  $90^\circ$ , y conducción parcial para ángulos de disparo entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ . El componente fundamental de la corriente se reduce a medida que el ángulo de disparo se incrementa. Esto es equivalente a incrementar la reactancia inductiva del TCR; por lo tanto, se puede decir que el TCR se comporta como una reactancia inductiva variable a frecuencia fundamental.

En la actualidad se encuentran en operación dos TCSC en los Estados Unidos. El primero de ellos el TCSC de 500 kV en la subestación C.J. Slatt de la BPA (Bonneville Power Administration) en el estado de Oregon, manufacturado por General Electric (GE) [1]; y el segundo en la subestación de Kayenta de la WSCC de 230 kV, ubicada en el estado de Arizona; éste manufacturado por Siemens AG [2].

El TCSC de la subestación Slatt consta de seis módulos idénticos de tiristores en serie en cada una de las fases. Cada módulo incluye un capacitor, un varistor, y un reactor controlado por tiristores (TCR). El principal objetivo de este dispositivo es el amortiguamiento de resonancia subsíncrona, el soporte de voltaje, y el mejoramiento de la estabilidad transitoria.

El TCSC instalado en la subestación Kayenta, consta de dos bancos de capacitores serie de  $55 \Omega$  cada uno, de 165 Mvar y 1000 A. Uno de los bancos es operado como compensador fijo y el segundo es dividido para obtener una compensación fija de  $40 \Omega$  a 120 Mvar, mientras el segundo segmento está en configuración TCSC de 45 Mvar. Este TCSC fue instalado para incrementar el nivel de transmisión de la línea de 230 kV entre Glen Canyon and Shiprock.

### MODOS DE OPERACIÓN DEL TCSC

El dispositivo TCSC opera básicamente en tres modos:

- Modo de bloqueo o no-conducción.
- Modo de conducción.
- Modo vernier.

Para el modo de bloqueo o no-conducción no circula corriente por los tiristores, y se puede decir que, en este caso, los tiristores se comportan como un interruptor abierto. Si los tiristores se encuentran conduciendo en todo momento, se dice que el dispositivo está operando en *modo de conducción*; para este caso los tiristores se comportan como un interruptor cerrado. El modo de operación donde normalmente opera el dispositivo se denomina *modo vernier*. En este caso los tiristores conducen de forma parcial formando un ciclo sucesivo de encendido/apagado.

A continuación se analiza cada uno de estos modos operativos, iniciando por las características de estado estacionario del TCSC, que son similares a un circuito RLC en paralelo con inductancia variable.

#### Características de estado estacionario

El sistema de la figura 3.2 representa un sistema máquina barra-infinita, en el cual se encuentra conectado un TCSC. Se asume que el generador mantiene un voltaje en terminales  $E_s(t)$ , mientras en la barra-infinita se tiene  $E_r(t)$ , donde:

$$E_s(t) = E_m \sin(\omega t + \delta) \quad (4)$$

$$E_r(t) = E_m \sin(\omega t) \quad (5)$$

Se define un voltaje  $E_d(t)$  como la diferencia de voltajes:

$$E_d(t) = E_s(t) - E_r(t) \quad (6)$$

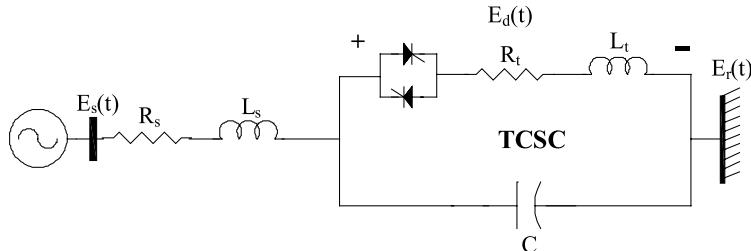


Figura 3.2 TCSC inserto en una línea de transmisión

$$E_d(t) = E_m \sin(\omega t + \delta) - E_m \sin(\omega t)$$

$$E_d(t) = E_m [\sin(\omega t) \cos(\delta) + \sin(\delta) \cos(\omega t)] - E_m \sin(\omega t)$$

$$E_d(t) = E_m (\sin(\omega t) \cos(\delta) + \sin(\delta) \cos(\omega t)) - E_m \sin(\omega t)$$

$$E_d(t) = E_m \sin(\delta) \cos(\omega t) + E_m (\cos(\delta) - 1) \sin(\omega t) \quad (7)$$

Si  $A = E_m \sin(\delta)$  y  $B = E_m (\cos(\delta) - 1)$ , aplicando la igualdad trigonométrica se tiene:

$$A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) = \sqrt{A^2 + B^2} \cos\left(\omega t + \arctan\left(-\frac{B}{A}\right)\right) \quad (8)$$

Por lo tanto:

$$E_d(t) = E_{dm} \cos(\omega t + \delta_d) \quad (9)$$

donde:

$$E_{dm} = 2E_m \sin(\delta_d) \quad (10)$$

$$\delta_d = \frac{\delta}{2} \quad (11)$$

#### Modo de bloqueo

Para el modo operativo donde los tiristores no conducen,  $i_t(t) = 0$ , el dispositivo se comporta como un capacitor fijo; por lo tanto, el sistema de potencia mostrado en la figura 3.2 se reduce al de la figura 3.3

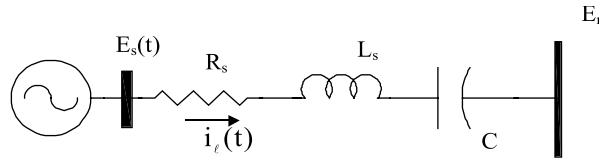


Figura 3.3 Sistema en modo de bloqueo

Usando análisis fasorial se calculan la corriente de línea  $i_l(t)$  y el voltaje en el capacitor  $v_c(t)$ .

$$E_{dm} \angle \delta_d = \left[ R_s + j \left( \omega L_s - \frac{1}{\omega C} \right) \right] I_l \quad (12)$$

$$I_l = \frac{E_{dm}}{\sqrt{R_s^2 + \left( \omega L_s - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \angle \delta_d - \varphi \quad (13)$$

donde:

$$\varphi = \arctan \left( \frac{\omega L_s - \frac{1}{\omega C}}{R_s} \right) \quad (14)$$

$$V_c = I_l X_C \quad (15)$$

$$V_c = \frac{E_{dm}}{\omega C \sqrt{R_s^2 + \left( \omega L_s - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \angle \left( \delta_d - \varphi - \frac{\pi}{2} \right) \quad (16)$$

En el dominio del tiempo,

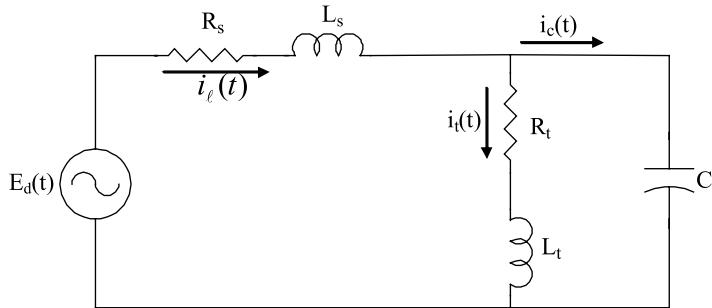
$$v_c(t) = \frac{E_{dm}}{\omega C \sqrt{R_s^2 + \left( \omega L_s - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \sin \omega t + \delta_d - \varphi \quad (17)$$

$$i_t(t) = 0 \quad (\text{corriente en tiristores}) \quad (18)$$

$$i_l(t) = \frac{E_{dm}}{\sqrt{R_s^2 + \left( \omega L_s - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \cos \omega t + \delta_d - \varphi \quad (19)$$

**Modo de conducción**

Para el modo de conducción el circuito a analizar es el que se presenta en la figura 3.4:



**Figura 3.4 Sistema en modo de conducción**

Usando análisis fasorial se obtiene el estado estacionario del voltaje en el capacitor  $v_c(t)$ , la corriente en los tiristores  $i_t(t)$ , la corriente en el capacitor  $i_c(t)$ , y la corriente en la línea  $i_l(t)$ .

Definiendo:

$$Z_t = R_t + j\omega L_t$$

$$Z_l = R_s + j\omega L_s$$

Aplicando la ley de voltaje y corriente de Kirchoff se plantean las siguientes ecuaciones:

$$E_{dm} \angle \delta_d - Z_l I_l = V_c \quad (20)$$

$$I_l = I_c + I_t \quad (21)$$

Resolviendo para  $V_c$ ,  $I_c$ ,  $I_t$  e  $I_l$ , se obtiene:

$$V_c = \frac{|Z_t|}{|Z_\Delta|} E_{dm} \angle (\delta_d + \varphi_t - \varphi_\Delta) \quad (22)$$

$$I_c = \frac{\omega C |Z_t|}{|Z_\Delta|} E_{dm} \angle \left( \delta_d + \varphi_t - \varphi_\Delta + \frac{\pi}{2} \right) \quad (23)$$

$$I_t = \frac{1}{|Z_\Delta|} E_{dm} \angle (\delta_d - \varphi_\Delta) \quad (24)$$

$$I_l = V_c \left( \frac{1}{Z_t} + \frac{1}{X_C} \right) \quad (25)$$

En el dominio del tiempo:

$$v_c(t) = \frac{|Z_t|}{|Z_\Delta|} E_{dm} \cos(\omega t + \delta_d + \varphi_t - \varphi_\Delta) \quad (26)$$

$$i_c(t) = -\frac{\omega C |Z_t|}{|Z_\Delta|} E_{dm} \sin(\omega t + \delta_d + \varphi_t - \varphi_\Delta) \quad (27)$$

$$i_t(t) = \frac{E_{dm}}{|Z_\Delta|} \cos(\omega t + \delta_d - \varphi_\Delta) \quad (28)$$

$$i_l(t) = \frac{E_{dm}}{|Z_\Delta|} [\cos(\omega t + \delta_d - \varphi_\Delta) - \omega C |Z_t| \sin(\omega t + \delta_d + \varphi_t - \varphi_\Delta)] \quad (29)$$

donde:

$$|Z_t| = \sqrt{R_t^2 + (\omega L_t)^2} \quad (30)$$

$$\varphi_t = \arctan\left(\frac{\omega L_t}{R_t}\right) \quad (31)$$

$$Z_\Delta = |Z_\Delta| \angle \varphi_\Delta \quad (32)$$

$$|Z_\Delta| = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2} \quad (33)$$

$$\varphi_\Delta = \arctan\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) \quad (34)$$

$$Z_1 = R_s + R_t - \omega^2 C (R_s L_t + R_t L_s) \quad (35)$$

$$Z_2 = \omega (R_s R_t C + L_t + L_s) - \omega^3 L_s L_t C \quad (36)$$

#### **Modo vernier**

El modo vernier es el principal modo de operación del TCSC, donde su comportamiento se controla mediante el ángulo de disparo de los tiristores  $\alpha$ , obteniendo así una conducción parcial por parte de los tiristores. El ángulo de disparo puede considerarse como referencia, ya sea el cruce por cero del voltaje en el capacitor, o el de la corriente que circula por la línea.

Para obtener las características del dispositivo en este modo de operación, el sistema de potencia mostrado en la figura 3.2 se considera toman-

do en cuenta dos representaciones en el espacio de estados, de acuerdo con el estado de los tiristores: cuando no hay conducción por ellos, y cuando se encuentran en conducción. Así, el análisis se realiza por medio de una sucesión periódica de sistemas lineales de dimensión variable.

#### No-conducción

El sistema durante el intervalo de no-conducción se muestra en la figura 3.5 En este modo de operación sólo existen dos variables de estado: el voltaje en el capacitor  $v_c(t)$ , y la corriente de la línea  $i_l(t)$ .

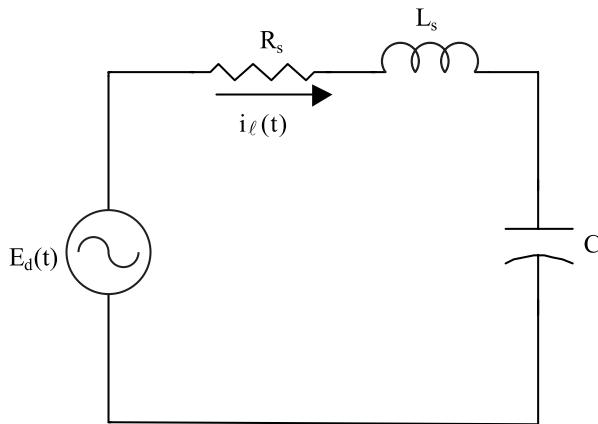


Figura 3.5 Sistema sin conducción de tiristores

Aplicando leyes de Kirchhoff se tiene:

$$E_d(t) = R_s i_l(t) + L_s \frac{d}{dt} i_l(t) + v_c(t) \quad (37)$$

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int i_l(t) dt \quad (38)$$

$$\frac{d}{dt} v_c(t) = \frac{1}{C} i_l(t) \quad (39)$$

$$\frac{d}{dt} i_l(t) = -\frac{R_s}{L_s} i_l(t) - \frac{1}{L_s} v_c(t) + \frac{1}{L_s} E_d(t) \quad (40)$$

En representación de estado se tiene:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} E_d(t) \quad (41)$$

### Conducción

Cuando los tiristores conducen, el sistema analizado es el que se muestra en la figura 3.4 En este modo de operación las variables de estado son: voltaje en el capacitor  $v_c(t)$ , corriente en los tiristores  $i_t(t)$ , y la corriente en la línea  $i_l(t)$ .

Aplicando leyes de Kirchhoff se obtiene:

$$\frac{d}{dt}v_c = \frac{1}{C}i_l(t) - \frac{1}{C}i_t(t) \quad (42)$$

$$\frac{d}{dt}i_l(t) = -\frac{R_s}{L_s}i_l(t) - \frac{1}{L_s}v_c(t) + \frac{1}{L_s}E_d(t) \quad (43)$$

$$\frac{d}{dt}i_t(t) = -\frac{R_t}{L_t}i_t(t) + \frac{1}{L_t}v_c(t) \quad (44)$$

En forma de variables de estado:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & \frac{1}{L_t} & 0 \\ -\frac{1}{C} & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} E_d(t) \quad (45)$$

Debido al cambio en el modo de operación provocado por la comutación de los tiristores, el sistema experimenta un cambio de dimensiones, pasando de un sistema de  $n-1$  variables de estado, a uno de  $n$  variables de estado, y viceversa. Para evitar este cambio de dimensiones el TCSC se modela como una ecuación de estados periódica no homogénea; considerando la comutación de los tiristores mediante la función de comutación  $s(t)$  [3], se tiene:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & \frac{s(t)}{L_t} & 0 \\ -\frac{s(t)}{C} & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} E_d(t) \quad (46)$$

donde:

- $s(t) = 1$  : Tiristores conduciendo
- $s(t) = 0$  : Tiristores bloqueados (no-conducción)

De acuerdo con el valor de  $s(t)$  la matriz de estados A será de dos formas:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & \frac{1}{L_t} & 0 \\ -\frac{1}{C} & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \quad (48)$$

Donde  $A_1$  denota al sistema cuando no conducen los tiristores, mientras  $A_2$  denota al sistema con los tiristores en conducción. Ya que la matriz  $A_1$  se usa para el caso donde los tiristores no están en conducción, entonces se asume que  $i_t(t_0) = 0$ .

La solución general a la ecuación de estado no homogénea [4]:

$$\frac{d}{dt}x(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (49)$$

$X(t)$  está dada por:

$$x(t) = \phi(t, t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t \phi(t, \tau)B(\tau)u(\tau)d\tau \quad (50)$$

donde  $\phi(t, t_0)$  es la matriz de transición de estado.

$$\phi(t, t_0) = e^{\int_{t_0}^t A(\tau)d\tau} \quad (51)$$

Sustituyendo la ecuación (51) en la ecuación (50) se tiene:

$$x(t) = e^{\int_{t_0}^t A(\tau) d\tau} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\int_{\tau}^t A(\beta) d\beta} B(\tau) u(\tau) d\tau \quad (52)$$

$$x(t) = e^{\int_0^t A(\tau) d\tau - \int_0^{t_0} A(\tau) d\tau} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\int_0^t A(\beta) d\beta - \int_0^{\tau} A(\beta) d\beta} B(\tau) u(\tau) d\tau \quad (53)$$

$$x(t) = e^{\int_0^t A(\tau) d\tau} \left[ e^{-\int_0^{t_0} A(\tau) d\tau} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{-\int_0^{\tau} A(\beta) d\beta} B(\tau) u(\tau) d\tau \right] \quad (54)$$

La ecuación (54) es la solución general para un sistema lineal variante en el tiempo descrito por la ecuación (49). Ya que las matrices  $A_1$  y  $A_2$  son matrices que contienen elementos invariantes en el tiempo (el sistema en análisis, realmente es un sistema no lineal variante en el tiempo, pero al utilizar la función de conmutación se convierte en un sistema lineal invariante en el tiempo por secciones), la ecuación (54) se reduce a:

$$\begin{aligned} x(t) &= e^{A(t-t_0)} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau \\ x(t) &= e^{At} \left[ e^{-At_0} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{-A\tau} B u(\tau) d\tau \right] \end{aligned} \quad (55)$$

Para obtener  $x(t)$  de la ecuación (55) se utiliza la descomposición modal [5]. Asúmase que  $\lambda_1, \lambda_2$  y  $\lambda_3$  son valores propios distintos de la matriz  $A$ , y  $\xi_1, \xi_2$  y  $\xi_3$  son los vectores propios asociados. La matriz modal  $M$  consta de los vectores propios, y la matriz diagonal  $J$  consta de los valores propios. Esto es:

$$e^{At} = M e^{Jt} M^{-1} \quad (56)$$

donde:

$$J = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$$

$$M = [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3]$$

Por lo tanto,

$$e^{At} = \begin{bmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\lambda_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 \end{bmatrix}^{-1} \quad (57)$$

La dinámica detallada del sistema se analiza al reescribir la ecuación (58).

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = e^{At} \begin{bmatrix} i_t(t_0) \\ v_c(t_0) \\ i_l(t_0) \end{bmatrix} + \int_{t_0}^t M e^{-J\tau} M^{-1} B u(\tau) d\tau \quad (58)$$

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = e^{At} \begin{bmatrix} i_t(t_0) \\ v_c(t_0) \\ i_l(t_0) \end{bmatrix} + M \int_{t_0}^t Z \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} E_{dm} \cos(\omega\tau + \delta_d) d\tau \quad (59)$$

donde:  $Z = e^{-J\tau} M^{-1}$

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = e^{At} \begin{bmatrix} i_t(t_0) \\ v_c(t_0) \\ i_l(t_0) \end{bmatrix} + \frac{E_{dm}}{L_s} M \int_{t_0}^t \begin{bmatrix} m_{13} e^{-\lambda_1 \tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) \\ m_{23} e^{-\lambda_2 \tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) \\ m_{33} e^{-\lambda_3 \tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) \end{bmatrix} d\tau \quad (60)$$

Efectuando la integral del  $i$ -ésimo elemento

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t e^{-\lambda_i \tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) d\tau &= \int_0^t e^{-\lambda_i \tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) d\tau - \int_0^{t_0} e^{-\lambda_i \tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) d\tau \\ \int_{t_0}^t e^{-\lambda_i \tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) d\tau &= I\lambda_i(t) - I\lambda_i(t_0) \end{aligned} \quad (61)$$

Sustituyendo (61) en (60) se obtiene la ecuación (62):

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = e^{At} \begin{bmatrix} i_t(t_0) \\ v_c(t_0) \\ i_l(t_0) \end{bmatrix} + k_f M \begin{bmatrix} m_{13}(I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_0)) \\ m_{23}(I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_0)) \\ m_{33}(I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_0)) \end{bmatrix} \quad (62)$$

donde:

$$k_f = \frac{2E_m \sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}{L_s} \quad (63)$$

$$I\lambda_i(t) = -\frac{\lambda_i}{\lambda_i^2 + \omega^2} \left[ e^{-\lambda_i t} \cos\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right) - \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \right] + \frac{\omega}{\lambda_i^2 + \omega^2} \left[ e^{-\lambda_i t} \sin\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right) - \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \right] \quad (64)$$

donde:

$m_{ij}$  es la i, j-ésima entrada de la matriz modal inversa  $M^{-1}$

$M$ : Matriz modal de  $A$  o matriz de vectores propios de  $A$

$\lambda_i$ : i-ésimo valor propio de  $A$

### ANÁLISIS DEL TCSC EN SUS DIFERENTES MODOS DE OPERACIÓN

Con las expresiones matemáticas se efectuará el análisis del sistema en sus diferentes modos de operación: bloqueado, conducción y vernier.

El sistema en estudio de la figura 3.2 es del tipo máquina-barra infinita, donde se asume un generador trifásico de 300Mvar, con un voltaje en el lado de alta de 345 kV (60 Hz) y una línea de transmisión de 200 km. El capacitor fijo del TCSC representa una reactancia del 30% de la impedancia de la línea [3]. Los parámetros se muestran en la tabla 3.1.

Tabla 3.1 Parámetros del sistema en estudio

$E_m$	$345\sqrt{2/3}$ kV
$\delta$	$14.2^\circ$
$L_s$	260 mH
$R_s$	$10 \Omega$
$C$	$90 \mu F$
$R_t$	$0 \Omega$
$L_t$	23.5 mH
$\omega$	$120\pi$ rad/s

#### Modo de bloqueo

En este modo, la función de conmutación  $s(t) = 0$ , y se utilizó la matriz  $A_1$ . Se asume que el capacitor fijo del TCSC se inserta en la línea cuando

el sistema de potencia se encuentra en estado estacionario, y la corriente que circula por la línea (para este caso, es tomada como referencia para el disparo de los tiristores) cruza por cero ( $t = 32.7349$  ms). Las condiciones de estado estacionario antes de insertar el TCSC son las siguientes:

$$v_c(t) = 0$$

$$i_t(t) = 0$$

$$i_l(t) = 0.7068 \cos(\omega t - 77.0747^\circ) \text{ kA}$$

En la figura 3.6 se ilustra la respuesta del voltaje en el capacitor y la corriente de la línea. Se observa que ambas señales alcanzan su punto de estado estacionario en aproximadamente diez ciclos. También se puede observar que al momento de compensar la línea, ésta aumenta su capacidad de transmisión, incrementando la potencia y la corriente que circula por ella.

Las nuevas condiciones del estado estacionario alcanzado son las siguientes:

$$v_c(t) = 29.6283 \cos(\omega t - 164.5996^\circ) \text{ kV}$$

$$i_t(t) = 0$$

$$i_l(t) = 1.0053 \cos(\omega t - 74.5997^\circ) \text{ kA}$$

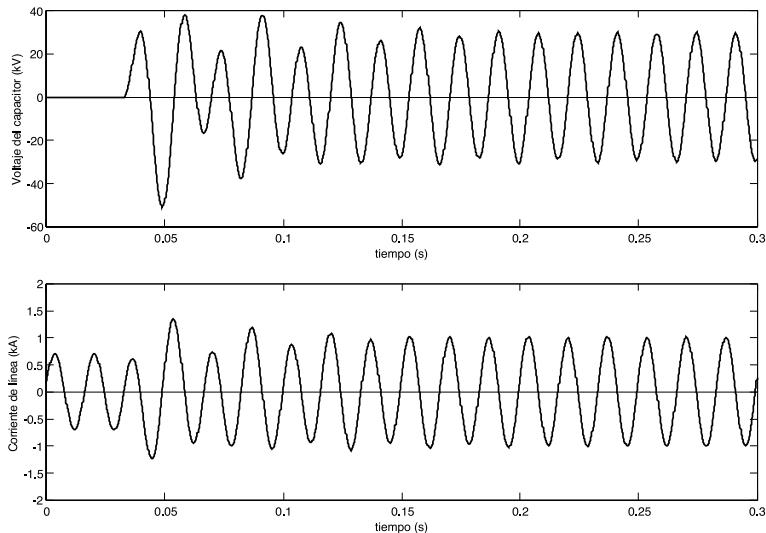
#### Modo de conducción

Para este modo de operación la función de conmutación  $s(t) = 1$ , y se utiliza la matriz  $A_2$ . Se asume que el sistema está operando en estado estacionario en modo de bloqueo, y en el momento es que la corriente de la línea cruza por cero ( $t = 32.6204$  ms) se conmuta al modo de conducción.

De las figuras 3.6 a)-3.6 c) se observa la respuesta para diferentes valores de  $R_t$ . En la figura 3.6 a) primera de ellas (fig. 3.6 a)) para  $R_t = 0 \Omega$ , tanto el voltaje del capacitor, como la corriente en la línea, no han alcanzado su punto de estado estacionario después de 16 ciclos de operación.

En cambio en la figura 3.6 b), para el caso donde  $R_t = 1 \Omega$ , el punto estacionario se alcanza en aproximadamente 10 ciclos. Con los resultados en la figura 3.6 c),  $R_t = 10 \Omega$ , se puede observar que el voltaje y la corriente convergen en su punto de estado estacionario mucho más rápido, entre mayor sea el valor de  $R_t$ . Debido a esto,  $R_t$  se considera como un elemento de amortiguamiento, aunque la presencia de tal resistencia incrementa las pérdidas del dispositivo.

Las condiciones de estado estacionario  $v_c(t)$ ,  $i_t(t)$  e  $i_l(t)$  en el modo de conducción se calculan con las ecuaciones (26), (28) y (29).



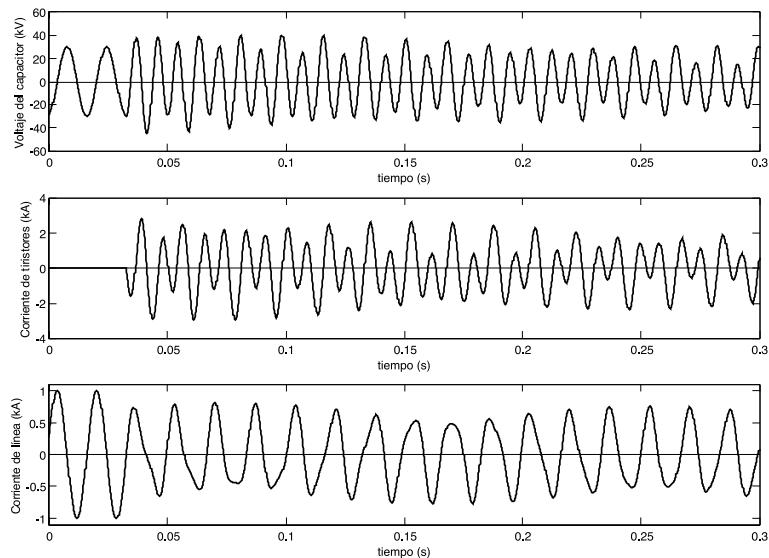
**Figura 3.6 Formas de onda al momento de insertar el TCSC**

I. Para  $R_t = 0 \Omega$

$$v_c(t) = 7.9367 \cos(\omega t + 12.2625^\circ) \text{ kV}$$

$$i_t(t) = 895.8648 \cos(\omega t - 77.7375^\circ) \text{ A}$$

$$i_l(t) = 626.6574 \sin(\omega t + 12.2625^\circ) \text{ A}$$



**Figura 3.6 a). Formas de onda para  $R_t = 0 \Omega$**

2. Para  $R_t = 1 \Omega$

$$v_c(t) = 7.9703 \cos(\omega t + 4.0960^\circ) \text{ kV}$$

$$i_t(t) = 893.9785 \cos(\omega t - 79.4640^\circ) \text{ A}$$

$$i_l(t) = 893.9785 \cos(\omega t - 79.4640^\circ) - 0.3025 \sin(\omega t + 4.096^\circ) \text{ A}$$

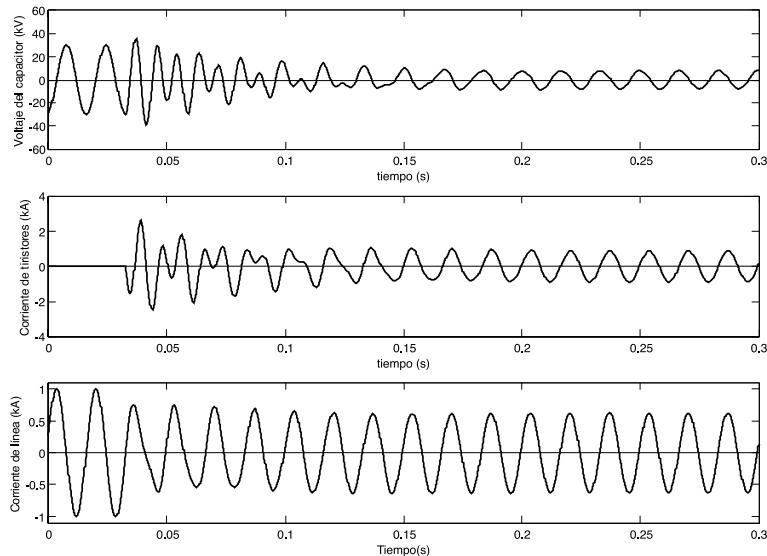


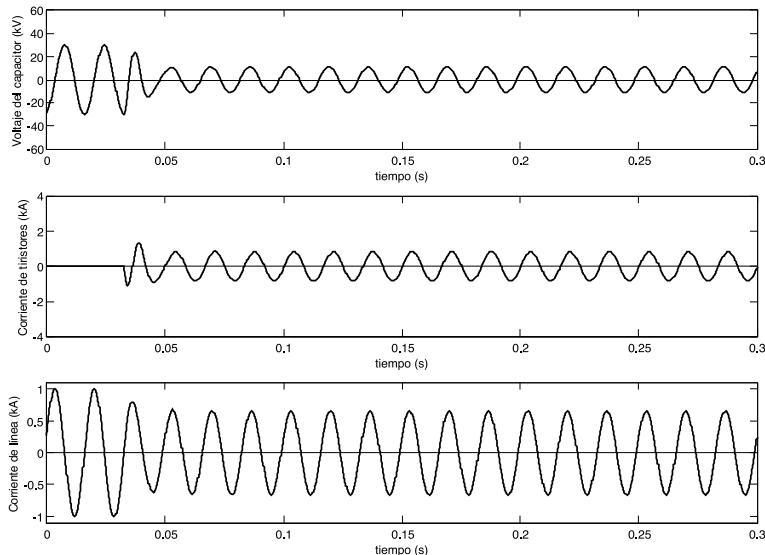
Figura 3.6 b). Formas de onda con  $R_t = 1 \Omega$

3. Para  $R_t = 10 \Omega$

$$v_c(t) = 11.2865 \cos(\omega t + 127.2598^\circ) \text{ kV}$$

$$i_t(t) = 844.8064 \cos(\omega t + 85.7211^\circ) \text{ A}$$

$$i_l(t) = 844.8064 [\cos(\omega t + 85.7211^\circ) - 0.4533 \sin(\omega t + 127.2590^\circ)] \text{ A}$$



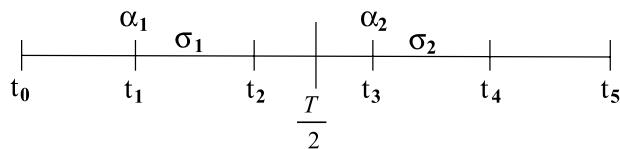
**Figura 3.6 c) Formas de onda con  $R_t = 10 \Omega$**

#### Modo vernier

La operación del TCSC en modo vernier se puede exemplificar empleando la figura 3.7, que muestra el ciclo de trabajo del dispositivo. En esta figura,  $t_0$  representa el cruce por cero de la corriente de la línea, el cual se toma como referencia para las señales de disparo de los tiristores. Los instantes  $t_1$  y  $t_3$  son el inicio de la conducción de los tiristores y son determinados por los ángulos de disparo  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  ( $\alpha_2 = \alpha_1 + 180^\circ$ ).

Los tiristores estarán en conducción mientras la corriente que circula por ellos sea diferente de cero, provocando una comutación natural en los instantes  $t_2$  y  $t_4$ . Al tiempo de conducción de los tiristores, esto es, al intervalo de tiempo que existe entre  $t_2-t_1$  y  $t_4-t_3$  normalmente se le hace referencia como *ángulo de conducción*, simbolizado por  $\sigma$ .

El ciclo de operación del dispositivo termina en el instante  $t_5$ , el cual también es el inicio del ciclo próximo; este punto es el siguiente cruce por cero de la corriente de línea.



**Figura 3.7 Ciclo de trabajo del TCSC**

El TCSC en modo vernier se modela considerando cinco secciones, como se muestra en la figura 3.7; de acuerdo con el intervalo de operación

es el valor de la función de conmutación  $s(t)$ . Cuando hay conducción  $s(t) = 1$  y se aplica la matriz  $A_2$ ; cuando no existe conducción  $s(t) = 0$ , y se aplica la matriz  $A_1$ . El modelo en el espacio de estados para un ciclo de trabajo está dado por las ecuaciones (65)-(69).

*Primer intervalo ( $t_0 + nT \leq t \leq t_1 + nT$ )*

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = e^{A_1 t} \begin{bmatrix} e^{-A_1(t_0+nT)} & \begin{bmatrix} i_t(t_0+nT) \\ v_c(t_0+nT) \\ i_l(t_0+nT) \end{bmatrix} + k_f M_1 \begin{bmatrix} m_{13}(M_1)(I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_0+nT)) \\ m_{23}(M_1)(I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_0+nT)) \\ m_{33}(M_1)(I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_0+nT)) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (65)$$

*Segundo intervalo ( $t_1 + nT \leq t \leq t_2 + nT$ )*

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = e^{A_2 t} \begin{bmatrix} e^{-A_2(t_1+nT)} & \begin{bmatrix} i_t(t_1+nT) \\ v_c(t_1+nT) \\ i_l(t_1+nT) \end{bmatrix} + k_f M_2 \begin{bmatrix} m_{13}(M_2)(I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_1+nT)) \\ m_{23}(M_2)(I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_1+nT)) \\ m_{33}(M_2)(I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_1+nT)) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (66)$$

*Tercer intervalo ( $t_2 + nT \leq t \leq t_3 + nT$ )*

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = e^{A_1 t} \begin{bmatrix} e^{-A_1(t_2+nT)} & \begin{bmatrix} i_t(t_2+nT) \\ v_c(t_2+nT) \\ i_l(t_2+nT) \end{bmatrix} + k_f M_1 \begin{bmatrix} m_{13}(M_1)(I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_2+nT)) \\ m_{23}(M_1)(I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_2+nT)) \\ m_{33}(M_1)(I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_2+nT)) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (67)$$

*Cuarto intervalo ( $t_3 + nT \leq t \leq t_4 + nT$ )*

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = e^{A_2 t} \begin{bmatrix} e^{-A_2(t_3+nT)} & \begin{bmatrix} i_t(t_3+nT) \\ v_c(t_3+nT) \\ i_l(t_3+nT) \end{bmatrix} + k_f M_2 \begin{bmatrix} m_{13}(M_2)(I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_3+nT)) \\ m_{23}(M_2)(I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_3+nT)) \\ m_{33}(M_2)(I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_3+nT)) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (68)$$

*Quinto intervalo ( $t_4 + nT \leq t \leq t_5 + nT$ )*

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = e^{A_1 t} \begin{bmatrix} e^{-A_1(t_4+nT)} & \begin{bmatrix} i_t(t_4+nT) \\ v_c(t_4+nT) \\ i_l(t_4+nT) \end{bmatrix} + k_f M_1 \begin{bmatrix} m_{13}(M_1)(I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_4+nT)) \\ m_{23}(M_1)(I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_4+nT)) \\ m_{33}(M_1)(I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_4+nT)) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (69)$$

donde:

$$n = 0, 1, \dots$$

T : Periodo.

$M_1$  : Matriz modal asociada a  $A_{1(\text{no-conducción})}$

$M_2$  : Matriz modal asociada a  $A_{2(\text{conducción})}$   
 $m_{i,j}(M_1)$  : La  $i,j$ -ésima entrada de la matriz modal inversa  $M_1^{-1}$   
 $m_{i,j}(M_2)$  : La  $i,j$ -ésima entrada de la matriz modal inversa  $M_2^{-1}$

En la figura 3.8 se muestra la respuesta al modo vernier con  $\alpha = 60^\circ$ . La simulación se realiza pasando del estado estacionario en modo de bloqueo al modo vernier, cuando la corriente de la línea cruza por cero ( $t = 32.6204$  ms). Se nota que el voltaje del capacitor y la corriente de la línea aumentan conforme la corriente de los tiristores alcanza su punto estacionario. La variación en el voltaje del capacitor y la corriente en línea dependen directamente del ángulo de disparo de los tiristores. Debe notarse que en el estado transitorio el ángulo de conducción es asimétrico, y simétrico en el estado estacionario (cuarto ciclo para el sistema en estudio).

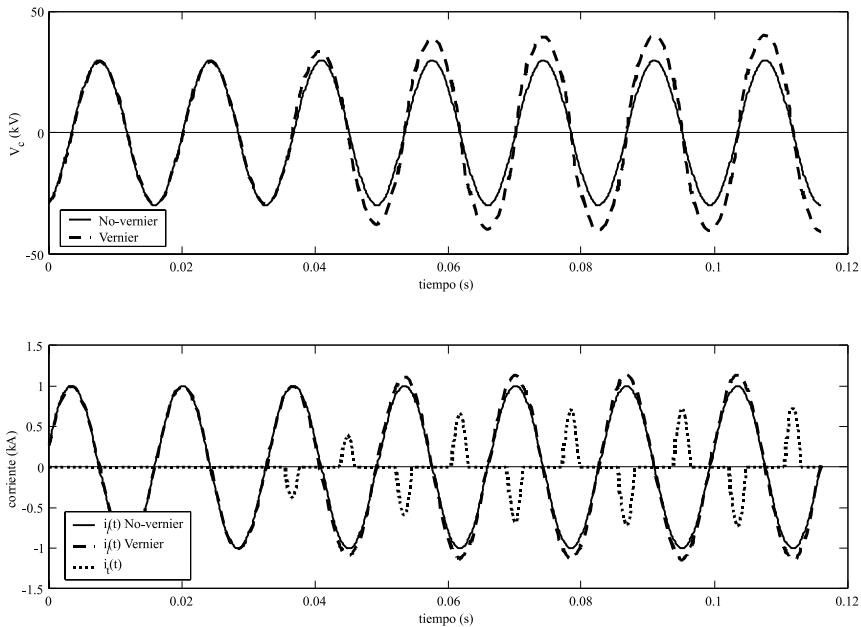


Figura 3.8 Respuesta del TCSC operando en modo vernier

#### ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL TCSC MEDIANTE EL MAPA DE POINCARÉ

En esta sección se estudia la estabilidad del TCSC mediante el mapa de Poincaré. Se introduce el concepto de una forma sencilla para posteriormente aplicarlo al estudio de estabilidad del TCSC. Ya que el TCSC se modela por un sistema no-lineal resulta un mapa de Poincaré no-lineal, por lo que para realizar el análisis de estabilidad mediante valores propios es necesario linealizar el sistema, esto es, obtener el Jacobiano del mapa.

Se obtienen paso a paso las expresiones para el mapa y el Jacobiano, y se ejemplifica la aplicación.

El TCSC se representa por un circuito no-lineal, como se ilustró en la figura 3.9, cuyo análisis puede realizarse como una sucesión periódica de sistemas lineales de dimensión variable; el primero de ellos cuando alguno de los tiristores está en conducción, y el segundo cuando ambos tiristores están bloqueados (no-conducción). Se sabe que el TCSC tiene una operación periódica de apagado y encendido, de modo que su operación en estado estacionario corresponde a una órbita periódica en el espacio de estados, como se ilustra en la figura 3.10. La naturaleza no-lineal del modelo del TCSC se debe a la dependencia del tiempo de apagado de los tiristores con los estados del sistema.

La dinámica de cualquier sistema con comportamiento periódico puede ser estudiada tomando muestras de los estados. Si el valor de los estados en la muestra actual es igual a los de la muestra anterior, se dice que el sistema se encuentra en estado estacionario. Por lo tanto, el sistema dinámico se describe como el cambio de los estados de un período a otro. Este concepto es formalizado en el *mapa de Poincaré*,  $F(x_0)$ , que toma en cuenta la dependencia de los tiempos de encendido y apagado de los tiristores. Para obtener tal mapa se usa una aproximación periódica en el espacio de estados [3].

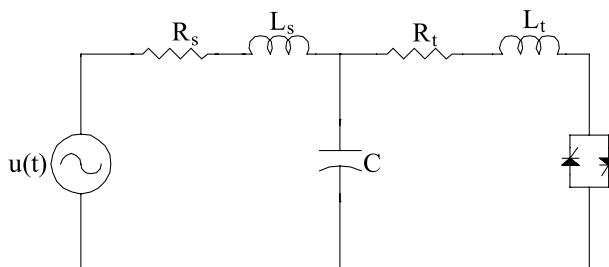


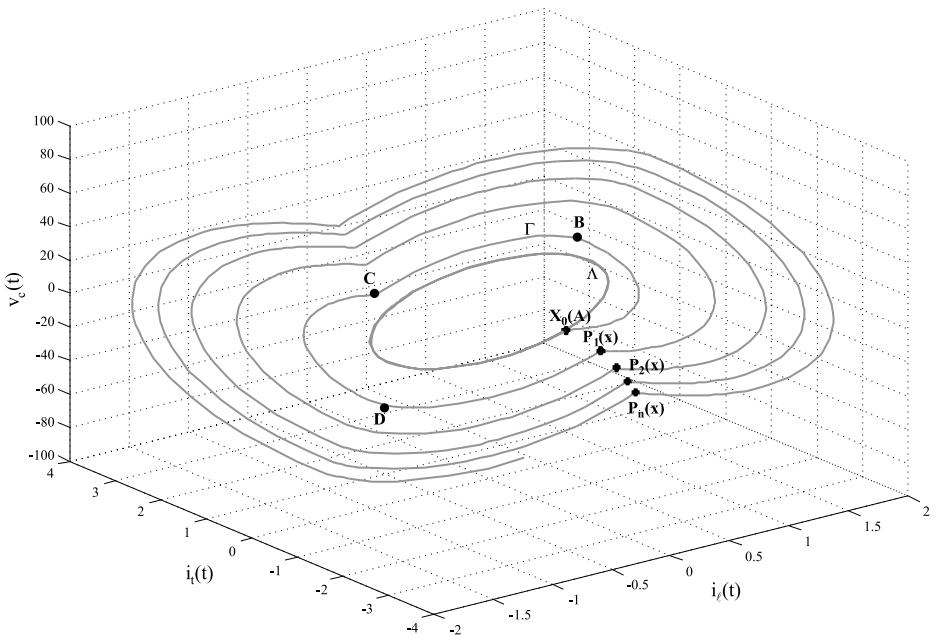
Figura 3.9 Sistema de compensación en una sola fase

#### Mapa de Poincaré

La idea en la que se basa el mapa de Poincaré es la siguiente. Sea  $\Gamma$  una órbita periódica del sistema descrito mediante:

$$\frac{d}{dt}x = f(x) \quad (70)$$

Con una condición inicial  $x(\alpha_0) = x_0$ , y sea  $\Sigma$  un hiperplano perpendicular (también llamado plano de Poincaré) a  $\Gamma$  en el punto  $x_0$ . Entonces para cualquier punto  $x \in \Sigma$  suficientemente cercano a  $x_0$ , la solución de la ecuación (70) a través de  $x$  en  $t = \alpha_0 + T_s$ , cruzará al hiperplano  $\Sigma$  en el punto  $P(x)$  cercano a  $x_0$ , como se ilustra en la figura 3.10. El mapeo de  $x \rightarrow P(x)$  se denomina *mapa de Poincaré* [6]-[7].



**Figura 3.10 Comportamiento del TCSC en el espacio de estados**

El mapa de Poincaré también puede ser definido cuando  $\Sigma$  es una superficie a través del punto  $x_0 \in \Gamma$ , la cual no necesariamente es tangente a  $\Gamma$  en  $x_0$ . En este caso, la superficie  $\Sigma$  intercepta a la órbita  $\Gamma$  en  $x_0$ .

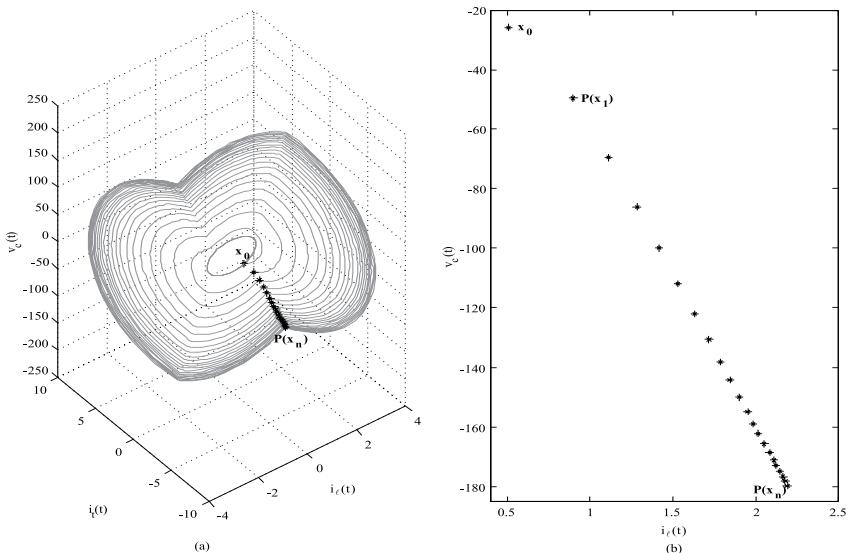
El mapa de Poincaré se define localmente; esto es, es local ya que proporciona el comportamiento del sistema en un determinado punto de la órbita y no en la totalidad de ella, por lo que sólo proporciona información del comportamiento del sistema sobre el plano  $\Sigma$  y no en todo el espacio de estados. Esta es la principal razón por la que se utiliza para el estudio de sistemas con comportamiento periódico, ya que sólo interesa la muestra de los estados del sistema en cada período.

El punto  $x_0(A)$ , figura 3.10, es la condición inicial o la primera muestra del plano de Poincaré (las tomas se presentan al momento de la activación de los tiristores,  $t = \alpha/\omega$ ), este es el inicio del período de conducción, que termina con la conmutación de los tiristores en el punto B. En el intervalo B-C, el dispositivo opera en el modo bloqueo hasta el próximo disparo de los tiristores en el punto C, donde comienza un nuevo período de conducción hasta el punto D, donde nuevamente se entra al modo de bloqueo hasta el punto  $P_1(x)$  que inicia otro ciclo de operación. Para la formación del mapa de Poincaré se despliegan los puntos  $P(x)$  de cada período.

Para clarificar este concepto se proponen las figuras (3.11 a) y (3.11 b). En la primera de ellas se exhibe el comportamiento periódico del sistema

de la figura (3.10) en el espacio de estados. La órbita  $\Lambda$ , figura 3.10, representa el comportamiento cuando el dispositivo está operando en el modo bloqueo. En el punto  $x_0$ , el dispositivo comienza a operar en modo vernier iniciando un comportamiento periódico de encendido/apagado. Este comportamiento periódico está dado por la serie de órbitas  $\Gamma$  que convergen en una sola, conforme el dispositivo alcanza su punto de estado estacionario.

La serie de puntos caen dentro del plano  $\Sigma$  que se ilustra en la figura 3.11 b). La figura ayuda a afirmar que el mapa de Poincaré reemplaza un sistema continuo en el tiempo de orden  $n$ , en un sistema discreto de orden  $n-1$  [7].



*Figura 3.11 a) Comportamiento en el espacio de estados; b) Plano  $\Sigma$*

#### Modelado del sistema

El mapa de Poincaré para el circuito de la figura 3.9 se obtiene integrando el sistema lineal que describe el comportamiento del circuito. Debido a la acción de conmutación de los tiristores, el modelo del TCSC en el espacio de estados cambia de dimensiones, por lo que es necesario tomar en cuenta un cambio de espacio de estado cuando ocurre la conmutación. Durante el intervalo de conducción el vector de estados del sistema es  $x(t)$ , que incluye la corriente de los tiristores  $i_t(t)$ , el voltaje del capacitor controlado  $v_c(t)$ , y la corriente de línea  $i_l(t)$ . La dinámica del sistema en este intervalo se describe por la ecuación diferencial lineal (71).

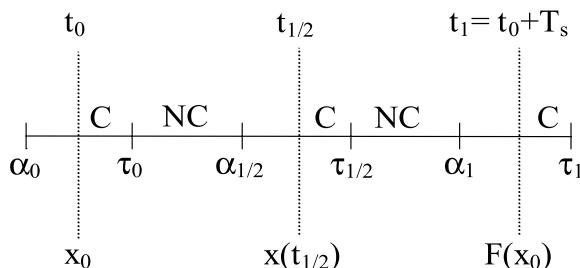
$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (71)$$

Para el intervalo de no-conducción, el vector de estados del circuito disminuye sus dimensiones para caer en el plano  $i_l(t) = 0$ . En esta condición, el vector de estados del circuito es  $y(t)$ , constituido por el voltaje del capacitor controlado  $v_c(t)$  y la corriente de línea  $i_l = (t)$ . El sistema dinámico para este intervalo es:

$$\frac{d}{dt} y(t) = PAP^T y(t) + PBu(t) \quad (72)$$

Donde la matriz  $P$  es una transformación lineal que proyecta el vector de estados  $x(t)$  en el plano  $i_l(t) = 0$ .

La figura 3.12 describe esquemáticamente las diversas condiciones operativas de los tiristores durante un período  $T_s$ . El tiristor empieza a conducir en el tiempo  $\alpha_0$ . Ese modo operativo se describe por (71) y termina cuando la corriente del tiristor cruza por cero en el tiempo  $\tau_0$ . El modo de no-conducción se describe por mediante la ecuación (71) y continúa hasta el pulso de encendido del otro tiristor en el tiempo  $\alpha_{1/2}$ . Esto comienza un ciclo similar de conducción/no-conducción, hasta el inicio del siguiente periodo, en  $\alpha_1 = \alpha_0 + T_s$ .



*Figura 3.12 Dinámica del TCSC sobre un periodo*

Los estados en la conmutación  $\alpha_0$ , pueden ser denotados por cualquiera de los vectores de estado  $y(\alpha_0)$  o  $x(\alpha_0)$ . Los vectores de estado en el tiempo  $\alpha_0$  están relacionados en la ecuación (73).

$$x(\alpha_0) = P^T y(\alpha_0) \quad (73)$$

Esta ecuación (73) expresa que el vector de estados  $x(t)$  en la conmutación se puede obtener a partir del vector de estados  $y(t)$  agregando un nuevo componente que tiene valor cero. Los estados en el apagado igualmente pueden ser denotados por  $x(\tau_0)$  o por  $y(\tau_0)$ , relacionados mediante:

$$y(\tau_0) = Px(\tau_0) \quad (74)$$

### Cálculo del mapa de Poincaré

En esta sección se construye el mapa de Poincaré considerando los intervalos de la figura 3.12 Dado un intervalo de  $[t_1, t_2]$  se utiliza  $f(t_1, t_2)$  para el mapa que lleva los estados del tiempo  $t_1$  al tiempo  $t_2$ . El mapa de Poincaré que traslada los estados un periodo de tiempo  $T_s$  con una condición inicial  $x_0$  en el tiempo  $t_0$  se denota como  $f(x(t_0), t_0, t_0 + T_s)$ . Se adopta la convención de  $f(x(t_1), t_1, t_2)$ , evalúa a  $x(t_2)$  y  $f(y(t_1), t_1, t_2)$ , evalúa a  $y(t_2)$ . Por lo tanto, el mapa de Poincaré  $f(x(t_0), t_0, t_0 + T_s)$  evalúa a  $x(t_0 + T_s)$ . Si cualquiera de los tiristores está en conducción durante el intervalo se escribe  $f(x(t_1), t_1, t_2)$  como  $f_c(x(t_1), t_1, t_2)$ , mientras que si los tiristores no se encuentran en conducción  $f(y(t_1), t_1, t_2)$ , como  $f_{nc}(y(t_1), t_1, t_2)$ .  $f_c(x(t_1), t_1, t_2)$  y  $f_{nc}(y(t_1), t_1, t_2)$  se calculan integrando el correspondiente sistema lineal (71) ó (72) sobre el intervalo  $[t_1, t_2]$ .

Ahora se construye el mapa de Poincaré  $f(x(t_0), t_0, t_0 + T_s)$  en términos de  $f_c$  y  $f_{nc}$  y el cambio de coordenadas en las ecuaciones (73) y (74). El estado  $x(\tau_0)$  se obtiene integrando la ecuación diferencial (71) con condición inicial  $x_0$  en el intervalo de tiempo  $[t_0, \tau_0]$ .

$$\begin{aligned} x(\tau_0) &= f_c(x_0, t_0, \tau_0) \\ x(\tau_0) &= e^{A(\tau_0 - t_0)} x_0 + \int_{t_0}^{\tau_0} e^{A(\tau_0 - s)} B u(s) ds \\ x(\tau_0) &= e^{A(\tau_0 - t_0)} \left[ x_0 + \int_{t_0}^{\tau_0} e^{A(t_0 - s)} B u(s) ds \right] \end{aligned} \quad (75)$$

Usando el cambio de coordenadas de la ecuación (74) e integrando el sistema lineal de la ecuación (71) en el intervalo  $[\tau_0, \alpha_{1/2}]$  resulta el estado y ( $\alpha_{1/2}$ ).

$$y(\alpha_{1/2}) = f_{NC}(Px(\tau_0), \tau_0, \alpha_{1/2}) = f_{NC}(Pf_C(x_0, t_0, \tau_0), \tau_0, \alpha_{1/2}) \quad (76)$$

$$y(\alpha_{1/2}) = e^{PAP^T(\alpha_{1/2} - \tau_0)} Px(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\alpha_{1/2}} e^{PAP^T(\alpha_{1/2} - s)} PBu(s) ds \quad (77)$$

El mapa de medio ciclo  $f(x_0, t_0, t_{1/2})$  se obtiene combinando las ecuaciones (75), (76) y la transformación de coordenadas de la ecuación (73):

$$\begin{aligned} f(x_0, t_0, t_{1/2}) &= f_C(P^T y(\alpha_{1/2}), \alpha_{1/2}, t_{1/2}) = x(t_{1/2}) \\ f(x_0, t_0, t_{1/2}) &= f_C(P^T f_{NC}(Pf_C(x_0, t_0, \tau_0), \tau_0, \alpha_{1/2}), \alpha_{1/2}, t_{1/2}) \end{aligned} \quad (78)$$

Similarmente la expresión del siguiente medio ciclo es:

$$f(x(t_{1/2}), t_{1/2}, t_1) = f_C(P^T f_{NC}(P f_C(x(t_{1/2}), t_{1/2} \tau_{1/2}), \tau_{1/2} \alpha_1), \alpha_1, t_1) \quad (79)$$

El mapa de Poincaré se obtiene por una composición de dos mapas de medio ciclo sucesivos, es decir, una combinación de las ecuaciones (78) y (79).

$$F(x_0) = f(x_0, t_0, t_1) = f(f(x_0, t_0, t_{1/2}), t_{1/2}, t_1)$$

Sin considerar los argumentos del tiempo, el mapa de Poincaré está dado por:

$$F(x_0) = f_C P^T f_{NC} P f_C P^T f_{NC} P f_C(x_0) \quad (80)$$

### ESTABILIDAD DE UN SISTEMA PERIÓDICO

Si un sistema con comportamiento periódico de periodo  $T_s$ , en estado estacionario, pasa por el punto  $x_0$ , entonces el punto  $x_0$  es un punto de equilibrio del mapa de Poincaré, esto es

$$f(x_0, t_0, t_1) = x_0 \quad (81)$$

Al aplicar el mapa de Poincaré a un sistema no-lineal se obtiene un sistema en tiempo discreto no-lineal, por lo que la estabilidad local de un sistema periódico se puede evaluar empleando el Jacobiano del mapa de Poincaré en el punto de equilibrio. La órbita periódica es exponencialmente estable, si los valores propios del Jacobiano caen dentro del círculo unitario [8]. El mapa de Poincaré es discontinuo en las bifurcaciones de conmutación por lo que se asume que el sistema no se encuentra exactamente en una bifurcación de conmutación. Una bifurcación de conmutación (llamada también bifurcación silla) es causada por conmutaciones fuera de tiempo, y pueden provocar la existencia de un desfase en el tiempo de apagado o encendido de los tiristores. Estos desfases pueden ser por la distorsión armónica, lo que puede resultar en que la corriente de los tiristores se deforme creando nuevos cruces por cero o que desaparezca el cruce por cero [9].

Para estimar la estabilidad del dispositivo, el primer paso es calcular el Jacobiano del mapa de medio ciclo  $f(x_0, t_0, t_{1/2})$ , que es una función del punto de equilibrio y los tiempos de encendido y apagado de los tiristores. El medio mapa se expresa por  $H_0(x_0, \tau_0(x_0), \alpha_{1/2}(x_0))$ .  $H_0$  expresa a  $x(t_{1/2})$  como una función de  $x_0$ , el tiempo de apagado  $\tau_0$ , y el tiempo de encendido  $\alpha_{1/2}$ .  $\tau_0$  es una función de  $x_0$ , ya que el tiempo de apagado  $\tau_0$  depende de los estados. El tiempo de encendido  $\alpha_{1/2}$  depende de  $x_0$  a través del esquema de sincro-

nización. Recuerde que el pulso de disparo puede tomar como referencia el cruce por cero de la corriente de línea o el cruce por cero del voltaje en el capacitor controlado. El mapa de medio ciclo se representa como:

$$f(x_0, t_0, t_{1/2}) = H_0(x_0, \tau_0(x_0), \alpha_{1/2}(x_0)) \quad (82)$$

Diferenciando la ecuación (82) se obtiene el Jacobiano del medio ciclo expresado mediante la ecuación (83):

$$Df(x_0, t_0, t_{1/2}) = \frac{\partial}{\partial x_0} H_0 + \frac{\partial}{\partial \tau_0} H_0 D\tau_0 + \frac{\partial}{\partial \alpha_{1/2}} H_0 D\alpha_{1/2} \quad (83)$$

donde  $D\alpha_{1/2}$  y  $D\tau_0$  es el gradiente de los estados respecto a  $x_0$  al momento del encendido y apagado de los tiristores.

Para obtener el Jacobiano se emplea la función  $f(x_0, t_0, t_{1/2})$  definida en la ecuación (78), que puede reescribirse como:

$$\begin{aligned} f(x_0, t_0, t_{1/2}) &= f_C(P^T y(\alpha_{1/2}), \alpha_{1/2}, t_{1/2}) \\ f(x_0, t_0, t_{1/2}) &= e^{A(t_{1/2} - \alpha_{1/2})} P^T y(\alpha_{1/2}) + \int_{\alpha_{1/2}}^{t_{1/2}} e^{A(t_{1/2} - s)} B u(s) ds \\ f(x_0, t_0, t_{1/2}) &= e^{A(t_{1/2} - \alpha_{1/2})} \left[ P^T y(\alpha_{1/2}) + \int_{\alpha_{1/2}}^{t_{1/2}} e^{A(\alpha_{1/2} - s)} B u(s) ds \right] \end{aligned} \quad (84)$$

La evaluación del segundo y tercer término de la ecuación (83) presenta el problema de derivar una integral donde los límites de ésta dependen de la variable con respecto a la cual se está derivando. Para efectuar ésta derivada se hace uso de la llamada integral de Leibniz expresada en la ecuación (85) [5].

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{a(x)}^{b(x)} f(t, x) dt = f(t, x) \frac{\partial}{\partial x} b(x) - f(t, x) \frac{\partial}{\partial x} a(x) + \int_{a(x)}^{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} f(t, x) dt \quad (85)$$

Mediante operaciones algebraicas y con la integral de Leibniz se puede mostrar que las derivadas parciales de  $H_0$  están dadas por las siguientes expresiones,

$$\frac{\partial}{\partial x_0} H_0 = e^{A(t_{1/2} - \alpha_{1/2})} P^T e^{PAP^T(\alpha_{1/2} - \tau_0)} P e^{A(\tau_0 - t_0)} \quad (86)$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_{1/2}} H_0 = e^{A(t_{1/2} - \alpha_{1/2})} \left( P^T \frac{d}{dt} y(\alpha_{1/2}^-) - \frac{d}{dt} (x(\alpha_{1/2}^+) \right) \quad (87)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau_0} H_0 = 0 \quad (88)$$

donde  $y(\alpha_{1/2}^-)$  representa el límite de  $y(t)$  conforme  $t$  se aproxima a  $\alpha_{1/2}$  estando en el período de no-conducción, y  $x(\alpha_{1/2}^+)$  representa el límite de  $x(t)$  conforme  $t$  se aproxima a  $\alpha_{1/2}$  estando en el período de conducción.

Ya que para obtener el mapa de Poincaré se asume que el dispositivo se encuentra en estado estacionario, entonces las derivadas de los estados bajo esta condición son cero por lo que la ecuación (87) es igual a cero.

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_{1/2}} H_0 = 0 \quad (89)$$

De las ecuaciones (88) y (89) se observa que al derivar (84),  $\alpha_{1/2}$  y  $\tau_0$  pueden considerarse como constantes. Esto se debe a que en estado estacionario  $\alpha_{1/2}$  y  $\tau_0$  son constantes. Por lo tanto, el Jacobiano de medio ciclo resulta:

$$Df(x_0, t_0, t_{1/2}) = \frac{\partial}{\partial x_0} H_0 \\ Df(x_0, t_0, t_{1/2}) = e^{A(t_{1/2} - \alpha_{1/2})} P^T e^{PAP^T(\alpha_{1/2} - \tau_0)} P e^{A(\tau_0 - t_0)} \quad (90)$$

La expresión para el Jacobiano del siguiente medio ciclo se obtiene cambiando el subíndice  $\frac{1}{2}$  por 1 y 0 por  $\frac{1}{2}$  en la ecuación (90).

$$Df(x_{1/2}, t_{1/2}, t_1) = e^{A(t_1 - \alpha_1)} P^T e^{PAP^T(\alpha_1 - \tau_{1/2})} P e^{A(\tau_{1/2} - t_{1/2})} \quad (91)$$

Desarrollando la ecuación (80) para obtener una expresión para el mapa del ciclo completo,  $F(x_0)$  resulta:

$$F(x_0) = f_C(P^T y(\alpha_1), \alpha_1, t_1) = f(f(x_0, t_0, t_{1/2}), t_{1/2}, t_1) \\ F(x_0) = e^{A(t_1 - \alpha_1)} P^T y(\alpha_1) + \int_{\alpha_1}^{t_1} e^{A(t_1 - s)} B u(s) ds \\ F(x_0) = e^{A(t_1 - \alpha_1)} \left[ P^T y(\alpha_1) + \int_{\alpha_1}^{t_1} e^{A(\alpha_1 - s)} B u(s) ds \right] \quad (92)$$

Si

$$y(\alpha_1) = f(Px(\tau_{1/2}), \tau_{1/2}, \alpha_1) = f_{NC}(Px(\tau_{1/2}), \tau_{1/2}, \alpha_1)$$

$$y(\alpha_1) = e^{PAP^T(\alpha_1 - \tau_{1/2})} Px(\tau_{1/2}) + \int_{\tau_{1/2}}^{\alpha_1} e^{PAP^T(\alpha_1 - s)} PBu(s) ds \quad (93)$$

$$x(\tau_{1/2}) = f(f(x_0, t_0, t_{1/2}), t_{1/2}, \tau_{1/2}) = f_C(f(x_0, t_0, t_{1/2}), t_{1/2}, \tau_{1/2})$$

$$x(\tau_{1/2}) = e^{A(\tau_{1/2} - t_{1/2})} f(x_0, t_0, t_{1/2}) + \int_{t_{1/2}}^{\tau_{1/2}} e^{A(\tau_{1/2} - s)} Bu(s) ds \quad (94)$$

entonces, sustituyendo las ecuaciones (93) y (94) en la ecuación (92):

$$F(x_0) = e^{A(t_1 - \alpha_1)} P^T e^{PAP^T(\alpha_1 - \tau_{1/2})} Pe^{A(\tau_{1/2} - t_{1/2})} f(x_0, t_0, t_{1/2}) + g(\alpha_1, \tau_{1/2}, t_1) \quad (95)$$

donde  $g$  es una función que depende de  $\alpha_1$ ,  $\tau_{1/2}$  y  $t_1$ . Aplicando la ecuación (91) en la ecuación (95), se tiene:

$$F(x_0) = Df(x_{1/2}, t_{1/2}, t_1) f(x_0, t_0, t_{1/2}) + g(\alpha_1, \tau_{1/2}, t_1) \quad (96)$$

El Jacobiano para el período completo se obtiene derivando (96) respecto a  $x_0$

$$DF(x_0) = Df(x_{1/2}, t_{1/2}, t_1) Df(x_0, t_0, t_{1/2}) \quad (97)$$

Cuando los pulsos de encendido que se aplican a los tiristores son simétricos, el comportamiento del TCSC presenta una simetría de media onda, esto implica que los tiempos de conducción sean iguales y que los estados del sistema a la mitad del periodo son iguales en magnitud pero de signo opuesto a los estados al inicio del periodo. Aplicando simetría de media onda el Jacobiano del mapa de Poincaré se simplifica de la siguiente manera:

$$DF(x_0) = \left( \frac{\partial}{\partial x_0} H_0 \right)^2 \quad (98)$$

En forma detallada:

$$DF(x_0) = \left( e^{A(t_{1/2} - \alpha_{1/2})} P^T e^{PAP^T(\alpha_{1/2} - \tau_0)} Pe^{A(\tau_0 - t_0)} \right)^2 \quad (99)$$

De la ecuación (99) se observa que el Jacobiano sólo depende del ángulo de conducción  $\sigma$  (99) puede expresarse en función de  $\sigma$ , tomando en cuenta que  $\alpha_0 = (\pi - \sigma)/2$  y  $\alpha_{1/2} = \alpha_0 + \pi$ . Estos valores se encuentran en radianes, mientras que para evaluar la ecuación (99) debe estar en segundos. Por lo tanto, para determinar la estabilidad del TCSC es necesario probar la estabilidad del Jacobiano del mapa de Poincaré (99) evaluado en el punto de equilibrio conforme  $\sigma$  varía en un rango de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ .

Si  $t_0$  se hace coincidir con  $\alpha_0$ , donde  $\alpha_0$  es el ángulo de disparo de los tiristores  $\alpha$ , entonces resulta la siguiente expresión para el Jacobiano del mapa de Poincaré (recuerde que los parámetros en las ecuaciones (99) y (100) están dados en segundos y no en radianes).

$$DF(x_0) = \left( P^T e^{PAP^T \left( \frac{T_s}{2} - \sigma \right)} Pe^{A\sigma} \right)^2 \quad (100)$$

El Jacobiano del mapa de Poincaré describe la estabilidad de la órbita periódica bajo pequeñas perturbaciones, esto debido a que es local y no determina la estabilidad en forma global.

#### Estabilidad de un sistema discreto

Dado que la formulación original se ha discretizado y linealizado, se requiere recordar el concepto de la estabilidad en el plano discreto complejo  $z$  mediante valores propios.

La estabilidad de un sistema lineal en tiempo continuo está determinada por la localización de los valores propios en el plano complejo  $s$ , mientras que un sistema discreto se determina por la localización de los valores propios en el plano complejo  $z$  [8]. El comportamiento dinámico en tiempo discreto depende del período de muestreo  $T_s$ , por lo que la localización de los valores propios en el plano complejo  $z$  depende del período de muestreo  $T_s$  [8]. Un cambio en el período de muestreo  $T_s$  modifica el comportamiento del sistema.

Cuando se realiza un muestreo por impulsos, las variables complejas  $z$  y  $s$  quedan relacionadas mediante la expresión:

$$z = e^{T_s s} \quad (101)$$

donde la variable compleja  $s$  se constituye de una parte real  $\beta$  y una parte imaginaria  $j\omega$ .

$$s = \beta + j\omega$$

Sustituyendo en la ecuación (99):

$$z = e^{T_s(\beta + j\omega)} = e^{T_s\beta} e^{jT_s\omega} \quad (102)$$

Para que un sistema lineal en el tiempo continuo sea estable, sus valores propios deben estar localizados en el semiplano izquierdo del plano s, y dado que  $\beta$  es negativo en el semiplano izquierdo, la correspondencia de éste con el plano complejo z esta dada por la ecuación:

$$|z| = e^{T_s\beta} < 1 \quad (103)$$

El eje  $j\omega$  en el plano s corresponde a  $|z| = 1$ . Por lo tanto, el eje imaginario en el plano s corresponde al círculo unitario en el plano z, y el interior del círculo corresponde al semiplano izquierdo del plano s; por lo tanto, la totalidad del semiplano derecho del plano s corresponde al exterior del círculo unitario en el plano z.

De lo anterior se concluye: si los valores propios del modelo descrito se localizan estrictamente dentro del círculo unitario entonces la órbita periódica es exponencialmente estable. Si algunos valores propios se localizan sobre el círculo unitario, la estabilidad de la órbita periódica no puede ser determinada por el Jacobiano del mapa de Poincaré (99), ya que el sistema se vuelve críticamente estable, y si algunos valores propios se encuentran fuera del círculo unitario, la órbita periódica es inestable bajo cualquier perturbación.

Ya que las bifurcaciones de conmutación no son bifurcaciones convencionales, éstas no son detectadas por los valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré de la órbita periódica. Así, en una órbita asintóticamente estable, con valores propios estrictamente dentro del círculo unitario, puede ocurrir una bifurcación de conmutación y la órbita puede perder estabilidad. Los valores propios que más se acerquen a la periferia del círculo unitario están asociados con efectos de resonancia [9].

### Ejemplos de aplicación

Para probar la utilidad del mapa de Poincaré, se realiza un análisis de valores propios para tres casos diferentes. Los dos primeros para un sistema con la configuración de la figura 3.2 y el tercero para el sistema de Kayenta [10], de la figura 3.13.

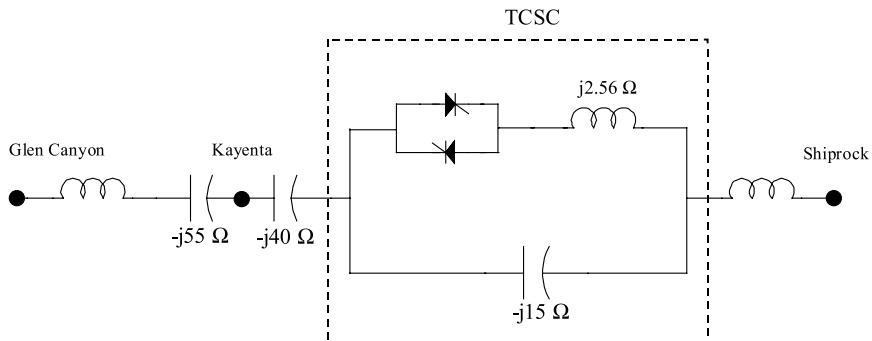


Figura 3.13 Sistema de Kayenta

Para los dos primeros sistemas, durante el tiempo de conducción de los tiristores el vector de estado es  $x(t) = [i_t(t), v_c(t), i_l(t)]^T$ , donde  $i_t(t)$  es la corriente a través de los tiristores,  $v_c(t)$  es el voltaje del capacitor controlado e  $i_l(t)$  es la corriente de la línea. Las matrices A, B y P son las siguientes:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & \frac{1}{L_t} & 0 \\ -\frac{1}{C} & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Durante el tiempo de no-conducción, la corriente de los tiristores es cero y el vector de estados está dado por  $y(t) = [v_c(t), i_l(t)]^T$ .

Para el primer caso en estudio los parámetros son los siguientes [9]:  $L_s = 0.195\text{mH}$ ,  $R_s = 0.9\text{m}\Omega$ ,  $L_t = 1.66\text{mH}$ ,  $R_t = 31.3\text{m}\Omega$  y  $C = 1.5\text{mF}$ . En la figura 3.14 se muestra la localización de los valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré en el plano complejo z conforme  $\sigma$  varía entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$ . Ya que éstos se encuentran estrictamente dentro del círculo unitario, el sistema es exponencialmente estable para cualquier ángulo de conducción.

En la figura 3.15 se observa el mismo sistema, pero ahora con un período  $T_s = 1/30$ , obsérvese cómo varía la posición de los valores propios con respecto a la figura 3.14, esto prueba que la dinámica del sistema depende del período de muestreo  $T_s$ .

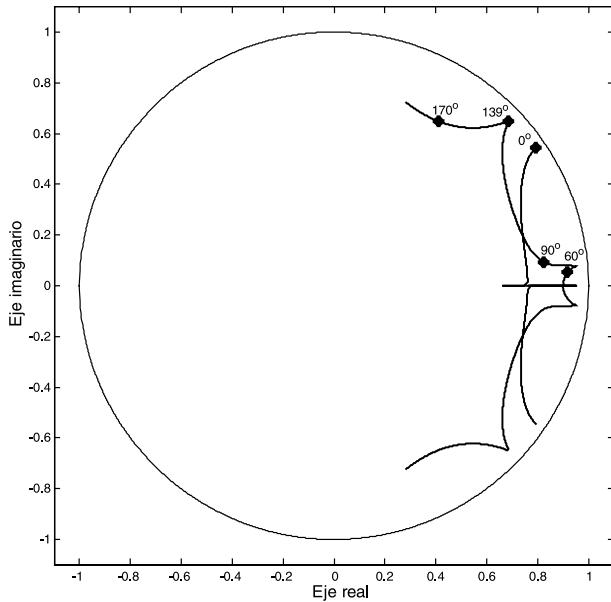


Figura 3.14 Valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré en el plano  $z$

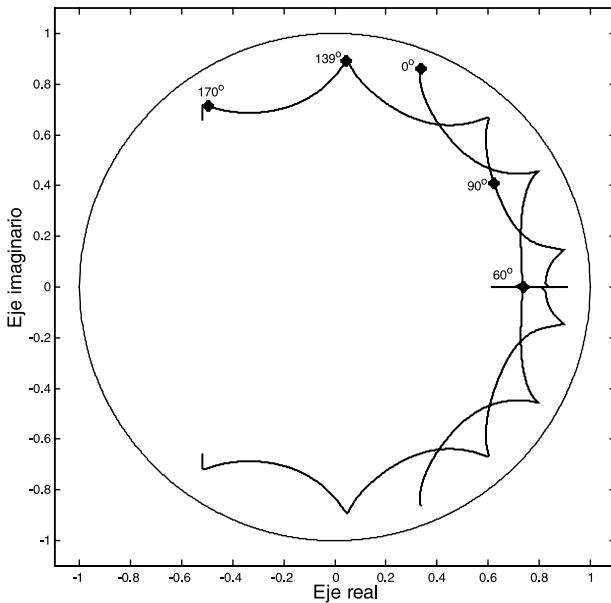
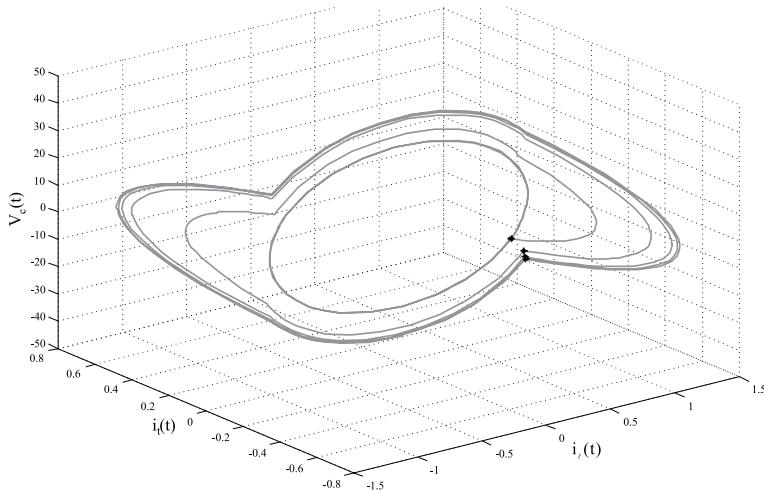


Figura 3.15 Valores propios con  $T = 1/30$  en el plano  $z$

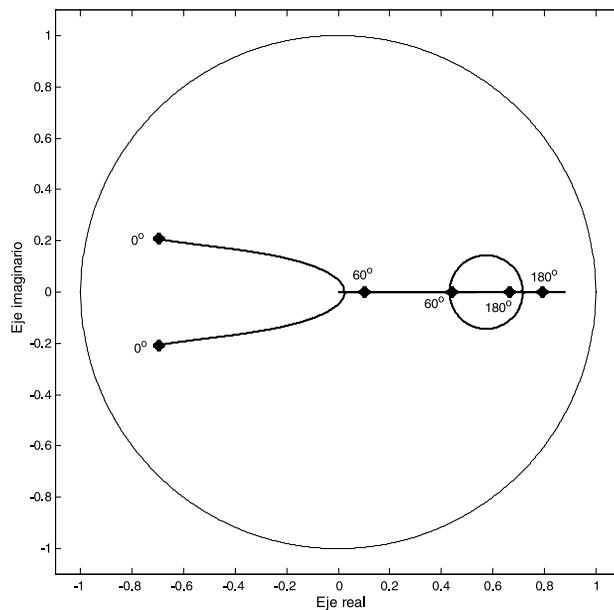
Continuando con el mismo sistema, pero considerando los siguientes parámetros:  $L_s = 260\text{mH}$ ,  $R_s = 10 \Omega$ ,  $L_t = 23.5\text{mH}$ ,  $R_t = 0 \Omega$ ,  $C = 90\mu\text{F}$  [3]. En la figura 3.16 se exhibe el comportamiento en el plano de estados cuando el

ángulo de disparo  $\alpha = 60^\circ$ , así como la localización de los puntos de Poincaré en el mismo plano. Como se puede apreciar, es un sistema que alcanza su punto de estado estacionario en aproximadamente cuatro períodos.



*Figura 3.16 Plano de estados y puntos de Poincaré para el caso 2*

Ya que los valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré en la figura 3.17 se encuentran estrictamente dentro del círculo unitario, el sistema es exponencialmente estable para cualquier ángulo de conducción.



*Figura 3.17 Valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré en el plano z.*

Para este segundo caso los valores propios se encuentran más al interior del círculo unitario, lo que indica que es un sistema que presenta un mayor nivel de amortiguamiento. Para el caso mostrado se usó un ángulo de conducción de  $60^\circ$ , al que le corresponde un valor propio que se encuentra muy cercano al centro del círculo; por lo tanto, es un valor propio con un fuerte nivel de amortiguamiento. Esto se ve reflejado en la figura 3.16.

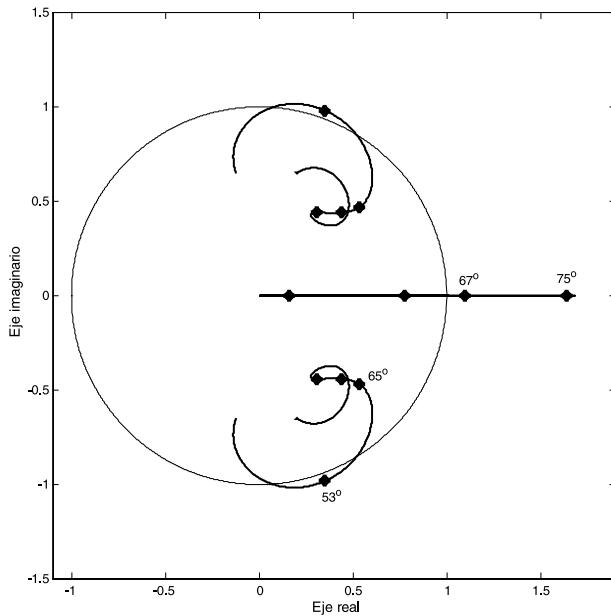
El sistema de Kayenta agrega un capacitor fijo en la parte de la línea  $C_s$ , figura 3.13. El vector de estados de conducción y no-conducción es;  $x(t) = [i_t(t), v_c(t), i_s(t), v_s(t)]^T$  e  $y(t) = [v_c(t), i_s(t), v_s(t)]^T$ , respectivamente, donde  $v_s(t)$  es el voltaje del capacitor fijo de la línea. Las matrices A, B y P son las siguientes, según [10]:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_t} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{C_t} & 0 & \frac{1}{C_t} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} & -\frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_s} & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sí:

$$L_s = 406 \text{mH}, R_s = 19.89 \Omega, C_s = 27.9 \mu\text{F}, L_t = 6.8 \text{mH}, C_t = 177 \mu\text{F} \text{ y } R_t = 0 \Omega.$$

En la figura 3.18 se exhiben los valores propios. En ella se puede apreciar cómo los valores propios están fuera del círculo unitario cuando el ángulo de conducción varía entre  $46^\circ$ - $57^\circ$  y  $66^\circ$ - $93^\circ$ . Esto significa que para ángulos de conducción que se encuentren dentro de estos rangos el sistema será inestable ante cualquier perturbación, por lo que los controladores deben evitar la operación del dispositivo para estos ángulos de conducción.



**Figura 3.18 Valores propios para el sistema de Kayenta en el plano  $z$**

## CONCLUSIONES

En este capítulo se estudian los diferentes modos de operación del TCSC. El principal modo de operación es el modo vernier. Para estudiar las características en este modo operativo se plantea un método bastante poderoso para el estudio dinámico del TCSC.

El TCSC se modela por secciones, la figura 3.7, según el estado de los tiristores. El dispositivo en cada una de estas secciones se puede considerar como un sistema lineal con condiciones iniciales que dependen del ángulo de disparo y el tiempo de apagado; es en estos tiempos donde se comuta de un sistema lineal a otro.

La principal ventaja de analizar el TCSC por medio de la aproximación periódica en variables de estado es que incluye el impacto que provoca la acción de los tiristores en la corriente de línea, esto se aprecia en la figura 3.8 donde se observa que la acción de los tiristores produce un aumento de amplitud en la corriente de la línea así como la inyección de armónicos. Esto implica una diferencia con otros modelos donde se considera que la corriente de línea se mantiene constante, aunque tales modelos son normalmente aceptados para estudios de estabilidad transitoria donde sólo se consideran señales fundamentales de 60 Hz.

Debido a la compleja dinámica que presenta el TCSC al combinar tanto dinámica continua en el tiempo, debida al voltaje en el capacitor controlado

y la corriente en la inductancia del TCR, como dinámica discreta debida a la conmutación de los tiristores, el concepto del mapa de Poincaré es una herramienta que facilita el análisis, ya que sólo es necesario el muestreo de los estados en cada periodo, dando como resultado un traslado a un plano.

Dada la dinámica combinada del TCSC, resulta complejo obtener modelos que describan tal comportamiento. Una de las soluciones que se han tomado es el desarrollo de modelos completamente continuos en el tiempo, tal como modelos promedio o modelos completamente discretos, algunos de ellos basados en el mapa de Poincaré.

El estudio de los valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré proporciona información sobre la estabilidad del dispositivo bajo pequeñas perturbaciones conforme su ángulo de conducción varía. Esta es una información importante ya que se localizan ángulos de disparo que los controladores deben evitar, además de que se pueden localizar los posibles puntos de resonancia.

## REFERENCIAS

- [1] D. J. Trudnowski, M. K. Donnelly, J. F. Hauer, "Estimating Damping Effectiveness of BPA's Thyristor Controlled Series Capacitor by Applying Time and Frequency Domain Methods to Measured Response", IEEE Trans. on Power Systems, Vol 11, No. 2, mayo 1996, pp. 761-766.
- [2] Narain G. Hingorani, Laszlo Gyugyi, *Understanding FACTS Concepts and Technology of Flexible AC Transmission System*, primera edición, IEEE Press 2000.
- [3] Hak-Guhn Han, Jong-Keun Park, Byung-Ha Lee, "Analysis of thyristor controlled Series Compensator Dynamics Using the State Variable Approach of a Periodic System Model", IEEE Trans. Power Delivery. Vol. 12, No. 4, October 1997, pp. 1744-1750.
- [4] Wilson J. Rugh. *Linear System Theory*, second edition. Prentice Hall, 1996.
- [5] Chi-Tsong Chen. *Linear System Theory and Desing*. Saunders Collage Publishing, 1996.
- [6] Lawrence Perko. *Differential Equations and Dinamics Systems*, Springer Verlag, 1994.
- [7] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*, segunda edición, Prentice hall, 1996.
- [8] Katsuhiko Ogata. *Sistemas de control en tiempo discreto*, segunda edición, Prentice Hall, 1996.
- [9] Sasan Jalali, Ian, Dobson, Robert H. Lasseter, Giri Venkataramanan, "Switching Time Bifurcations in a Thyristor Controlled Reactor," IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. 43, no. 3, Marzo 1996, pp. 209-217.
- [10] Sasan G. Jalali, Robert H. Lasseter, Ian Dobson, "Dynamic Response of a Thyristor Controlled Switched Capacitor," IEEE Trans on Power Delivery, vol. 9, no.3, julio 1994, pp. 1609-1615.

## CAPÍTULO 4

### INTRODUCCIÓN A LOS INVERSORES

#### RESUMEN

Desde la aparición de los convertidores electrónicos de alta potencia basados en GTO, es posible generar o absorber potencia reactiva sin el uso de bancos de capacitores o inductores. Esto condujo al desarrollo y la aplicación de la nueva generación de dispositivos FACTS. El compensador estático de reactivos (SVC) se ha utilizado ampliamente para la regulación de voltaje en sistemas de potencia, mediante el control de la inyección de potencia reactiva. La evolución del SVC es el StatCom, que se basa en el principio de que un inversor de voltaje genera un voltaje de CA controlableatrás de la reactancia de dispersión del transformador, de modo que la diferencia de voltaje a través de la reactancia produce intercambio de potencia activa y reactiva entre el StatCom y la red de transmisión. Este capítulo proporciona una introducción a los inversores, que constituyen el núcleo de los dispositivos FACTS de segunda generación.

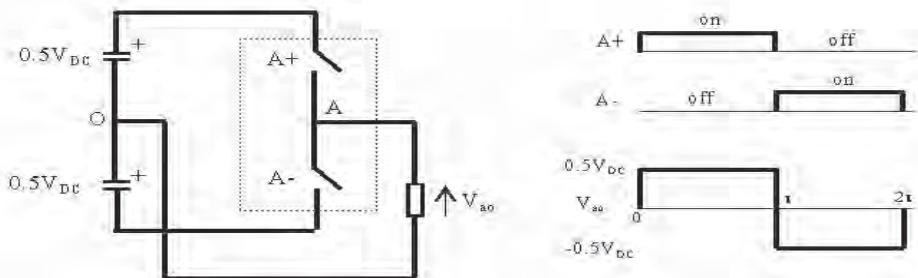
#### CONCEPTOS PRELIMINARES

Un inversor o una fuente convertidora de voltaje (VSC) se usa para generar un voltaje de CA a partir de una fuente de CD. Típicamente, se emplea un transformador para elevar el voltaje por encima de la magnitud del voltaje de CD. En su devanado secundario se conecta la carga. Si la carga CA es puramente resistiva, la forma de onda real producida en el secundario no es crítica. Sin embargo, para algunas cargas la forma de onda es esencial. Un motor de inducción, por ejemplo, se diseña específicamente para operar con una alimentación senoidal. Si la forma de onda de

la corriente se desvía de la senoidal, resultan variaciones del par y pérdidas adicionales.

Las fuentes convertidoras de voltaje son la base de la segunda generación de dispositivos FACTS como el StatCom (compensador estático síncrono), el SSSC (compensador serie síncrono estático), y una combinación de los dos que es el UPFC (controlador unificado de flujos de potencia). Este tipo de elementos utilizan dispositivos electrónicos donde se controla el encendido y apagado. Entre ellos están los tiristores de apagado de compuerta GTO (*Gate Turn-off Thyristor*), los transistores bipolares de compuerta aislada IGBT (*Insulated Gate Bipolar Transistor*), los MTO (*MOS Turn-off Thyristor*), y los IGCT (*Integrated Gate-commutated Thyristor*) por mencionar algunos. La principal función de las VSC es generar voltaje de CA a partir de una fuente de voltaje de CD, debido a esto es común encontrarlas referenciadas como inversores. Con una VSC es posible controlar la magnitud, el ángulo de fase y la frecuencia del voltaje de salida. Otra aplicación industrial ordinaria de los inversores son los variadores de velocidad para motores de CA.

La figura 4.1 muestra un circuito inversor monofásico, referido como de un polo, que consiste de un interruptor A+, y de un interruptor A-. Cuando un polo se conecta a través de una serie de capacitores que se cargan con un voltaje total  $V_{DC}$ , y los interruptores se abren y cierran alternadamente, el voltaje de salida,  $V_{A0}$ , en el punto medio del polo A con respecto al punto medio, O, del enlace capacitivo, es una onda cuadrada que contiene un componente fundamental y todos los componentes armónicos impares. La amplitud del componente fundamental es directamente proporcional a  $V_{DC}$ , y la amplitud del componente armónico impar (n) normalizada respecto a la fundamental es  $(1/n)$ , donde  $n = 2k + 1$  para  $k = 1, 2, 3, \dots$ , etc., [1].



*Figura 4.1 Un polo inversor y su voltaje de salida*

De igual forma, en la figura 4.2 se ilustra el funcionamiento de un puente inversor monofásico considerando la figura 3.2. Este consiste en cuatro IGBT, una fuente de voltaje de CD (que puede ser un capacitor), y dos puntos de conexión  $a, b$  al nodo del sistema de potencia. El voltaje de

corriente directa es convertido en un voltaje de CA cuando el transistor apropiado es encendido/apagado secuencialmente.

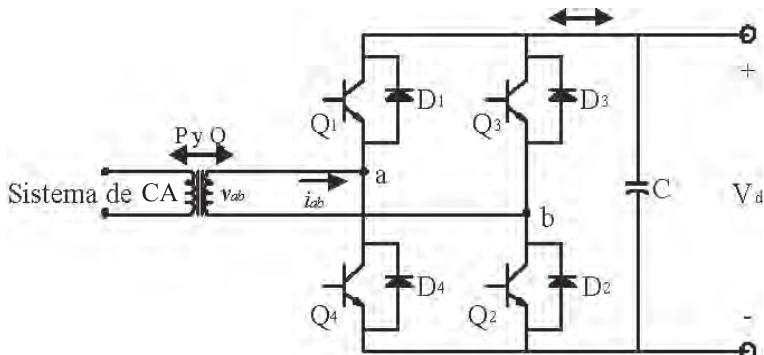
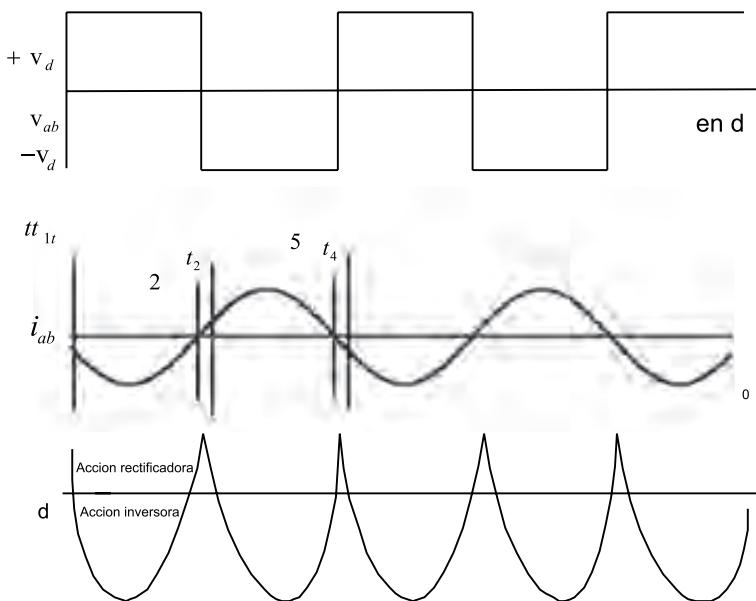


Figura 4.2 Puente inversor monofásico

Con los IGBT 1-2 encendidos y 3-4 apagados, el voltaje  $v_{ab}$  es  $+V_{CD}$  para medio ciclo, mientras que con 3-4 encendidos y 1-2 apagados, el voltaje  $v_{ab}$  es  $-V_{CD}$  para el siguiente medio ciclo. Este voltaje es independiente de la magnitud, ángulo y forma de onda del voltaje en el nodo de CA. La corriente de CA es el resultado de la interacción del voltaje generado por el convertidor, el voltaje en el nodo de CA y la impedancia entre ellos. Si en el inversor de la figura 4.2, la corriente que fluye desde el lado de CA al convertidor,  $i_{ab}$ , es una senoide como se muestra en la figura 4.3 [2]:

- Entre el tiempo  $[t_1, t_2]$ , con los IGBT 1-2 encendidos y 3-4 apagados,  $v_{ab}$  es positivo e  $i_{ab}$  es negativo. La corriente fluye a través de  $Q_1$  desde el lado de CA, punto  $a$ , y retorna por el punto  $b$  a través del dispositivo  $Q_2$ ; esto es, el flujo es del lado de CD al lado de CA. Esta es una acción inversora.
- Entre  $[t_2, t_3]$ , la corriente cambia de polaridad y fluye a través de los diodos 1-2, fluyendo la potencia del lado de CA hacia el lado de CD. En esta etapa la VSC se comporta como un rectificador. Durante este período, los IGBT 1-2 continúan encendidos, sólo que no conducen corriente en forma inversa, por lo que ésta fluye a través de los diodos.
- Entre  $[t_3, t_4]$ , con los IGBT 3-4 encendidos y 1-2 comutados,  $v_{ab}$  es negativo mientras que  $i_{ab}$  cambia de polaridad respecto al caso anterior. La corriente fluye a través de los IGBT 3-2, esto es, el flujo es del lado de CD hacia el lado de CA.
- Entre  $[t_4, t_5]$  sucede un caso similar al intervalo  $[t_2, t_3]$ , la corriente fluye a través de los diodos 3-4 (acción rectificadora).



**Figura 4.3 Formas de onda para un puente VSC monofásico**

Aquí se observa que una VSC realiza tanto acción inversora, debido a la conmutación de los transistores, como acción rectificadora por parte de los diodos; esto es posible por el intercambio de corriente que existe entre el convertidor y el sistema de CA.

Por su forma de operar, los inversores se pueden clasificar en tres grandes grupos: (i) configuración multipulso; (ii) configuración multinivel; (iii) esquema PWM (*Pulse Width Modulation*).

#### LA CONFIGURACIÓN MULTIPULSO

Entre las topologías de inversores, las configuraciones multinivel y multipulso son más apropiadas para aplicaciones de compensación de potencia reactiva. En estas aplicaciones, la frecuencia de conmutación puede mantenerse baja para minimizar las pérdidas por conmutación y la interferencia electromagnética [4].

Algunos StatCom comerciales instalados son: el StatCom instalado en Japón en 1991, el cual utiliza ocho inversores de seis pulsos, cada uno con una capacidad de 10 MVA, conectados a un transformador principal para constituir un StatCom de 48 pulsos.

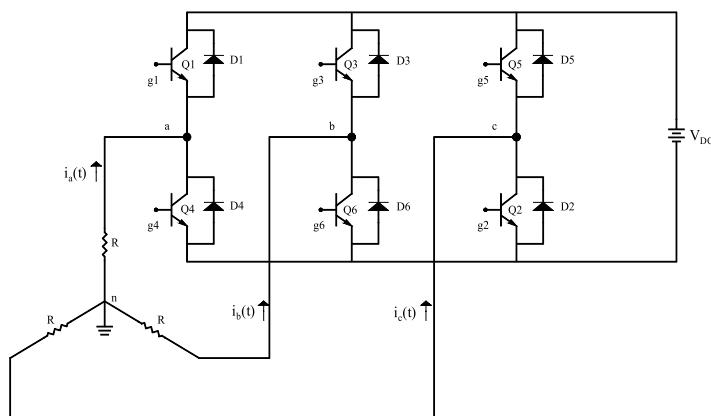
En 1995 la Tennessee Valley Authority (TVA) instaló un StatCom de 100 MVA 48-pulsos en la subestación Sullivan [15]. Otra aplicación en alta tensión de un inversor multipulso es el UPFC de 160 MVA, instalado

en la subestación Inez de la American Electric Power (AEP) en Kentucky, EE.UU., basado en dos inversores idénticos de 48-pulsos.

El polo de dos niveles ilustrado en la figura 4.1, es el arreglo de conmutación más simple capaz de producir una salida de CA a partir de una fuente de CD, en la forma de ondas cuadradas simples conforme se conmuta la fuente de voltaje CD. A continuación se describen otros arreglos.

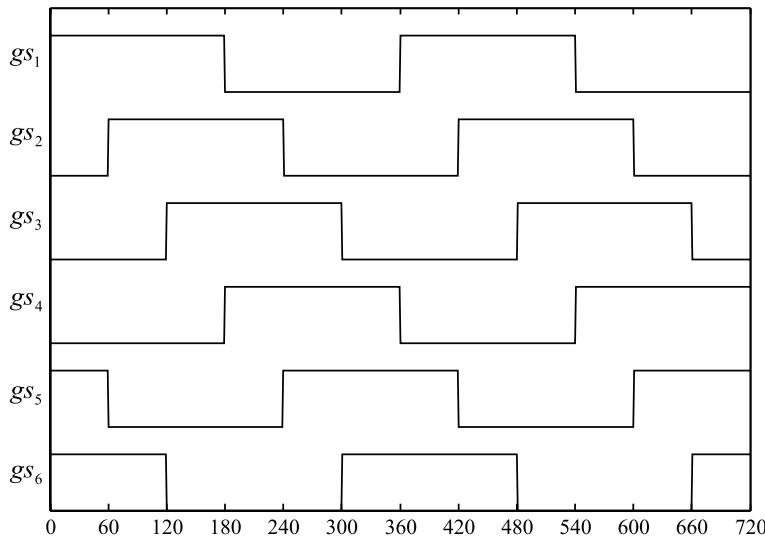
### Inversor de seis pulsos

La operación multipulso se consigue conectando puentes trifásicos idénticos, a transformadores que tienen salidas con desplazamientos de fase entre sí, como se ilustra en la figura 4.4. Las señales de voltaje provenientes de devanados conectados en estrella y delta presentan un desplazamiento de  $30^\circ$ , y un puente convertidor de seis pulsos, conectado a cada transformador, exhibe una operación equivalente de 12 pulsos, eliminando el quinto y séptimo armónicos. Este principio puede ser extendido a 24 y 48 pulsos, sumando en las salidas de los transformadores las salidas provenientes de convertidores de seis pulsos (cuatro para un esquema de 24-pulsos, y ocho para la operación de 48). Así, la cancelación armónica se logra con la conexión de los secundarios de los transformadores, de modo que la dificultad para estructurar un convertidor multipulso de potencia, es la complejidad de los arreglos magnéticos requeridos. La operación del convertidor se lleva a cabo aplicando pulsos de disparo de frecuencia baja (generalmente la frecuencia de línea) a las compuertas de los interruptores de potencia. Dada esa baja frecuencia de conmutación, las pérdidas representan sólo un tercio de las pérdidas del convertidor, las dos terceras partes restantes se deben a la interfase magnética (pérdidas por conducción) [3].



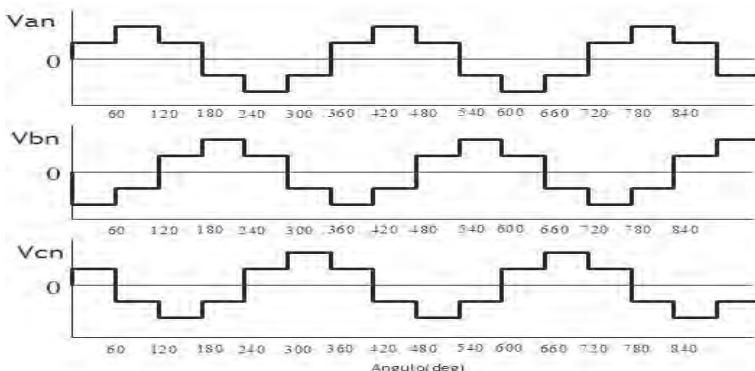
**Figura 4.4 Puente trifásico elemental**

Las señales de disparo  $g_i$  aplicadas a los transistores, se generan de modo que cada uno de ellos conduce  $180^\circ$  al conectar el inversor a una carga resistiva, como se ilustra en la figura 4.5



*Figura 4.5 Señales de disparo para el puente de seis pulsos*

El inversor puede considerarse como la combinación de tres inversores monofásicos, donde cada fase produce una salida desplazada  $\pm 120^\circ$  respecto a las otras. Las señales de disparo están desplazadas  $60^\circ$  una de otra. La secuencia de conmutación mostrada en la figura 4.5 genera los voltajes línea-a-línea  $v_{ab}(t)$ ,  $v_{bc}(t)$ , y  $v_{ca}(t)$  de las figuras 4.6 y 4.7. Estos voltajes tienen un ancho de  $120^\circ$  con un pico de voltaje de magnitud  $V_{CD}$ . Para cada intervalo de  $60^\circ$  se activan diferentes secuencias de operación [17]. Por ejemplo, en el primer medio ciclo la secuencia de operación es: a) conducen 1-5-6, b) 1-2-6, y c) 1-2-3.



*Figura 4.6 Voltajes de línea-neutro del VSC seis pulsos*

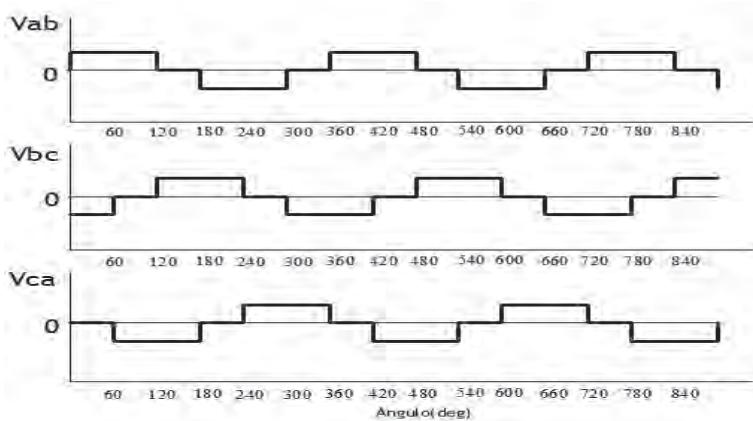


Figura 4.7 Voltajes de línea-línea del VSC seis pulsos

*Secuencia 1-5-6;  $0 \leq \omega t \leq \pi/3$*

$$v_{an} = v_{cn} = 1/3 V_{DC}$$

$$v_{bn} = -2/3 V_{DC}$$

*Secuencia 1-2-6;  $\pi/3 \leq \omega t \leq 2\pi/3$*

$$v_{an} = 2/3 V_{DC}$$

$$v_{bn} = v_{cn} = -1/3 V_{DC}$$

*Secuencia 1-2-3;  $2\pi/3 \leq \omega t \leq \pi$*

$$v_{an} = v_{bn} = 1/3 V_{DC}$$

$$v_{cn} = -2/3 V_{DC}$$

El medio ciclo posterior se genera de forma similar, siendo la parte complementaria de las secuencias anteriores. La sincronización y frecuencia de los voltajes generados dependen directamente de la frecuencia y sincronización de las señales de disparo y no del tipo de carga. El voltaje pico depende del voltaje de CD.

El contenido armónico de los voltajes  $v_{ab}(t)$  y  $v_{an}(t)$  se obtienen aplicando análisis de Fourier a las formas de onda de las figuras 4.6 y 4.7. Los valores instantáneos de  $v_{ab}(t)$  y  $v_{an}(t)$  son:

$$v_{ab}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_{ab_n} \sin\left(n\omega t + \frac{\pi}{6} n\right) \quad (104)$$

$$v_{an}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_{an_n} \sin(n\omega t) \quad (105)$$

donde:

$$T = 2\pi$$

es el período

$$V_{ab_n} = \frac{4}{n\pi} V_{DC} \cos\left(\frac{\pi}{6} n\right) \quad \forall n = 6r \pm 1, \quad r = 0, 1, 2, \dots \quad (106)$$

$$V_{an_n} = \frac{4}{3n\pi} V_{DC} \left( \cos\left(\frac{\pi}{3} n\right) + 1 \right) \quad \forall n = 6r \pm 1, \quad r = 0, 1, 2, \dots \quad (107)$$

En las ecuaciones (106) y (107) el índice armónico es  $n = 6r \pm 1$ , siendo  $r$  cualquier entero positivo; esto es,  $n = 1, 5, 7, 11, 13, \dots$ . El valor pico de los componentes fundamental y los componentes de orden superior de los voltajes se expresan mediante las ecuaciones (108) y (109):

$$V_{ab_1} = 1.1026 V_{DC}; \quad V_{ab_n} = \frac{1.1026}{n} V_{DC} \quad (108)$$

$$v_{an_1} = 0.6366 V_{DC}; \quad v_{an_n} = \frac{0.6366}{n} V_{DC} \quad (109)$$

Los componentes fundamental y armónicos de los voltajes línea-línea y los voltajes línea-neutro están desplazados  $30^\circ$  unos de otros. La amplitud de los voltajes línea-línea es  $\sqrt{3}$  veces la amplitud del voltaje línea-neutro, y los componentes armónicos no incluidos en el conjunto  $n = 12r \pm 1$  están en oposición de fase. Esto se describe mediante:

$$V_{ab_n} = (-1)^r \sqrt{3} V_{an_n} \quad (110)$$

donde  $n = 6r \pm 1$  y  $r = 0, 1, 2, \dots$

### Inversor de 12 pulsos

Suponga que un inversor de seis pulsos se conecta a un transformador estrella-estrella con relación 1:1, y un segundo inversor genera un voltaje línea-línea atrasado  $30^\circ$  con respecto al voltaje del otro inversor con la misma magnitud, figura 4.8. Esto es:

$$v_{ab}(t)_2 = \sum_{n=1}^{\infty} V_{ab_n} \sin(n\omega t) \quad (111)$$

Si el segundo inversor se conecta a un transformador delta-estrella con una relación de vueltas  $1:1/\sqrt{3}$ , el voltaje línea-neutro en el secundario conectado en estrella sería:

$$v_{anY}(t)_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum V_{ab_n} \sin(n\omega t) \quad \forall n = 6r \pm 1, r = 0, 1, 2, \dots \quad (112)$$

Entonces el voltaje línea-línea es:

$$v_{abY}(t)_2 = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^r \sin\left(n\omega t + \frac{\pi}{6}n\right) \quad \forall n = 6r \pm 1, r = 0, 1, 2, \dots \quad (113)$$

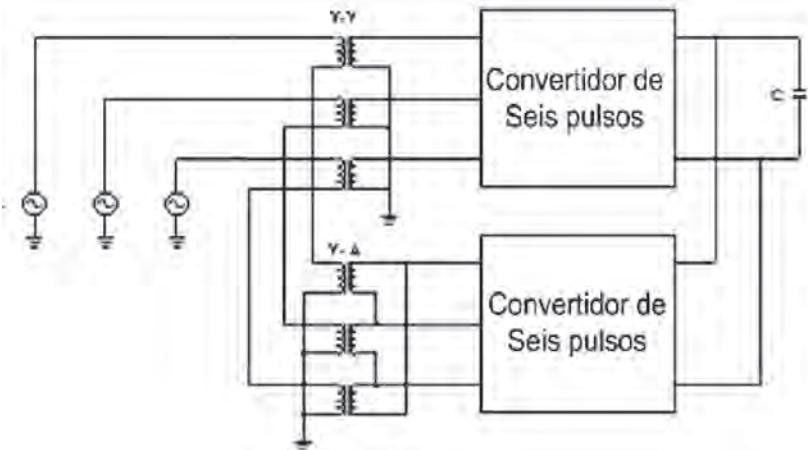


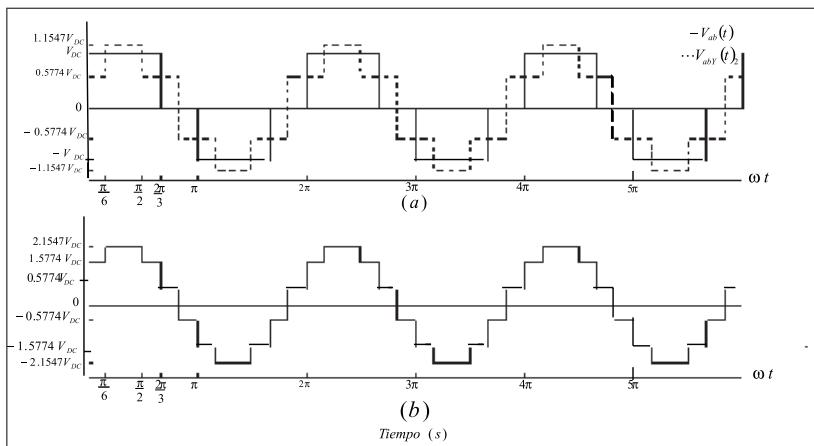
Figura 4.8 Arreglo del inversor de doce-pulsos

Las dos formas expresadas en las ecuaciones (104) y (113) se suman para generar la tercera forma de onda  $V_{ab12}(t)$ , más cercana a una onda senoidal:

$$v_{ab12}(t) = v_{ab}(t) + v_{abY}(t)_2 \quad (114)$$

Así,  $v_{ab12}(t)$  es el voltaje línea-línea de un inversor de doce-pulsos. Las formas de onda se muestran en la figura 4.9. Puede mostrarse que el contenido armónico de estas señales es inferior a las correspondientes señales generadas por el arreglo de seis pulsos [17].

Los inversores de 24- y 48-pulsos se obtienen conectando dos y cuatro inversores de 12-pulsos, respectivamente, con un adecuado desplazamiento de fase entre ellos. Para sistemas de potencia el convertidor de 48 pulsos es la mejor opción, aunque con el uso de filtros sintonizados con las armónicas 23-25, un inversor de 24-pulsos podría ser suficiente. Por ejemplo, el inversor de 24-pulsos resulta combinando dos inversores de 12-pulsos con pulsos de disparo desplazados  $15^\circ$  entre sí, y proporcionando  $15^\circ$  de desplazamiento de fase mediante dos transformadores [17].

Figura 4.9 a)  $v_{ab}(t)$  y  $v_{abY}(t)$ ; b) voltaje de doce-pulsos

## INVERSOR EN CONFIGURACIÓN MULTINIVEL

Un inversor multinivel es un convertidor formado por un arreglo de semiconductores de potencia usados como interruptores y un conjunto de fuentes de voltaje de corriente directa CD, regularmente modeladas como capacitores. La salida del convertidor es una señal escalonada. Cada escalón de voltaje es proporcionado por un capacitor diferente. Sumando los voltajes de los capacitores se pueden alcanzar altos niveles de tensión, mientras que el estrés en los semiconductores es bajo, pues se divide entre varios elementos. En la figura 4.10 se presenta el diagrama esquemático de un inversor de una fase con diferente número de niveles.

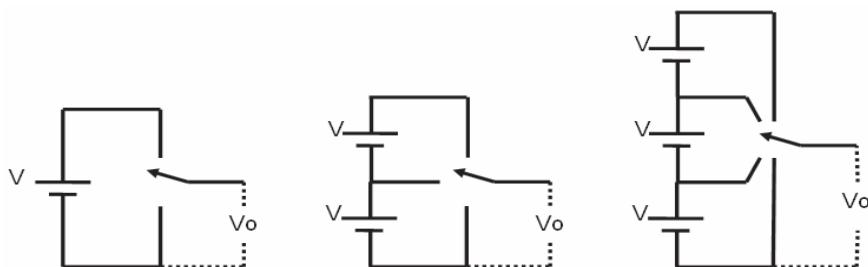


Figura 4.10 Inversor de dos, tres, y cuatro niveles

El primer inversor es de dos niveles, lo cual implica que genera un voltaje de salida de dos valores distintos, que en este caso es 0 y  $V$ . Considerando que  $m$  es el número de escalones o niveles en el voltaje de salida de una fase con respecto a la terminal negativa del inversor, entonces el número  $k$  de escalones de voltaje entre dos fases está dado por:

$$k = 2m + 1 \quad (115)$$

Mientras que el número de escalones  $p$  en el voltaje de fase de una carga trifásica en conexión estrella está dado por:

$$p = 2k - 1 \quad (116)$$

Al incrementar el número de niveles, el voltaje de salida tiene más escalones, lo que reduce la distorsión armónica del voltaje de salida. Sin embargo, si el número de niveles es muy grande, el control del inversor se vuelve difícil, sobre todo porque el controlador debe vigilar que la carga esté balanceada entre todos los capacitores, de modo que el voltaje en éstos no sea muy distinto.

Dentro de los convertidores multinivel existen diversas topologías, de las cuales se pueden mencionar: a) *diodo anclado*; b) *capacitor anclado*; c) *inversor en cascada con fuentes independientes*. Asimismo, existen diversos esquemas de modulación y control: (i) modulación de ancho de pulso senoidal multinivel; (ii) eliminación armónica selectiva multinivel; (iii) modulación de espacio vectorial. En las siguientes subsecciones se realiza una descripción general de las principales topologías.

Las características más relevantes de los inversores multinivel son las siguientes: a) pueden generar un voltaje de salida con una distorsión armónica despreciable y una baja relación  $dv/dt$ ; b) la corriente de entrada tiene una baja distorsión armónica; c) el voltaje de modo común generado es pequeño, con lo que se reduce el estrés en las cargas inductivas, y mediante técnicas de modulación el voltaje de modo común puede eliminarse; d) pueden operar con una frecuencia de conmutación baja.

#### Topología diodo anclado

Un inversor multinivel de topología diodo anclado de tres niveles se ilustra en la figura 4.11. La salida del inversor es el voltaje en la carga (*Load*). Los tres niveles posibles son  $+V/2$ ,  $-V/2$ , y  $0$ .

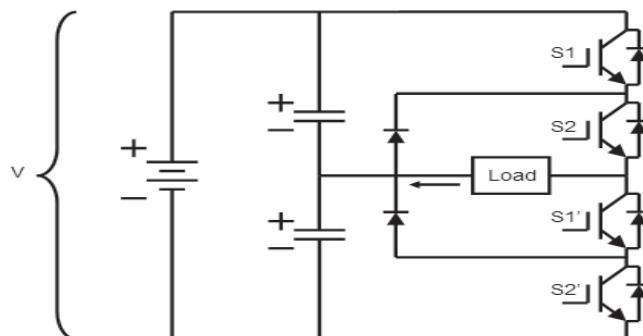
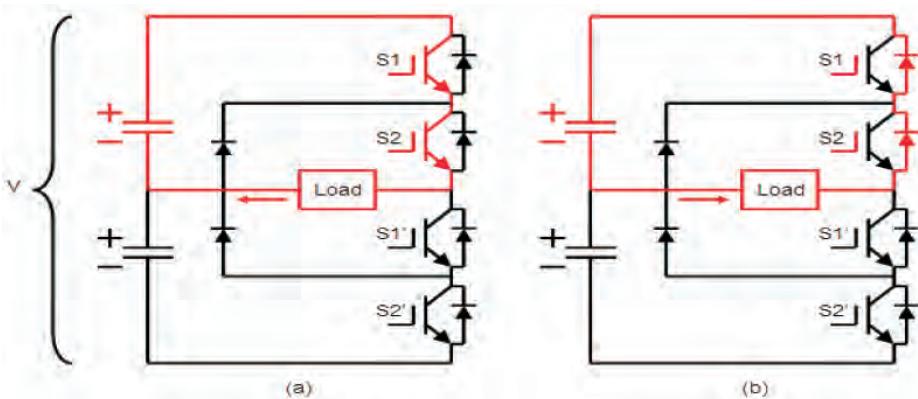


Figura 4.11 Inversor multinivel de tres estados, configuración diodo-anclado

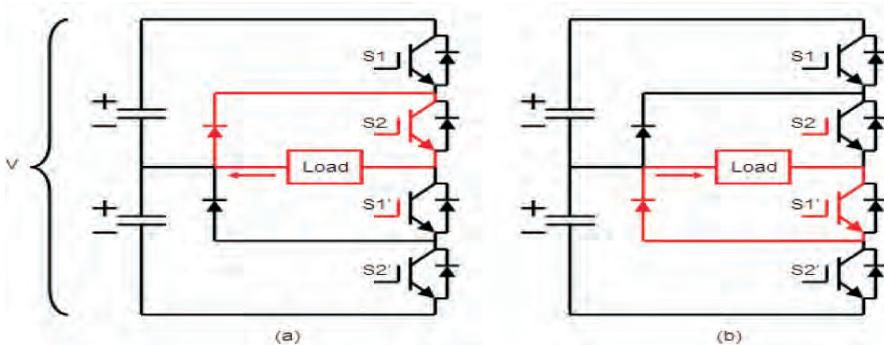
En la figura 4.12 se muestra la generación del estado  $+V/2$ . Es importante notar que todo inversor debe conducir corriente en ambos sentidos, para que la fuente entregue potencia a la carga, y la carga entregue potencia a la fuente. La flecha junto a la carga indica la dirección de la corriente.



*Figura 4.12 Inversor multinivel de tres estados, configuración diodo anclado, nivel  $+V/2$*

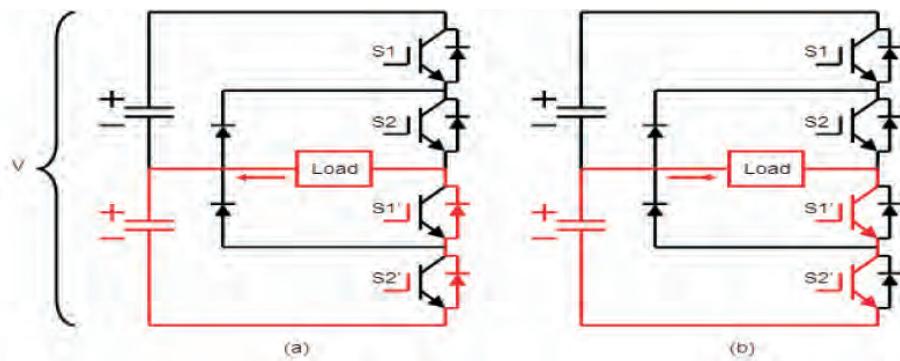
El caso en el que la fuente está entregando potencia a la carga se observa en la figura 4.12 a). Asimismo, en la figura 4.12 b) se observa el caso en el que la carga devuelve potencia a la fuente.

En la figura 4.13 se indica el estado en el que el voltaje en la carga es cero. Note que la carga no debe quedar en circuito abierto en ningún momento, pues la inductancia de la misma puede producir un alto voltaje que dañaría los interruptores.



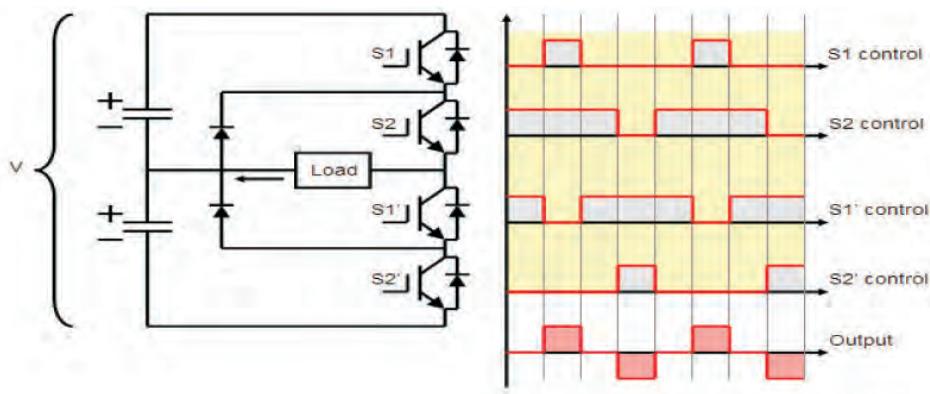
*Figura 4.13 Inversor multinivel de tres estados configuración diodo anclado, nivel 0*

La figura 4.14 ilustra la generación del estado  $-V/2$ . En la figura 4.14 a) se muestra el caso en el que la carga entrega potencia a la fuente; la figura 4.14 b) es el caso en el que la fuente entrega potencia a la carga.



*Figura 4.14 Inversor multinivel de tres estados configuración diodo anclado, nivel  $-V/2$*

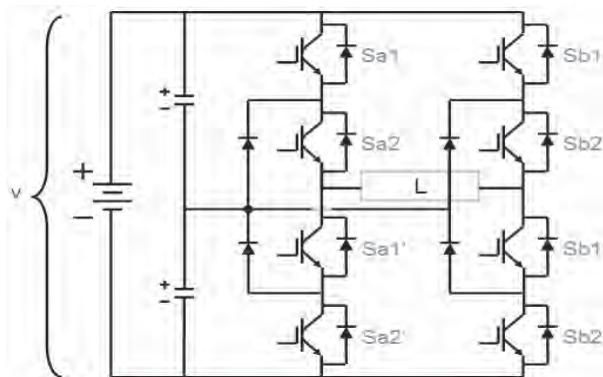
Las señales de control de los interruptores se despliegan en la figura 4.15. Las primeras cuatro señales, llamadas  $S_x$ , representan señales lógicas en las que un 1 enciende el respectivo transistor, y un 0 lo apaga. La señal *Output* representa el voltaje en la carga. Note que los interruptores  $S1-S1'$  y  $S2-S2'$  son complementarios. Esta clase de arreglo geométrico se observa en la mayoría de los inversores multinivel, así como en el inversor con puente H convencional.



*Figura 4.15 Señales de control y señal de salida del inversor de tres estados configuración diodo anclado*

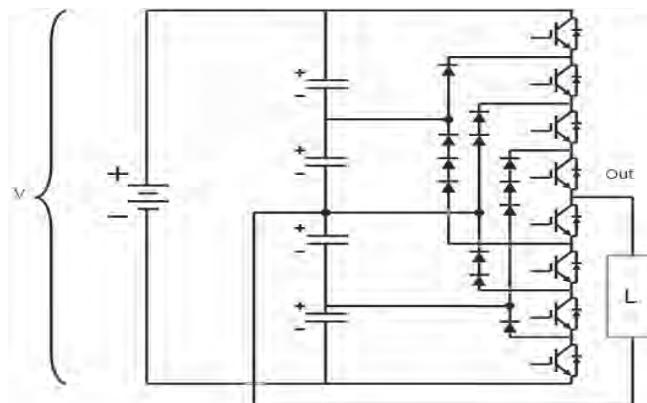
Así, los inversores multinivel sintetizan una forma de onda de voltaje a partir de varios niveles de fuentes de voltaje directo, obtenidas de vol-

tajes de capacitor. Conforme se incrementa el número de niveles, la onda sintetizada se aproxima a la onda senoidal, resultando en una distorsión armónica reducida. La figura 4.16 presenta un inversor monofásico de cinco niveles. Este convertidor es complejo y requiere una fuente de voltaje CD que se divide o se deriva para proporcionar un voltaje de referencia cero [4, 5]. Existen principalmente dos maneras de implementar un inversor de cinco niveles mediante *diodo anclado*. Una de ellas es la mostrada en la figura 4.16, que consiste en colocar dos inversores de tres niveles alimentados por la misma fuente, y la carga entre las salidas de dichos inversores.



*Figura 4.16 Inversor de cinco niveles, configuración diodo anclado*

La otra posibilidad es aumentar los niveles en forma vertical, figura 4.17. En este caso, la alimentación  $+V$  se divide entre cuatro capacitores, por lo que los niveles de salida son  $+V/2$ ,  $+V/4$ , 0,  $-V/2$ ,  $-V/4$ .



*Figura 4.17 Inversor de cinco niveles, configuración diodo anclado*

Los índices básicos para medir el estrés en un dispositivo, son la corriente que debe drenar cuando está encendido y el voltaje que debe bloquear cuando está apagado. En cuanto a la corriente, en esta topología todos los dispositivos están diseñados para soportar el nivel de corriente que se requiere en la carga. En cuanto al voltaje, cada IGBT debe soportar un nivel del inversor cuando está apagado,  $V/(m-1)$ , donde  $m$  es el número de niveles de voltaje. Por ejemplo, para el caso de cinco niveles, cada IGBT debe bloquear un nivel de tensión del inversor que es  $V/4$  cuando está apagado. Sin embargo, los arreglos de diodos deben soportar diferentes niveles, es por eso que se agregan arreglos de diodos en serie. Los diodos en serie se usan para disminuir el estrés de voltaje en cada diodo. Un solo diodo podría hacer el trabajo si pudiera soportar un alto voltaje. El nivel de voltaje que cada diodo debe bloquear depende del estado de conducción y, en los casos anteriores, se han agregado los necesarios para que cada diodo soporte un nivel de voltaje del inversor. Por ejemplo, en los arreglos que bloquean tres niveles de voltaje, se han agregado tres diodos en serie.

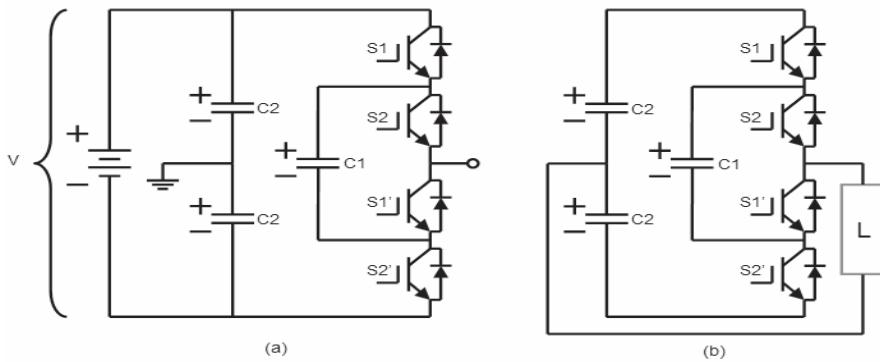
Siguiendo las estrategias estudiadas para aumentar el número de niveles, la topología es capaz de manejar cualquier número de niveles, agregándolos verticalmente o colocando inversores frente-a-frente, de modo que el conjunto funcione como un convertidor de mayor cantidad de niveles. Agregar niveles a un convertidor mejora la calidad del voltaje de salida, pues este tiene una menor distorsión armónica. Aun así, los convertidores regularmente tienen un esquema de modulación PWM y alguna estrategia de control para disminuir la distorsión ocasionada por armónicas de bajo orden.

Sin embargo, el número de diodos se incrementa con el número de niveles, lo que limita su número, pues manejar un elevado número de diodos trae como consecuencia el problema del tiempo de recuperación inversa.

Así, la principal ventaja de los circuitos inversores multinivel es su capacidad para generar formas de onda de voltaje con bajo contenido armónico, sin requerir circuitos magnéticos. Esta ventaja se ve opacada por la complejidad del control y el tamaño de los capacitores CD, y/o la necesidad de componentes de potencia adicionales, por ejemplo, diodos de potencia y funciones de control para ecualizar el voltaje CD.

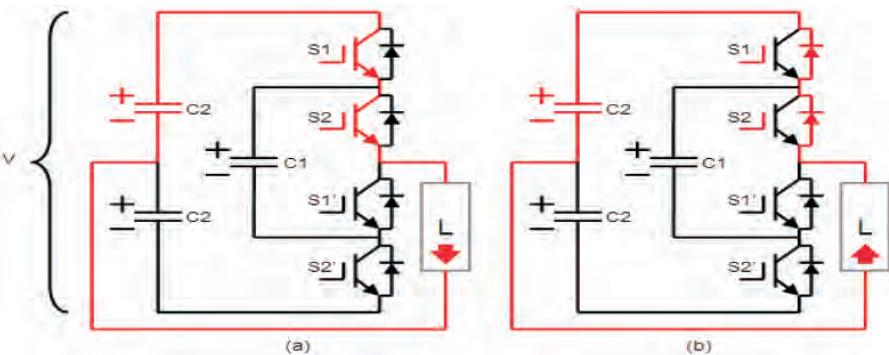
### Topología capacitor anclado

Otra topología del tipo multinivel es la llamada *capacitor anclado*, también denominada capacitor volante, cuya configuración elemental se muestra en la figura 4.18. Usualmente el inversor se representa como en el inciso a), aunque para explicar el flujo de corrientes se utilizará el esquema en b). No obstante, en el análisis se omite la fuente de CD; no se debe olvidar que los capacitores C2 tienen conexión a una fuente de CD, por lo que pueden suministrar potencia activa. No así C1 que, para mantener su voltaje, debe ser cargado y descargado mediante la estrategia de control empleada.



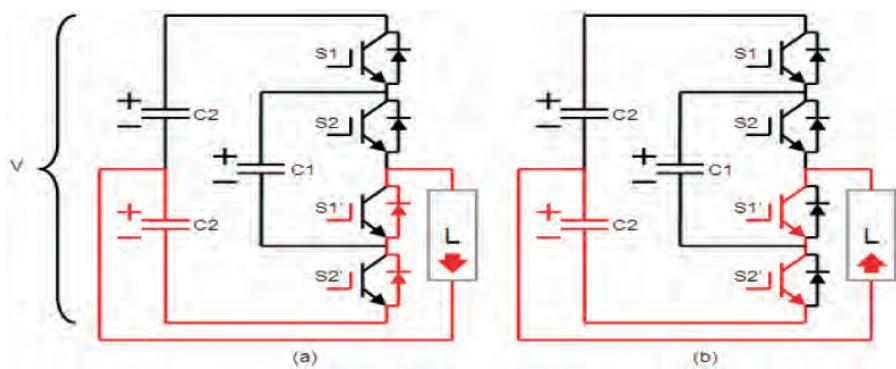
*Figura 4.18 Inversor de tres niveles, configuración capacitor anclado*

En el análisis se asume que los dos capacitores  $C_2$  y  $C_1$  están sometidos al mismo voltaje,  $V/2$ . Esto se realiza mediante una estrategia de balance de cargas. Los estados posibles de este inversor son similares a la estrategia de *diodo anclado* de tres niveles,  $+V/2$ ,  $0$  y  $-V/2$ . En la figura 4.19 se presenta la generación del estado  $+V/2$ , con sus respectivas direcciones de flujo de corriente. Asimismo, en la figura 4.20 se observa la generación del respectivo estado  $-V/2$ .



*Figura 4.19 Inversor de tres niveles  
configuración capacitor-anclado, nivel  $+V/2$*

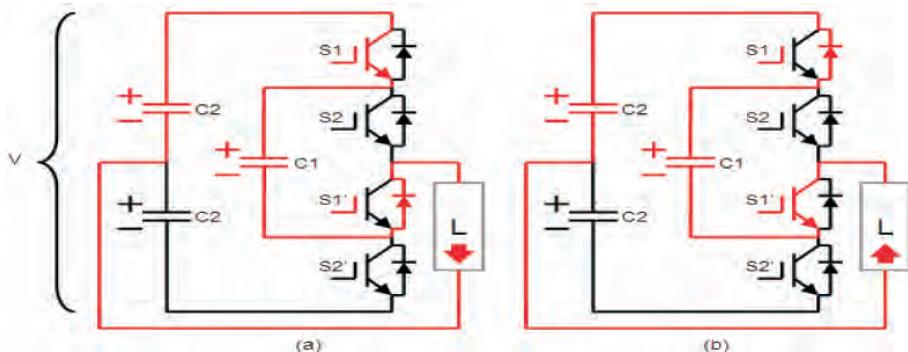
Note que para estas dos condiciones, el capacitor  $C_1$  no realiza ninguna función y se mantiene prácticamente desconectado. Los dos capacitores  $C_2$  proveen el voltaje de la carga. La corriente en la carga puede tener ambos sentidos, lo que ocasiona que en una parte del ciclo de CA, la carga tome potencia de la fuente y la devuelva en la otra parte del ciclo.



*Figura 4.20 Inversor de tres niveles configuración capacitor-anclado, nivel  $-V/2$*

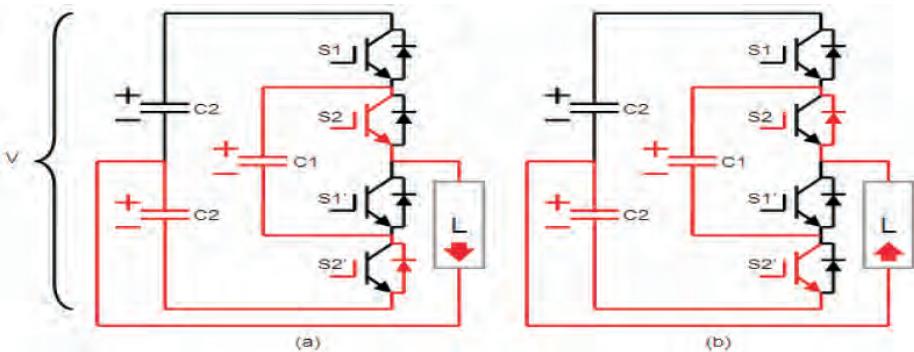
La dirección de la corriente en la carga será fundamental para los niveles de salida cero, pues en ellos esta corriente, carga y descarga el capacitor C1. Se cuenta con dos estados de salida cero, en cada estado se puede cargar o descargar el capacitor C1. El controlador debe ser capaz de mantener el voltaje de C1 en un valor  $V/2$  manejando los tiempo del estado cero para cargar o descargar C1, según se requiera.

En la figura 4.21 se exhibe una opción de la generación del primer estado de salida cero. En este caso S1-S1' están conduciendo. Observe que los capacitores C2-superior y C1 están en serie con la carga, pero sus voltajes opuestos se cancelan. Esto implica que el voltaje en la carga sea cero, siempre y cuando ambos capacitores tengan el mismo voltaje. Asimismo, en a) C1 se está cargando, y en b) C1 se está descargando.



*Figura 4.21 Inversor de tres niveles configuración capacitor-anclado, nivel cero – caso 1*

La figura 4.22 ilustra la generación alternativa del estado de salida cero. Ahora son S2-S2' los interruptores encendidos.



**Figura 4.22 Inversor de tres niveles configuración capacitor anclado, nivel cero – caso 2**

Note que en a) C1 se está descargando, mientras que en b) C1 se está cargando. Así, para la misma corriente de carga, en el nivel cero, cambiar de un estado a otro invierte el sentido de la corriente en C1, lo que puede cargar o descargar dicho capacitor.

Una estrategia de control del voltaje en C1 puede ser un control retroalimentado del voltaje en el capacitor, que modifique los estados cero. Si el voltaje en el capacitor es menor que  $V/2$  entonces para el nivel cero se deben elegir la posición de la figura 4.21 a) o figura 4.22 b). Si el voltaje excede  $V/2$ , entonces se debe elegir la opción de la figura 4.21 b) o figura 4.22 a). De esta forma se mantiene el voltaje de C1 en un valor  $V/2$ .

El problema de balance de carga en los capacitores aplica para todos los convertidores multinivel en donde existan capacitores en serie. En la presente configuración se debe cuidar que exista un balance entre los capacitores  $C_2$  para que en ambos haya un voltaje de  $V/2$ , aunque es relativamente más simple que mantener constante el voltaje de C1. Por tanto deberá asegurarse que el voltaje de salida no tenga componente de CD.

En la figura 4.23 se despliegan las señales lógicas de disparo junto con el voltaje de salida. En el caso de la topología *capacitor anclado*, se cuenta con más de un estado para la mayoría de los niveles, así que esta secuencia de señales de disparo es sólo una opción, ya que existen muchas secuencias distintas para generar la misma señal de salida.

Análogamente a la topología *diodo anclado*, es posible lograr una configuración de cinco niveles colocando dos inversores de tres niveles frente-a-frente, como se ilustra en la figura 4.24. Los cinco posibles niveles de esta configuración son  $+V$ ,  $+V/2$ ,  $0$ ,  $-V/2$  y  $-V$ .

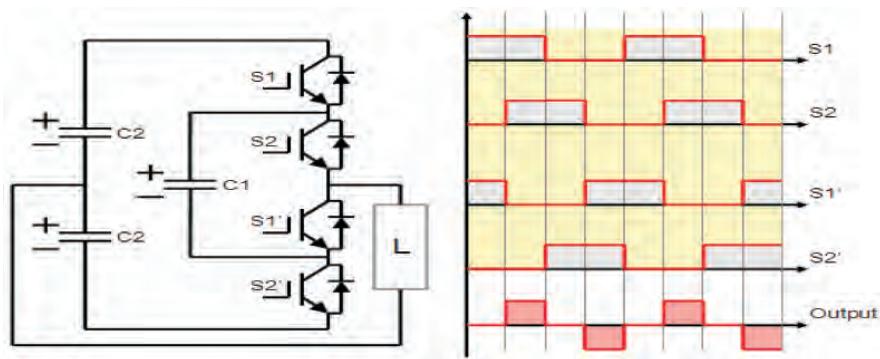


Figura 4.23 Señales de control del inversor capacitor anclado de 3 niveles

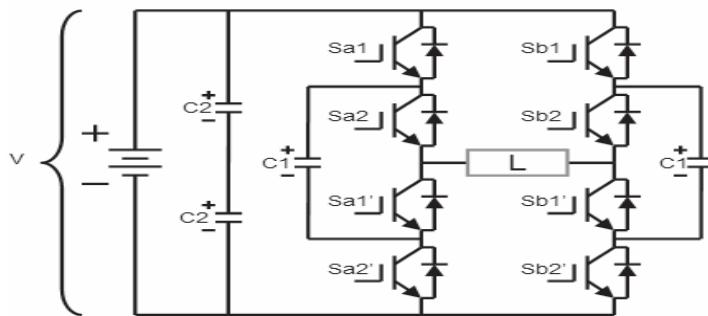


Figura 4.24 Inversor de cinco niveles,  
configuración capacitor anclado conexión cara a cara

### MODULACIÓN POR ANCHO DE PULSO (PWM)

El uso de múltiples pulsos cada medio ciclo, variando su ancho, permite variar la amplitud del voltaje CA. La técnica de modulación por ancho de pulso (PWM) se emplea comúnmente para generar formas de onda de salida con alta calidad, mediante un convertidor de baja potencia. Aplicaciones típicas son: el control de motores y redes de distribución [8-10]. Con esta técnica, la salida de cada polo del convertidor se conmuta varias veces durante un ciclo entre las terminales positiva/negativa de la fuente CD.

La técnica PWM requiere un incremento considerable en el número de las operaciones de los interruptores (una alta frecuencia de comutación), de modo que normalmente se incrementan las pérdidas por comutación [3,11-12].

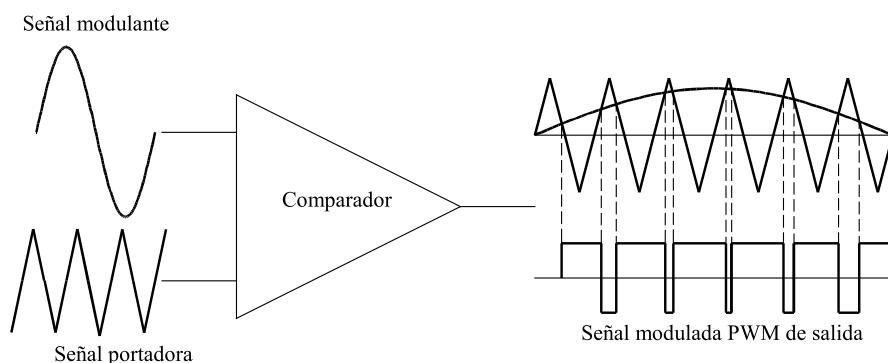
Sin embargo, la siempre creciente frecuencia de comutación de los interruptores de potencia de estado sólido hace posible el uso de la técnica PWM, en aplicaciones de potencia [13-14].

En el caso de los controladores FACTS basados en inversores, la técnica de modulación por ancho de pulso (PWM) se utiliza para el control en fuentes convertidoras de voltaje y corriente, para proporcionar las señales de disparo a los dispositivos de electrónica de potencia [12].

### Modulación senoidal

El valor promedio (CD) de cualquier onda está determinado por el área existente entre la señal y su referencia. En una forma de onda rectangular, si se cambia el ancho del pulso, manteniendo el período constante, se tiene la posibilidad de controlar el valor promedio de la señal ( $V_d$ ) [1-2]. De esta manera, el objetivo de la modulación de ancho de pulso es generar una onda en la que, utilizando una estrategia de control, se pueda variar el ancho de los pulsos. Los esquemas PWM son ampliamente utilizados en aplicaciones de electrónica de potencia tales como los inversores [1-2].

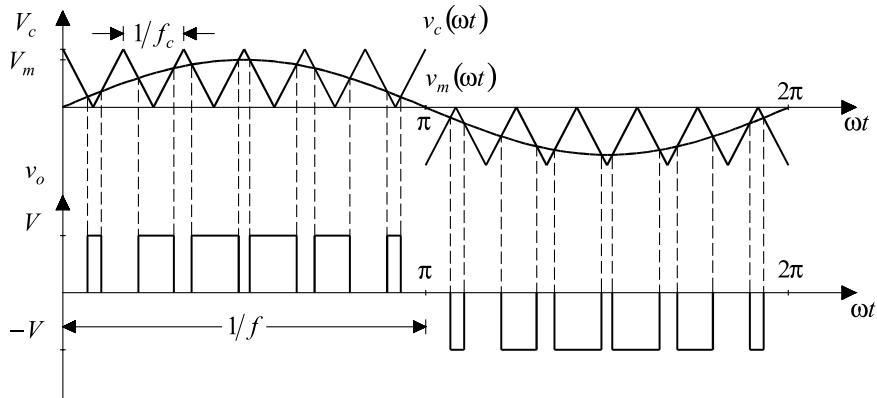
El método PWM senoidal, llamado también SPWM es muy popular en aplicaciones industriales y es utilizado extensivamente. En este tipo de modulación, en lugar de mantener constante el ancho de todos los pulsos, como sucede en otros esquemas PWM, el ancho de cada pulso varía en proporción con la amplitud de una onda senoidal moduladora, que se compara con una onda portadora triangular como se muestra en la figura 4.25 [16]; los puntos de intersección naturales entre ambas ondas determinan la señal modulada de salida.



**Figura 4.25 Principio de la modulación senoidal con onda portadora triangular**

En la modulación senoidal con muestreo natural, una señal modulante senoidal  $v_m(wt)=V_m \operatorname{sen}(\omega t)$  se aplica a una señal portadora triangular  $v_c \omega t$  de amplitud máxima  $V_c$  y desplazada por un componente de CD como se ilustra en la figura 4.26 [16]. Los puntos de intersección natural de  $v_m \omega t$  y  $v_c(\omega t)$ , determinan el tiempo de encendido y la duración de los pulsos modulados. Así, el patrón de pulsos se describe debido al muestreo natural. En la figura 4.26 la amplitud  $V$  de la señal de salida PWM  $v_o(\omega t)$  está

determinada por el voltaje CD de alimentación (no por el patrón de conmutación) si el esquema se aplica a un inversor.



**Figura 4.26 Forma de onda PWM que se obtiene utilizando SPWM con muestreo natural,  $p=12$ ,  $M=0.75$ .**

En las formas de onda PWM el patrón de pulsos depende de la relación del pico de voltaje modulante  $V_m$  al pico de voltaje de la onda portadora  $V_c$ . Esta relación a menudo es llamada *índice de modulación* o *relación de modulación*,  $M$  [16].

$$M = \frac{V_m}{V_c} \quad (117)$$

Variando el valor del voltaje pico  $V_m$  y manteniendo  $V_c$  constante se controla el índice de modulación y, por consiguiente, la señal de salida modulada. El rango usual de  $M$  es  $0 \leq M \leq 1$ .

Una propiedad básica de las formas de onda PWM es la relación entre las frecuencias de la onda portadora y modulante, llamada *relación de modulación de frecuencia*,  $p$  [16].

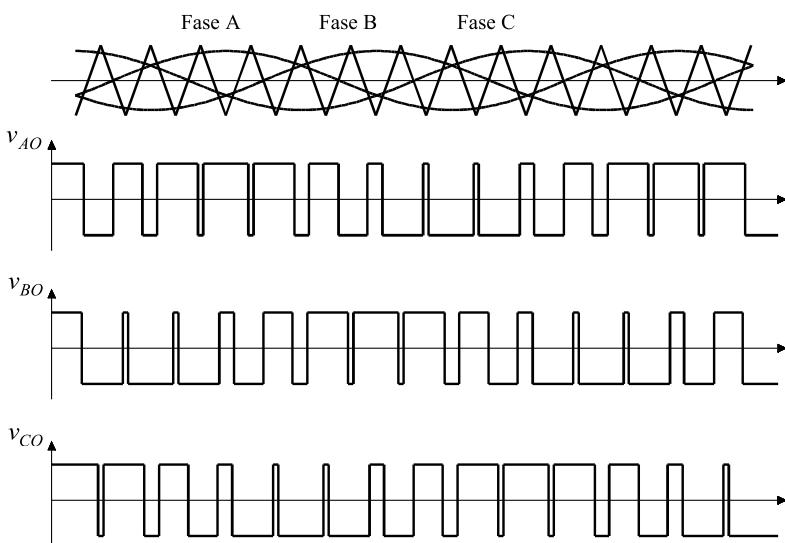
$$p = \frac{f_c}{f_m} \quad (118)$$

donde:

$f_c$  es la frecuencia de la onda portadora.  
 $f_m$  es la frecuencia de la onda modulante.

Si hay un número entero de ciclos de la onda portadora en cada ciclo de la onda modulante ( $p$  entero) la modulación es síncrona, y en este caso se dice que ambas señales están sincronizadas. De otra manera, la modulación es asíncrona, y la señal portadora evoluciona libre con respecto a la señal modulante. Si  $p$  es un entero impar, entonces, la forma de onda modulada tiene simetría de media onda (los medios ciclos positivos y negativos son simétricos) y no contiene armónicos de orden par. Con un valor grande de  $p$  los armónicos dominantes de la forma de onda PWM son también grandes y están agrupados alrededor de la frecuencia portadora y sus bandas laterales.

En operación trifásica la onda portadora triangular usualmente es simétrica, sin componente de CD. En este esquema se tienen tres ondas senoidales modulantes, cada una de ellas desplazada  $120^\circ$ , y se puede utilizar una portadora común para las tres fases [16]. Esto se exhibe en la figura 4.27, así como las formas de onda que se obtienen para un inversor trifásico; en ésta, la relación de frecuencia  $p = 9$  y la relación de modulación  $M$  es casi la unidad. Para obtener a la salida una onda de frecuencia y voltaje variables, se pueden variar la frecuencia y la amplitud de la onda modulante. Para una operación trifásica balanceada,  $p$  debe ser un múltiplo impar de 3. La frecuencia portadora es entonces un múltiplo de 3 de la frecuencia modulante. Así, la forma de onda modulada de salida no contiene a la frecuencia portadora o sus armónicos.



*Figura 4.27 Formas de onda de voltaje para un inversor trifásico SPWM*

En general, los armónicos  $k$  de la forma de onda modulada están dados por

$$k = np \pm m \quad (119)$$

donde:

$n$  es el orden armónico de la portadora.

$m$  es la banda lateral de la portadora.

#### Sobremodulación en esquemas de PWM senoidal

La operación cuando  $M$  se incrementa más allá de la unidad se llama sobremodulación [16], y en este caso, el voltaje de salida ya no es proporcional a  $M$ , figura 4.28. En esta condición ya no se presenta el proceso natural de muestreo. Existen intersecciones entre la onda portadora y la onda modulante que se pierden, tal como se ilustra en la figura 4.29. El resultado es que hay pulsos que no se presentan, siendo este un problema de saltos de voltaje, como se ilustra en la figura 4.30.

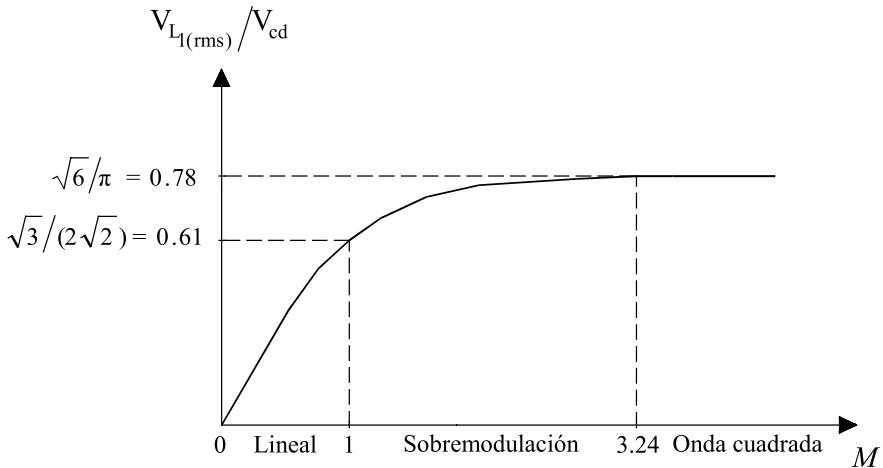
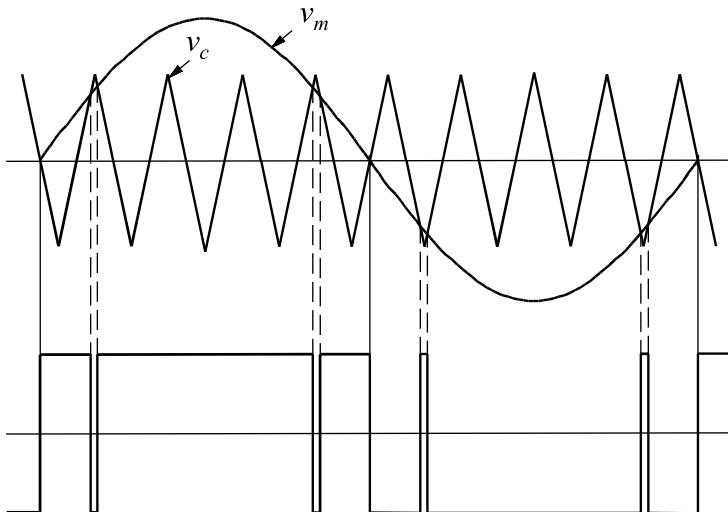


Figura 4.28 Valor RMS del voltaje fundamental de línea relativo a  $V_d$  contra la relación de modulación para SPWM

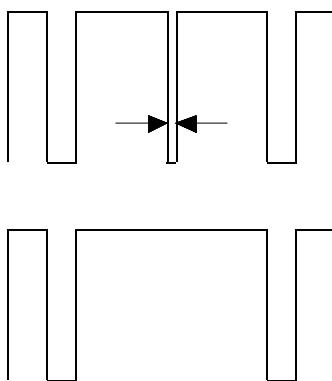
Cuando  $M$  alcanza el valor  $M=3.24$ , las formas de onda originales de PWM se pierden y se entra en operación de onda cuadrada. La variación del voltaje fundamental modulado de salida contra la relación de modulación  $M$  se muestra en la figura 4.28.



*Figura 4.29. Sobremodulación en SPWM*

En comparación con la operación en el rango lineal, la sobremodulación conduce a una operación de onda cuadrada e incrementa el contenido armónico.

Otras opciones para incrementar el voltaje fundamental modulado de salida más allá de  $M=1$ , sin incremento de armónicos, es emplear una onda de referencia (modulante) no senoidal, como una onda trapezoidal, o una senoidal con componente de tercera armónica.



*Figura 4.30 Saltos de voltaje debidos a la sobremodulación*

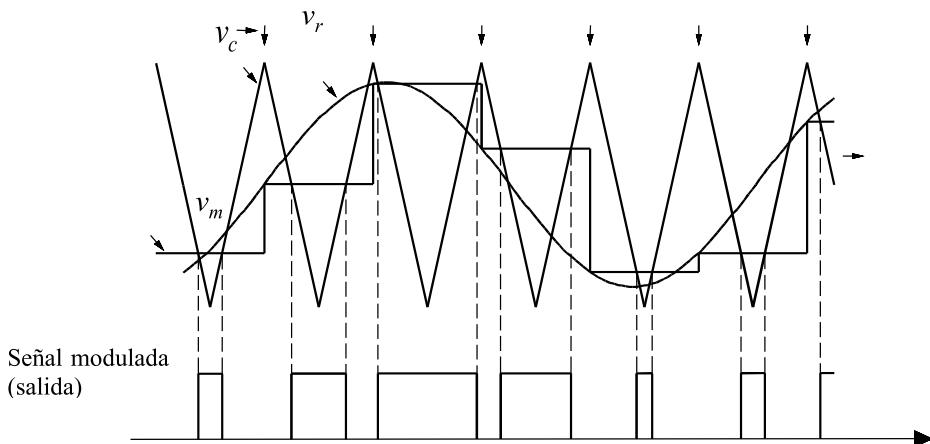
Como alternativa al muestreo natural, la onda de referencia senoidal puede muestrearse a intervalos de tiempo regulares. Si el muestreo ocurre en instantes que corresponden a los picos positivos, o a los picos positivos y negativos de la onda portadora triangular, como se ilustra en las figuras 4.31 y 4.32, el proceso se conoce como muestreo regular o uniforme. Un

valor de muestreo de la onda senoidal de referencia se mantiene constante hasta el próximo instante de muestreo cuando ocurre una transición escalón. La versión escalonada de la onda de referencia se vuelve la onda modulante. La onda modulada de salida resultante está definida por las intersecciones entre la onda portadora y la onda escalonada modulante.

Cuando el muestreo ocurre a la frecuencia de la portadora y coincide con los picos positivos de la onda portadora, como se ilustra en la figura 4.31, las intersecciones de los lados adyacentes de la portadora con la onda escalonada son equidistantes con respecto a los picos no muestreados (negativos). Para cualquier valor de  $M$  el ancho de los pulsos de la onda modulada son simétricos con respecto a los picos inferiores (no muestreados) de la portadora, a este proceso se le llama *muestreo regular simétrico*. El ancho de los pulsos es proporcional a la altura del escalón respectivo, y el centro de los pulsos ocurre a tiempos de muestreo uniformemente espaciados.

Cuando el muestreo coincide con ambos, el pico positivo y negativo de la onda portadora, como se ilustra en la figura 4.32, el proceso se conoce como *muestreo regular asimétrico*. Los lados adyacentes de la onda portadora triangular intersectan la onda modulante escalonada a niveles diferentes de escalón. Así, la onda modulada resultante tiene pulsos que son asimétricos con respecto al punto de muestreo.

Muestreo y retención en  $f_c$

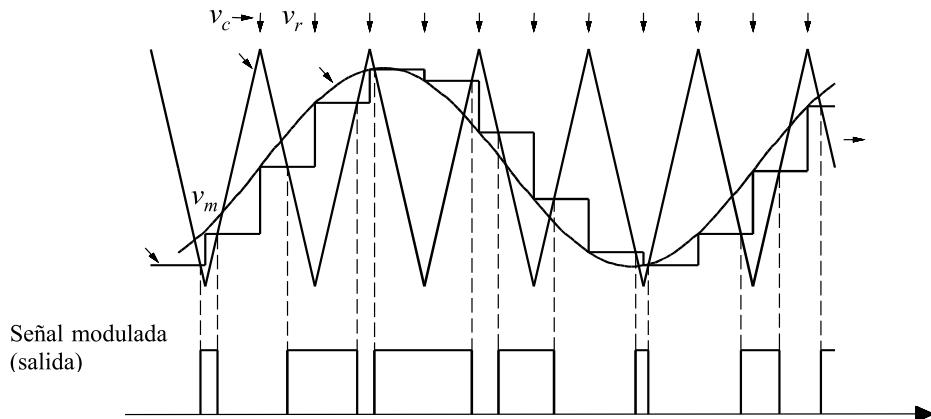


*Figura 4.31 Esquema SPWM de muestreo regular simétrico*

Tanto para el muestreo regular simétrico como asimétrico, las formas de onda moduladas de salida pueden describirse por expresiones analíticas. El número de valores necesarios de una onda senoidal para definir una onda escalonada de muestreo es igual a la relación de modulación de

frecuencia  $p$  (muestreo simétrico) o al doble,  $2p$  (muestreo asimétrico). En ambos casos, el número de valores de muestreo es mucho menor que en el muestreo natural que requiere una muestra a instantes de muestreo de cada grado o medio grado de la onda senoidal modulante.

Muestreo y retención en  $2f_c$



**Figura 4.32. Esquema SPWM de muestreo regular asimétrico**

Es común que los sistemas PWM sean actualmente implementados con técnicas digitales modernas usando PROM (memoria programable de sólo lectura) y circuitos LSI (integración a gran escala). Esto es para evitar el uso de sistemas electrónicos analógicos con sus problemas asociados como nivel de CD, la confiabilidad en osciladores de baja frecuencia, etc. La razón de que se prefiera usar la técnica PWM de muestreo regular en lugar de la técnica de muestreo natural se debe a que requiere mucha menor memoria computacional basada en ROM. Además, la naturaleza analítica de las formas de onda del PWM de muestreo regular hace esta aproximación factible para su implementación usando técnicas basadas en microprocesador, ya que el ancho de los pulsos es fácil de calcular.

## REFERENCIAS

- [1] Randall Shaffer, *Fundamentals of Power Electronics*, Ed. Charles River Media, 2005.
- [2] Muhammad H. Rashid, *Power Electronics Handbook*, Second Edition: Devices, Circuits and Applications. Academic Press.
- [3] CIGRE, “Static Synchronous Compensator”, Working Group 14.19, September 1998.
- [4] Ekanayake, J. B., Jenkins, N., “A Three-level Advanced Static VAR Compensator”, *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 11, no. 1, pp. 540-545.

- [5] C. J. Hatziadoniou, F. E. Chalkiadakis, "A 12-pulse Static Synchronous Compensator for the Distribution System Employing the 3-Level GTO-Inverter", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 12, no. 4, October 1997, pp. 1830-1835.
- [6] Krshnat V. Patil, "Dynamic Compensation of Electrical Power Systems Using a New BVSI-StatCom", Ph. D. Thesis, University of Wester Ontario, London Ontario, Canada, March 1999.
- [7] B. Han, S. Back, H. Kim, G. Karady, "Dynamic Characteristic Analysis of SSSC Based on Multibridge Inverter", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 17, no. 2, April 2002, pp. 623-629.
- [8] J. G. Kassakian, M. F. Schlecht, G. C. Verghese, *Principles of Power Electronics*, Addison-Wesley, 1992.
- [9] N. Mohan, T. M. Undeland, W. P. Robbins, *Power Electronics: Converters, Applications, and Desing*, John Wiley and Sons, 1995.
- [10] Olimpo Anaya-Lara, E. Acha, "Modeling and Analysis of CustomPower Systems by PSCAD/EMTDC", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 17, no.1, January 2002, pp. 266-272.
- [11] Narain G. Hingorani, Laszlo Gyugyi, *Understanding FACTS*, IEEE Press 2000.
- [12] Yong Hua Song, Allan T. Johns, *Flexible AC Transmission Systems FACTS*, IEE Power and Energy Series 30, 1999.
- [13] Pablo García Gonzalez, Aurelio García Cerrada, "Control System for a PWM-Based StatCom", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 15, no. 4, October 2002, pp. 1252-1257.
- [14] G. Venkataramanan, B. K. Johnson, "PulseWidthModulated series compensator", *IEE Proc.- Gener. Transm. Distrib.*, Vol 149, no. 1, January 2002, pp. 71-75.
- [15] C. Schuder, M. Gernhardt, E. Stacey, T. Lemark, L. Gyugyi, T. W. Cese, A. Edris, "Operation of  $\pm 100$ MVAR TVA-StatCom", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 12, no. 4, October 1997.
- [16] D. Grahame Holmes and Thomas A. Lipo, *Pulse Width Modulation for Power Converters. Principles and Practice.*, Wiley Interscience - IEEE Press, 2003.
- [17] Ricardo Dávalos M., Juan M. Ramírez, Rubén Tapia O., "Three-phase Multi-pulse Converter StatCom analysis." *Electrical Power and Energy Systems* 27 (2005), pp. 39-51.

PÁGINA EN BLANCO  
EN LA EDICIÓN IMPRESA

## CAPÍTULO 5

### ANÁLISIS DEL INVERSOR DE 6 Y 12 PULSOS

#### RESUMEN

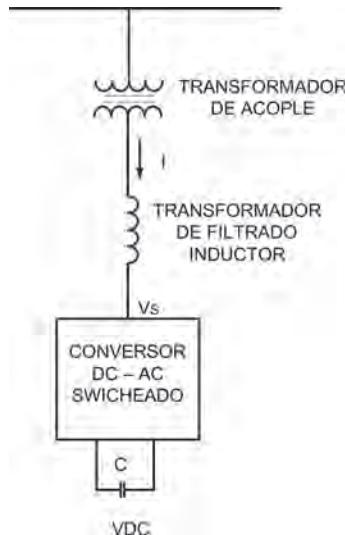
Los dispositivos FACTS han mostrado su aplicabilidad para mejorar la operación de un sistema eléctrico de potencia. Las principales aplicaciones son: estabilidad de voltaje, amortiguamiento de oscilaciones torsionales, el control del voltaje en la red, y la mejora de la estabilidad transitoria. Estas aplicaciones pueden implantarse con un control apropiado (control de la magnitud del voltaje y el ángulo de fase) [1-4].

El compensador estático síncrono (StatCom) es un equipo para compensación de reactivos, conectado en derivación, capaz de generar/absorber potencia reactiva, y cuya salida puede variarse para mantener el control de parámetros específicos del sistema eléctrico. El StatCom proporciona características operativas similares a un compensador síncrono rotatorio sin la inercia mecánica, ya que el StatCom emplea interruptores de estado sólido exhibiendo una enorme controlabilidad, tanto en magnitud como en la fase del voltaje.

#### INTRODUCCIÓN

El StatCom consiste, básicamente, en un transformador de acoplamiento, comúnmente representado mediante una reactancia de dispersión, un inversor trifásico con base en GTO o IGBT, y un capacitor CD. La diferencia del voltaje de CA, a través de la reactancia del transformador, produce intercambio de potencia reactiva entre el StatCom y el sistema de potencia, de modo que puede regularse el voltaje en la barra de la red para mejorar el perfil de voltaje del sistema, lo que es un requerimiento primario del StatCom. Sin embargo, se le puede adicionar una función secundaria, por ejemplo, incrementar el amortiguamiento de las oscilaciones de potencia

[4]. La representación básica del inversor para generación de potencia reactiva se presenta esquemáticamente en la figura 5.1.



*Figura 5.1. Diagrama esquemático del StatCom*

A continuación se describe el principio de operación del StatCom. El VSC genera un voltaje controlable de CA, este voltaje se compara con el voltaje del sistema; cuando la magnitud de éste está por encima de la magnitud del voltaje del inversor, el sistema ve al StatCom como una inductancia conectada en sus terminales. De forma similar, si la magnitud del voltaje de la fuente inversora está por encima del voltaje del sistema, éste ve al StatCom como una capacitancia conectada en sus terminales. Si las magnitudes de voltaje son iguales, la potencia reactiva intercambiada es cero.

Si el StatCom posee una fuente de CD o cuenta con un dispositivo de almacenamiento de energía en su lado de CD, puede suministrar potencia activa a la red. Esto se logra ajustando el ángulo de fase en las terminales del StatCom, respecto al ángulo de fase del sistema de potencia. Cuando el ángulo de fase del sistema adelanta al del inversor, el StatCom absorbe potencia activa de la red; si el ángulo de fase del sistema atrasa al del inversor, el StatCom suministra potencia activa a la red [5-7].

Las aplicaciones típicas del StatCom son:

- Regulación de voltaje efectiva.
- Reducción de sobrevoltajes temporales.
- Mejoramiento de la capacidad de transferencia de potencia en estado estacionario.
- Mejoramiento del margen de estabilidad transitoria.

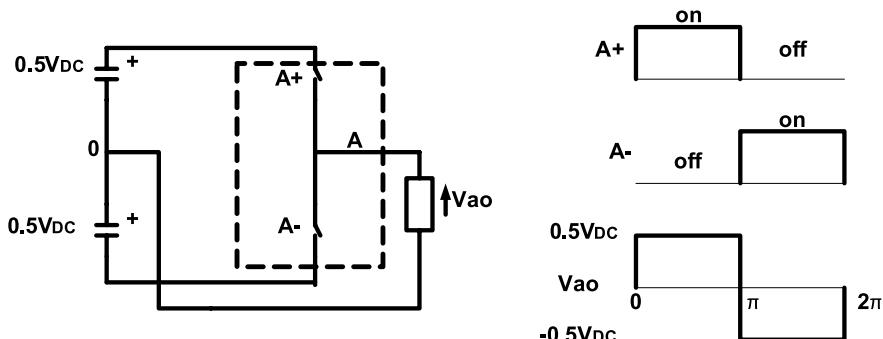
- Amortiguamiento de las oscilaciones de potencia.
- Amortiguamiento de las oscilaciones subsíncronas.
- Mejoramiento de la calidad de energía.
- Aplicaciones a los sistemas de distribución.

Como en todos los FACTS de segunda generación, el inversor es el bloque constitutivo elemental. Un inversor simple genera una forma de onda del voltaje cuadrada, conforme los interruptores conmutan la fuente de CD. Así, se emplean tres técnicas para reducir el contenido armónico en el voltaje de salida del inversor: neutralización de armónicos usando acoplamiento magnético (configuraciones multipulso); reducción de armónicos utilizando configuraciones multinivel; modulación por ancho de pulso (PWM).

#### ANÁLISIS DEL STATCOM BASADO EN UN INVERSOR DE SEIS PULSOS

El inversor se analiza como una red lineal con una topología que cambia dependiendo del estado de los seis interruptores ideales. El análisis explota el hecho de que el sistema es lineal por partes; consecuentemente, en cada intervalo se pueden resolver las ecuaciones correspondientes utilizando técnicas lineales.

La figura 5.2 ilustra el arreglo elemental de un inversor multipulsos, capaz de producir una salida de voltaje CA a partir de una fuente de CD, conforme los interruptores conmutan la fuente.



*Figura 5.2 Inversor elemental*

El esquema práctico más común es el de seis pulsos, que se ilustra en la figura 5.3, compuesto de seis dispositivos, tales como GTO o IGBT junto a un diodo en paralelo.

La señal de disparo  $g_i$  es tal que cada interruptor conduce durante  $180^\circ$  cuando el inversor se conecta a una carga resistiva. La figura 5.4 despliega las señales de control para cada interruptor.

El inversor puede verse como una combinación de tres inversores monofásicos, donde en cada pierna se produce una salida de voltaje desplazada  $120^\circ$  respecto a las otras. Las señales de control están desplazadas  $60^\circ$  una respecto a otra. La secuencia de conmutación mostrada en la figura 5.4 genera el voltaje línea-línea  $v_{ab}(t)$ ,  $v_{bc}(t)$ , y  $v_{ca}(t)$ , como se ilustra en la figura 5.5. Luego, existen tres modos operativos diferentes para cada intervalo de  $60^\circ$  [3]. En el primer medio ciclo la secuencia de operación es 1-5-6, de la figura 5.6, secuencia 1-2-6, de la figura 5.7 y secuencia 1-2-3, de la figura 5.8. Para obtener el voltaje línea-neutro se analizan a continuación los modos de operación.

*Secuencia 1-5-6;  $0 \leq \omega t \leq \pi/3$*

$$\begin{aligned} v_{an} &= v_{cn} = 1/3 V_{DC} \\ v_{bn} &= -2/3 V_{DC} \end{aligned}$$

*Secuencia 1-2-6;  $\pi/3 \leq \omega t \leq 2\pi/3$*

$$\begin{aligned} v_{an} &= 2/3 V_{DC} \\ v_{bn} &= v_{cn} = -1/3 V_{DC} \end{aligned}$$

*Secuencia 1-2-3;  $2\pi/3 \leq \omega t \leq \pi$*

$$\begin{aligned} v_{an} &= v_{bn} = 1/3 V_{DC} \\ v_{cn} &= -2/3 V_{DC} \end{aligned}$$

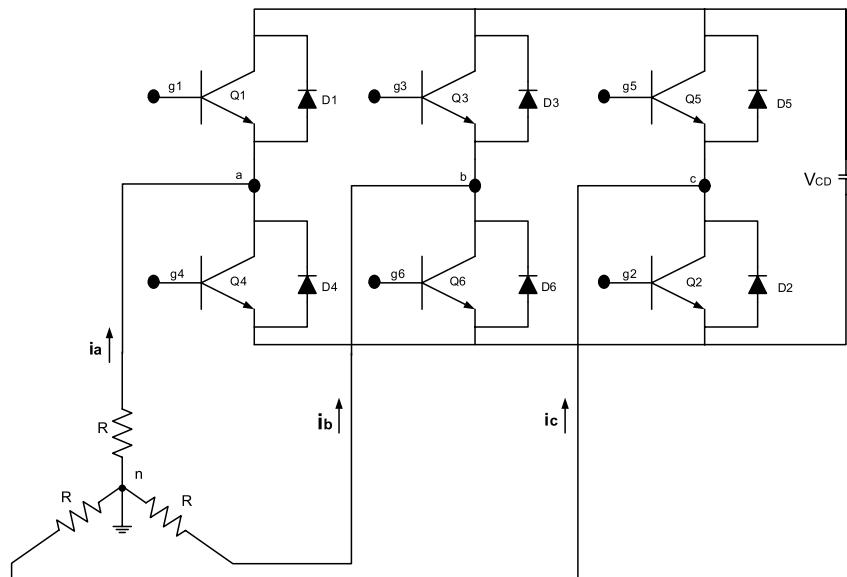
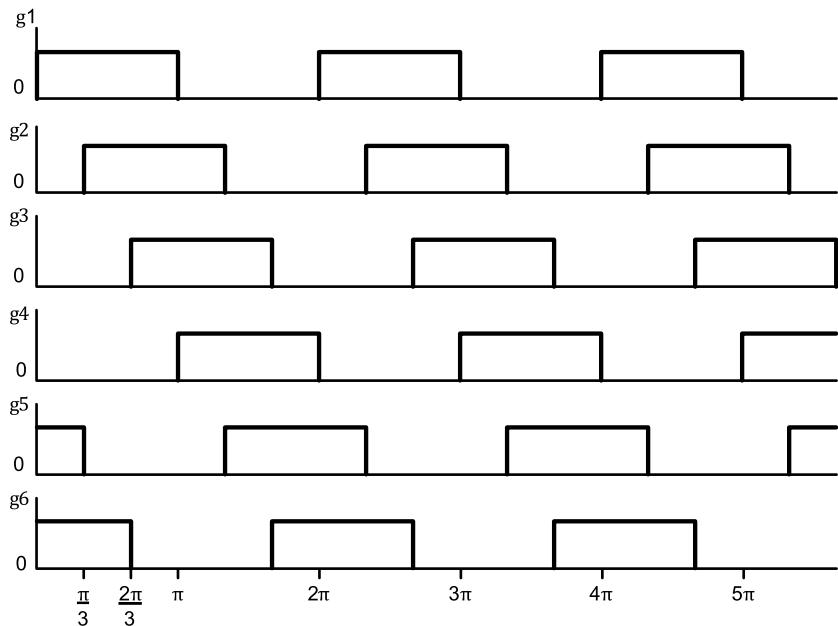
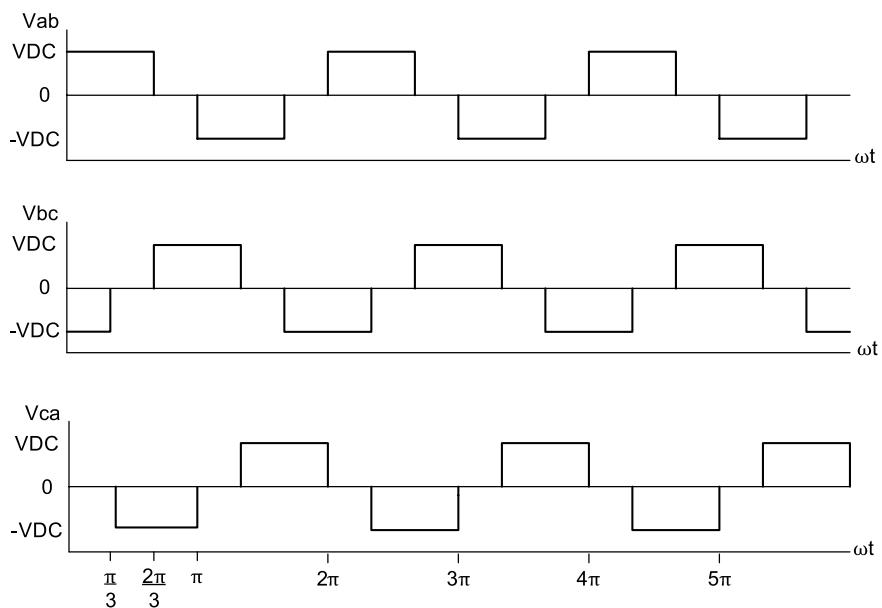


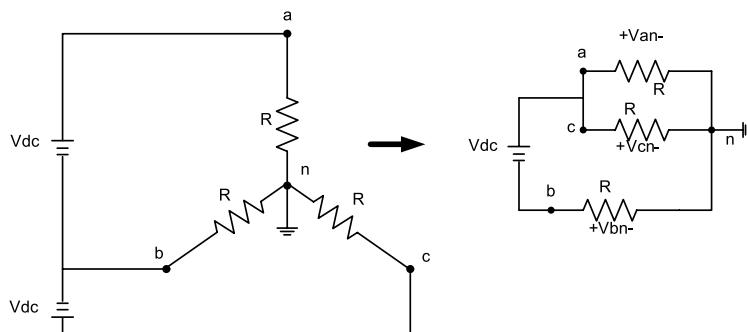
Figura 5.3 Inversor de seis pulsos con carga resistiva



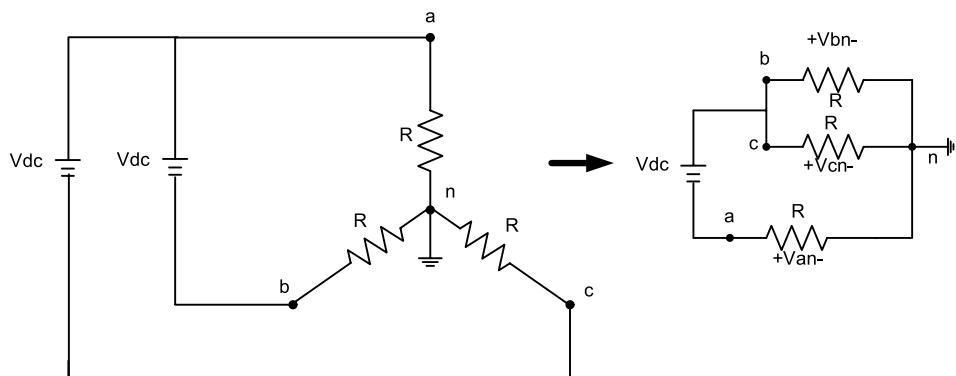
*Figura 5.4. Señales de disparo*



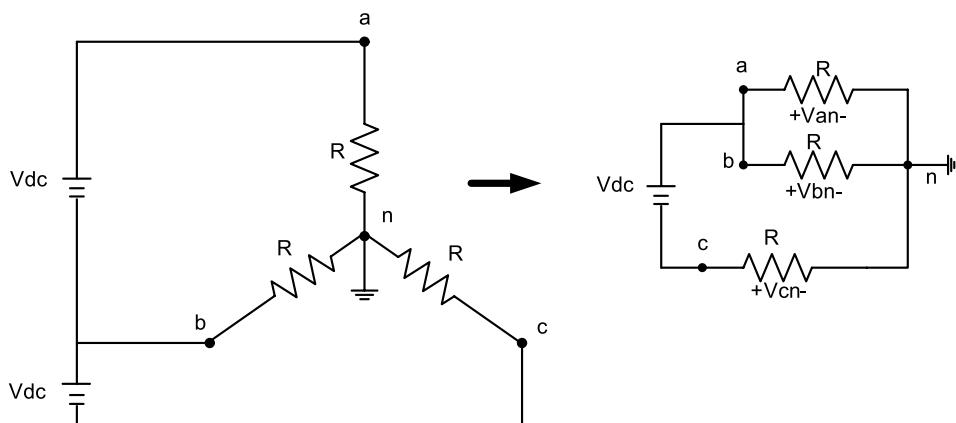
*Figura 5.5 Voltajes línea-línea*



*Figura 5.6 Secuencia 1-5-6*

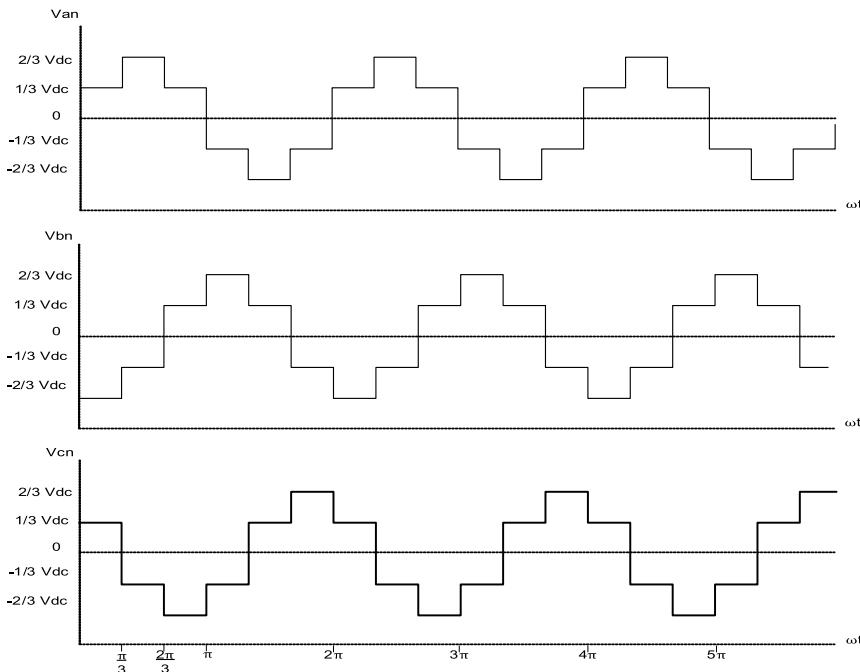


*Figura 5.7 Secuencia 1-2-6*



*Figura 5.8 Secuencia 1-2-3*

Para el siguiente medio ciclo, los modos operativos se obtienen de manera similar, siendo el negativo de los mostrados. La figura 5.9 exhibe los voltajes línea-neutro  $v_{an}(t)$ ,  $v_{bn}(t)$  y  $v_{cn}(t)$ . La sincronización y frecuencia de los voltajes generados dependen directamente de la frecuencia y sincronización de las señales de control, y no del tipo de carga. La magnitud del pico de voltaje depende del voltaje de CD.



*Figura 5.9 Voltajes línea-neutro*

#### Análisis armónico

El contenido armónico de los voltajes línea-línea y línea-neutro se obtiene aplicando un análisis de Fourier a las formas de onda resultantes: simetría de media-onda si el voltaje  $v_{ab}(t)$  se atrasa 30°; por lo tanto:

$$v_{ab}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_{abn} \sin(n\omega t + \frac{\pi}{6} n) \quad (120)$$

donde:

$$V_{abn} = \frac{4}{T} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} V_{DC} \sin(n\omega t) d\omega t \quad (121)$$

$$T = 2\pi$$

De modo que:

$$V_{abn} = \frac{2}{n\pi} V_{DC} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{6} n\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{6} n\right) \right] \quad (122)$$

Nótese que sólo existen los términos  $6r \pm 1$  ( $n = 6r \pm 1$ ), siendo  $r$  cualquier entero positivo, esto es,  $n = 1, 5, 7, 11, 13, \dots$ , por lo que la ecuación (122) se puede reducir a:

$$V_{abn} = \frac{4}{n\pi} V_{DC} \cos\left(\frac{\pi}{6} n\right), \quad \forall n = 6r \pm 1, \quad r = 0, 1, 2, \dots \quad (123)$$

Así, los componentes fundamental y armónicos de voltaje son:

$$V_{abl} = 1.1026 V_{DC} \text{ pico} = 0.7797 V_{DC} \text{ rms} \quad (124)$$

$$V_{abn} = \frac{1.1026}{n} V_{DC} \text{ pico} = \frac{0.7797}{n} V_{DC} \text{ rms} \quad (125)$$

Los voltajes  $v_{bc}(t)$  y  $v_{ca}(t)$  presentan un patrón similar, excepto que están desplazados  $120^\circ$  y  $240^\circ$ , respectivamente de  $v_{ab}(t)$ .

$$v_{ab}(t) = \frac{4}{\pi} V_{DC} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos\left(\frac{\pi}{6} n\right) \sin(n\omega t + \frac{\pi}{6} n) \quad (126)$$

$$v_{bc}(t) = \frac{4}{\pi} V_{DC} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos\left(\frac{\pi}{6} n\right) \sin(n\omega t - \frac{\pi}{2} n) \quad (127)$$

$$v_{ca}(t) = \frac{4}{\pi} V_{DC} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos\left(\frac{\pi}{6} n\right) \sin(n\omega t - \frac{7\pi}{6} n) \quad (128)$$

$$\forall n = 6r \pm 1, \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

De manera similar, aplicando simetría de media-onda, se calcula el contenido armónico de los voltajes línea-neutro:

$$v_{an}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_{an\_n} \sin(n\omega t) \quad (129)$$

donde:

$$V_{an\_n} = \frac{4}{3T} V_{DC} \left[ \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin(n\omega t) d\omega t + 2 \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin(n\omega t) d\omega t + \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \sin(n\omega t) d\omega t \right] \quad (130)$$

$$T = 2\pi$$

Por lo tanto:

$$V_{an\_n} = \frac{2}{3n\pi} V_{DC} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{3}n\right) + 1 - (-1)^n \right] \quad (131)$$

Aunque las formas de onda de los voltajes línea-línea y línea-neutro son diferentes, presentan un contenido armónico similar. Los voltajes línea-neutro también tienen los términos  $6r \pm 1$  ( $n = 6r \pm 1$ ), donde  $r$  es cualquier entero positivo, esto es,  $n = 1, 5, 7, 11, 13, \dots$ . La ecuación (131) puede expresarse mediante:

$$V_{an\_n} = \frac{4}{3n\pi} V_{DC} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) + 1 \right] \quad \forall n = 6r \pm 1, \quad r = 0, 1, 2, \dots \quad (132)$$

Los voltajes pico y rms de los componentes fundamental y armónico son:

$$V_{an1} = 0.6366 V_{DC} \text{ pico} = 0.4502 V_{DC} \text{ rms}$$

$$V_{an\_n} = \frac{0.6366}{n} V_{DC} \text{ pico} = \frac{0.4502}{n} V_{DC} \text{ rms}$$

Por lo tanto, los voltajes línea-neutro son:

$$v_{an}(t) = \frac{4}{3\pi} V_{DC} \sum_n^{\infty} \frac{1}{n} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) + 1 \right] \sin(n\omega t) \quad (133)$$

$$v_{bn}(t) = \frac{4}{3\pi} V_{DC} \sum_n^{\infty} \frac{1}{n} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) + 1 \right] \sin(n\omega t - \frac{2\pi}{3}) \quad (134)$$

$$v_{cn}(t) = \frac{4}{3\pi} V_{DC} \sum_n^{\infty} \frac{1}{n} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) + 1 \right] \sin(n\omega t - \frac{4\pi}{3}) \quad (135)$$

$$\forall n = 6r \pm 1, \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

Los componentes fundamental y armónico de los voltajes línea-línea y línea-neutro están desfasados  $30^\circ$ . La amplitud de los voltajes línea-línea es  $\sqrt{3}$  veces la amplitud del voltaje línea-neutro, y los componentes armónicos no incluidos en el conjunto  $n = 12r \pm 1$  están en oposición de fase. Esto se expresa mediante las siguientes relaciones:

$$V_{ab1} = \sqrt{3} V_{an1}$$

$$V_{ab5} = -\sqrt{3} V_{an5}$$

$$V_{ab7} = -\sqrt{3} V_{an7}$$

$$V_{ab11} = \sqrt{3} V_{an11}$$

$$V_{ab13} = \sqrt{3} V_{an13}$$

En forma general:

$$V_{abn} = (-1)^r \sqrt{3} V_{an\_n} \quad (136)$$

donde  $n = 6r \pm 1$  y  $r = 0, 1, 2, \dots$

Si el VSC de la figura 5.3 se carga resistivamente (factor de potencia unitario), los diodos no conducen en ningún momento; pero si la carga es inductiva, el periodo de conducción de los transistores estaría entre  $90^\circ - 180^\circ$ , y el de los diodos entre  $0^\circ - 90^\circ$ . Las figuras 5.10, 5.11 y 5.12 ilustran el periodo de conducción para el primer par transistor-diodo donde se consideró una carga conectada en estrella con un factor de potencia inductivo de 0.5 ( $R = 1 \Omega$ ,  $L = 4.59944 \text{ mH}$ ), como se ilustra en la figura 5.10. En este caso, los transistores conducen durante  $120^\circ$  y los diodos  $60^\circ$ . Similarmente, para una carga inductiva con factor de potencia 0.8660 ( $R = 1 \Omega$ ,  $L = 1.5315 \text{ mH}$ ), los transistores conducen  $150^\circ$ , mientras los diodos lo hacen  $30^\circ$ , como se ilustra en la figura 5.11. Finalmente, en la figura 5.12 se muestra el comportamiento ante un factor de potencia cero, donde el periodo de conducción de transistores y diodos es de  $90^\circ$ .

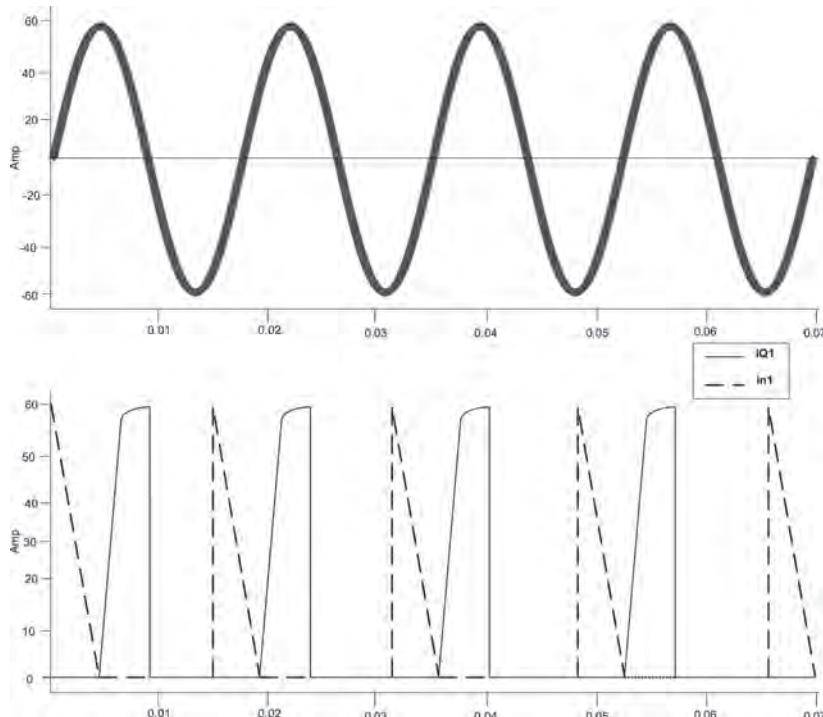


Figura 5.10 Periodo de conducción-factor de potencia 0.5 inductivo

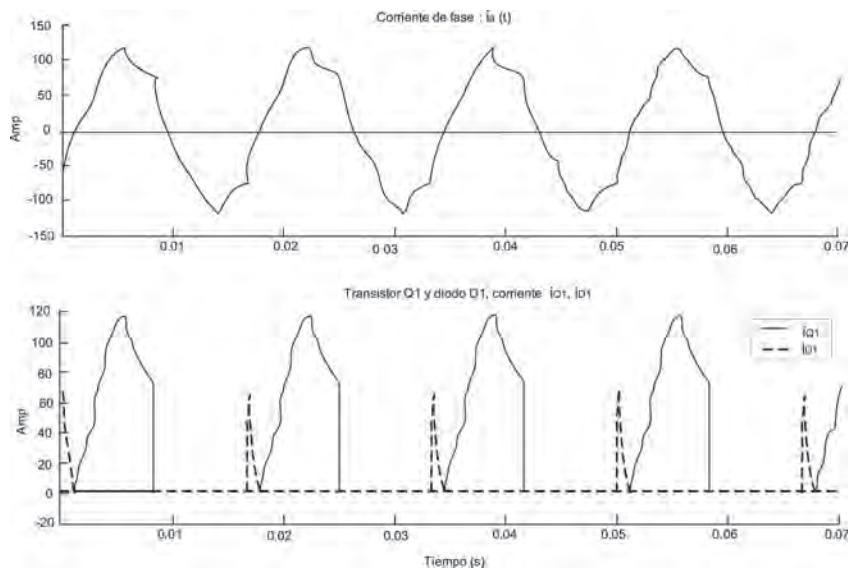


Figura 5.11. Período de conducción-factor de potencia 0.866 inductivo

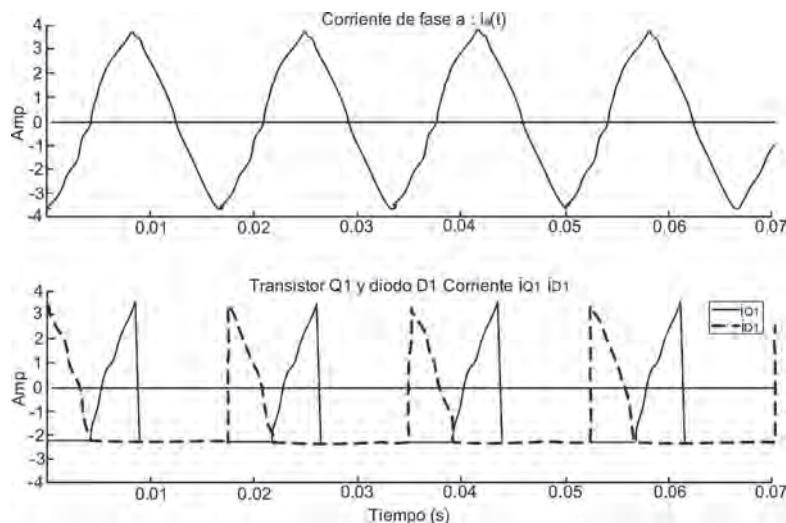


Figura 5.12 Período de conducción-factor de potencia cero

#### EL COMPENSADOR ESTÁTICO SÍNCRONO (STATCOM) BASADO EN UNA VSC DE SEIS PULSOS

Los compensadores estáticos son dispositivos con la capacidad de generar y absorber potencia activa y reactiva, aunque las aplicaciones más comunes están en el intercambio de potencia reactiva entre el compensa-

dor y la red eléctrica. El StatCom basado en seis pulsos, como se ilustra en la figura 5.13, es el compensador elemental.

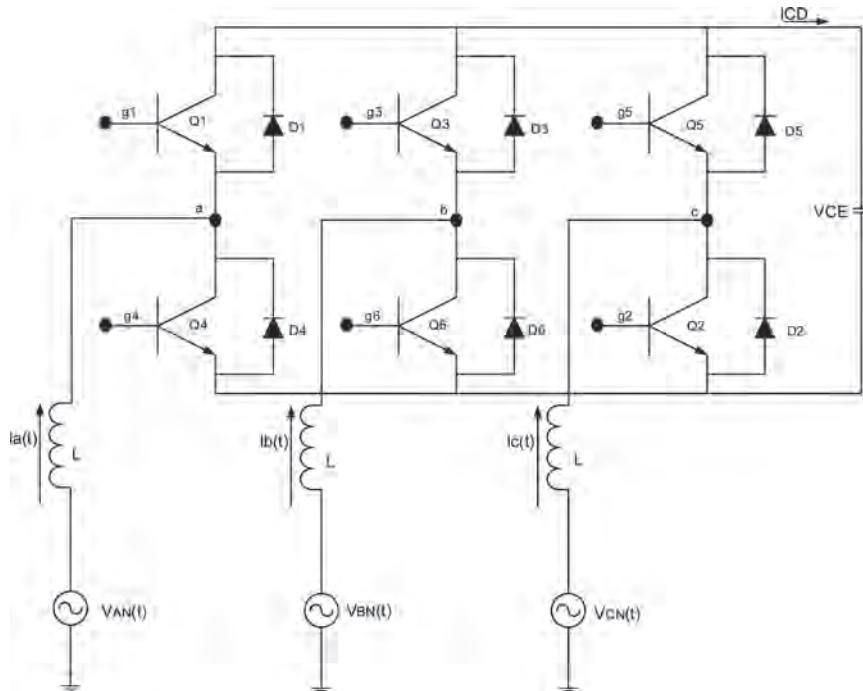


Figura 5.13. StatCom de seis pulsos

El intercambio de potencia reactiva entre la red de CA y el compensador, se controla variando la magnitud del componente fundamental del voltaje del inversor por encima/debajo del voltaje de la red. El control del compensador se logra mediante pequeñas variaciones del ángulo de conmutación de los dispositivos semiconductores, de modo que el componente fundamental del voltaje se desfase unos cuantos grados respecto al voltaje de CA de la red. Esto causa que la potencia activa fluya hacia o desde el inversor modificando el valor del voltaje CD del capacitor, y consecuentemente la magnitud del voltaje del inversor y su potencia reactiva. Si el compensador suministra sólo potencia reactiva, la potencia activa proporcionada por el capacitor de CD es cero. Por lo tanto, el capacitor no modifica su voltaje [1].

#### Señales de corriente

El flujo de corriente entre el compensador y la red se determina por el voltaje a través del transformador de enlace. Considere que el voltaje de la red es senoidal  $e_{an}(t) = V_m \operatorname{sen}(\omega t)$ , entonces la magnitud de los voltajes fundamental y armónicos están dados por las ecuaciones (137) y (138). De la ecuación (132)  $v_{an}(t) = 0.6366V_{DC} \operatorname{sen}(\omega t)$ , por lo que las corrientes son:

$$i_a(t)_1 = -\frac{V_m - 0.6366V_{DC}}{\omega L} \cos(\omega t) \quad (\text{componente fundamental})$$

$$i_a(t)_n = \frac{0.6366V_{DC}}{n^2 \omega L} \cos(n\omega t) \quad (n - \text{ésimo armónico})$$

La corriente fundamental también se denomina corriente reactiva fundamental  $I_q$ , la cual se expresa:

$$I_{a1} = I_q = \frac{V_m - 0.6366V_{DC}}{\omega L} \quad (137)$$

$$I_{an} = \frac{0.6366V_{DC}}{n^2 \omega L}, \quad n > 1 \quad (138)$$

La corriente fundamental será adelantada cuando  $V_m < 0.6366V_{DC}$ ; esto es, si la amplitud del voltaje del inversor se incrementa por encima del voltaje CA de la red (la corriente fluye del convertidor al sistema). En este caso el compensador se ve como un capacitor desde la red.

La corriente fundamental será atrasada cuando  $V_m > 0.6366V_{DC}$ ; esto es, si la amplitud del voltaje del inversor disminuye por debajo del voltaje CA de la red (la corriente fluye desde la red hacia el compensador). En este caso el compensador se ve como un inductor desde la red, como se ilustra en la figura 5.14.

De la ecuación (138) puede deducirse que las corrientes armónicas fluyen solamente desde el compensador hacia el sistema. La figura 5.15 ilustra la relación entre el voltaje CD ( $V_{CD}$ ) y la corriente reactiva fundamental. También se presentan las corrientes armónicas de bajo orden como una función de la corriente reactiva fundamental.

Tomando en cuenta el voltaje en el transformador de acoplamiento, se deriva la ecuación que describe la corriente de CA  $i_a(t)$ , figura 5.16. Las corrientes de las otras fases están desfasadas  $120^\circ$ .

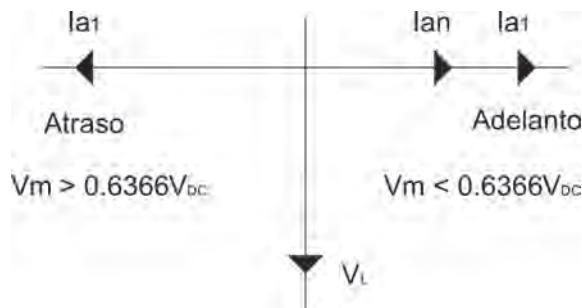


Figura 5.14 Entrega/absorción de reactivos

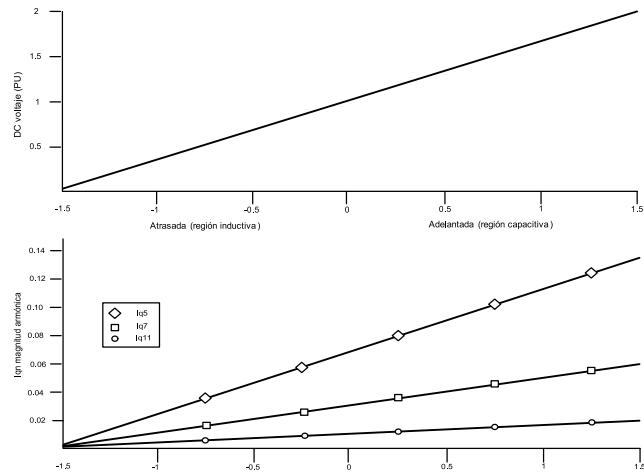
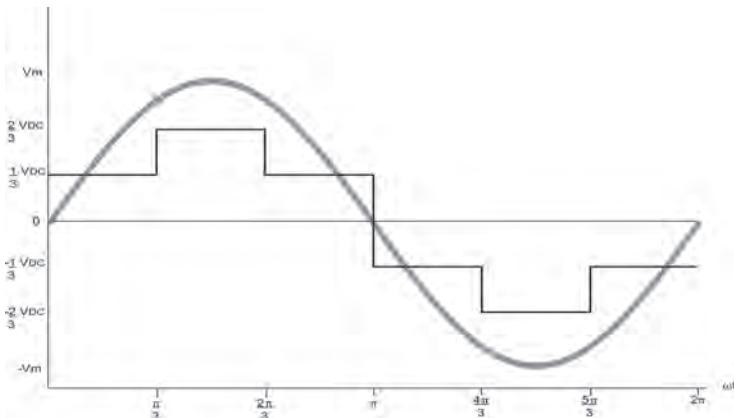

 Figura 5.15 Relación entre voltaje  $V_{DC}$  y corrientes


Figura 5.16 Voltajes de la red y compensador

El voltaje en la inductancia del transformador es  $v_L(t) = L \frac{d}{dt} i_a(t)$ , donde  $v_L(t)$  es el voltaje instantáneo del inductor, en este caso, la diferencia de voltaje entre el nodo de la red  $e_{an}(t)$  y el compensador  $v_{an}(t)$ . Las siguientes expresiones se escriben para cada intervalo de  $60^\circ$ .

*Sub-intervalo:  $0 \leq \omega t \leq \pi/3$*

$$v_L(t) = V_m \operatorname{sen}(\omega t) - \frac{1}{3} V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \quad (139)$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} [\cos(\omega t) - 1] - \frac{1}{3L} V_{DC} t + I_0$$

donde  $I_0$  es la condición inicial  $i_a(0) = I_0$ .

*Sub-intervalo:  $\pi/3 \leq \omega t \leq 2\pi/3$*

$$\begin{aligned} v_L(t) &= V_m \operatorname{sen}(\omega t) - \frac{2}{3} V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \\ i_a(t) &= -\frac{V_m}{\omega L} [\cos(\omega t) - 0.5] - \left[ \frac{2}{3L} t - \frac{2\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} + I_1 \end{aligned} \quad (140)$$

donde  $I_1 = i_a(\pi/3\omega)$

*Sub-intervalo:  $2\pi/3 \leq \omega t \leq \pi$*

$$\begin{aligned} v_L(t) &= V_m \operatorname{sen}(\omega t) - \frac{1}{3} V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \\ i_a(t) &= -\frac{V_m}{\omega L} [\cos(\omega t) - 0.5] - \left[ \frac{1}{3L} t - \frac{2\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} + I_2 \end{aligned} \quad (141)$$

donde  $I_2 = i_a(2\pi/3\omega)$

En estado estacionario, la forma de onda de la corriente es simétrica, por lo tanto,  $i_a(\pi/3\omega) = 0$ . Tomando en cuenta esto, la condición  $I_0$  se evalúa mediante:

$$i_a\left(\frac{\pi}{2\omega}\right) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 0.5 \right] - \left[ \frac{2}{3L} \frac{\pi}{2\omega} - \frac{2\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} + I_1 = 0 \quad (142)$$

$$I_1 = -\frac{V_m}{\omega L} 0.5 + \frac{\pi}{9\omega L} V_{DC}$$

$$I_1 = i_a\left(\frac{\pi}{3\omega}\right) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - 1 \right] - \left[ \frac{1}{3L} \right] V_{DC} \frac{\pi}{3\omega} + I_0 \quad (143)$$

$$I_1 = \frac{V_m}{\omega L} 0.5 - \frac{\pi}{9\omega L} V_{DC} + I_0$$

Igualando las ecuaciones (142) y (143), se estima la condición de estado estacionario:

$$I_0 = -\frac{V_m}{\omega L} + \frac{2\pi}{9\omega L} V_{DC} \quad (144)$$

Sustituyendo la ecuación (144) en (139) se derivan las ecuaciones de estado estacionario, obteniendo:

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[ \frac{1}{3L}t - \frac{2\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} \quad (145)$$

$$0 \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3}$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[ \frac{2}{3L}t - \frac{\pi}{3\omega L} \right] V_{DC} \quad (146)$$

$$\frac{\pi}{3} \leq \omega t \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[ \frac{1}{3L}t - \frac{\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} \quad (147)$$

$$\frac{2\pi}{3} \leq \omega t \leq \pi$$

Para el sub-intervalo complementario,  $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$ , la forma de onda de la corriente es el negativo de las ecuaciones arriba descritas; en la figura 5.17 exhibe la corriente. Para el caso en adelanto se utilizaron los siguientes valores  $V_{DC} = 6V$ ,  $V_m = 2.5V$ , y  $L = 3 \text{ mH}$ ; para el caso en atraso  $V_{DC} = 6V$ ,  $V_m = 4.5V$ , y  $L = 3 \text{ mH}$ .

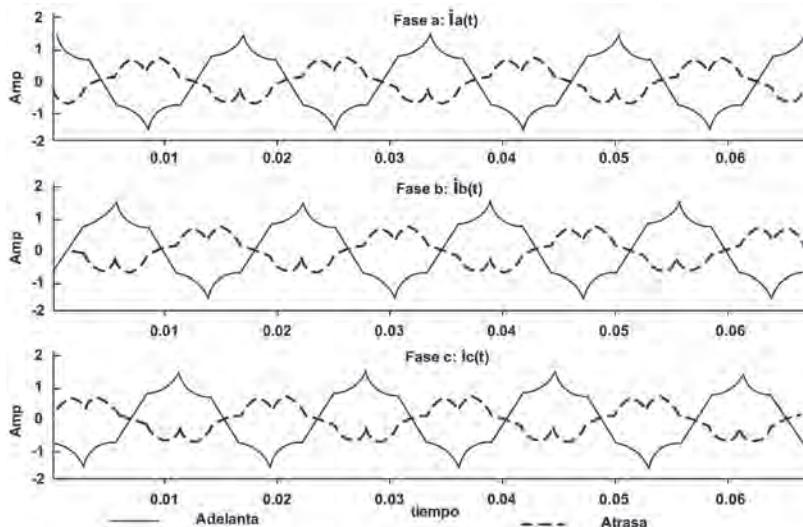


Figura 5.17 Formas de onda de la corriente

### Periodos de conducción de transistores y diodos

Con las ecuaciones de corriente precedentes, es posible predecir el periodo de conducción de cada transistor y diodo. Cuando sólo se intercambia potencia reactiva (factor de potencia cero), los transistores y diodos del circuito inversor conducen 90°.

Si el compensador absorbe potencia reactiva, los transistores se apagan naturalmente al cruce por cero de la corriente. Cuando genera potencia reactiva, los transistores se apagan en el pico de la corriente CA. El siguiente algoritmo propone una manera de determinar el periodo de conducción de cada dispositivo a cualquier factor de potencia con base en la corriente de CA y las señales de disparo.

- *Pierna 1*

*Pulso  $g_1$  arriba:*

- si  $i_a(t)$  es positiva,  $D_1$  conduce
- si  $i_a(t)$  es negativa,  $Q_1$  conduce

*Pulso  $g_4$  arriba:*

- si  $i_a(t)$  es positiva,  $Q_4$  conduce
- si  $i_a(t)$  es negativa,  $D_4$  conduce

- *Pierna 2*

*Pulso  $g_3$  arriba:*

- si  $i_b(t)$  es positiva,  $D_3$  conduce
- si  $i_b(t)$  es negativa,  $Q_3$  conduce

*Pulso  $g_6$  arriba:*

- si  $i_b(t)$  es positiva,  $Q_6$  conduce
- si  $i_b(t)$  es negativa,  $D_6$  conduce

- *Pierna 3*

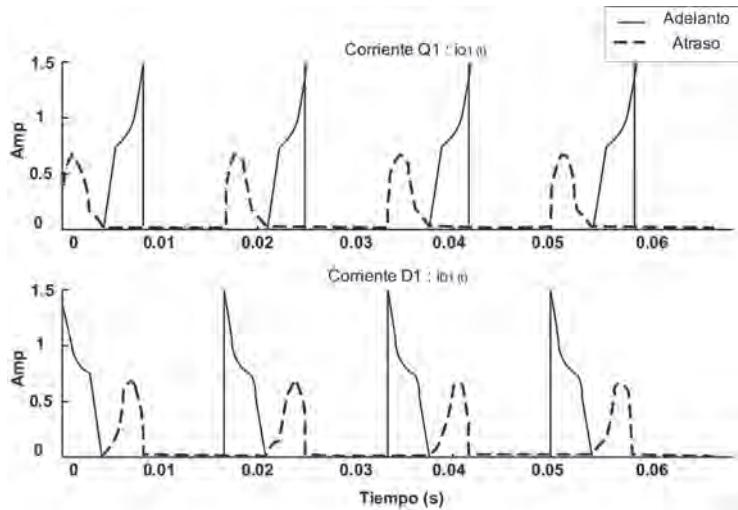
*Pulso  $g_5$  arriba:*

- si  $i_c(t)$  es positiva,  $D_5$  conduce
- si  $i_c(t)$  es negativa,  $Q_5$  conduce

*Pulso  $g_2$  arriba:*

- si  $i_c(t)$  es positiva,  $Q_2$  conduce
- si  $i_c(t)$  es negativa,  $D_2$  conduce

El periodo de conducción de  $Q_1$  y  $D_1$  para corriente en adelanto y atraso se presentan en la figura 5.18.

Figura 5.18 Período de conducción de  $Q_1$  y  $D_1$ 

### Corriente del capacitor

La corriente del capacitor se compone de segmentos de las tres corrientes de CA, y depende de cuáles semiconductores estén conduciendo en cada sub-intervalo de  $60^\circ$ . De la figura 5.13 puede escribirse:

$$i_{D1}(t) + i_{D3}(t) + i_{D5}(t) + i_{DC}(t) = i_{Q1}(t) + i_{Q3}(t) + i_{Q5}(t)$$

de modo que

$$i_{DC}(t) = i_{Q1}(t) + i_{Q3}(t) + i_{Q5}(t) - [i_{D1}(t) + i_{D3}(t) + i_{D5}(t)] \quad (148)$$

*Sub-intervalo:  $0 \leq \omega t \leq \pi/3$*

$$i_{DC}(t) = i_a(t) + i_c(t)$$

donde:

$$i_c(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \right] - \left[ \frac{1}{3L} t + \frac{\pi}{9\omega L} \right] V_{DC}$$

Por lo tanto:

$$i_{DC}(t) = \frac{V_m}{\omega L} \left[ \sin(\omega t - \frac{\pi}{6}) \right] - \left[ \frac{2}{3L} t - \frac{\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} \quad (149)$$

*Sub-intervalo:  $\pi/3 \leq \omega t \leq 2\pi/3$*

$$i_{DC}(t) = i_a(t)$$

$$i_{DC}(t) = \frac{V_m}{\omega L} \left[ \operatorname{sen}(\omega t - \frac{\pi}{2}) \right] - \left[ \frac{2}{3L}t - \frac{\pi}{3\omega L} \right] V_{DC} \quad (150)$$

*Sub-intervalo:  $\pi/3 \leq \omega t \leq 2\pi/3$*

$$i_{DC}(t) = i_a(t) + i_b(t)$$

donde:

$$i_b(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \right] - \left[ \frac{1}{3L}t - \frac{4\pi}{9\omega L} \right] V_{DC}$$

Por lo tanto:

$$i_{DC}(t) = \frac{V_m}{\omega L} \left[ \operatorname{sen}(\omega t - \frac{5\pi}{6}) \right] - \left[ \frac{2}{3L}t - \frac{5\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} \quad (151)$$

Estas expresiones son similares, excepto desplazadas  $60^\circ$  entre ellas. Por lo tanto, la corriente del capacitor en los restantes sub-intervalos se repite, de modo que su forma de onda exhibe seis veces la frecuencia de CA.

#### Voltaje del capacitor

El análisis previo asume un voltaje CD constante con cero rizo, lo que es equivalente a considerar una capacitancia infinita. Al tomar en cuenta una capacitancia finita se presenta rizo de voltaje, que depende del valor del capacitor y de su corriente. Asumiendo que la corriente del capacitor permanece sin modificaciones respecto a las ecuaciones (149)-(151), puede estimarse el voltaje del capacitor. Con tal consideración, resulta un rizo de voltaje mínimo [4].

El voltaje del capacitor está dado por, la ecuación (152).

$$v_{cap}(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_{DC}(t) dt + V_0 \quad (152)$$

donde  $V_0$  es la condición inicial en  $t=0$ ;  $V_0 = v_{cap}(0)$ . Sustituyendo la ecuación (149) en la ecuación (152) se tiene:

$$v_{cap}(t) = -\frac{V_m}{\omega^2 LC} \left[ \cos(\omega t - \frac{\pi}{6}) \right] - \left[ \frac{1}{3LC} t^2 \right] V_{DC} + \frac{\pi}{9\omega LC} V_{DC} t + \frac{\sqrt{3}V_m}{2\omega^2 LC} + V_0 \quad (153)$$

El valor de  $V_0$  se calcula a partir del componente promedio de la ecuación (153) con un periodo  $T = \pi / 3\omega$ . Al mismo tiempo, se determina el nivel de voltaje CD,  $V_{DC}$  mediante la ecuación (154):

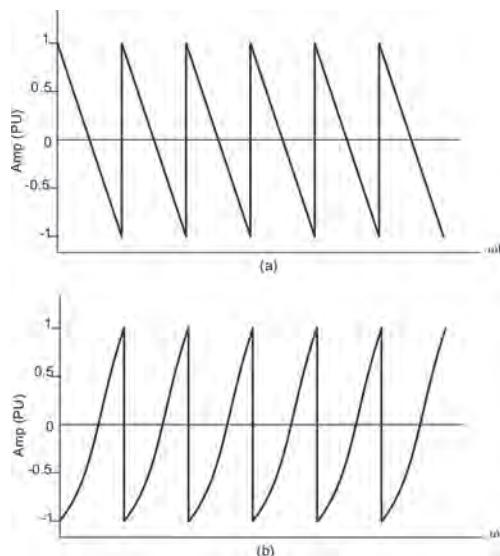
$$V_{DC} = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{\pi}{3\omega}} v_{cap}(t) dt \quad (154)$$

$$V_{DC} = \frac{3\omega}{\pi} \left[ -\frac{V_m}{\omega^3 LC} - \frac{\pi^3}{243\omega^3 LC} V_{DC} + \frac{\pi^3}{162\omega^3 LC} + \frac{\sqrt{3}\pi}{6\omega^3 LC} V_m + \frac{\pi}{3\omega} V_0 \right]$$

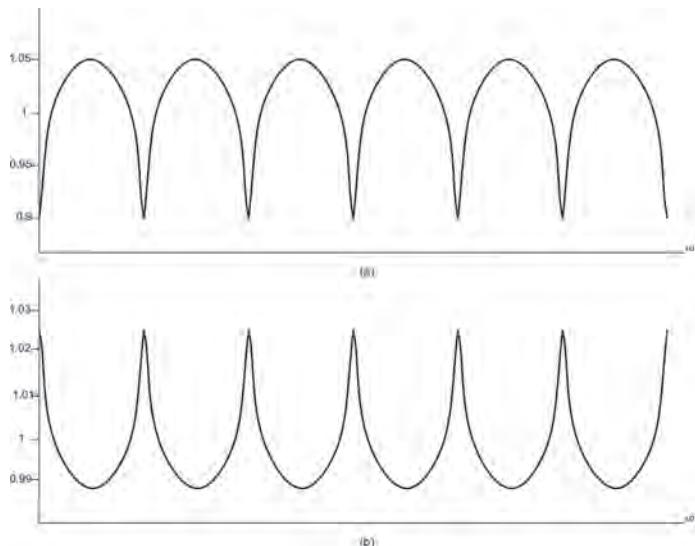
Simplificando:

$$V_0 = 0.0889 \frac{V_m}{\omega^2 LC} - 0.0609 \frac{1}{\omega^2 LC} V_{DC} + V_{DC} \quad (155)$$

La corriente y voltaje del capacitor, obtenidas en las ecuaciones (149)-(155), se presentan en las figuras 5.19 y 5.20



*Figura 5.19 Corriente del capacitor. a) generando potencia reactiva; b) absorbiendo potencia reactiva*



**Figura 5.20 Voltaje del capacitor. a) generando potencia reactiva; b) absorbiendo potencia reactiva**

Esta última ilustra que el voltaje pico del capacitor  $V_{pk}$  ocurre cuando el compensador está generando potencia reactiva (corriente adelantada),  $\omega t = 30^\circ$ .

$$V_{pk} = v_{ap}\left(\frac{\pi}{6\omega}\right) = -\frac{V_m}{\omega^2 LC} - \frac{V_{DC}}{3LC} \left(\frac{\pi}{6\omega}\right)^2 + \frac{\pi V_{DC}}{9\omega LC} \left(\frac{\pi}{6\omega}\right) + \frac{\sqrt{3}V_m}{2\omega^2 LC} + 0.0889 \frac{V_m}{\omega^2 LC} - 0.0609 \frac{V_{DC}}{\omega^2 LC} + V_{DC}$$

Simplificando se obtiene la ecuación (156):

$$V_{pk} = -0.0451 \frac{V_m}{\omega^2 LC} + 0.0305 \frac{V_{DC}}{\omega^2 LC} + V_{DC} \quad (156)$$

El voltaje pico es importante ya que el voltaje del capacitor se aplica directamente a los dispositivos semiconductores, por lo tanto, éstos deben ser capaces de soportarlo.

La figura 5.21 presenta el voltaje línea-neutro,  $v_{an}(t)$ , y el voltaje línea-línea,  $v_{ab}(t)$ , cuando el compensador se opera con un capacitor finito como fuente de CD. Nótese el efecto del rizo de voltaje. El voltaje y corriente del capacitor se ilustran en la figura 5.22. Estos resultados se obtuvieron utilizando los siguientes parámetros:  $C = 500 \mu F$ ,  $L = 3 mH$ ,  $V_m = 2.5 V$ , y  $V_{DC} = 6V$ .

Si el compensador sólo intercambia potencia reactiva, el voltaje del capacitor no varía, de modo que la corriente del capacitor es la de la figura 5.19. Con base en un análisis de Fourier resulta:

$$i_{DC}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} I_{DC\_n} \operatorname{sen}(n\omega t) \quad (157)$$

donde:

$$I_{DC\_n} = \frac{2}{T} \int_0^T i_{DC}(t) \operatorname{sen}(n\omega t) dt \quad , \quad T = \frac{\pi}{3\omega}$$

Así, el voltaje del capacitor se compone sólo de funciones senoidales con amplitud fija y un *offset* de CD, como en la figura 5.20.

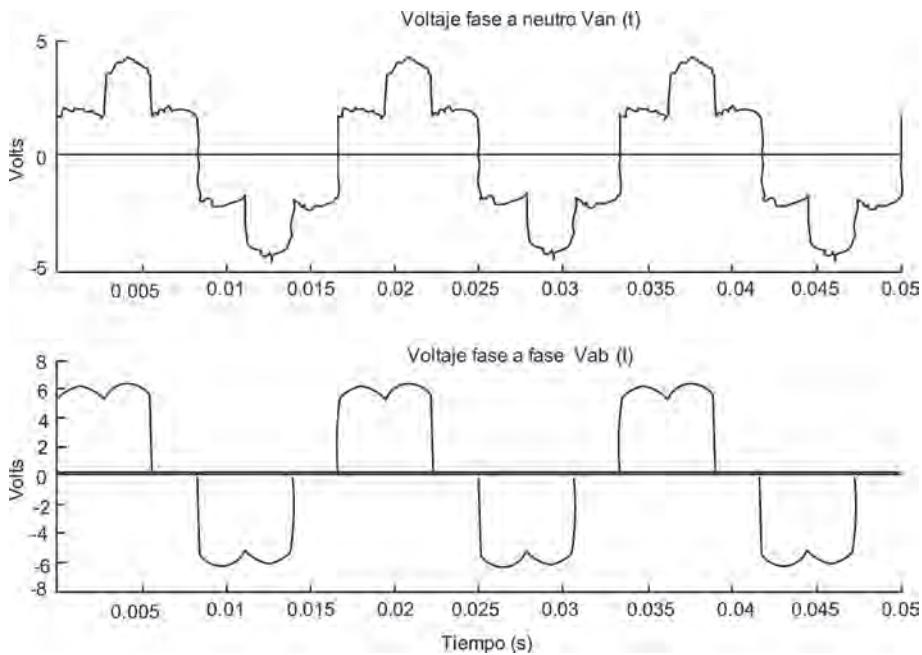


Figura 5.21 Voltajes línea-neutro y línea-línea, con un capacitor finito

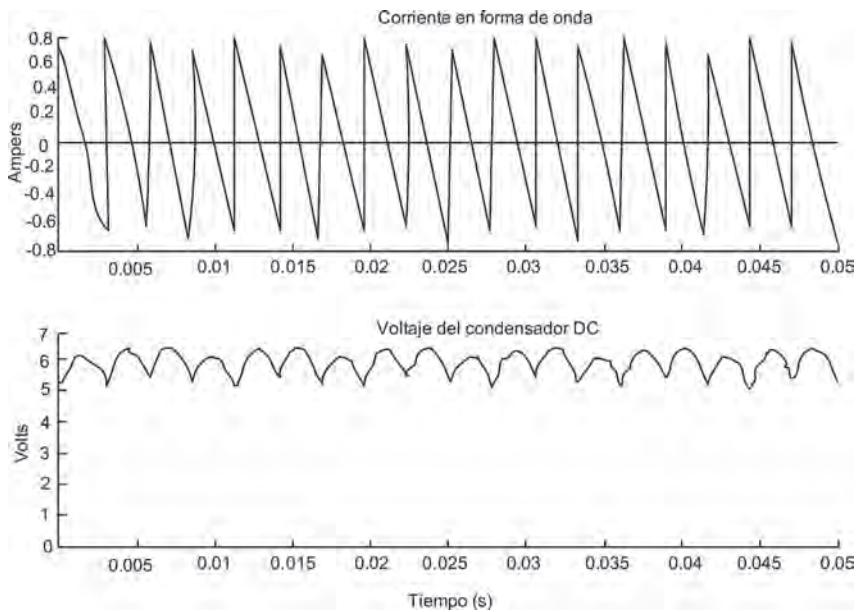


Figura 5.22 Corriente y voltaje del capacitor

**Intercambio de potencia activa y reactiva**

Considerando un desfasamiento  $\varphi$  entre el voltaje de la red y el voltaje del compensador, como se ilustra en la figura 5.23, se intercambia potencia activa y potencia reactiva. Para obtener las expresiones de las corrientes CA se realiza un procedimiento similar al descrito anteriormente.

*Sub-intervalo:*  $0 \leq \omega t \leq \pi/3$

$$\begin{aligned} v_L(t) &= V_m \operatorname{sen}(\omega t - \varphi) - \frac{1}{3} V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \\ i_a(t) &= -\frac{V_m}{\omega L} [\cos(\omega t - \varphi) - \cos(\varphi)] - \frac{1}{3L} V_{DC} t + I_0 \end{aligned} \quad (158)$$

donde  $I_0$  es la condición inicial  $i_a(0) = I_0$ .

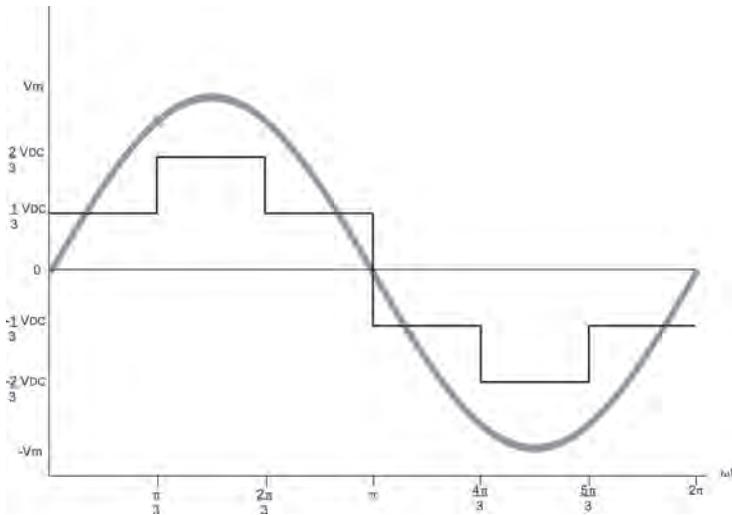


Figura 5.23 Voltajes de la red y del inversor desfasados

Sub-intervalo:  $\pi/3 \leq \omega t \leq 2\pi/3$

$$\begin{aligned} v_L(t) &= V_m \operatorname{sen}(\omega t - \varphi) - \frac{2}{3} V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \\ i_a(t) &= -\frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos(\omega t - \varphi) - \cos\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right) \right] - \left[ \frac{2}{3L} t - \frac{2\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} + I_1 \end{aligned} \quad (159)$$

donde  $I_1 = i_a(\pi / 3\omega)$

Sub-intervalo:  $2\pi/3 \leq \omega t \leq \pi$

$$\begin{aligned} v_L(t) &= V_m \operatorname{sen}(\omega t - \varphi) - \frac{1}{3} V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \\ i_a(t) &= -\frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos(\omega t - \varphi) - \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \varphi\right) \right] - \left[ \frac{1}{3L} t - \frac{2\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} + I_2 \end{aligned} \quad (160)$$

donde  $I_2 = i_a(2\pi / 3\omega)$

Tomando en cuenta que  $i_a(0) = -i_a(\pi / \omega)$ , la condición de estado estacionario  $I_0$  se evalúa mediante:

$$I_0 = -i_a \left( \frac{\pi}{\omega} \right) = \frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos(\pi - \varphi) - \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \varphi\right) \right] + \left[ \frac{1}{3L} \frac{\pi}{\omega} - \frac{2\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} - I_2 \quad (161)$$

$$I_0 = \frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos(\pi - \varphi) - \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \varphi\right) \right] + \left[ \frac{\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} - I_2$$

donde:

$$I_2 = -\frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \varphi\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right) \right] - \frac{2\pi V_{DC}}{9\omega L} + I_1 \quad (162)$$

$$I_1 = i_a \left( \frac{\pi}{3\omega} \right) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right) - \cos(\varphi) \right] - \frac{\pi V_{DC}}{9\omega L} + I_0 \quad (163)$$

Sustituyendo las ecuaciones (162)-(163) en (161) se tiene:

$$I_0 = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\varphi) + \frac{2\pi}{9\omega L} V_{DC} \quad (164)$$

Así, las ecuaciones de estado estacionario son:

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t - \varphi) - \left[ \frac{1}{3L} t - \frac{2\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} \quad (165)$$

$$0 \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3}$$

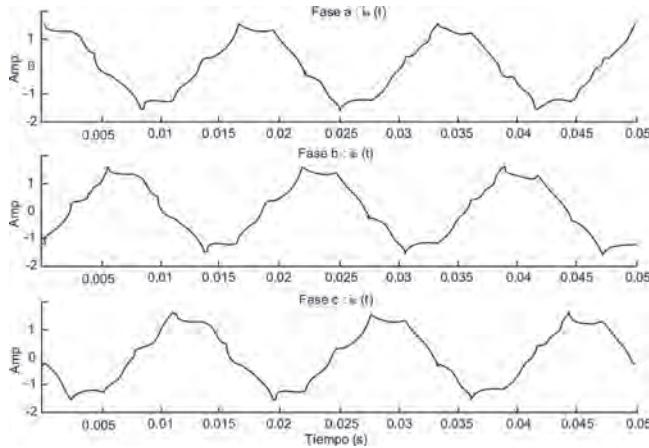
$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t - \varphi) - \left[ \frac{2}{3L} t - \frac{\pi}{\omega L} \right] V_{DC} \quad (166)$$

$$\frac{\pi}{3} \leq \omega t \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t - \varphi) - \left[ \frac{1}{3L} t - \frac{\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} \quad (167)$$

$$\frac{2\pi}{3} \leq \omega t \leq \pi$$

Sobre el sub-intervalo  $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$ , la corriente CA es el negativo de las ecuaciones descritas. Conforme el desfasamiento  $\varphi$  crece, la corriente CA se modifica, como en la figura 5.17. La figura 5.24 ilustra la corriente cuando  $\varphi = 15^\circ$ .

Figura 5.24 Corriente CA cuando  $\varphi = 15^\circ$ 

### Corriente del capacitor

La corriente del capacitor se evalúa de forma similar a como ya se ha hecho previamente, resultando una forma de onda compuesta de seis segmentos, donde cada uno de éstos se calcula mediante la ecuación (168), con un desplazamiento angular de  $60^\circ$  entre cada uno.

$$i_{DC}(t) = \frac{V_m}{\omega L} \left[ \operatorname{sen}(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{6}) \right] - \left[ \frac{2}{3L} t - \frac{\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} \quad (168)$$

$$0 \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3}$$

Si el ángulo  $\varphi$  se incrementa, la corriente del capacitor tendría un mayor nivel de CD, como se ilustra en la figura 5.25.

Si existe un ángulo de desfasamiento entre el voltaje de la red y el del compensador, la corriente y voltaje del capacitor, con base en un análisis de Fourier, son:

$$i_{DC}(t) = I_{DC0} + \sum_{n=1}^{\infty} I_{DCn} \operatorname{sen}(n\omega t)$$

$$v_{cap}(t) = V_{DC0} + \sum_{n=1}^{\infty} V_{DCn} \cos(n\omega t)$$

Estas expresiones muestran que existe flujo de potencia activa o de CD, de modo que el voltaje del capacitor crecerá o disminuirá, dependiendo si  $I_{DC0}$  es positivo o negativo. Para enfatizar el efecto, considere el circuito de la figura 5.26.

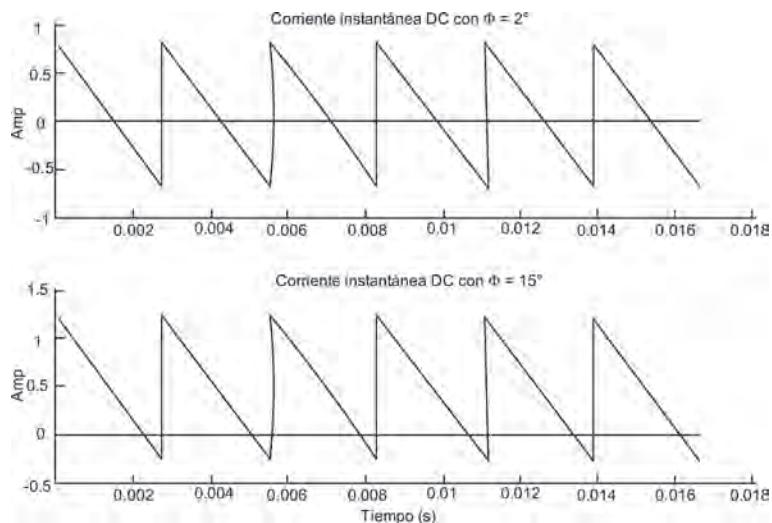
Figura 5.25  $i_{DC}(t)$  para  $\varphi = 2^\circ$  y  $\varphi = 15^\circ$ 

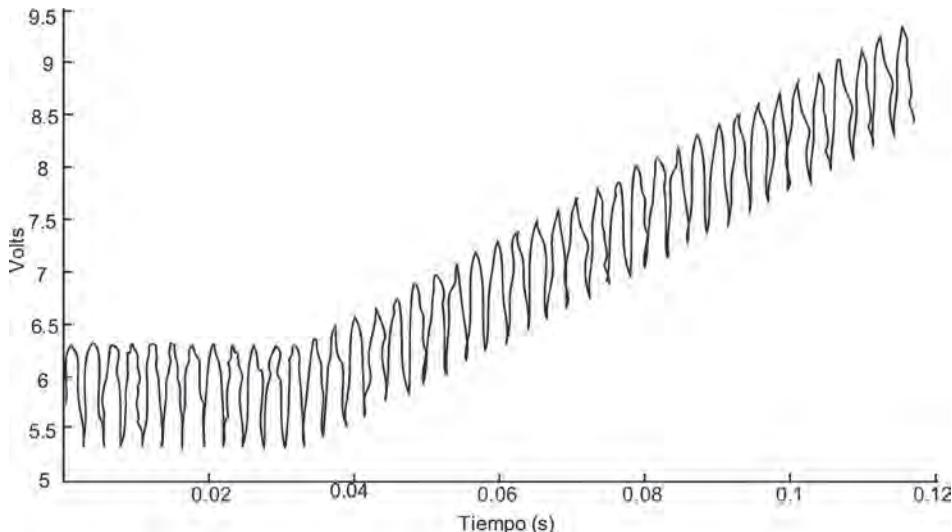
Figura 5.26 Circuito capacitivo de prueba

La red está inicialmente en estado estacionario con  $\varphi = 0^\circ$ , al tiempo  $t = 0.0333$  s, el ángulo  $\varphi$  se modifica a  $-0.5^\circ$ . La figura 5.27 exhibe el voltaje del capacitor. Puede notarse que la modificación de la fase afecta al voltaje del capacitor, debido a que el componente CD de  $i_{DC}(t)$  modifica el intercambio de potencia activa, mientras que el mecanismo del ajuste del ángulo de fase se utiliza para regular la absorción/entrega de potencia reactiva incrementando o disminuyendo el voltaje del capacitor, y con esto el voltaje de salida del inversor. La corriente del capacitor en estado estacionario es:

$$I_{DC0} = \frac{1}{T} \int_0^T i_{DC}(t) dt$$

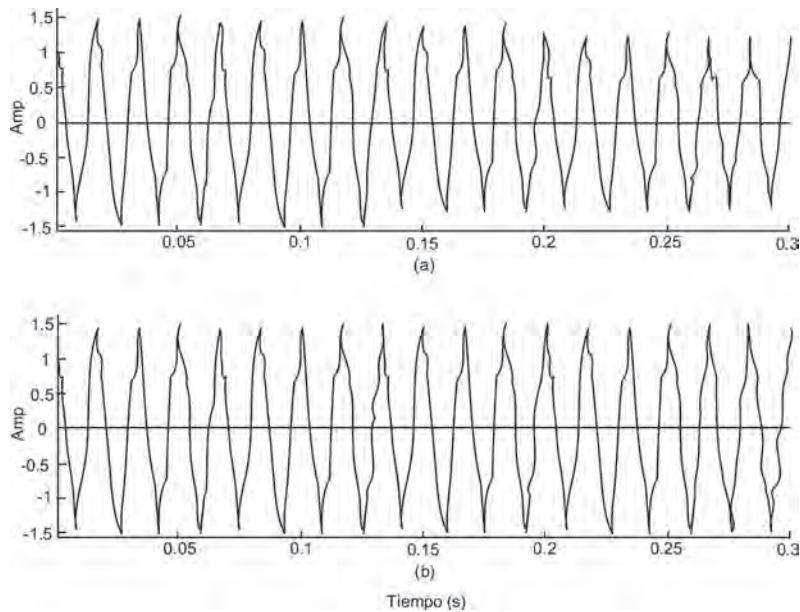
donde  $i_{DC}(t)$  está dado por la ecuación (168) y  $T = \pi / 3\omega$ , de modo que:

$$I_{DC0} = -\frac{3V_m}{\pi\omega L} \operatorname{sen}(\varphi) \quad (169)$$



*Figura 5.27 Voltaje instantáneo del capacitor modificado mediante el desfasamiento  $\varphi$*

Con un convertidor ideal (sin pérdidas), intercambiando solamente potencia reactiva con la red, los voltajes del convertidor y de la red estarán en fase. En realidad, las pérdidas de los dispositivos semiconductores provocarían la descarga del capacitor, por lo que se prefiere que sean suministradas por la red a través del desfasamiento necesario entre los voltajes, conservando el nivel de voltaje del capacitor. Este concepto se presenta en la figura 5.28. El sistema opera en estado estacionario con una fuente CD, en  $t = 0.1$  s la fuente de CD se cambia por un capacitor CD. En la figura 5.28 a) el voltaje de la red y del compensador están en fase; la energía almacenada en el capacitor se utiliza para las pérdidas internas. En la figura 5.28 b) con un pequeño ángulo de desplazamiento entre los voltajes, las pérdidas se suministran desde la red, manteniendo fijo el voltaje del capacitor.

Figura 5.28 Corriente CA con a)  $\phi = 0^\circ$ , b)  $\phi = -0.5^\circ$ 

### CONVERTIDOR DE 12 PULSOS

El StatCom de seis pulsos es el arreglo más simple usado en esta clase de dispositivos; en aplicaciones de potencia no ofrece un buen desempeño, debido a su alto contenido armónico. Combinando dos convertidores de seis pulsos, resulta un mejor desempeño. La nueva configuración se denomina de 12 pulsos, y es el esquema multipulsos mínimo prácticamente aplicable [4].

La salida del convertidor de seis pulsos son los voltajes línea-línea,  $v_{ab}(t)$ ,  $v_{bc}(t)$ ,  $v_{ca}(t)$ .  $v_{ab}(t)$  dados en la ecuación (120), que en serie de Fourier resulta:

$$v_{ab}(t) = V_{ab1} \operatorname{sen}(\omega t + 30^\circ) + V_{ab5} \operatorname{sen}(5\omega t + 150^\circ) + V_{ab7} \operatorname{sen}(7\omega t + 210^\circ) + V_{ab11} \operatorname{sen}(11\omega t + 330^\circ) + \dots \quad (170)$$

Si este compensador se conecta a un transformador Y-Y con relación de vueltas 1:1, el voltaje línea-neutro  $v_{an}(t)$  es:

$$v_{an}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} [V_{ab1} \operatorname{sen}(\omega t) - V_{ab5} \operatorname{sen}(5\omega t) - V_{ab7} \operatorname{sen}(7\omega t) + V_{ab11} \operatorname{sen}(11\omega t) + \dots] \quad (171)$$

$$v_{an}(t) = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_{ab-n}}{(-1)^r} \operatorname{sen}(n\omega t) , \quad \forall n = 6r \pm 1, r = 0, 1, 2, \dots \quad (172)$$

Puede notarse que la amplitud de los voltajes línea-línea son  $\sqrt{3}$  veces la amplitud del voltaje línea-neutro, y que los componentes armónicos no incluidas en el conjunto  $n = 12r \pm 1$ ,  $r = 0, 1, 2, \dots$ , están en oposición de fase. Esta característica es empleada para cancelar los componentes armónicos no incluidos en el conjunto mencionado.

Suponga que un segundo convertidor de seis pulsos produce los voltajes línea-línea atrasados  $30^\circ$  respecto a los del primer convertidor, y con la misma magnitud. Esto es:

$$v_{ab2}(t) = V_{ab1} \operatorname{sen}(\omega t) + V_{ab5} \operatorname{sen}(5\omega t) + V_{ab7} \operatorname{sen}(7\omega t) + V_{ab11} \operatorname{sen}(11\omega t) + \dots \quad (173)$$

$$v_{ab2}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_{ab\_n} \operatorname{sen}(n\omega t) \quad (174)$$

Si este segundo convertidor se conecta a un transformador  $\Delta$ -Y con una relación de vueltas  $1:1/\sqrt{3}$ , el voltaje línea-neutro, en el secundario conectado en Y, sería:

$$v_{anY\_2}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} [V_{ab1} \operatorname{sen}(\omega t) + V_{ab5} \operatorname{sen}(5\omega t) + V_{ab7} \operatorname{sen}(7\omega t) + V_{ab11} \operatorname{sen}(11\omega t) + \dots] \quad (175)$$

$$v_{abY2}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{n=1}^{\infty} V_{ab\_n} \operatorname{sen}(n\omega t) \quad , \quad \forall n = 6r \pm 1, r = 0, 1, 2, \dots \quad (176)$$

Por lo tanto, el voltaje línea-línea en el lado estrella es:

$$v_{abY2}(t) = V_{ab1} \operatorname{sen}(\omega t + 30^\circ) - V_{ab5} \operatorname{sen}(5\omega t + 150^\circ) - V_{ab7} \operatorname{sen}(7\omega t + 210^\circ) + V_{ab11} \operatorname{sen}(11\omega t + 330^\circ) + \dots \quad (177)$$

$$v_{abY2}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_{ab\_n}}{(-1)^r} \operatorname{sen}\left(n\omega t + \frac{n\pi}{6}\right) \quad , \quad \forall n = 6r \pm 1, r = 0, 1, 2, \dots \quad (178)$$

que puede expresarse mediante la ecuación (179):

$$v_{abY2}(t) = \sqrt{3} \sum_{n=1}^{\infty} V_{an\_n} \operatorname{sen}\left(n\omega t + \frac{n\pi}{6}\right) \quad , \quad \forall n = 6r \pm 1, r = 0, 1, 2, \dots \quad (179)$$

Las dos formas de onda, expresadas en las ecuaciones (120) y (178), se adicionan para dar una tercera onda de voltaje  $v_{ab12}(t)$ , con un menor contenido armónico

$$v_{ab12}(t) = v_{ab}(t) + v_{abY2}(t) \quad (180)$$

$$v_{ab12}(t) = 2(V_{ab1}\sin(\omega t + 30^\circ) + V_{ab11}\sin(11\omega t + 330^\circ) + \dots) \quad (181)$$

Así que  $v_{ab12}(t)$  es el voltaje línea-línea del convertidor de 12 pulsos, como se ilustra en la figura 5.29. En el arreglo de la figura 5.30, los dos convertidores de seis pulsos se conectan en paralelo sobre el mismo nodo de CD.

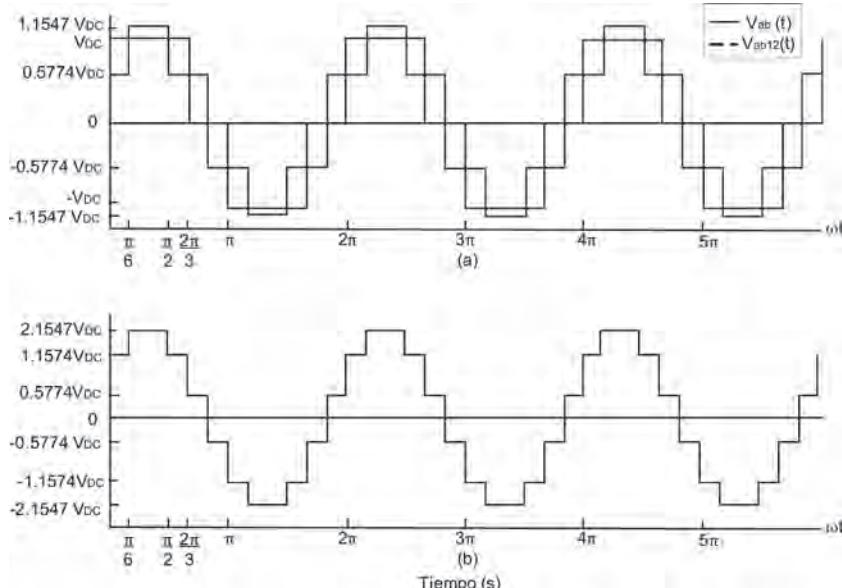


Figura 5.29 a)  $v_{ab}(t)$  y  $v_{abY2}(t)$ , b) voltaje de 12 pulsos

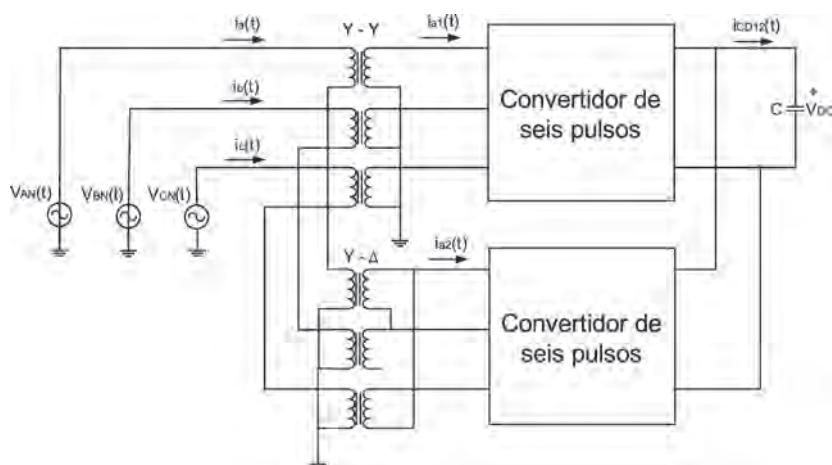


Figura 5.30 Arreglo del StatCom de 12 pulsos

El voltaje de 12 pulsos, de la ecuación (180), resulta:

$$v_{ab12}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_{ab12n} \operatorname{sen}(n\omega t + \frac{n\pi}{6}) , \quad \forall n = 12r \pm 1, r = 0, 1, 2, \dots \quad (182)$$

donde

$$\begin{aligned} V_{ab12n} &= V_{abn} + \sqrt{3}V_{an\_n} \\ V_{ab12n} &= \sqrt{3} \frac{4}{n\pi} V_{DC} , \quad \forall n = 12r \pm 1 , r = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (183)$$

Los voltajes línea-neutro se exhiben en la figura 5.31:

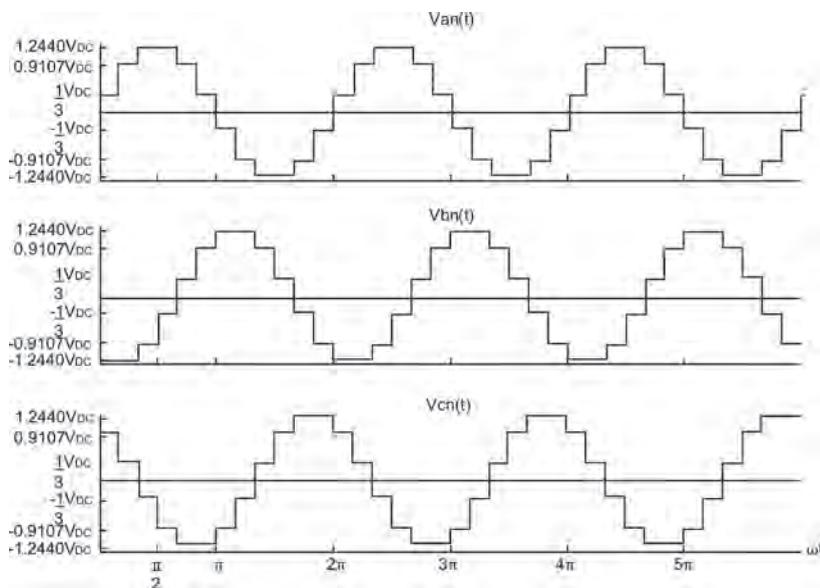
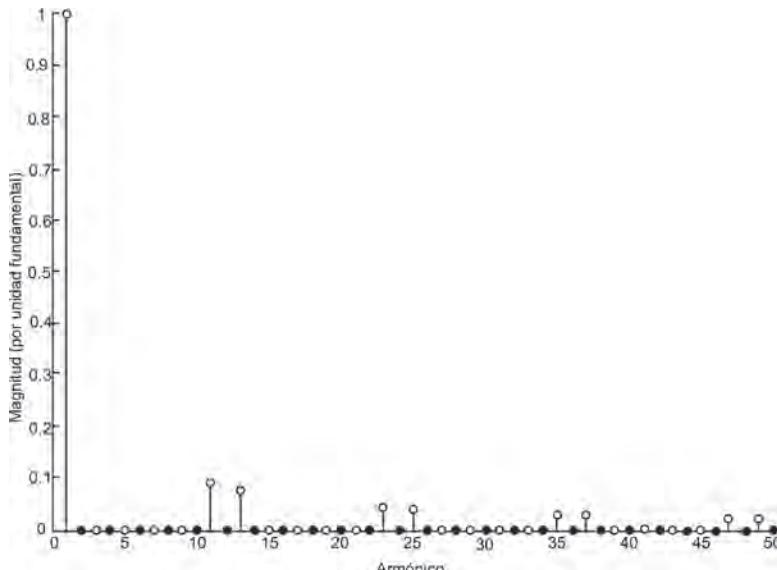


Figura 5.31 Voltajes línea-neutro del StatCom de 12 pulsos

De la figura 5.32 puede observarse que el voltaje de 12 pulsos  $v_{ab12}(t)$ , contiene armónicos de orden  $n = 12r \pm 1$ , donde  $r$  es cualquier entero positivo. Esto es,  $n = 1, 11, 13, 23, \dots$ , con amplitudes  $1/11, 1/13, 1/23, \dots$ , respectivamente.

Figura 5.32 Espectro de Fourier para el voltaje  $v_{ab12}(t)$ 

### Señales de corriente CA

Aplicando un procedimiento similar al de secciones previas, se lleva a cabo el análisis de la corriente CA. Asúmase un voltaje CA  $e_{an}(t) = V_m \operatorname{sen}(\omega t)$ , la magnitud de los componentes fundamental y armónicos se presenta en las ecuaciones (184)-(185), donde  $v_{anl}(t) = 1.2732V_{DC} \operatorname{sen}(\omega t)$ .

$$i_a(t)_1 = -\frac{V_m - 1.2732V_{DC}}{\omega L} \cos(\omega t); \quad (\text{componente fundamental})$$

$$i_a(t)_n = \frac{1.2732V_{DC}}{n^2 \omega L} \cos(n\omega t); \quad \forall n > 1, \quad (n - \text{ésimo armónico})$$

De modo que,

$$I_{a1} = I_q = \frac{V_m - 1.2732V_{DC}}{\omega L} \quad (184)$$

$$I_{an} = I_{qn} = \frac{1.2732V_{DC}}{n^2 \omega L}, \quad \forall n > 1 \quad (185)$$

En adelante los voltajes  $v_{ab}(t) - v_{bc}(t) - v_{ca}(t)$  serán referidos como el voltaje de 12 pulsos del StatCom línea-línea. Similarmente, los voltajes  $v_{an}(t) - v_{bn}(t) - v_{cn}(t)$  serán los voltajes línea-neutro.

La corriente fundamental será adelantada cuando  $V_m < 1.2732V_{DC}$ ; esto es, si la amplitud del voltaje del inversor se incrementa por encima del

voltaje CA de la red (la corriente fluye del convertidor al sistema). En este caso el compensador se ve como un capacitor desde la red.

La corriente fundamental será atrasada cuando  $V_m > 1.2732V_{DC}$ ; esto es, si la amplitud del voltaje del inversor disminuye por debajo del voltaje CA de la red (la corriente fluye desde la red hacia el compensador). En este caso el compensador se ve como un inductor desde la red, como se ilustra en la figura 5.33.

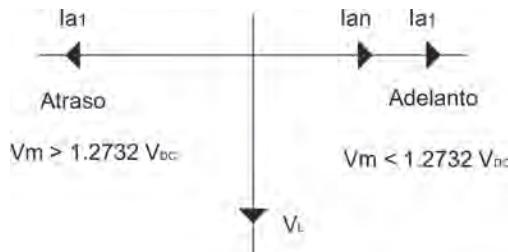


Figura 5.33 Diagrama fasorial; corrientes en adelanto y atraso

La figura 5.34 presenta la relación entre el voltaje CD ( $V_{DC}$ ) y la corriente reactiva fundamental. Asimismo, se despliegan las corrientes de los armónicos menores.

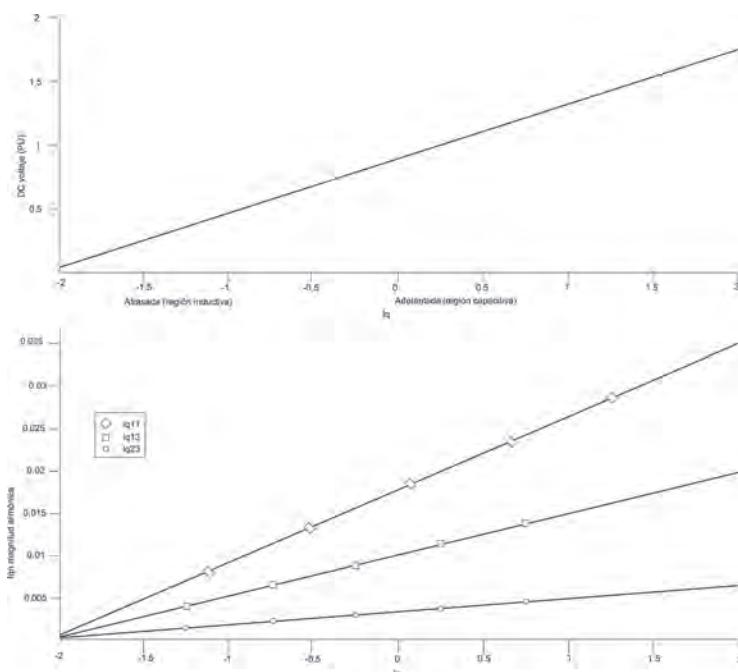


Figura 5.34 Relación entre el voltaje de CD y la corriente reactiva

Para obtener las ecuaciones de la corriente CA, el procedimiento es similar a los anteriores, por sub-intervalos, tomando en cuenta cada período de conducción de  $30^\circ$ , como se ilustra en la figura 5.35.

*Sub-intervalo:  $0 \leq \omega t \leq \pi/6$*

$$\begin{aligned} v_L(t) &= V_m \operatorname{sen}(\omega t) - \frac{1}{3} V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \\ i_a(t) &= -\frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos(\omega t) - 1 \right] - \frac{1}{3L} V_{DC} t + I_0 \end{aligned} \quad (186)$$

donde  $I_0$  es la condición inicial  $i_a(0) = I_0$ .

*Sub-intervalo:  $\pi/6 \leq \omega t \leq \pi/3$*

$$\begin{aligned} v_L(t) &= V_m \operatorname{sen}(\omega t) - 0.9107 V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \\ i_a(t) &= -\frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos(\omega t) - \frac{\sqrt{3}}{2} \right] - \left[ \frac{0.9107}{L} t - \frac{0.9107}{6\omega L} \right] V_{DC} + I_1 \end{aligned} \quad (187)$$

donde  $I_1 = i_a(\pi/6\omega)$

*Sub-intervalo:  $\pi/3 \leq \omega t \leq \pi/2$*

$$\begin{aligned} v_L(t) &= V_m \operatorname{sen}(\omega t) - 1.2440 V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \\ i_a(t) &= -\frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos(\omega t) - 0.5 \right] - \left[ \frac{1.2440}{L} t - \frac{1.2440\pi}{3\omega L} \right] V_{DC} + I_2 \end{aligned} \quad (188)$$

donde  $I_2 = i_a(\pi/3\omega)$

En estado estacionario  $i_a(\pi/2\omega) = 0$ , por lo que puede evaluarse:

$$\begin{aligned} i_a\left(\frac{\pi}{2\omega}\right) &= -\frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 0.5 \right] - \left[ \frac{1.2440}{L} \frac{\pi}{2\omega} - \frac{1.2440\pi}{3\omega L} \right] V_{DC} + I_2 = 0 \\ I_2 &= -\frac{V_m}{2\omega L} + \frac{1.2440\pi}{6\omega L} V_{DC} \end{aligned} \quad (189)$$

$$I_2 = i_a \left( \frac{\pi}{3\omega} \right) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[ \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right] - \left[ \frac{0.9107}{L} \frac{\pi}{3\omega} - \frac{0.9107\pi}{6\omega L} \right] V_{DC} + I_1 \quad (190)$$

$$I_1 = -\sqrt{3} \frac{V_m}{2\omega L} + \frac{2.1547\pi}{6\omega L} V_{DC}$$

$$I_1 = i_a \left( \frac{\pi}{6\omega} \right) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right] - \left[ \frac{1}{3L} \frac{\pi}{6\omega} \right] V_{DC} + I_0 \quad (191)$$

$$I_0 = -\frac{V_m}{\omega L} + \frac{7.4641\pi}{18\omega L} V_{DC}$$

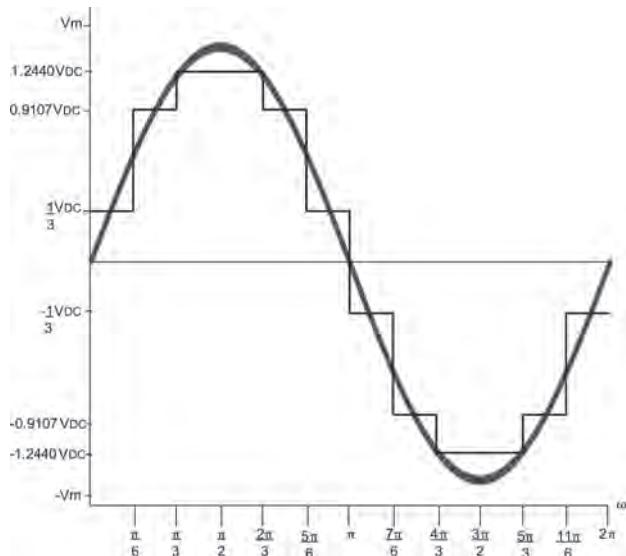


Figura 5.35 Voltaje fundamental del compensador  $V_{an}(t)$  y del sistema

Sustituyendo la ecuación (191) en la ecuación (186) resulta la corriente  $i_a(t)$ ,

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[ \frac{1}{3L} t - \frac{7.4641\pi}{18\omega L} \right] V_{DC} \quad (192)$$

$$0 \leq \omega t \leq \frac{\pi}{6}$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[ \frac{0.9107}{L} t - \frac{3.0654\pi}{6\omega L} \right] V_{DC} \quad (193)$$

$$\frac{\pi}{6} \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3}$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[ \frac{1.2440}{L} t - \frac{3.7320\pi}{6\omega L} \right] V_{DC} \quad (194)$$

$$\frac{\pi}{3} \leq \omega t \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[ \frac{0.9107}{L} t - \frac{2.3988\pi}{6\omega L} \right] V_{DC} \quad (195)$$

$$\frac{2\pi}{3} \leq \omega t \leq \frac{5\pi}{6}$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[ \frac{1}{3L} t + \frac{1.4641\pi}{18\omega L} \right] V_{DC} \quad (196)$$

$$\frac{5\pi}{6} \leq \omega t \leq \pi$$

Para el intervalo complementario,  $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$ , la forma de onda de la corriente es el negativo de las ecuaciones arriba descritas. La figura 5.36 exhibe la corriente. Para el caso en adelanto se utilizaron los siguientes valores  $V_{DC} = 3V$ ,  $V_m = 2.5V$ , y  $L = 3 \text{ mH}$ ; para el caso en atraso  $V_{DC} = 3V$ ,  $V_m = 4.5V$ , y  $L = 3 \text{ mH}$ .

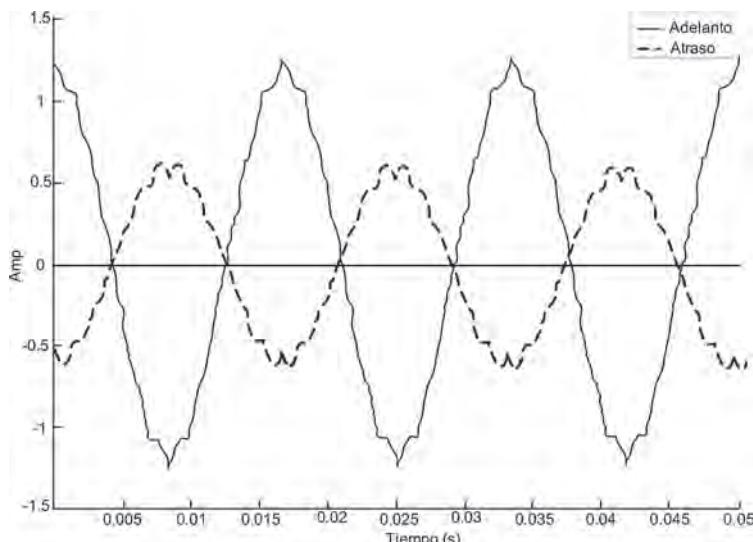


Figura 5.36 Corriente  $i_a(t)$

La corriente que fluye hacia el secundario conectado en estrella en ambos transformadores ( $Y - Y$  y  $\Delta - Y$ ) es igual a la corriente de línea CA, ya que el secundario de los transformadores está conectado en serie.

### **Conexión $Y-Y$**

*Sub-intervalo:  $0 \leq \omega t \leq \pi/6$*

$$P_{a\_s}(t) = v_{an\_s}(t) i_a(t) \quad (197)$$

donde  $P_{a\_s}(t)$  es la potencia instantánea de la fase  $a$  en el devanado secundario.

$$v_{an\_s}(t) = \frac{1}{3}V_{DC} \text{ es el voltaje línea-neutro en el devanado secundario}$$

Así,

$$P_{a\_s}(t) = \frac{1}{3}V_{DC} \left[ -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left( \frac{1}{3L}t - \frac{7.4641\pi}{18\omega L} \right) V_{DC} \right] \quad (198)$$

En el lado primario la potencia instantánea es,

$$P_{a\_p}(t) = v_{an\_p}(t) i_{a1}(t) \quad (199)$$

donde  $P_{a\_p}(t)$  es la potencia instantánea de la fase  $a$  en el devanado primario.

$$v_{an\_p}(t) = \frac{1}{3}V_{DC} \text{ es el voltaje línea-neutro en el devanado primario}$$

$i_{a1}(t)$  es la corriente CA en el devanado primario, entonces

$$P_{a\_p}(t) = \frac{1}{3}V_{DC} i_{a1}(t) \quad (200)$$

Despreciando las pérdidas, la potencia instantánea en ambos devanados es igual a:

$$i_{a1}(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[ \frac{1}{3L}t - \frac{7.4641\pi}{18\omega L} \right] V_{DC} \quad (201)$$

Por lo tanto, la corriente primaria (conexión estrella) es la corriente CA.

**Conexión Δ-Y**

La potencia instantánea de la fase  $a$  en el transformador Δ-Y es:

$$P_{a\_s}(t) = v_{an\_s}(t) i_a(t) = P_{ab}(t) = v_{ab\_p}(t) i_{ba}(t) \quad (202)$$

donde  $v_{abp}(t)$  es el voltaje línea-línea en el devanado primario ( $\Delta$ ).  
 $i_{ba}(t)$  es la corriente CA en el devanado primario.  
 $v_{ans}(t)$  es el voltaje línea-neutro del devanado secundario ( $Y$ ).

Por lo tanto:

$$v_{abp}(t) = \sqrt{3} v_{ans}(t) \quad (203)$$

Por lo tanto:

$$i_{ba}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} i_a(t) \quad (204)$$

$$i_{cb}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} i_b(t) \quad (205)$$

$$i_{ac}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} i_c(t) \quad (206)$$

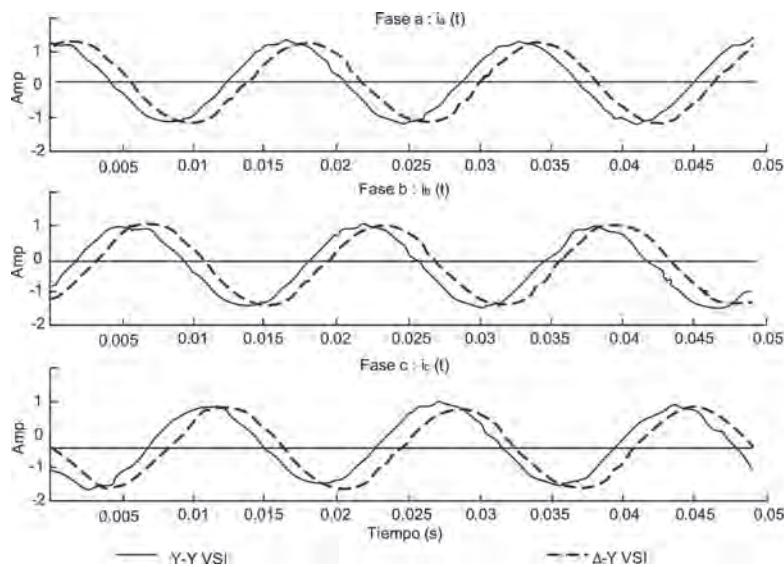
La corriente CA del segundo inversor  $i_{ap}(t)$  está dada por:

$$i_{a2}(t) = i_{ba}(t) - i_{ac}(t) \quad (207)$$

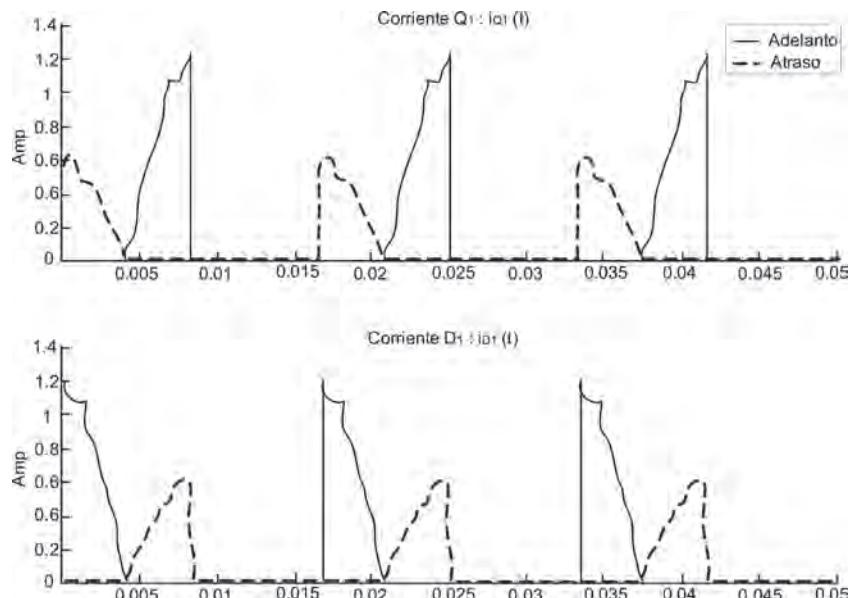
En el sub-intervalo la corriente de fase del segundo inversor está dada por la ecuación (208).

$$i_{a2}(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t - \frac{\pi}{6}) - \left[ \frac{1}{3L} t + \frac{6.4641\pi}{18\omega L} \right] V_{DC} \quad (208)$$

Del análisis anterior puede concluirse que la corriente que fluye hacia el primario conectado en  $\Delta$  está desplazada  $30^\circ$  respecto al primario conectado en  $Y$ . La figura 5.37 despliega la corriente CA de cada inversor de seis pulsos, mientras que la figura 5.38 muestra la corriente en el diodo  $D_1$  y el transistor  $Q_1$  del primer inversor.



*Figura 5.37 Corriente CA de cada inversor de seis pulsos*



*Figura 5.38 Corriente en  $Q_1$  y  $D_1$*

**Corriente del capacitor**

La corriente del capacitor se compone de segmentos de las corrientes de CA de cada inversor,

$$i_{DC12}(t) = i_{DC1}(t) + i_{DC2}(t) \quad (209)$$

donde:

$i_{DC12}(t)$  es la corriente del capacitor en la configuración de 12 pulsos.

$i_{DC1}(t)$  es la corriente del primer compensador.

$i_{DC2}(t)$  es la corriente del segundo compensador.

Para calcular la corriente del lado de CD, el procedimiento es similar al análisis llevado a cabo para el inversor de seis pulsos, tomando en cuenta que el ancho de cada sub-intervalo es un periodo de  $30^\circ$ . La corriente del primer inversor de seis pulsos en el lado de CD  $i_{DC1}(t)$ , durante los primeros  $60^\circ$  es calculada como sigue. Para todo tiempo t,  $i_{DC1}(t)$  está dada mediante,

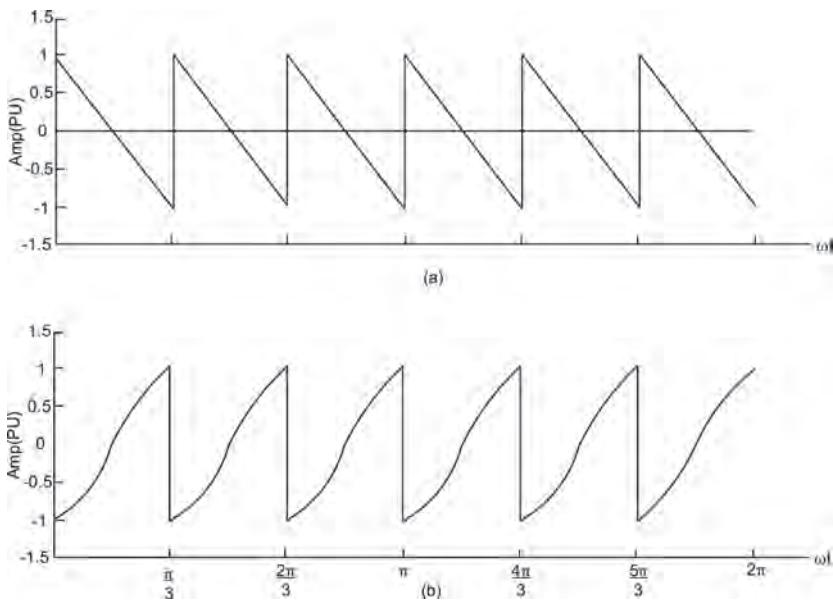
$$i_{DC1}(t) = i_{al}(t) + i_{cl}(t)$$

Tomando en cuenta que el intervalo de conducción es  $30^\circ$ , se tiene:

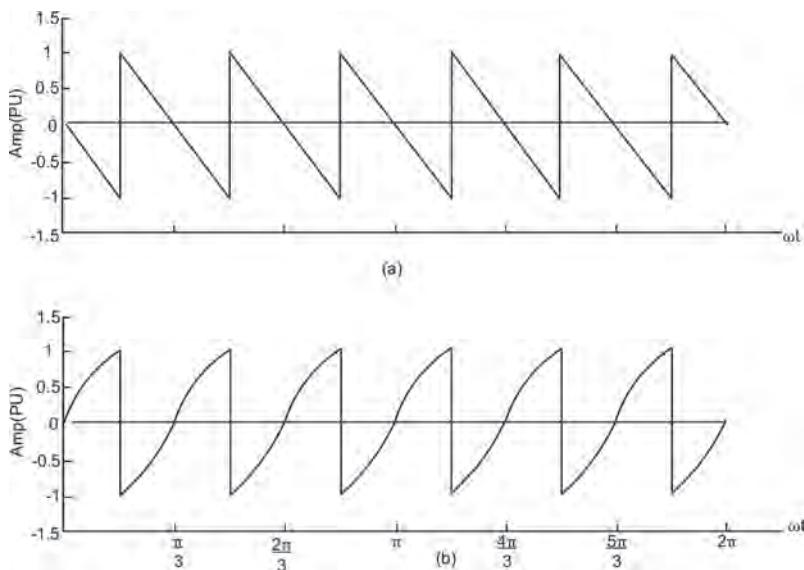
$$i_{DC1}(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos(\omega t + \frac{\pi}{3}) \right] - \frac{1.2440}{L} \left[ t - \frac{\pi}{6\omega} \right] V_{DC} \quad (210)$$

$$0 \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3}$$

Por lo tanto, la ecuación (210) proporciona la corriente del primer inversor de seis pulsos en el lado de CD durante el primer sub-intervalo de  $60^\circ$ . La corriente del segundo inversor,  $i_{DC2}(t)$ , presenta un comportamiento similar, con  $30^\circ$  de atraso. Las figuras 5.39 y 5.40 exhiben estas corrientes para los casos atrasado y adelantado.



*Figuras 5.39 Corriente del primer inversor; a) generando potencia reactiva, b) absorbiendo potencia reactiva*



*Figura 5.40 Corriente del segundo inversor; a) generando potencia reactiva, b) absorbiendo potencia reactiva*

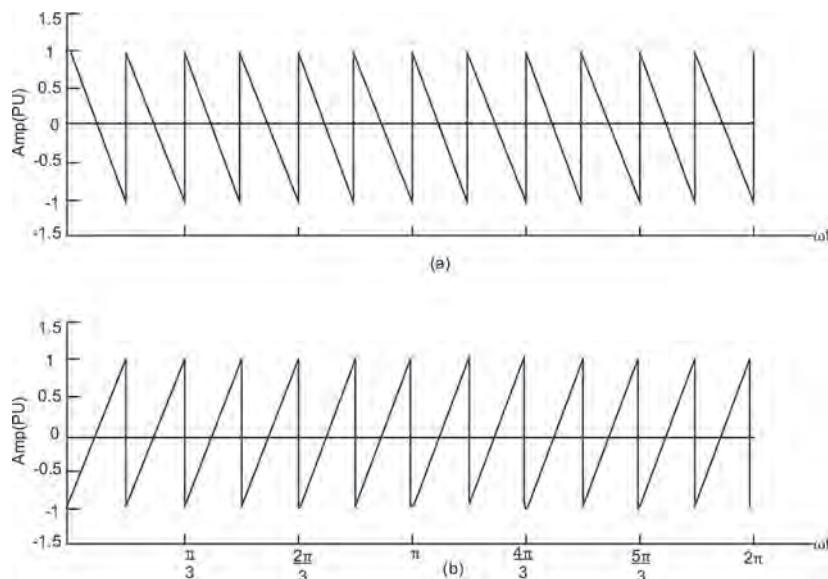
$$i_{DC2}(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos(\omega t + \frac{\pi}{6}) \right] - \frac{1.2440}{L} \left[ t - \frac{\pi}{3\omega} \right] V_{DC} \quad (211)$$

$$\frac{\pi}{6} \leq \omega t \leq \frac{\pi}{2}$$

Sustituyendo las ecuaciones (210) y (211) en la ecuación (209) se tiene:

$$i_{DC12}(t) = -1.9319 \frac{V_m}{\omega L} \left[ \cos(\omega t + \frac{5\pi}{12}) \right] - \frac{2.4880}{L} \left[ t - \frac{\pi}{12\omega} \right] V_{DC} \quad (212)$$

$$0 \leq \omega t \leq \frac{\pi}{6}$$



**Figura 5.41 Corriente del capacitor; a) generando potencia reactiva, b) absorbiendo potencia reactiva**

La corriente del capacitor sobre los restantes once sub-intervalos es como la descrita en la ecuación (212), de modo que resulta en una forma de onda repetitiva a doce veces la frecuencia de la red, como se ilustra en la figura 5.41.

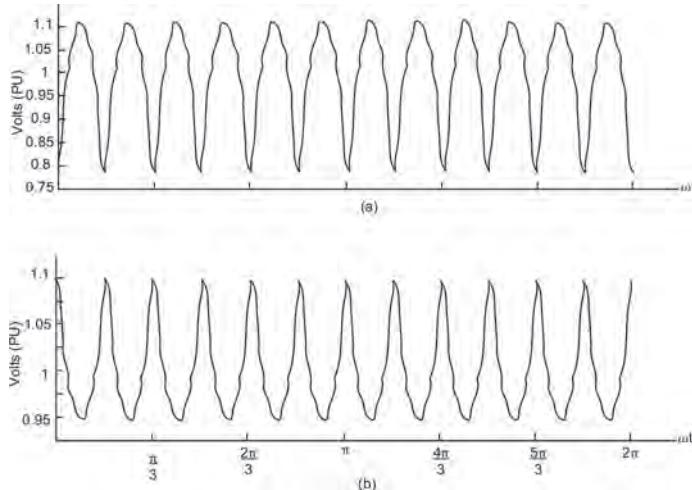
**Voltaje del capacitor**

El voltaje del capacitor en el primer sub-intervalo de  $30^\circ$  es:

$$\begin{aligned} v_{cap12}(t) = & -1.9312 \frac{V_m}{\omega^2 LC} \left[ \operatorname{sen}(\omega t + \frac{5\pi}{12}) \right] + 1.8681 \frac{V_m}{\omega^2 LC} - \left[ \frac{1.2440}{LC} t^2 \right] V_{DC} \\ & + \frac{1.2440\pi}{6\omega LC} V_{DC} t + V_0 \end{aligned} \quad (213)$$

donde  $V_0$  es la condición inicial en  $t = 0$ ;  $V_0 = v_{cap12}(0)$ . Esta se calcula utilizando el componente promedio de  $V_{DC}$  de la ecuación (213) con  $T = \pi / 6\omega$ .

$$V_{DC} = -\frac{6V_m}{\pi\omega^2 LC} + \frac{0.4147\pi^2}{72\omega^2 LC} V_{DC} + \frac{1.8681}{\omega^2 LC} V_m + V_0 \quad (214)$$



*Figura 5.42 Voltaje del capacitor: a) generando potencia reactiva, b) absorbiendo potencia reactiva*

Simplificando:

$$V_0 = 0.0418 \frac{V_m}{\omega^2 LC} - 0.0568 \frac{1}{\omega^2 LC} V_{DC} + V_{DC} \quad (214)$$

El voltaje del capacitor se presenta en la figura 5.42. Esta ilustra que el voltaje pico del capacitor  $V_{pk}$  ocurre cuando el compensador está generando potencia reactiva (corriente adelantada), siendo  $\omega t = 15^\circ$ . La ecuación (215) permite calcular el voltaje pico.

$$V_{pk} = -0.0220 \frac{V_m}{\omega^2 LC} + 0.0284 \frac{V_{DC}}{\omega^2 LC} + V_{DC} \quad (215)$$

## CONCLUSIONES

Este capítulo presenta los detalles relevantes del StatCom basado en un inversor de voltaje de seis y 12 pulsos. Se lleva a cabo un análisis detallado para deducir las expresiones de corrientes y voltajes CA, así como las correspondientes a las señales de CD. Las expresiones resultantes permiten estimar el valor del capacitor adecuado.

Se responden las preguntas, ¿cómo se logra la conversión de energía al utilizar el capacitor CD?; y si no se usa una fuente de CD, ¿cómo se mantiene fijo el voltaje del capacitor? Tales inquietudes se responden estableciendo que (despreciando pérdidas) cuando el compensador intercambia sólo potencia reactiva, la potencia promedio en el capacitor es cero, por lo que éste no modifica su voltaje.

El convertidor de 12 pulsos es el bloque utilizado para construir inversores de 24- y 48- pulsos.

## REFERENCIAS

- [1] CIGRE, “Static Synchronous Compensator”, *Working Group 14.19*, September 1998.
- [2] Z. Yang, C. Shen, L. Zhang, M. L. Crow, “Integration of a StatCom and Battery Energy Storage”, *IEEE Trans. on Power System*, Vol. 16, no. 2, May 2001, pp. 254-260.
- [3] L. Chun, J. Qirong, X. Jianxin, “Investigation of Voltage Regulation Stability of Static Synchronous Compensator in Power System”, *IEEE Power Engineering Society, Proceedings of the Winter Meeting 2000*, IEEE Vol. 4, pp. 2642-2647.
- [4] H. F. Wang, “Applications of Damping Torque Analysis to StatCom Control”, *Electrical Power and Energy Systems*, Vol. 22, 2000, pp. 197-204.
- [5] Narain G. Hingorani, Laszlo Gyugyi, “Understanding FACTS”, IEEE Press 2000.
- [6] Yong Hua Song, Allan T. Johns, ”Flexible AC Transmission Systems FACTS”, *IEE Power and Energy Series 30*, 1999.
- [7] Zhiping Yang, “Integration of Battery Energy Storage with Flexible AC Transmission System Devices”, Ph. D. Thesis, University of Missouri-Rolla, 2000.

PÁGINA EN BLANCO  
EN LA EDICIÓN IMPRESA

## CAPÍTULO 6

### MODELADO DEL STATCOM

#### RESUMEN

En este capítulo se describe un procedimiento detallado para modelar el dispositivo StatCom y, además, se desarrolla un modelo basado en funciones de conmutación. A partir de este modelo se propone una representación de estado en el marco de referencia a-b-c y en d-q.

#### MODELO MEDIANTE FUNCIONES DE CONMUTACIÓN

El modelo basado en funciones de conmutación se fundamenta en las conmutaciones encendido/apagado del transistor, despreciando sus características no-lineales, como los tiempos de apagado y encendido; los interruptores se tratan como dispositivos ideales.

La figura 6.1 muestra un puente trifásico o inversor de seis pulsos. Cada pierna del inversor se compone de un transistor (tiristor) y un diodo para permitir el flujo de corriente bi-direccional, dado que ambos dispositivos pueden considerarse interruptores al despreciar las pérdidas. Por ejemplo, en la figura 6.2 para la pierna *a*, se tienen los interruptores  $Sw_1$ - $Sw_4$ ; la resistencia *R* en serie con el inversor, representa la suma de las pérdidas del devanado del transformador y las pérdidas de conducción de los interruptores; la inductancia *L* representa la inductancia de dispersión del devanado del transformador.

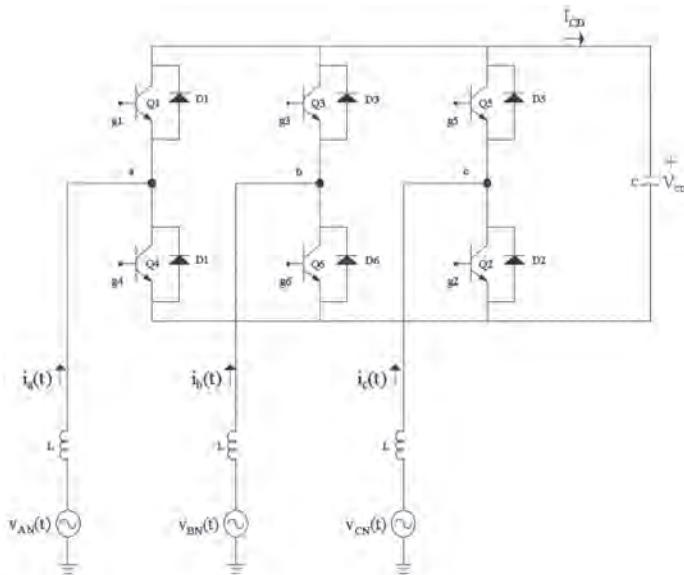


Figura 6.1 StatCom de seis pulsos

La ecuación de lazo que describe el comportamiento del circuito puede escribirse mediante

$$e_{an}(t) - v_{an}(t) = L \frac{di_a(t)}{dt} + Ri_a(t) \quad (216)$$

Donde  $v_{an}(t)$  es el voltaje de salida del inversor, determinado por las señales de disparo y el voltaje CD.

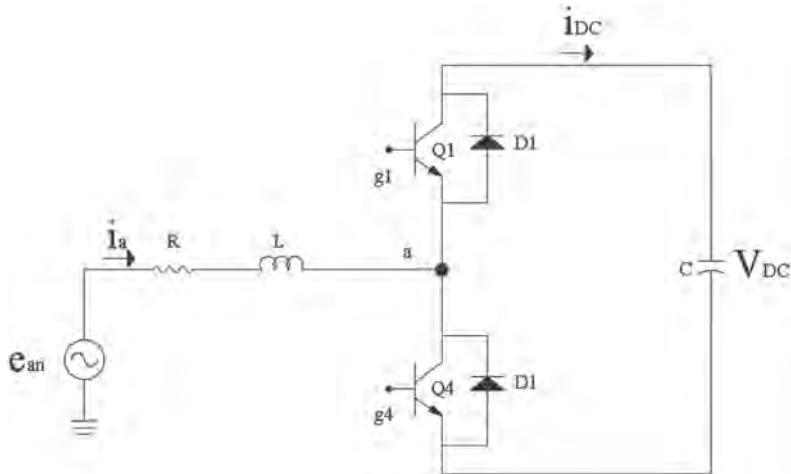


Figura 6.2 Pierna de la fase a

Independiente de la técnica PWM, los interruptores en una pierna son complementarios. Esto es, si el interruptor superior enciende, el inferior se apaga, y viceversa.  $f_{s1}$  se define como la función de conmutación del interruptor  $S_{w1}$ , mientras que  $f_{s4}$  es la función de conmutación del interruptor  $S_{w4}$ . El valor de  $f_{s1} - f_{s4}$  es 0 (apagado) o 1 (encendido). Así,

$$f_{s1} + f_{s4} = 1 \quad (217)$$

El voltaje  $v_{an}(t)$  es:

$$v_{an}(t) = v_{FH}(t) + v_{Hn} \quad (218)$$

Si  $S_{w1}$  está encendido,  $f_{s1} = 1$  y  $f_{s4} = 0$ ; por lo tanto,

$$v_{FH}(t) = V_{DC} f_{s1} \quad (219)$$

Por otro lado, si  $S_{w4}$  está apagado,  $f_{s1} = 0$  y  $f_{s4} = 1$ , entonces

$$v_{FH}(t) = 0 \quad (220)$$

Así que la ecuación (218) puede re-escribirse según la ecuación (221)

$$v_{an}(t) = V_{DC} f_{s1} + v_{Hn} \quad (221)$$

Sustituyendo la ecuación (221) en la ecuación (216), se tiene:

$$e_{an}(t) - V_{DC} f_{s1} - v_{Hn}(t) = L \frac{di_a(t)}{dt} + Ri_a(t) \quad (222)$$

Similarmente para las fases b y c:

$$e_{bn}(t) - V_{DC} f_{s3} - v_{Hn}(t) = L \frac{di_b(t)}{dt} + Ri_b(t) \quad (223)$$

$$e_{cn}(t) - V_{DC} f_{s5} - v_{Hn}(t) = L \frac{di_c(t)}{dt} + Ri_c(t) \quad (224)$$

El voltaje  $v_{Hn}(t)$  se mide desde la terminal negativa de  $V_{DC}$  al punto neutro de CA y se obtiene agregando las ecuaciones de las tres fases, asumiendo un sistema balanceado ( $i_a + i_b + i_c = 0$ ), de modo que:

$$v_{Hn}(t) = -\frac{V_{DC}}{3} \sum_{i=1,3,5} f_{si} \quad (225)$$

Sustituyendo la ecuación (225) en la ecuación (222), la expresión para la fase a resulta:

$$-Ri_a(t) + e_{an}(t) - \left[ f_{s1} - \frac{1}{3} \sum_{i=1,3,5} f_{si} \right] V_{DC} = L \frac{di_a(t)}{dt} \quad (226)$$

Similarmente para las otras fases se tiene:

$$-Ri_b(t) + e_{bn}(t) - \left[ f_{s3} - \frac{1}{3} \sum_{i=1,3,5} f_{si} \right] V_{DC} = L \frac{di_b(t)}{dt} \quad (227)$$

$$-Ri_c(t) + e_{cn}(t) - \left[ f_{s5} - \frac{1}{3} \sum_{i=1,3,5} f_{si} \right] V_{DC} = L \frac{di_c(t)}{dt} \quad (228)$$

Por lo tanto, el voltaje del capacitor es:

$$i_{DC}(t) = C \frac{dv_{DC}(t)}{dt} \quad (229)$$

Del capítulo 4 puede re-escribirse:

$$i_{DC}(t) = i_a(t)f_{s1} + i_b(t)f_{s3} + i_c(t)f_{s5} \quad (230)$$

$$i_{DC}(t) = \sum_{j=a,b,c} i_j(t)f_{sk}, \quad k = 1, 3, 5 \quad (231)$$

Al reemplazar la ecuación (231) en (229):

$$\frac{dv_{DC}(t)}{dt} = \frac{1}{C} [i_a(t)f_{s1} + i_b(t)f_{s3} + i_c(t)f_{s5}] \quad (232)$$

El modelo generalizado, o modelo mediante función de conmutación para un convertidor de seis pulsos, está dado por las ecuaciones (226)-(232), donde se considera un esquema de modulación por ancho de pulso (PWM) para las funciones de conmutación  $f_{si}$ .

Los inversores de 12-, 24- y 48- pulsos se comprenden por la unión de los inversores de seis pulsos. En la siguiente sección se desarrolla el inversor de 12 pulsos.

### Inversor de 12 pulsos

Para un inversor de 12-pulsos, debe considerarse la contribución del segundo inversor de seis pulsos enlazado mediante el transformador Δ-Y. El voltaje línea-neutro  $v_{an}(t)$  es:

$$v_{an}(t) = v_{anYY}(t) + v_{an\Delta Y}(t) \quad (233)$$

donde  $v_{anYY}(t)$  es el voltaje línea-neutro en el secundario del transformador Y-Y, mientras que  $v_{an\Delta Y}(t)$  es el voltaje línea-neutro en el secundario del transformador  $\Delta$ -Y.  $v_{anYY}(t)$  se calcula como en la ecuación (221).

El voltaje línea-neutro en el secundario del transformador  $\Delta$ -Y se evalúa usando el voltaje línea-línea del puente trifásico.

$$v_{abY}(t) = v_{anYY}(t) - v_{bnYY}(t) \quad (234)$$

donde:

$$v_{anYY}(t) = v_{DC}(t) f_{s1} + v_{Hn}(t)$$

$$v_{bnYY}(t) = v_{DC}(t) f_{s3} + v_{Hn}(t)$$

Por lo tanto:

$$v_{abY}(t) = v_{DC}(t) (f_{s1} + f_{s3}) \quad (235)$$

Para el inversor de seis pulsos  $\Delta$ -Y el voltaje línea-línea en el lado delta es:

$$v_{abd}(t) = v_{DC}(t) (f_{s12} + f_{s32}) \quad (236)$$

donde  $f_{sk2}$  son las funciones de conmutación en el segundo inversor de seis pulsos. El voltaje línea-neutro en el lado Y resulta:

$$v_{an\Delta Y}(t) = v_{DC}(t) (f_{s12} + f_{s32}) / 3 \quad (237)$$

Similarmente:

$$v_{bn\Delta Y}(t) = v_{DC}(t) (f_{s32} + f_{s52}) / 3 \quad (238)$$

$$v_{cn\Delta Y}(t) = v_{DC}(t) (f_{s52} + f_{s12}) / 3 \quad (239)$$

La ecuación (240) expresa la corriente del capacitor debida al inversor de 12-pulsos, donde  $i_{DC1}(t)$  es la corriente del primer inversor de seis pulsos (conexión Y-Y), e  $i_{DC2}(t)$  es la corriente del segundo inversor de seis pulsos (conexión  $\Delta$ -Y).

$$i_{DC}(t) = i_{DC1}(t) + i_{DC2}(t) \quad (240)$$

La corriente proveniente del segundo inversor se calcula de manera similar a la del primer inversor:

$$i_{DC2}(t) = i_{a2}(t)f_{s12} + i_{b2}(t)f_{s32} + i_{c2}(t)f_{s52} \quad (241)$$

donde:

$$i_{a2}(t) = i_{ba}(t) - i_{ac}(t) = (i_a(t) - i_c(t)) / 3 \quad (242)$$

$$i_{b2}(t) = i_{cb}(t) - i_{ba}(t) = (i_b(t) - i_a(t)) / 3 \quad (243)$$

$$i_{c2}(t) = i_{ac}(t) - i_{cb}(t) = (i_c(t) - i_b(t)) / 3 \quad (244)$$

Sustituyendo las expresiones anteriores en la ecuación (241):

$$i_{DC2}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} [(f_{s12} - f_{s32})i_a(t) + (f_{s32} - f_{s52})i_b(t) + (f_{s52} - f_{s12})i_c(t)] \quad (245)$$

Estas ecuaciones representan el modelo generalizado de conmutación para un inversor de 12 pulsos, independiente del esquema PWM adoptado. Los inversores de 24- y 48-pulsos se componen de la combinación de dos y cuatro inversores de 12-pulsos, respectivamente. En tal caso, es muy importante considerar adecuadamente los desplazamientos de fase de las señales de disparo.

En las figuras 6.3 y 6.4 se ilustra el comportamiento de inversores de 6-, 12-, 24- y 48-pulsos. Los parámetros utilizados son:

*Seis pulsos*

$$V_m = 2.5 \text{ V}, V_{DC} = 6 \text{ V}, R = 0.2 \Omega, L = 3 \text{ mH}, C = 1000 \mu\text{F}, \alpha = -6^\circ$$

*12-pulsos*

$$V_m = 2.5 \text{ V}, V_{DC} = 3 \text{ V}, R = 0.4 \Omega, L = 6 \text{ mH}, C = 1000 \mu\text{F}, \alpha = -5.5^\circ$$

*24-pulsos*

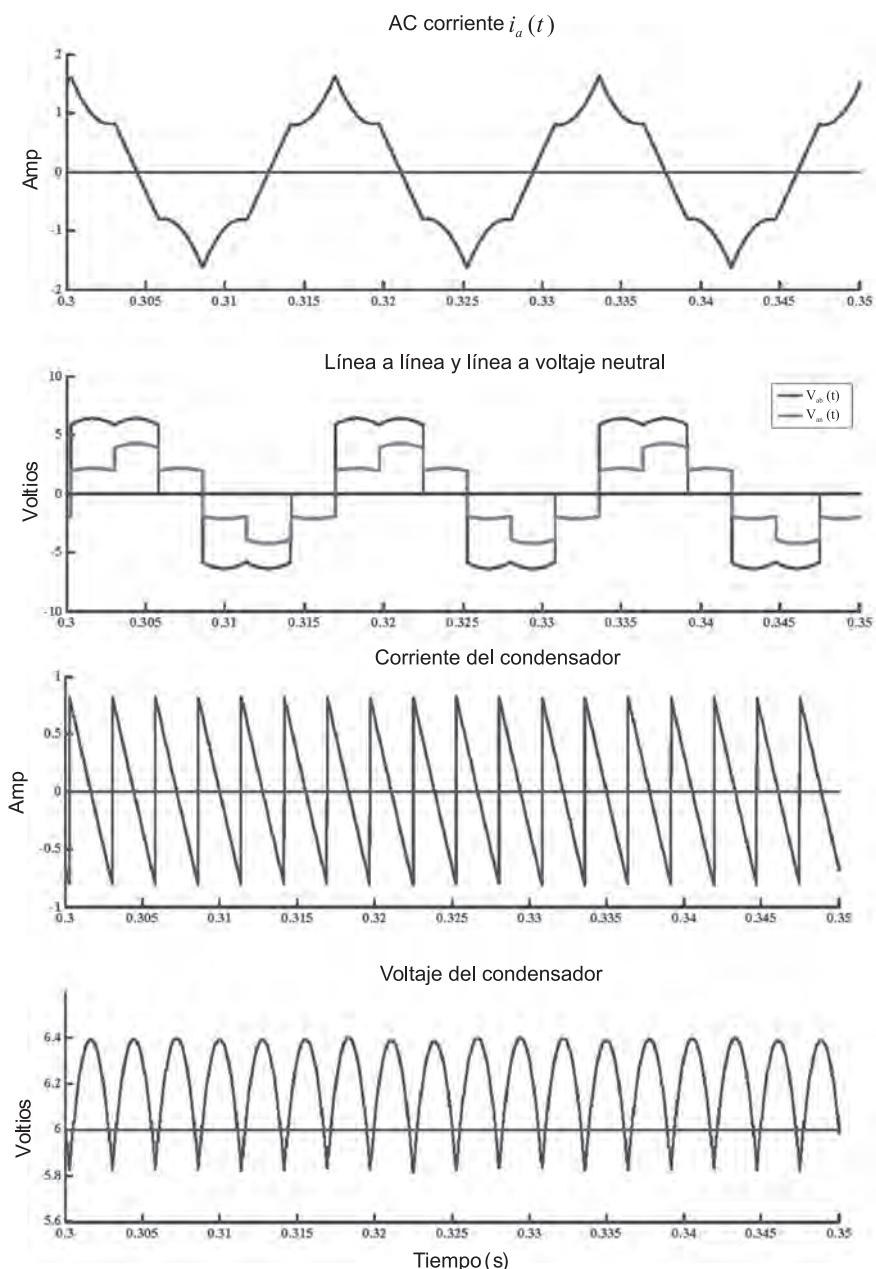
$$V_m = 2.5 \text{ V}, V_{DC} = 1.5 \text{ V}, R = 0.8 \Omega, L = 12 \text{ mH}, C = 1000 \mu\text{F}, \alpha = -6^\circ$$

*48-pulsos*

$$V_m = 2.5 \text{ V}, V_{DC} = 0.75 \text{ V}, R = 1.6 \Omega, L = 24 \text{ mH}, C = 1000 \mu\text{F}, \alpha = -5.85^\circ$$

#### MODELADO DEL STATCOM A FRECUENCIA FUNDAMENTAL

La principal ventaja del modelo de conmutación es que es aplicable al esquema PWM u otras estrategias de conmutación [1, 2-4].



*Figura 6.3 Señales para el inversor de seis pulsos*

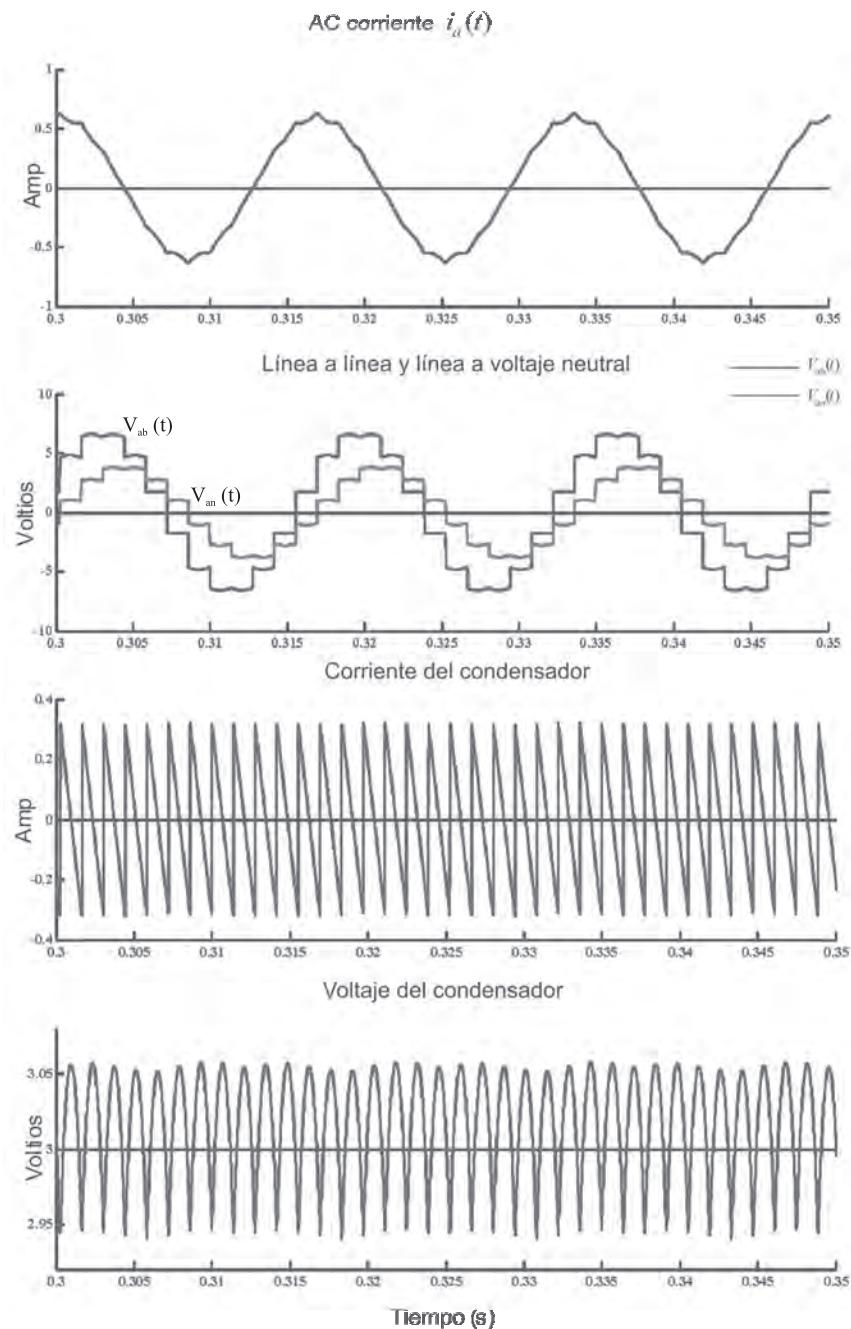


Figura 6.4 Señales para el inversor de 12 pulsos

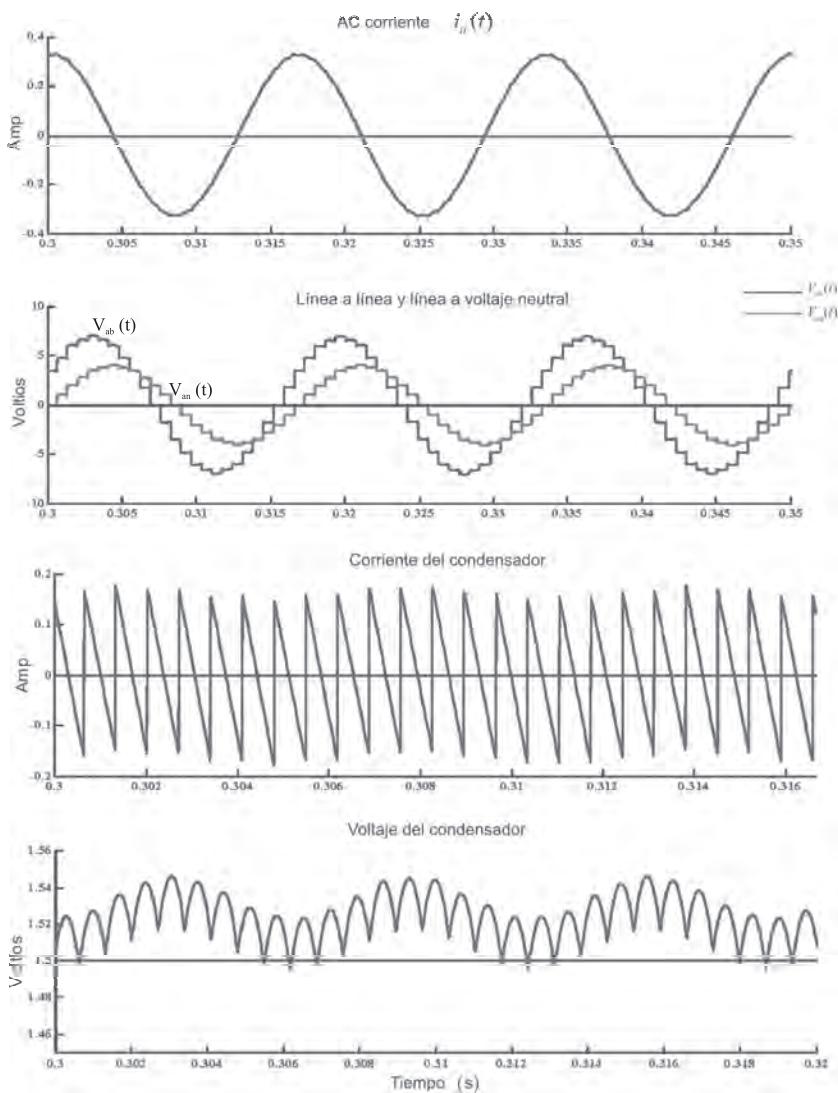


Figura 6.5 Señales para el inversor de 24-pulsos

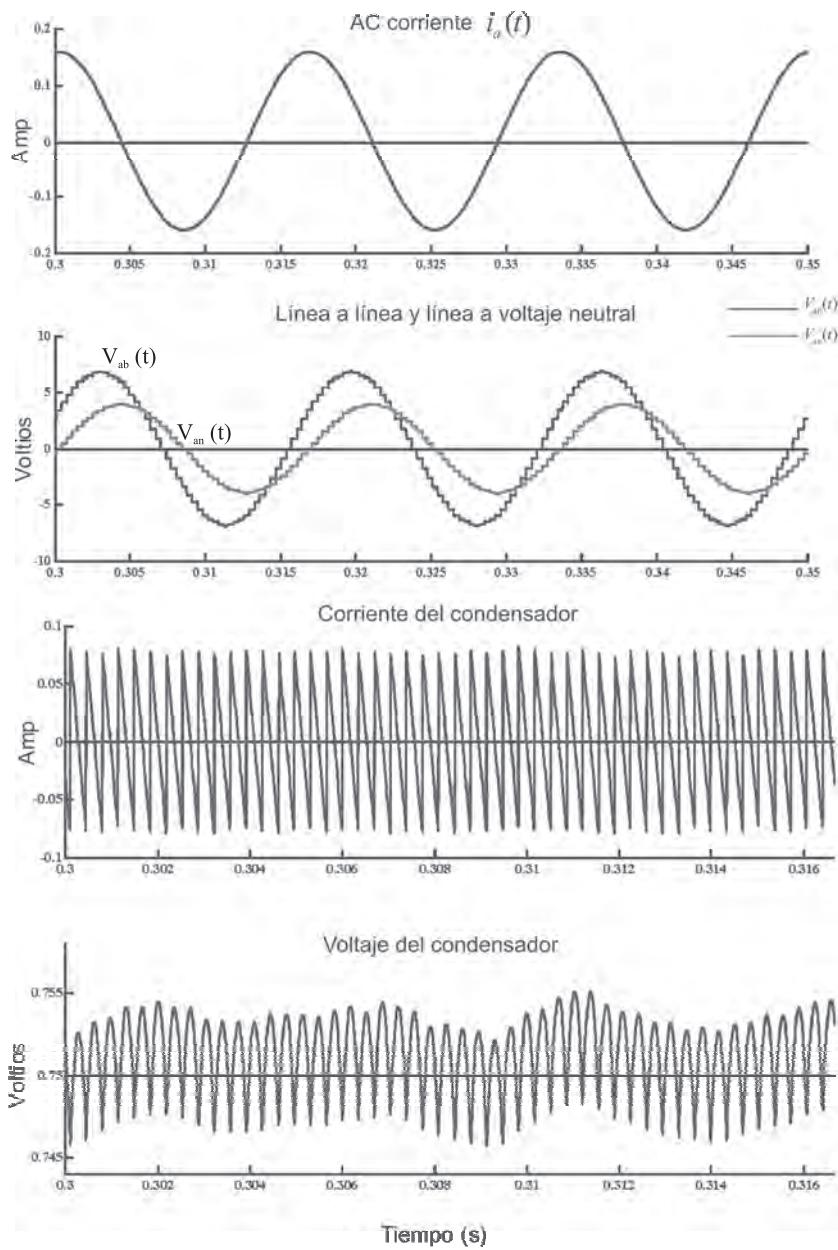


Figura 6.6 Señales para el inversor de 48-pulsos

Dada la complejidad de los modelos de conmutación, se desarrolla el modelado utilizando representaciones aproximadas de los inversores continuas en el tiempo (modelos promedio) en el marco de referencia síncrono (dq). La técnica de promediado convencional proporciona una representación útil del sistema, permitiendo procedimientos de diseño simples para ciertos regímenes de operación. Sin embargo, existen limitaciones, entre ellas [5].

- No se considera el efecto de armónicos en el comportamiento del inversor.
- No se modela resonancias entre los subsistemas CA-CD del inversor.

Esta sección presenta el modelo temporal del StatCom a frecuencia fundamental. Los voltajes de salida, línea-línea y línea-neutro, y las corrientes de fase se aproximan solamente mediante su componente fundamental. Para inversores de 24- y 48-pulsos resulta una buena aproximación. El voltaje y corriente del capacitor se aproximan por sus componentes promedio.

Para el desarrollo del modelo, la única suposición es que el patrón de conmutación es simétrico. Las funciones  $f_{si}^0$  son las funciones promedio (frecuencia fundamental) de las funciones de conmutación definidas previamente. La función  $f_{si}$  expresada en Fourier es:

$$f_{si} = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)] \quad (246)$$

donde:

$$a_0 = \frac{1}{2}, \quad a_n = 0$$

$$b_n = \frac{2}{n\pi}, \quad \forall n \text{ impar}$$

Así que el componente fundamental de  $f_{si}$  es:

$$f_{si}^0 = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin(\omega t) \quad (247)$$

Las expresiones para  $f_{s3}^0$  y  $f_{s5}^0$  son similares, sólo que desfasadas  $-120^\circ$  y  $-240^\circ$ , respectivamente. Esto es,

$$f_{s3}^0 = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin(\omega t - 120^\circ) \quad (248)$$

$$f_{s5}^0 = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \operatorname{sen}(\omega t - 240^\circ) \quad (249)$$

Sustituyendo las ecuaciones (247) y (249) en las ecuaciones (221) y (225), resultan los voltajes:

$$v_{Hn}^0(t) = -\frac{1}{2} v_{DC}(t) \quad (250)$$

$$v_{an}^0(t) = \frac{2}{\pi} v_{DC}(t) \operatorname{sen}(\omega t) \quad (251)$$

Reemplazando la ecuación (251) en la ecuación (216) se tiene:

$$\frac{di_a^0}{dt} = -\frac{R}{L} i_a^0(t) - \frac{2}{\pi L} v_{DC}^0(t) \operatorname{sen}(\omega t) + \frac{1}{L} e_{an}(t) \quad (252)$$

Similarmente,

$$\frac{di_b^0}{dt} = -\frac{R}{L} i_b^0(t) - \frac{2}{\pi L} v_{DC}^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 120^\circ) + \frac{1}{L} e_{bn}(t) \quad (253)$$

$$\frac{di_c^0}{dt} = -\frac{R}{L} i_c^0(t) - \frac{2}{\pi L} v_{DC}^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 240^\circ) + \frac{1}{L} e_{cn}(t) \quad (254)$$

Para el capacitor se tiene:

$$i_{DC}^0(t) = i_a^0(t) f_{s1}^0 + i_b^0(t) f_{s3}^0 + i_c^0(t) f_{s5}^0 \quad (255)$$

Por lo tanto:

$$i_{DC}^0(t) = \frac{2}{\pi} [i_a^0(t) \operatorname{sen}(\omega t) + i_b^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 120^\circ) + i_c^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 240^\circ)] \quad (256)$$

Así, la cuarta ecuación de estado es el voltaje del capacitor es:

$$\frac{dv_{DC}^0(t)}{dt} = \frac{1}{C} i_{DC}^0(t) \quad (257)$$

El conjunto de ecuaciones anterior representa el estado del inversor de seis pulsos, operando a frecuencia fundamental.

### Inversor de 12 pulsos

El patrón de conmutación del segundo inversor está atrasado  $30^\circ$  respecto al primero, por lo tanto, las funciones de conmutación del segundo inversor son:

$$f_{s12}^0 = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \operatorname{sen}(\omega t - 30^\circ) \quad (258)$$

$$f_{s32}^0 = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \operatorname{sen}(\omega t - 150^\circ) \quad (259)$$

$$f_{s52}^0 = \frac{12}{2} + \frac{2}{\pi} \operatorname{sen}(\omega t - 270^\circ) \quad (260)$$

El componente fundamental del voltaje en el devanado secundario (lado Y) del transformador Δ-Y es:

$$v_{an\Delta Y}^0(t) = \frac{2}{\pi} v_{DC}^0(t) \operatorname{sen}(\omega t)$$

Así que el voltaje de salida del inversor de 12 pulsos a frecuencia fundamental es:

$$v_{an12}^0(t) = \frac{4}{\pi} v_{DC}^0(t) \operatorname{sen}(\omega t) \quad (261)$$

$$v_{bn12}^0(t) = \frac{4}{\pi} v_{DC}^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 120^\circ) \quad (262)$$

$$v_{cn12}^0(t) = \frac{4}{\pi} v_{DC}^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 240^\circ) \quad (263)$$

Para calcular la contribución del segundo inversor a la corriente del capacitor, se sustituyen las funciones de conmutación en la ecuación (245):

$$i_{DC2}^0(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[ \left( f_{s12}^0 - f_{s32}^0 \right) i_a^0(t) + \left( f_{s32}^0 - f_{s52}^0 \right) i_b^0(t) + \left( f_{s52}^0 - f_{s12}^0 \right) i_c^0(t) \right] \quad (264)$$

$$i_{DC2}^0(t) = \frac{2}{\pi} \left[ i_a^0(t) \operatorname{sen}(\omega t) + i_b^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 120^\circ) + i_c^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 240^\circ) \right] \quad (265)$$

Por lo tanto, la corriente promedio del capacitor en el inversor de 12-pulsos es:

$$i_{DC}^0(t) = \frac{4}{\pi} \left[ i_a^0(t) \operatorname{sen}(\omega t) + i_b^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 120^\circ) + i_c^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 240^\circ) \right] \quad (266)$$

### Inversor de 24-pulsos

El inversor de 24-pulsos se compone de dos inversores de 12-pulsos con un cambio de fase de  $15^\circ$  entre ellos (uno atrasado  $7.5^\circ$  y el otro adelantado  $7.5^\circ$ ). Se sabe que el voltaje linea-neutro es [10]:

$$v_{an24}^0(t) = \frac{4}{\sqrt{3}} V_{ab1} \operatorname{sen}(\omega t) \quad (267)$$

donde

$$V_{ab1} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} v_{DC}^0(t)$$

De modo que los voltajes línea-neutro de 24-pulsos a frecuencia fundamental están dados por las siguientes expresiones

$$v_{an24}^0(t) = \frac{8}{\pi} v_{DC}^0(t) \operatorname{sen}(\omega t) \quad (268)$$

$$v_{bn24}^0(t) = \frac{8}{\pi} v_{DC}^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 120^\circ) \quad (269)$$

$$v_{cn24}^0(t) = \frac{8}{\pi} v_{DC}^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 240^\circ) \quad (270)$$

Para calcular la corriente del capacitor debe tomarse en cuenta la contribución de cada inversor de 12-pulsos. Cuando el ángulo de disparo de uno de los inversores de 12-pulsos es cero, la corriente del capacitor está dada por la ecuación (266). En el inversor de 24-pulsos un inversor está atrasado  $7.5^\circ$  mientras el otro está adelantado  $7.5^\circ$ , la corriente CD de cada inversor de 12-pulsos está dada por las expresiones (271) para el caso atrasado, y (272) para el adelantado.

$$i_{DC12\_1}^0(t) = \frac{4}{\pi} [i_a^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 7.5^\circ) + i_b^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 127.5^\circ) + i_c^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 247.5^\circ)] \quad (271)$$

$$i_{DC12\_2}^0(t) = \frac{4}{\pi} [i_a^0(t) \operatorname{sen}(\omega t + 7.5^\circ) + i_b^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 112.5^\circ) + i_c^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 232.5^\circ)] \quad (272)$$

La corriente del capacitor en el inversor de 24-pulsos es:

$$i_{DC24}^0(t) = i_{DC12\_1}^0(t) + i_{DC12\_2}^0(t)$$

Por lo tanto:

$$i_{DC24}^0(t) = \frac{8}{\pi} [i_a^0(t) \operatorname{sen}(\omega t) + i_b^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 120^\circ) + i_c^0(t) \operatorname{sen}(\omega t - 240^\circ)] \quad (273)$$

#### Inversor de 48-pulsos

Se lleva a cabo un procedimiento similar al anterior para estimar las señales de un inversor de 48 pulsos. En este caso se tiene:

$$v_{an48}^0(t) = 2v_{an24}^0(t) \quad (274)$$

$$i_{DC48}^0(t) = 2i_{DC24}^0(t) \quad (275)$$

De acuerdo con esto y con los resultados previos, incluyendo el ángulo del voltaje de salida o el ángulo de disparo  $\alpha$  como variable de control, esto es, el patrón de conmutación aplicado a los transistores, el modelo de espacio de estado del StatCom a frecuencia fundamental resulta:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_s x(t) + B_s u(t) \quad (276)$$

donde:

$$x(t) = [i_a^0, i_b^0, i_c^0, v_{DC}^0(t)]^T$$

$$u(t) = [e_{an}, e_{bn}, e_{cn}]^T$$

$$A_s = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & 0 & -k_1 \operatorname{sen}(\omega t + \alpha) \\ 0 & -\frac{R}{L} & 0 & -k_1 \operatorname{sen}(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} & -k_1 \operatorname{sen}(\omega t + \alpha - 240^\circ) \\ k_2 \operatorname{sen}(\omega t + \alpha) & k_2 \operatorname{sen}(\omega t + \alpha - 120^\circ) & k_2 \operatorname{sen}(\omega t + \alpha - 240^\circ) & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_s = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

$$k_1 = \frac{2}{\pi L}; k_2 = \frac{2}{\pi C} \quad \text{para un inversor de seis pulsos}$$

$$k_1 = \frac{4}{\pi L}; k_2 = \frac{4}{\pi C} \quad \text{para un inversor de 12 pulsos}$$

$$k_1 = \frac{8}{\pi L}; k_2 = \frac{8}{\pi C} \quad \text{para un inversor de 24-pulsos}$$

$$k_1 = \frac{16}{\pi L}; k_2 = \frac{16}{\pi C} \quad \text{para un inversor de 48-pulsos}$$

El modelo es no-lineal debido a la inclusión del ángulo de control  $\alpha$ . Cambios en él producirán respuestas no-lineales de los estados del StatCom [8].

**MODELO EN EL MARCO DE REFERENCIA dq0**

Se emplea la matriz de transformación de Park para desarrollar un modelo invariante en el tiempo de la ecuación (276) en el marco de referencia rotatorio dq0 [9]:

$$X_{dq0} = T X_{abc} \quad (277)$$

$$X_{abc} = T^{-1} X_{dq0} \quad (278)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \cos(\omega t - 120^\circ) & \cos(\omega t - 240^\circ) \\ -\sin(\omega t) & -\sin(\omega t - 120^\circ) & -\sin(\omega t - 240^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (279)$$

Aplicando la transformación a la ecuación (276):

$$\frac{dx_{abc}(t)}{dt} = A_s x_{abc}(t) + B_s u_{abc}(t) \quad (280)$$

$$\frac{dx_{dq0}}{dt} = TA_s T^{-1} x_{dq0} + TB_s T^{-1} u_{dq0} + \omega x_{dq0} \quad (281)$$

Esto es:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{dq0} \\ v_{DC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} TA_{s11} T^{-1} & TA_{s12} \\ A_{s21} T^{-1} & A_{s22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dq0} \\ v_{DC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} TB_s T^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{dq0} \\ 0 \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} i_{dq0} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (282)$$

donde:

$$TA_{s11} T^{-1} = \text{diag} \left\{ -\frac{R}{L} \right\}; TA_{s12} = \left[ -k_1 \sin(\alpha), k_1 \cos(\alpha), 0 \right]^T$$

$$A_{s21} T^{-1} = \left[ \frac{3}{2} k_2 \sin(\alpha), -\frac{3}{2} k_2 \cos(\alpha), 0 \right] \quad (283)$$

$$A_{s22} = [0]; TB_s T^{-1} = \text{diag} \left\{ \frac{1}{L} \right\}$$

Así que el modelo resulta:

$$\frac{dx_{dq0}}{dt} = A_{dq0} x_{dq0} + B_{dq0} u_{dq0} \quad (284)$$

donde:

$$x_{dq0} = [i_d, i_q, i_0^0, v_{DC}]^T$$

$$u_{dq0} = [e_d, e_q, e_0]^T$$

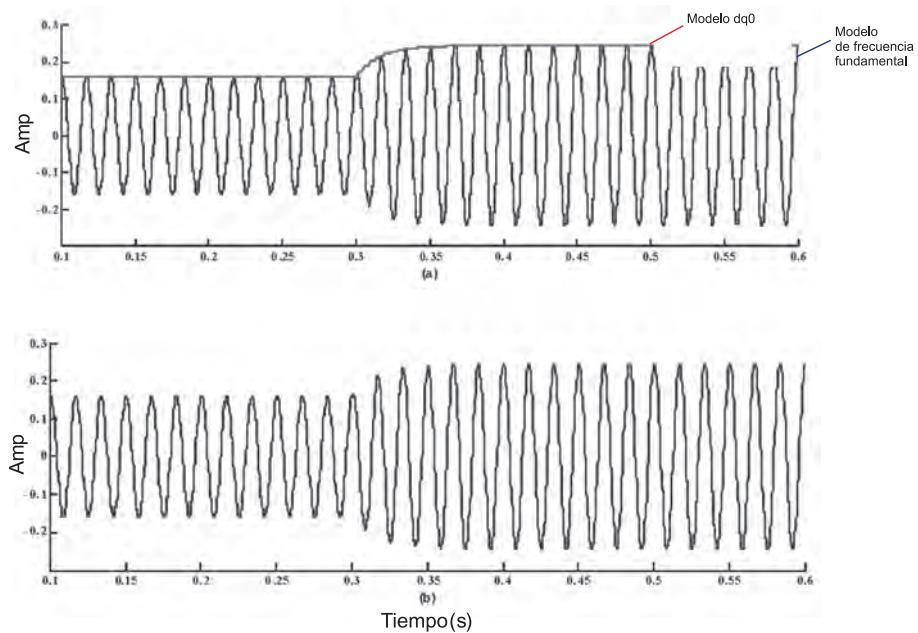
$$A_{dq0} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \omega & 0 & -k_1 \operatorname{sen}(\alpha) \\ -\omega & -\frac{R}{L} & 0 & k_1 \cos(\alpha) \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} & 0 \\ \frac{3}{2}k_2 \operatorname{sen}(\alpha) & -\frac{3}{2}k_2 \cos(\alpha) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_s = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

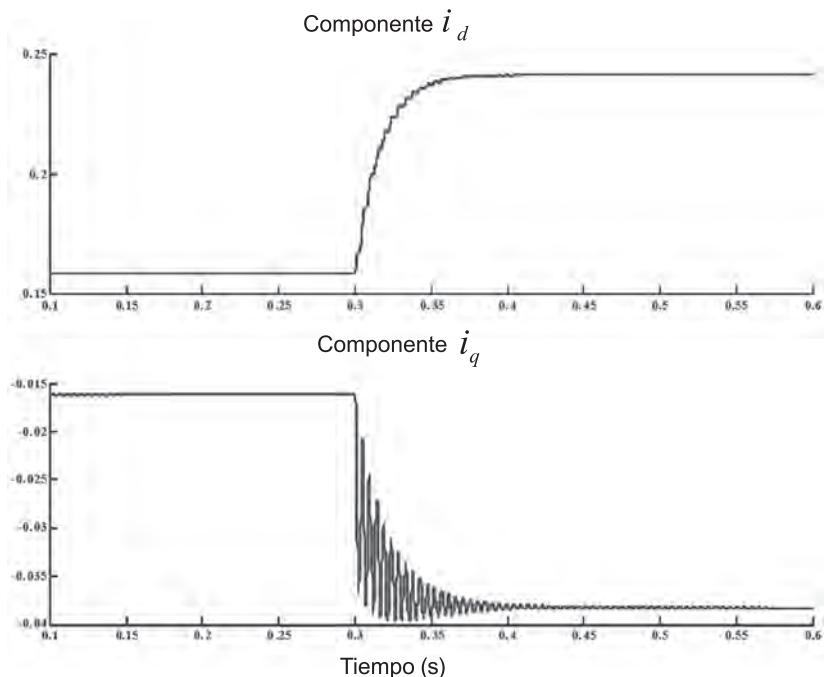
Expandiendo, resultan las ecuaciones detalladas:

$$\begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= -\frac{R}{L}i_d - k_1 \operatorname{sen}(\alpha)v_{DC} + \frac{1}{L}e_d + \omega i_q \\ \frac{di_q}{dt} &= -\frac{R}{L}i_q + k_1 \cos(\alpha)v_{DC} + \frac{1}{L}e_q - \omega i_d \\ \frac{dv_{DC}}{dt} &= \frac{3}{2}k_2 [i_d \operatorname{sen}(\alpha) - i_q \cos(\alpha)] \end{aligned} \quad (285)$$

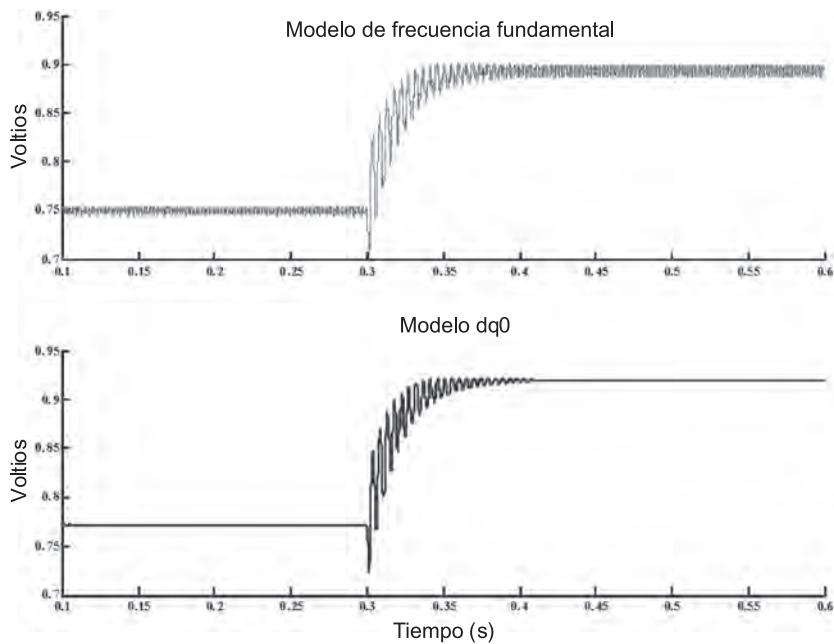
Las figuras 6.7 y 6.9 ilustran la respuesta de cada modelo-modelo de frecuencia fundamental y dq0- para el inversor de 48-pulsos utilizando los parámetros previos. Inicialmente el inversor se encuentra en estado estacionario con  $\alpha = -6^\circ$ , al tiempo  $t = 0.3$  s el ángulo  $\alpha$  se modifica a  $-9^\circ$ . El voltaje del capacitor se exhibe en la figura 6.9.



**Figura 6.7 Corriente de fase, a) modelo de conmutación,  
b) modelo de frecuencia fundamental**



**Figura 6.8 Corrientes  $i_d$  e  $i_q$**

*Figura 6.9 Voltaje del capacitor*

## CONCLUSIONES

Independientemente de la aplicación, el modelado en sistemas eléctricos de potencia típicamente se realiza con representaciones continuas en el tiempo en el marco de referencia síncrono (dq0). Tal formulación produce un conjunto de tres ecuaciones diferenciales que representan la operación del inversor con una razonable aproximación, aunque estos modelos exhiben algunas limitaciones tales como la no-representación de los efectos de la commutación.

Los modelos de commutación describen muy bien la dinámica del inversor, aunque son complicados. No obstante existen algunos métodos y herramientas de la teoría de control no-lineal que los hace especialmente útiles para su control.

**REFERENCIAS:**

- [1] Seyed Ali Nabavi-Niaki, "Modelling and Applications of Unified Power Flow Controller (UPFC) for Power Systems", Ph. D. Thesis, University of Toronto, 1996.
- [2] Banerjee, Verghese, "Nonlinear Phenomena in Power Electronics", IEEE Press, 2001.
- [3] J. Kassakian, M. Schlecht, and G. Verghese, "Principles of power electronics", Addison-Wesley, 1991.
- [4] IEEE, "Special Issue on Hybrid Systems", *IEEE Trans. on Automatic Control*, May 1998.
- [5] P.W. Lehn, "Exact Modeling of the Voltage Source Converter", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 17, No. 1, pp. 217-222, January 2002.
- [6] P. W. Lehn, M. R. Iravani, "Experimental Evaluation of StatCom Closed Loop", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 13, No. 4, pp. 1378-1384, October 1998.
- [7] K. R. Padiyar, A.M. Kulkarni, "Design of Reactive Current and Voltage Controller of Static Condenser", *Electrical Power and Energy Systems*, Vol.19, No. 6, pp. 397-410, 1997.
- [8] Pranesh Rao, M. L. Crow, Zhiping Yang, "StatCom Control for Power System Voltage Control Applications", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol 15, No. 4, pp. 1311-1317, October 2000.
- [9] P. Kundur, "Power System Stability and Control", McGraw-Hill, 1994.
- [10] Ricardo Dávalos M., Juan M. Ramírez, Rubén Tapia O., "Three-phase Multi-pulse Converter StatCom Analysis." *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Vol 27 (1), January 2005, pp. 39-51.

## CAPÍTULO 7

### LA ESTABILIDAD DE VOLTAJE Y EL STATCOM

#### RESUMEN

El presente capítulo presenta la aplicación del dispositivo StatCom al problema de estabilidad de voltaje, actualmente uno de los grandes problemas en los sistemas eléctricos de potencia y motivo de investigación. Primeramente se analiza el funcionamiento en estado estacionario y en el dominio del tiempo del dispositivo. Se emplea una formulación en coordenadas de fase a-b-c.

#### FUNDAMENTOS

Existen muchos trabajos que proponen diversos métodos para estudiar los problemas relacionados con la estabilidad de voltaje, éstos van desde los más simples hasta los más complejos. A continuación, se examina uno de los ejemplos elementales expuestos en la literatura, utilizado con el propósito de ilustrar los principios del problema de estabilidad de voltaje [1].

#### Restricciones en la transferencia de potencia

La figura 7.1 es una representación esquemática de un sistema radial y sus diferentes parámetros eléctricos. Se forma de un nodo de carga, alimentado por una fuente generadora de potencia infinita a través de una línea de transmisión.

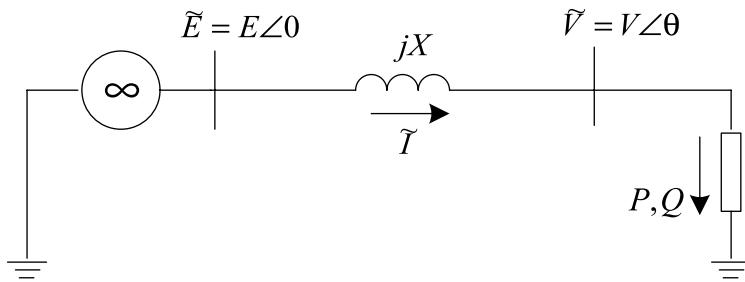


Figura 7.1 Circuito representativo de un sistema radial

Para generalizar el concepto, los nodos de este sistema pueden ser percibidos como un nodo de envío y un nodo de recepción, en donde la transferencia de potencia activa y reactiva, desde la fuente generadora hasta el nodo de carga, depende de la magnitud del voltaje en ambos nodos, y de sus respectivos ángulos de fase. En la figura 7.2 se despliega el triángulo de potencias correspondiente al nodo donde se encuentra instalada la carga.  $P$ ,  $Q$  y  $S$ , representan las potencias activa, reactiva y aparente de carga, respectivamente. Del triángulo se obtiene la expresión para el factor de potencia definido por:

$$F.P = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \cos \phi \quad (286)$$

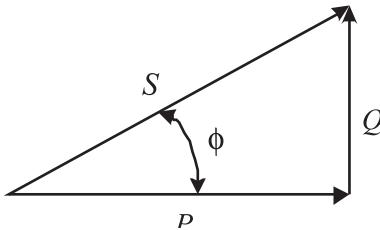


Figura 7.2 Triángulo de potencias

El análisis que se realiza con este pequeño sistema, tiene como finalidad encontrar la relación entre las potencias  $P$ ,  $Q$ , y el voltaje  $V$  en el nodo de carga. Para esto, el voltaje en terminales de la fuente  $E$  se considera la referencia del sistema con un valor constante. Como se ilustra en la figura 7.2, la impedancia de la línea se representa sólo por su reactancia en serie  $jX$ , asumiendo un sistema sin pérdidas, además se desprecia el efecto capacitivo en derivación de la línea. Todos los valores mostrados durante el análisis están por unidad (p.u.). Este sistema puede visualizarse como el equivalente de Thevenin visto desde un nodo del SEP.

El voltaje en el nodo de carga está dado por la expresión:

$$\tilde{V} = \tilde{E} - jX \tilde{I} \quad (287)$$

La potencia absorbida por la carga, expresada en forma compleja es:

$$S = P + jQ = \tilde{V} \tilde{I}^* = \tilde{V} \frac{\tilde{E}^* - \tilde{V}^*}{-jX} \quad (288)$$

$$S = \frac{j}{X} (EV \cos \theta + jEV \sin \theta - V^2) \quad (289)$$

Separando la ecuación (289) en partes real e imaginaria se tiene:

$$P = -\frac{EV}{X} \sin \theta \quad (290)$$

$$Q = -\frac{V^2}{X} + \frac{EV}{X} \cos \theta \quad (291)$$

Las ecuaciones (291) son representativas de los flujos de potencia o flujos de carga para un sistema sin pérdidas. Para valores específicos de  $P$  y  $Q$ , estas expresiones permiten calcular el valor de las variables  $V$  y  $\theta$ .

En sistemas de corriente alterna donde prevalecen los efectos de las reactancias, como es el caso de los SEP, existe una estrecha relación entre la magnitud de voltaje y la potencia reactiva, además se da este tipo de relación entre el ángulo de fase y la potencia activa [2, 12]. En el sentido estricto de la palabra, este desacoplamiento aplica sólo para condiciones normales de operación y no puede ser extendido a condiciones de extrema carga [1].

En el análisis siguiente, se consideran las relaciones mencionadas con el propósito de eliminar el ángulo  $\theta$  de las ecuaciones (291) y (292). Bajo esta suposición, y después de realizar algunas operaciones, se obtiene la ecuación (292).

$$(V^2)^2 + (2QX - E^2)V^2 + X^2(P^2 + Q^2) = 0 \quad (292)$$

Esta es una ecuación de segundo grado en  $V$ . La condición para tener al menos una solución es:

$$-P^2 - \frac{E^2}{X}Q + \left(\frac{E^2}{2X}\right)^2 \geq 0 \quad (293)$$

Asumiendo esta restricción, se tienen dos posibles soluciones para la ecuación (292), definidas por:

$$V = \sqrt{\frac{E^2}{2} - QX \pm \sqrt{\frac{E^4}{4} - X^2 P^2 - XE^2 Q}} \quad (294)$$

De acuerdo con el triángulo de potencias mostrado en la figura 7.2, la potencia reactiva puede ser expresada mediante:

$$Q = P \tan\Phi \quad (295)$$

Una vez que se ha omitido el ángulo  $\theta$  de la formulación planteada, el único parámetro desconocido es la magnitud de voltaje  $V$ . Para su solución, se sabe que los valores de  $E$  y  $X$  son constantes. De acuerdo con la ecuación (295),  $Q$  depende de  $P$ , y considerando un factor de potencia constante, resulta que  $V$  sólo es función de  $P$ .

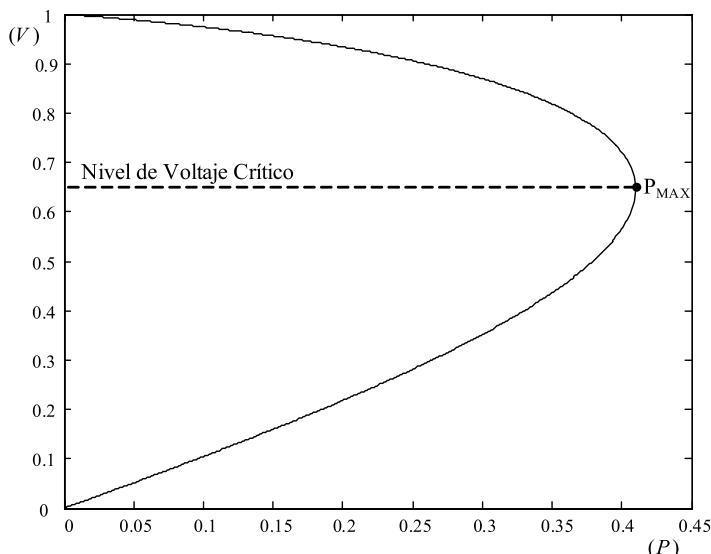
### Curvas PV

La relación entre la potencia activa  $P$  y la magnitud del voltaje  $V$  es de mucho interés en estudios de estabilidad de voltaje, y el análisis de su interacción se refleja en la construcción de las curvas denominadas PV. Para el caso que se está examinando, dichas curvas se pueden obtener a partir de las dos soluciones conocidas para la ecuación (294).

Una curva PV representativa del sistema en estudio se muestra en la figura 7.3, para una condición de operación tal que,  $\tan\Phi = 0.6$ .

Como se mencionó, para un factor de potencia dado, la ecuación (294) tiene dos posibles soluciones:

1. La que se obtiene considerando el signo positivo, resulta en una condición de operación donde prevalece un nivel de voltaje  $V$  elevado y una magnitud de corriente  $I$  pequeña, que corresponde a los puntos en la curva por arriba de la línea punteada, marcada en la figura 7.3; normalmente estos puntos representan condiciones de operación satisfactorias.
2. La segunda solución que se obtiene considerando el signo negativo, produce los puntos de operación indicados en la parte inferior de la curva, lo que corresponde a un nivel de voltaje  $V$  pequeño y una corriente  $I$  elevada en magnitud, lo cual denota características de una condición de operación inapropiada, por lo que se dice que todos los puntos por debajo de la curva representan condiciones de operación inestables.



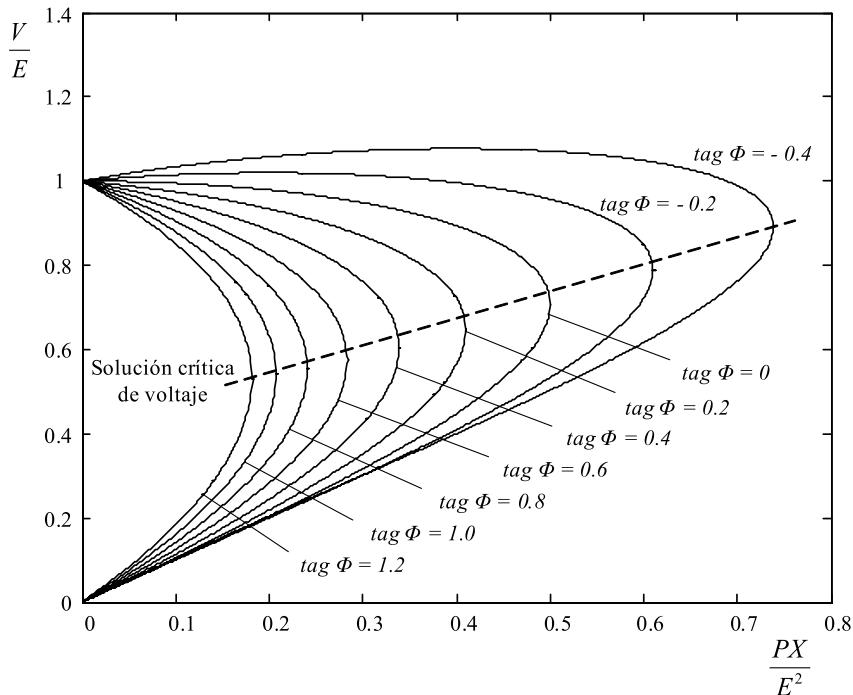
**Figura 7.3 Curva PV considerando tan  $\Phi = 0.2$**

En relación con la figura 7.3, en la parte superior de la curva PV, conforme la carga se incrementa, el nivel en la magnitud de voltaje disminuye y gradualmente se acerca al punto de operación marcado como de potencia máxima  $P_{max}$ . Este punto singular tiene varias definiciones en los análisis de estabilidad de voltaje; por ejemplo, *punto crítico de voltaje* o *punto de colapso de voltaje*. Otros términos menos técnicos lo denominan como rodilla de la curva, o punta de la nariz. El problema que se tiene cuando el sistema está operando cerca de este valor crítico, es que un ligero incremento de carga produce una caída drástica en la magnitud de voltaje. Si el punto de operación se ubica en la parte inferior de la curva, conforme la carga disminuye la magnitud de voltaje también lo hace, lo que es una señal manifiesta de una operación inestable del sistema.

Para explicar de qué depende el valor de  $P_{max}$ , primero se considera que la potencia de carga se comporta como una impedancia. Una vez asumido esto, se aplica un concepto del análisis de redes eléctricas denominado como problema de adaptación de carga [3], o teorema de máxima transferencia de potencia, el cual indica que la máxima potencia de carga se alcanza cuando la impedancia de carga es igual en magnitud a la impedancia de la fuente, en este caso, la impedancia de la línea mostrada en la figura 7.3.

Las curvas PV son de mucha utilidad para realizar análisis conceptuales de los problemas de estabilidad de voltaje en sistemas radiales, y desempeñan un papel importante para su entendimiento. En la figura 7.4 se dibujan otras curvas PV para el circuito elemental que se ha estado analizando.

Estas curvas PV están normalizadas sobre la potencia de corto-circuito del sistema ( $E^2/X$ ). Cada una de ellas corresponde a un factor de potencia diferente.

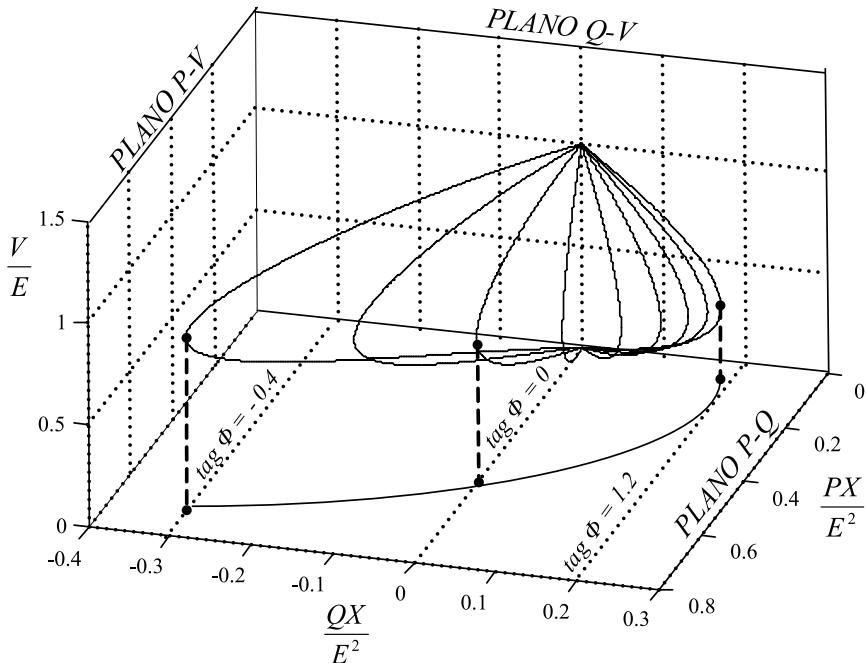


*Figura 7.4 Curvas PV para diferentes valores del factor de potencia*

Como se puede apreciar en cada una de las formas que describen las curvas PV mostradas en la figura anterior, el factor de potencia establecido por la carga tiene un efecto importante en la característica potencia-voltaje del sistema.

Otro aspecto importante de resaltar es cuando se tiene el caso de un factor de potencia en adelanto ( $\tan \Phi < 0$ ), el cual se consigue a través de la compensación en derivación del sistema. Para esta condición de operación, el punto en el cual se alcanza el valor de  $P_{max}$  se incrementa, y también la magnitud de voltaje. Esto es debido a que, para valores negativos de  $\tan \Phi$ , mayor potencia activa consumida por la carga y mayor es la potencia reactiva producida por la misma. Esta situación es algo ambigua, ya que el límite de potencia máxima puede alcanzarse a niveles de voltaje que se encuentren dentro de un rango normal de operación, ocultando con esto la condición real del sistema.

Hasta el momento sólo se ha descrito la característica entre la potencia activa de carga y la magnitud de voltaje, a un factor de potencia constante, de acuerdo con la ecuación (295), para cada valor calculado de la potencia activa  $P$ , existe un valor correspondiente para la potencia reactiva de carga  $Q$ . La potencia reactiva de carga se analiza a través de la figura 7.5, en donde todas las curvas PV mostradas en la figura 7.4 se extienden a un plano de tres dimensiones para examinar el comportamiento de la potencia reactiva  $Q$ , en conjunto con el comportamiento de la potencia activa  $P$  y la magnitud de voltaje  $V$ .



*Figura 7.5 Voltaje en función de la potencia activa y reactiva de carga*

La figura 7.5 está constituida de tres planos, que se denominan PV, QV y PQ, respectivamente. Se revisan tres condiciones de operación, tomando en cuenta el factor de potencia y el punto crítico de voltaje, todos ellos ilustrados en la figura 7.5:

1. Factor de potencia en adelanto,  $\tan \Phi = -0.4$ . Bajo esta condición se tiene un caso compensado, en el cual el sistema no consume potencia reactiva del sistema, sino que la está suministrando; esto se denota por medio del signo negativo de  $Q$  mostrado en la gráfica.

2. Factor de potencia unitario, tan  $\Phi = 0$ . En este caso la carga es puramente resistiva y no hay consumo ni suministro de potencia reactiva. La línea de referencia se encuentra en un valor cero.
3. Factor de potencia en atraso, tan  $\Phi = 1.2$ . Operando de esta manera la carga consume potencia activa y potencia reactiva. Por lo general, este es un caso normal de operación.

Así, cada uno de los puntos que se encuentran ubicados en el espacio de tres dimensiones, pueden ser proyectados hacia cualquiera de los planos definidos, proporcionando con esto el valor de dos de los tres parámetros manejados para una condición específica de operación. Por ejemplo, la proyección de cada uno de estos puntos hacia el plano PV, da como resultado las curvas PV mostradas en la figura 7.4, y similarmente se forman las curvas de los planos QV y PQ.

El método de las curvas PV también es utilizado en análisis de redes de gran tamaño, pero a diferencia del caso anterior, para sistemas de mayor dimensión,  $P$  representa la potencia activa total de carga en MW en el área bajo estudio, y  $V$  la magnitud de voltaje en algún nodo del sistema en p.u. Algunas veces  $P$  también puede representar el flujo de potencia transferido a través de una línea de transmisión. En estos casos, el cálculo de las curvas PV se hace a través del uso repetido de algún algoritmo de flujos de carga. Para cada condición específica de carga, se realiza una simulación con la cual se obtienen sus correspondientes valores de voltaje. El próximo paso en el análisis es incrementar la carga para obtener una nueva solución para los estados del sistema, y así sucesivamente hasta que se construya toda la curva.

#### **El concepto del margen de estabilidad de voltaje**

Una estimación muy utilizada como criterio de seguridad de voltaje es la que se basa en verificar que los niveles en la magnitud de voltaje sean aceptables, antes y después de que el SEP experimente un disturbio. Generalmente este tipo de criterios son desarrollados tomando en consideración los límites de operación de los diferentes dispositivos del SEP, mediante el cual se establecen niveles de operación adecuados. Sin embargo, basarse solamente en esta estimación para afirmar que el sistema puede operar satisfactoriamente sobre un rango amplio de situaciones, es erróneo, ya que en muchas ocasiones contar sólo con magnitudes de voltaje elevadas, no garantiza que exista un margen suficiente para asegurar la estabilidad de voltaje del SEP.

Por esta razón, además de utilizar tales criterios de seguridad, es necesario definir márgenes o distancias que permitan predecir de manera más precisa la verdadera condición de operación que se mantiene dentro del SEP, y prever la magnitud de los posibles cambios en su operación ante situaciones aparentemente normales o ante un disturbio [4,5].

En respuesta a esta problemática, expertos e investigadores en el análisis de los SEP han introducido el concepto del margen de estabilidad de voltaje, el cual puede ser definido como una medida que estima qué tan cerca está el SEP de experimentar disturbios debido a problemas relacionados con los niveles de voltaje en sus nodos. En los últimos años se han realizado esfuerzos importantes por tratar de especificar estos márgenes en función de cantidades o parámetros del SEP que tengan un sentido práctico para los analistas.

En general, el margen de estabilidad de voltaje puede ser definido como la diferencia entre el valor de un parámetro clave del sistema (PCS) en el actual punto de operación y el punto crítico de estabilidad de voltaje [6]. Por ejemplo, este PCS puede ser elegido como la potencia activa o reactiva de carga, o la capacidad total de transferencia del SEP, por mencionar algunos. Como se observa, se cuenta con diversas alternativas para elegir este PCS. Sin embargo, en la práctica existen principalmente dos categorías establecidas para este propósito:

1. Elección del PCS con base en el uso de curvas PV, tal como la carga total en un área específica del SEP, o la transferencia de potencia a través de una línea de transmisión.
2. Elección del PCS con base en el uso de curvas VQ. Como un ejemplo se puede citar el caso de la potencia reactiva de compensación que se suministra a un nodo o grupo de nodos del SEP.

La figura 7.6 presenta a grandes rasgos, y sin pérdida de generalidad, cómo se realiza el cálculo del margen de la estabilidad de voltaje para diferentes circunstancias de operación en un SEP, considerando que el PCS es una carga modelada como potencia constante [6].

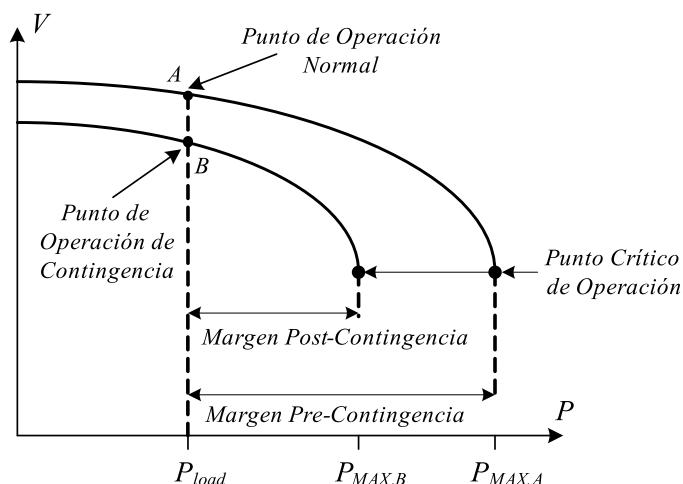


Figura 7.6 Margen de estabilidad de voltaje de un SEP

En la figura 7.6, el margen denominado como pre-contingencia, corresponde a un caso donde el SEP está operando bajo condiciones normales, lo que, en general, muestra que los elementos que lo forman están funcionando adecuadamente. El margen referido como post-contingencia se relaciona con un estado de operación anormal del sistema, dando a entender que se ha presentado alguna contingencia dentro del SEP, como la salida de un generador, de una línea de transmisión o algún otro evento que modifique sus condiciones operativas. Es claro que se tiene un margen mucho más amplio para el caso pre-contingencia, y con esto se tiene mayor libertad de operar el sistema ante diversas circunstancias.

Calcular el margen de estabilidad de voltaje sólo para el caso pre-contingencia no ofrece grandes ventajas desde el punto de vista de la seguridad, ya que éste describe únicamente las características de cargabilidad del SEP para cada caso en particular [7]. Con esto no se está afirmando que no sea necesario calcularlo, sin embargo, es de gran utilidad que este análisis sea complementado con el estudio de otros casos, y de manera particular se enfatizan los casos ante contingencias, ya que por diversas causas, propias y ajenaas con la operación del SEP, las contingencias están inherentemente relacionadas con su funcionamiento.

De manera estricta, sería necesario determinar el margen de estabilidad de voltaje para todas las posibles contingencias que pudieran presentarse dentro del SEP, contemplando tanto contingencias simples o contingencias dobles. No obstante, esto lleva como consecuencia el empleo de tiempos prolongados de simulación, por lo que hay que tomar en consideración qué tipo de análisis se está realizando, en-línea o fuera-de-línea.

En análisis en-línea, la topología y el estado del sistema se conocen, o aproximadamente se conocen, a través de las diversas mediciones y estimaciones de estado, por lo que el cálculo del margen de estabilidad de voltaje se realiza contemplando sólo una lista pequeña de contingencias. La selección de las contingencias consideradas depende, en gran medida, de los procedimientos de seguridad empleados por cada compañía, pero muchas veces se realiza con base a datos estadísticos, recopilados a través de los años y que son de gran utilidad para estos casos.

En el ambiente fuera-de-línea, donde se dispone de mayor tiempo para realizar los análisis, es necesario determinar el margen de estabilidad de voltaje para un número mayor de contingencias, además de considerar algunas condiciones específicas de operación, ya que con frecuencia, debido al mantenimiento y disparo forzoso de los equipos, el sistema rara vez está operando con todos los elementos en servicio. Así que para propósitos de análisis, cada elemento fuera de servicio es combinado con cada contingencia seleccionada para formar un conjunto de dobles contingencias. Con los resultados obtenidos de estos estudios, algunas veces se crean bases

de datos destinadas a ser utilizadas como respaldo por los operadores del SEP, con el objetivo de aplicar medidas correctivas adecuadas ante una contingencia dada.

El margen de estabilidad de voltaje es un índice hacia los problemas de estabilidad de voltaje, ampliamente reconocido y aceptado, además, sus fundamentos son comprensibles. Otras ventajas que proporciona el empleo de éste son [8]:

- El concepto de este tipo de margen no está basado en un modelo particular del SEP, y puede ser utilizado con modelos dinámicos o modelos estáticos independientemente de lo detalladas que estén las dinámicas del sistema.
- Es un índice preciso que toma en consideración las no-linealidades del SEP, y los límites de los diferentes dispositivos conforme la carga se incrementa.
- Un análisis de sensibilidades puede ser aplicado con el objetivo de determinar los efectos sobre los parámetros y controles del sistema [9].
- El margen considera el modelo del incremento de carga (dirección de cálculo).

Otra ventaja adicional que se obtiene al realizar el cálculo del margen, es que con base en éste se puede definir un criterio de estabilidad de voltaje, con el que se tiene la posibilidad de estimar cuánto margen se considera lo suficientemente adecuado para mantener la estabilidad de voltaje del SEP.

De una manera general, este criterio puede ser definido de la siguiente manera; “Un SEP debe ser capaz de operar de tal manera que para el punto actual de operación y sometido a las condiciones de todas las contingencias creíbles, el valor del margen de estabilidad de voltaje permanezca superior a cierto porcentaje establecido del PCS” [6].

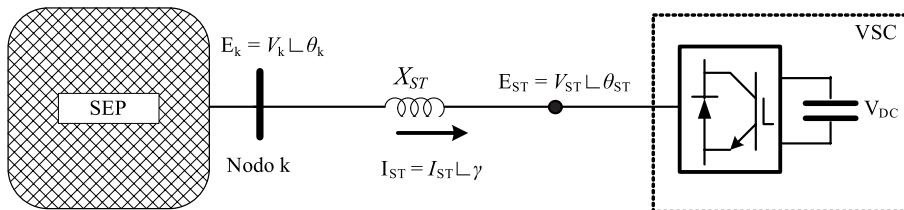
Algunos criterios establecidos por diferentes compañías son:

- a. Criterio de incremento/decremento de voltaje, especifica que la magnitud de voltaje debe permanecer dentro de cierto rango nominal durante todas las contingencias.
- b. Criterio de reserva de reactivos, establece que las reservas de potencia reactiva de un grupo de fuentes (generadores, dispositivos de compensación) debe permanecer superior a un margen de su potencia de salida bajo todas las contingencias.

La combinación de los límites mencionados define los límites de operación o, en otras palabras, establece el rango seguro sobre el cual puede operar el SEP respecto al voltaje.

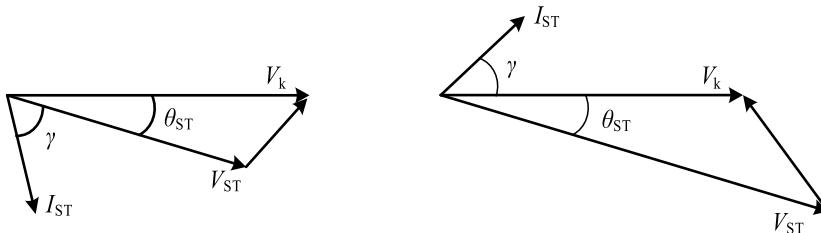
### STATCOM EN ESTADO ESTACIONARIO

Como se ha estudiado en capítulos precedentes, la estructura fundamental del dispositivo StatCom está constituida por una fuente inversora (VSC), y un transformador de acoplamiento que se utiliza como enlace con el SEP, como se ilustra en la figura 7.7.



*Figura 7.7 Estructura fundamental de un StatCom*

De manera general se puede decir que el StatCom es la contraparte estática de un condensador síncrono, pues también genera y absorbe potencia reactiva pero mucho más rápido, ya que no involucra partes móviles durante este proceso, además los principios por los cuales se rige el funcionamiento del StatCom son muy parecidos al de un condensador síncrono. Una forma de ilustrar gráficamente este procedimiento es por medio del diagrama fasorial de la figura 7.8.

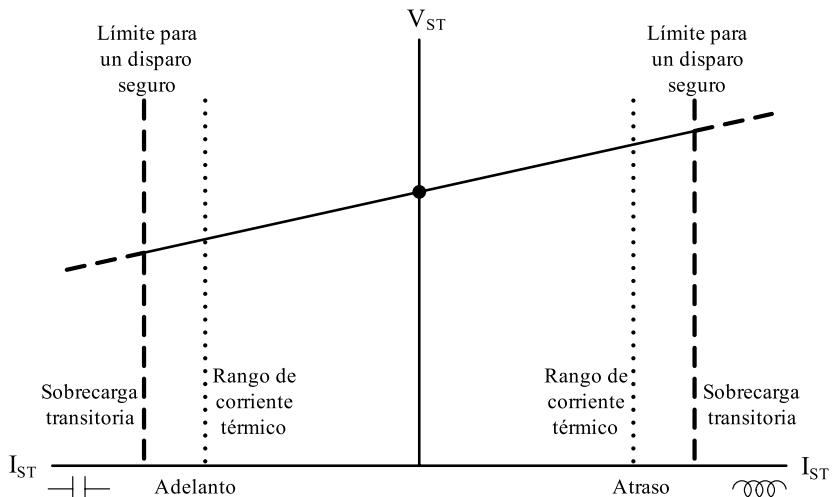


*Figura 7.8 Funcionamiento básico de un StatCom*

Con base en las figuras 7.9 y 7.10, se observa que si el voltaje generado en las terminales del StatCom es menor que el voltaje existente en el nodo del SEP donde se conecta, el comportamiento del StatCom será similar al de una carga inductiva, consumiendo potencia reactiva del SEP. Por el contrario, el StatCom se comportará como una carga capacitativa, suministrando potencia reactiva al SEP, cuando el voltaje generado en sus terminales es mayor que el presente en el nodo del SEP [10]. Las pérdidas internas del StatCom producidas durante su funcionamiento son normalmente compensadas por el SEP, y no por una fuente de voltaje o corriente directa, de la misma manera que se hace con el condensador síncrono.

Sería impropio conectar las terminales de la VSC directamente al SEP, el cual generalmente tiene una capacidad de corto-circuito mucho más grande que la de la VSC. Por esta razón, normalmente existe un transformador de acoplamiento entre las terminales del StatCom y el nodo del SEP. Cuando el StatCom es conectado al sistema a través de un transformador, éste puede tener inherentemente suficiente reactancia para hacer posible una operación satisfactoria del StatCom. En algunas aplicaciones prácticas donde se presentan severas perturbaciones por armónicos, puede ser necesario contemplar, dentro del esquema del convertidor un filtro de armónicos o un banco de capacitores. En tal caso, también puede ser necesario el empleo de reactores (separados del transformador de acoplamiento), para limitar el flujo de corrientes armónicas desde el convertidor hacia el banco de capacitores.

La característica natural de operación voltaje-corriente en terminales del StatCom se ilustra en la figura 7.9; este comportamiento es dependiente por completo del voltaje en terminales del VSC y la reactancia del transformador de acoplamiento. En general, la reactancia del transformador tiene valores típicos en el rango de 10%-20% de la caída de voltaje a través de él, correspondiente a un 10%-20% del voltaje nominal del nodo del SEP en el rango de la corriente nominal del StatCom.



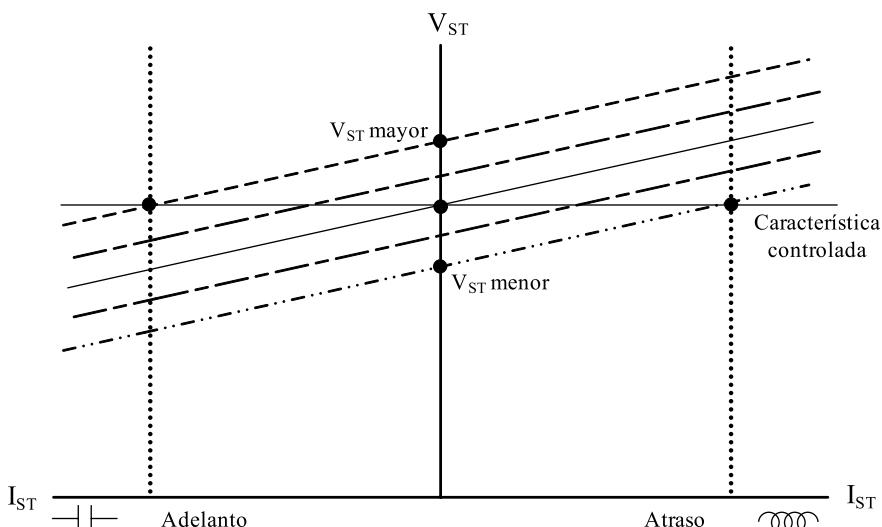
*Figura 7.9 Característica V-I natural del StatCom*

La magnitud de corriente que fluye a través de los GTO o IGBT es casi independiente de si esta corriente adelanta o atrasa al voltaje en las terminales del StatCom. Estos dispositivos semiconductores también poseen un tiempo transitorio de sobrecorriente muy corto, y en ocasiones se puede exceder el rango seguro con el cual se encienden/apagan las válvulas de

tales dispositivos. En tal caso, debe evitarse emitir la señal de disparo hasta que el nivel de corriente regrese a un rango seguro de disparo.

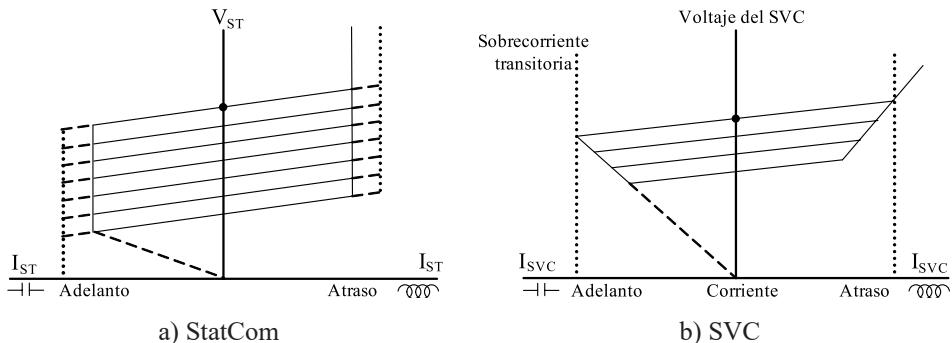
Por lo general, el voltaje máximo de estado estacionario que puede tolerar el StatCom en sus terminales es de 1.1 p.u. sobre su valor nominal de operación; bajo estas circunstancias no se presentan dificultades para establecer su capacidad y diseño. Sin embargo, el StatCom puede soportar sobrevoltajes dinámicos y sobrevoltajes transitorios por encima de los niveles provistos por las protecciones de sobrevoltaje del dispositivo. Durante condiciones transitorias en las cuales el voltaje aplicado excede el voltaje de CD de la VSC, los diodos del StatCom permitirán que la corriente fluya, y esta corriente, a su vez, cargará el capacitor de CD de la fuente a un nivel de voltaje mayor.

Con respecto a la figura 7.9, en aplicaciones más prácticas se requiere que el StatCom opere con una pendiente de reactancia típica entre el 2% y 5%, los cuales son valores mucho más bajos que el valor de la reactancia del transformador de acoplamiento, y ya que el valor de ésta reactancia es fijo, el voltaje en terminales de la VSC debe regularse de la manera en que se ilustra en la figura 7.10 para cumplir con esta condición, incrementando  $V_{ST}$  hasta  $V_{ST}(\text{mayor})$  para obtener una condición de operación de corriente capacitiva, o reduciendo  $V_{ST}$  hasta  $V_{ST}(\text{menor})$  para una condición en atraso, mediante una corriente inductiva. Este proceso puede realizarse de forma muy rápida. Por principio, debe cambiarse el patrón de disparo establecido para los dispositivos semiconductores, y después, de ser necesario, regular la magnitud de voltaje del capacitor de la VSC [10].



*Figura 7.10 Característica V-I controlada del StatCom*

Los dos parámetros citados anteriormente, la pendiente de la reactancia y el voltaje de salida de la VSC, pueden ser establecidos en el esquema de control del StatCom. Un conjunto de pendientes características de voltaje-corriente del dispositivo, para un rango de voltajes designados con una pendiente constante, se muestra en la figura 7.11 a). Para propósitos de comparación, la característica voltaje-corriente de un SVC convencional también se muestra en la figura 7.11 b).



**Figura 7.11 Curvas características**

El desempeño del StatCom, con respecto a la regulación de voltaje, es muy similar a la de un SVC, pero mucho más robusto porque a diferencia del SVC, la operación del StatCom no está asociada con la presencia de bajos voltajes. Como se ilustra de la figura 7.11 a), a niveles muy reducidos de voltaje, el FACTS puede seguir funcionando sobre un rango de corriente de atraso o adelanto constante, y esta capacidad prevalece aun con niveles de tensión muy bajos. En contraste, como se muestra en la figura 7.11 b), los límites de corriente establecidos para un SVC convencional son proporcionales al voltaje. Un StatCom es una mejor opción para proveer soporte de reactivos para SEP cuyos voltajes son severamente bajos, mientras que un SVC puede generalmente hacer más que el StatCom para limitar sobrevoltajes dinámicos [10].

#### CONSIDERACIÓN DEL STATCOM EN EL PROBLEMA DE FLUJOS DE CARGA TRIFÁSICO

Uno de los objetivos en el presente capítulo se relaciona con el análisis del dispositivo StatCom al ser introducido dentro de la estructura de un SEP. A continuación se desarrolla un modelo trifásico en estado estacionario del StatCom. En estudios de estado estacionario a frecuencia fundamental, el StatCom puede representarse de la misma manera que un condensador síncrono, el cual, en la mayoría de los casos, es el modelo de un generador síncrono sin potencia activa generada.

En lo que respecta al problema de flujos trifásicos, un modelo más flexible puede realizarse con el fin de representar el StatCom como una fuente variable de voltaje trifásica, donde su magnitud de voltaje y ángulo de fase pueden ser regulados con el propósito de mantener una magnitud constante de voltaje en el nodo del SEP donde es conectado [11]. La expresión para la fuente de voltaje del StatCom trifásico puede plantearse mediante la ecuación (296):

$$E_{ST}^{\rho} = V_{ST}^{\rho} (\cos \theta_{ST}^{\rho} + j \operatorname{sen} \theta_{ST}^{\rho}) \quad (296)$$

$\rho$  indica cantidades de fase  $a$ ,  $b$  y  $c$ ; el subíndice  $ST$  indica los parámetros del StatCom. La figura 7.12 es el esquema trifásico del StatCom, el cual puede ser visto como el equivalente de Thevenin trifásico desde el  $k$ -ésimo nodo del sistema.

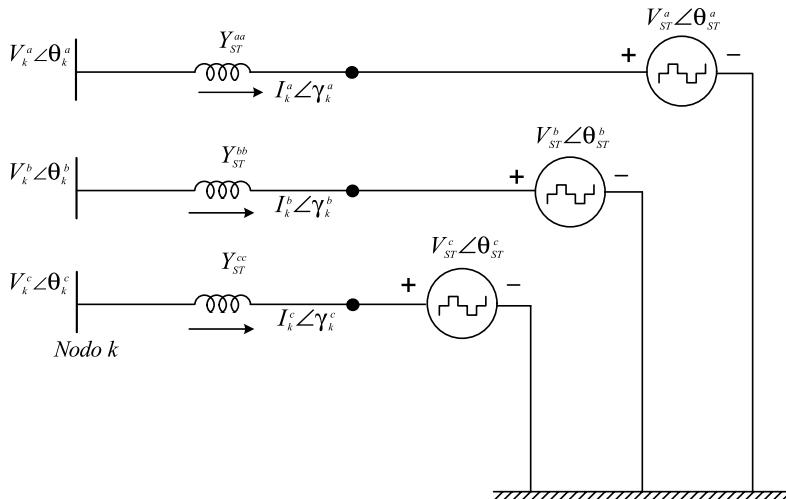


Figura 7.12 Circuito equivalente de un StatCom trifásico

A continuación se citan las características de estado estacionario que se consideran para el modelo utilizado del StatCom trifásico:

- El voltaje de salida  $E_{ST}^{\rho}$  del convertidor contiene sólo el componente de frecuencia fundamental, por lo tanto, el desempeño del StatCom no contribuye con perturbaciones de armónicos.
- La magnitud de voltaje  $V_{ST}^{\rho}$  está restringida por un límite máximo y uno mínimo, los cuales están en función del rango del capacitor del StatCom. Sin embargo, el ángulo de fase  $\theta_{ST}^{\rho}$  puede variar entre  $0-2\pi$  radianes.

- Dentro del algoritmo de flujos de carga trifásico el nodo k, donde se conecta el StatCom, es representado como un nodo de voltaje controlado PV, el cual puede cambiar a un nodo de carga PQ cuando los límites en la magnitud de voltaje han sido violados.
- No se consideran los efectos de las inductancias mutuas entre las fases del transformador que sirve como enlace entre la fuente de voltaje y el SEP.

El circuito equivalente mostrado en la figura 7.12 es utilizado para derivar el modelo matemático del StatCom, que será incluido en la formulación de flujos trifásicos. Con base en esto, la expresión para la corriente del circuito puede escribirse mediante la ecuación (297):

$$[I_k^p] = [Y_{ST}^{pp} \quad -Y_{ST}^{pp}] \begin{bmatrix} E_k^p \\ E_{ST}^p \end{bmatrix} \quad (297)$$

donde:

$$I_k^p = [I_k^a \angle \gamma_k^a \quad I_k^b \angle \gamma_k^b \quad I_k^c \angle \gamma_k^c]^t \quad (298)$$

$$E_k^p = [V_k^a \angle \theta_k^a \quad V_k^b \angle \theta_k^b \quad V_k^c \angle \theta_k^c]^t \quad (299)$$

$$E_{ST}^p = [V_{ST}^a \angle \theta_{ST}^a \quad V_{ST}^b \angle \theta_{ST}^b \quad V_{ST}^c \angle \theta_{ST}^c]^t \quad (300)$$

$$Y_{ST}^{pp} = \begin{bmatrix} Y_{ST}^{aa} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{ST}^{bb} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{ST}^{cc} \end{bmatrix} \quad (301)$$

Basados en las ecuaciones (297) y (301), pueden escribirse las siguientes expresiones para la potencia activa y reactiva inyectada al nodo k:

$$P_k^p = (V_k^p)^2 G_{ST}^{pp} + V_k^p V_{ST}^p \left[ G_{ST}^{pp} \cos(\theta_k^p - \theta_{ST}^p) + B_{ST}^{pp} \sin(\theta_k^p - \theta_{ST}^p) \right] \quad (302)$$

$$Q_k^p = -(V_k^p)^2 B_{ST}^{pp} + V_k^p V_{ST}^p \left[ G_{ST}^{pp} \sin(\theta_k^p - \theta_{ST}^p) - B_{ST}^{pp} \cos(\theta_k^p - \theta_{ST}^p) \right] \quad (303)$$

Las expresiones correspondientes para la fuente de voltaje son:

$$P_{ST}^p = (V_{ST}^p)^2 G_{ST}^{pp} + V_{ST}^p V_k^p \left[ G_{ST}^{pp} \cos(\theta_{ST}^p - \theta_k^p) + B_{ST}^{pp} \sin(\theta_{ST}^p - \theta_k^p) \right] \quad (304)$$

$$Q_{ST}^p = -(V_{ST}^p)^2 B_{ST}^{pp} + V_{ST}^p V_k^p \left[ G_{ST}^{pp} \sin(\theta_{ST}^p - \theta_k^p) - B_{ST}^{pp} \cos(\theta_{ST}^p - \theta_k^p) \right] \quad (305)$$

Nótese que para integrar las variables del StatCom al problema de flujos de carga se desconocen dos variables por fase,  $V_{ST}^p$  y  $\theta_{ST}^p$ , por lo tanto, se requieren seis ecuaciones adicionales en la formulación.

La primera ecuación se refiere a la restricción de la potencia activa manejada por el StatCom, el cual puede absorberla, suministrársela o ser nula. Con base en esto se aprovecha la expresión definida por la ecuación (304). En este punto es importante mencionar que el StatCom no puede suministrar potencia activa al SEP, a menos que cuente con algún elemento que se la proporcione desde el nodo de CD. Por lo general, en condiciones normales de operación una pequeña cantidad de potencia activa fluye hacia la VSC para compensar las pérdidas que tiene en su interior durante su funcionamiento.

La segunda ecuación puede plantearse considerando las condiciones que prevalecen en el nodo del SEP donde se conecta el StatCom. Por ejemplo, en la figura 7.12 el StatCom se conecta en el nodo  $k$  del sistema, con el objetivo de mantener constante su magnitud de voltaje  $V_k^p$ ; por lo tanto,  $V_k^p$  es un parámetro conocido y dentro de la formulación del problema de flujos trifásico es modelado por la magnitud de voltaje en terminales del StatCom  $V_{ST}^p$ .

Teniendo en cuenta las consideraciones mencionadas, las ecuaciones (302) y (304), son linealizadas alrededor de un punto de operación, lo cual da como resultado la ecuación (306).

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k^p \\ \Delta Q_k^p \\ \Delta P_{ST}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k^p}{\partial \theta_k^p} & \frac{\partial P_k^p}{\partial V_{ST}^p} V_{ST}^p & \frac{\partial P_k^p}{\partial \theta_{ST}^p} \\ \frac{\partial Q_k^p}{\partial \theta_k^p} & \frac{\partial Q_k^p}{\partial V_{ST}^p} V_{ST}^p & \frac{\partial Q_k^p}{\partial \theta_{ST}^p} \\ \frac{\partial P_{ST}^p}{\partial \theta_k^p} & \frac{\partial P_{ST}^p}{\partial V_{ST}^p} V_{ST}^p & \frac{\partial P_{ST}^p}{\partial \theta_{ST}^p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_k^p \\ \Delta V_{ST}^p \\ \Delta \theta_{ST}^p \end{bmatrix} \quad (306)$$

Así, bajo esta formulación, el StatCom queda integrado dentro de las ecuaciones que modelan el estado estacionario del sistema. De la ecuación (306) se puede apreciar que la inclusión del StatCom sólo agrega una fila y una columna a la matriz jacobiana total del sistema. Los nuevos elementos de esta matriz tienen las expresiones definidas a continuación:

$$\frac{\partial P_k^p}{\partial \theta_k^p} = -Q_k^p - (V_k^p)^2 G_{ST}^p \quad (307)$$

$$\frac{\partial P_k^p}{\partial V_{ST}^p} V_{ST}^p = V_k^p V_{ST}^p \left[ G_{ST}^p \cos(\theta_k^p - \theta_{ST}^p) + B_{ST}^p \sin(\theta_k^p - \theta_{ST}^p) \right] \quad (308)$$

$$\frac{\partial P_k^p}{\partial \theta_{ST}^p} = V_{ST}^p V_k^p \left[ G_{ST}^p \cos(\theta_{ST}^p - \theta_k^p) + B_{ST}^p \sin(\theta_{ST}^p - \theta_k^p) \right] \quad (309)$$

$$\frac{\partial Q_k^p}{\partial \theta_k^p} = P_k^p - (V_k^p)^2 G_{ST}^p \quad (310)$$

$$\frac{\partial Q_k^p}{\partial V_{ST}^p} V_{ST}^p = V_k^p V_{ST}^p \left[ G_{ST}^p \sin(\theta_k^p - \theta_{ST}^p) - B_{ST}^p \cos(\theta_k^p - \theta_{ST}^p) \right] \quad (311)$$

$$\frac{\partial Q_k^p}{\partial \theta_{ST}^p} = -V_k^p V_{ST}^p \left[ G_{ST}^p \cos(\theta_k^p - \theta_{ST}^p) + B_{ST}^p \sin(\theta_k^p - \theta_{ST}^p) \right] \quad (312)$$

$$\frac{\partial P_{ST}^p}{\partial \theta_k^p} = \frac{\partial Q_k^p}{\partial V_{ST}^p} \partial V_{ST}^p \quad (313)$$

$$\frac{\partial P_{ST}^p}{\partial V_{ST}^p} V_{ST}^p = P_{ST}^p + (V_{ST}^p)^2 G_{ST}^p \quad (314)$$

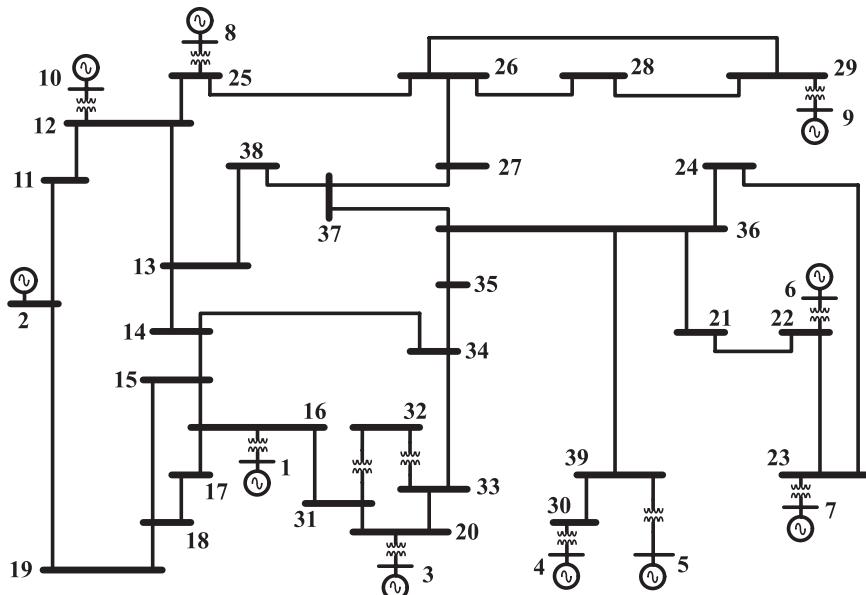
$$\frac{\partial P_{ST}^p}{\partial \theta_{ST}^p} = -Q_{ST}^p - (V_{ST}^p)^2 B_{ST}^p \quad (315)$$

Los límites en la magnitud del voltaje terminal del StatCom son revisados al final de cada iteración del método empleado para resolver el algoritmo de flujos de carga; si uno de estos límites es violado, la magnitud de voltaje del StatCom se fija en el valor del límite violado. Bajo estas circunstancias, en la ecuación (306) se intercambia la posición de  $V_{ST}^p$  por  $V_k^p$ , lo cual indica que se ha perdido la facultad de controlar la magnitud de voltaje en el nodo del sistema. La ecuación linealizada del sistema se ilustra en la ecuación 316.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k^p \\ \Delta Q_k^p \\ \Delta P_{ST}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k^p}{\partial \theta_k^p} & \frac{\partial P_k^p}{\partial V_k^p} V_k^p & \frac{\partial P_k^p}{\partial \theta_{ST}^p} \\ \frac{\partial Q_k^p}{\partial \theta_k^p} & \frac{\partial Q_k^p}{\partial V_k^p} V_k^p & \frac{\partial Q_k^p}{\partial \theta_{ST}^p} \\ \frac{\partial P_{ST}^p}{\partial \theta_k^p} & \frac{\partial P_{ST}^p}{\partial V_k^p} V_k^p & \frac{\partial P_{ST}^p}{\partial \theta_{ST}^p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_k^p \\ \Delta V_k^p \\ \Delta \theta_{ST}^p \end{bmatrix} \quad (316)$$

### DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO

En la figura 7.13 se ilustra un diagrama esquemático del sistema de Nueva Inglaterra [12], el cual es utilizado como sistema de prueba en este trabajo.



*Figura 7.13 Diagrama esquemático del sistema de prueba de Nueva Inglaterra*

El sistema de Nueva Inglaterra es referido en la literatura abierta, y representa un equivalente de la red troncal de 345 kV que interconecta la zona de Nueva Inglaterra, en los Estados Unidos, con el sistema eléctrico canadiense; está compuesto por 10 generadores equivalentes, 39 nodos y 46 enlaces de transmisión (incluyendo líneas de transmisión y transformadores). Este sistema ha sido estudiado en diferentes trabajos relacionados con la estabilidad de voltaje [13, 14], una de las principales razones para esto, es que presenta características apropiadas y reales para el análisis de las diferentes manifestaciones involucradas con este fenómeno.

El proceso que se realiza para evaluar la estabilidad de voltaje que exhibe el sistema de Nueva Inglaterra, y los efectos que tiene introducir el StatCom en su estructura, implica principalmente dos pasos:

1. Análisis de un caso de referencia.
2. Análisis de casos trifásicos desbalanceados.

### Análisis de un caso de referencia

Establecer un caso base de operación (CBO) para un estudio de estabilidad de voltaje, es recomendado como primer paso en [15]. El análisis del CBO tiene como objetivo principal determinar los parámetros que se utilizan como referencia, y, sobre los cuales, cuantificar las variaciones que se obtienen en los resultados de otros casos analizados. Con respecto a esto, es importante considerar las siguientes consideraciones.

Cada caso de estudio examinado se define sólo con base en el esquema de interconexión que prevalece entre los elementos del sistema. Para el CBO utilizado en este trabajo, el sistema opera con todos sus elementos, esto indica que mientras no cambie esta topología, en relación con la salida de algún elemento (línea o generador, principalmente), la denominación dada para este caso se sigue manteniendo como CBO.

Por principio, ya se estableció que en el CBO no se implementan contingencias. Otra característica particular que se especifica para el CBO es que es trifásico balanceado. Al determinar que se opera bajo una condición balanceada, es factible hacer uso de un programa de flujos de carga monofásico para el análisis. El principal objetivo que se persigue al realizar esta consideración, es que se pueden calcular ciertos parámetros que son utilizados como referencia para los casos trifásicos desbalanceados, sin necesidad de emplear demasiado tiempo de cómputo.

El programa de flujos de carga monofásico sigue algunas recomendaciones dadas en [6], tales como:

1. La capacidad de los generadores es representada por sus límites de potencia reactiva.
2. Las cargas son representadas como potencia constante.
3. Los taps de los transformadores se mantienen en su posición nominal.
4. El despacho de potencia activa es fijo.
5. Se establece un solo nodo compensador.

En lo que respecta a las características del StatCom, se plantean algunas consideraciones para introducirlo en el algoritmo de flujos de carga, las cuales son las siguientes:

- El nodo del sistema donde se conecta el StatCom se considera como un nodo PV convencional.
- Los límites operativos del StatCom están en función de la magnitud de voltaje que mantiene en sus terminales, y son: 1.1 p.u. como límite superior, y 0.9 p.u. como límite inferior. Cuando el StatCom viola cualquiera de estos dos límites, la magnitud de voltaje en sus

terminales se fija en el valor del límite violado, y el nodo del sistema donde se encuentra conectado pasa de nodo PV a PQ [16].

- Se considera que el proceso de conexión del StatCom al sistema es instantáneo, y que esto no provoca perturbaciones sobre la operación de los demás elementos del sistema, además, se desprecian los componentes armónicos que se producen debido a los procesos internos de su funcionamiento, contribuyendo sólo con el componente de frecuencia fundamental.
- La potencia activa consumida por el StatCom es cero, esto se controla al igualar los ángulos de fase correspondientes a las terminales del StatCom y del nodo del sistema donde se encuentra conectado,  $\theta_{st} = \theta_k$ . Esto se asume en todas las simulaciones.

Mediante el manejo adecuado del programa de flujos de carga monofásico, y aprovechando los factores que se pueden obtener, el siguiente paso en el análisis se centra en identificar y delimitar la zona más débil del sistema en términos de voltaje. Con el fin de lograr esta meta, se puede hacer uso del análisis modal [17]. Si se identifica adecuadamente la zona más crítica del sistema, junto con sus respectivos elementos, se examinan las condiciones de operación más severas a las que se puede someter el sistema, lo cual permite realizar modificaciones sobre la topología de los elementos involucrados con esta zona en particular.

A continuación se describe la metodología utilizada para delimitar la zona más vulnerable del sistema de Nueva Inglaterra.

Partiendo de un estado inicial de carga, que por conveniencia se define como *punto actual de operación*, se implementa un algoritmo por medio del cual se puede sobrecargar el sistema hasta llegar al *punto crítico de voltaje*, o, dicho de otra manera, llegar a la condición de operación donde el sistema colapsa. Esto se hace porque en un problema de estabilidad de voltaje, dentro del análisis modal, los modos más críticos se muestran con claridad solamente cuando el sistema se encuentra operando cerca de sus límites de cargabilidad [8, 14, 16].

El procedimiento que se realiza para llevar al SEP a una condición de sobrecarga, es por medio del método clásico utilizado normalmente para construir una curva PV, el cual consiste en que las potencias de carga, tanto activa como reactiva, son incrementadas de acuerdo con cierto factor de peso ‘K’ especificado. Por ejemplo, durante el proceso de simulación implementado, la carga se va aumentando gradualmente, según este factor de incremento. En cada uno de estos pasos se ejecuta una corrida de flujos de carga y se almacena la solución obtenida. Además, con los parámetros obtenidos de dicha solución, se calcula la matriz jacobiana  $J_R$  [8, 17, 22], y se realiza un análisis de valores propios, esto se hace con el objetivo de

verificar la condición de estabilidad de voltaje del sistema. Si el mínimo valor propio calculado ' $\lambda_{\min}$ ' es mayor que cero, el sistema es estable en términos de voltaje y se vuelve hacer otra corrida de flujos de carga, y así sucesivamente se sigue incrementando la carga y repitiendo este procedimiento hasta encontrar el punto de colapso de voltaje, el cual se obtiene cuando ' $\lambda_{\min}$ ' es igual o menor que cero.

Conjuntamente con el aumento que se realiza para las potencias de carga, también se va incrementando la potencia activa de generación a través del mismo factor de incremento considerado para las cargas. Aunque esta suposición no puede considerarse muy realista, con esto se logra mitigar, en cierta proporción, los problemas de inestabilidad numérica que, por lo general, presenta el algoritmo Newton-Rapshon, utilizado para solucionar flujos de carga [13]. Al incrementar la potencia activa de los generadores, se modifican los límites de potencia reactiva impuestos en ellos, ya que se considera que operan bajo un factor de potencia constante.

Aunque esta técnica de sobrecarga es fácil de implementar, aún así contempla algunas no-linealidades de los dispositivos de control del SEP, como los límites del sistema de excitación en los generadores. En aplicaciones prácticas, se ha demostrado que mediante el empleo de esta técnica se obtienen resultados aceptables, con una aproximación buena hacia el punto de colapso de voltaje [8, 14, 16].

Una vez que se ha logrado calcular el punto crítico de voltaje, y con la información recopilada de las corridas de flujos de carga, se tienen todas las condiciones necesarias para calcular el margen de estabilidad de voltaje del que se dispone en el sistema, que está en función de un parámetro clave del sistema (PCS). Dicho margen se define en la sección 6.2 como la diferencia entre el valor del PCS en el actual punto de operación y el punto crítico de voltaje [6]. En el análisis que se lleva acabo, el PCS se elige como la potencia activa de carga total del sistema.

A continuación se aplican los conceptos de análisis modal con el propósito de identificar los modos críticos del sistema [8, 17, 22]. Esto se hace con base al cálculo de los valores propios ( $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ) de la matriz  $J_R$ . En la mayoría de los casos, los modos críticos son seleccionados con base en la magnitud del valor propio, mientras más pequeña sea su magnitud, menos estable se considera al modo. Sin embargo, es importante mencionar que el mínimo valor propio calculado no tiene que ser necesariamente el modo más crítico del sistema, esto se debe principalmente porque algunas no-linealidades de los dispositivos del sistema no pueden ser captadas totalmente a detalle en las ecuaciones de flujos de carga. Aunque es impráctico e innecesario calcular todos los valores propios de la matriz a  $J_R$ , se recomienda revisar de 2 a 5 valores propios detalladamente [18], ya que si se consigue calcular los "r" valores propios más pequeños de  $J_R$ , junto con

sus respectivos vectores propios, se obtienen los “r” modos menos estables del sistema. Con respecto a este tema se han logrado avances significativos en las áreas de las matemáticas aplicadas y de sistemas de potencia, para desarrollar conjuntamente algoritmos de simulación que permitan realizar análisis parciales de valores propios [19-21].

Ya que el sistema de Nueva Inglaterra empleado en el análisis es pequeño, comparado con SEP de miles de nodos, el análisis modal implementando, y el cálculo de los valores y vectores propios del sistema, se hace con las rutinas convencionales de cálculo, y sólo se examina en detalle el modo más crítico del sistema.

Para el modo del sistema que se ha identificado como crítico, se determinan los elementos del SEP (nodos, líneas de transmisión y generadores) que tienen mayor participación sobre él. Esto se hace calculando los factores definidos a continuación [16-17]:

a) Factor de participación de nodo:  $P_{ki} = \xi_{ki} n_{ik}$

b) Factor de participación de rama:  $FP_{rama,km}^{(i)} = \frac{\Delta Q_{p\acute{e}rdidas km}^{(i)}}{\max[\Delta Q_{p\acute{e}rdidas del sistema}^{(i)}]}$

c) Factor de participación de generadores:  $FP_{Gk}^{(i)} = \frac{\Delta Q_{Gk}^{(i)}}{\max[\Delta Q_{G, de todo el sistema}^{(i)}]}$

Siendo los vectores propios derechos ‘ $\xi_{ki}$ ’ e izquierdos ‘ $\eta_{ik}$ ’.

A través del cálculo de estos factores se determina la ubicación de los elementos más débiles dentro de la estructura del SEP, y con esto se seleccionan:

- Las contingencias a implementar (salida de una línea o un generador).
- La selección del nodo del sistema donde se conecta el StatCom.

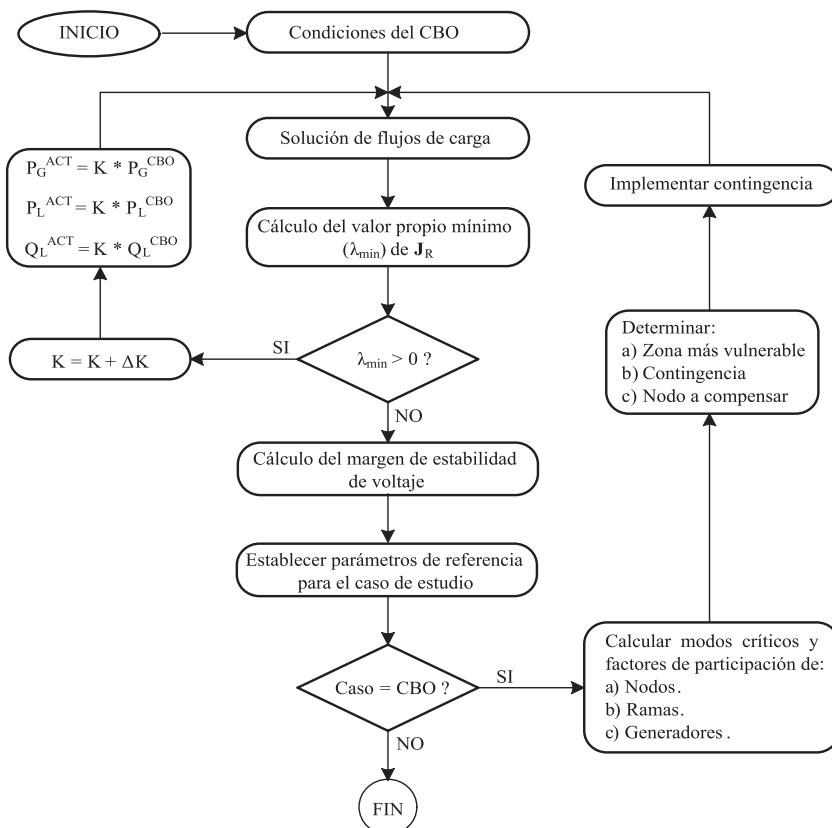
Una vez determinados tales factores, se puede delimitar la zona más vulnerable susceptible de experimentar problemas de estabilidad de voltaje, y sobre la cual hay que centrar la atención para priorizar las medidas correctivas.

En resumen, los pasos realizados en este análisis son los siguientes:

1. Especificar condiciones particulares de caso de estudio.
2. Aumento de la carga en el SEP hasta encontrar el punto crítico de voltaje.
3. Cálculo del margen de estabilidad de voltaje.
4. Realizar análisis modal.

5. Calcular los factores de participación.
6. Seleccionar contingencias, nodo a compensar y zona más vulnerable.

Estos seis pasos enumerados se aplican sólo para el caso CBO, ya que el análisis modal se utiliza principalmente para delimitar la zona de interés del estudio de estabilidad de voltaje. Una vez definido esto, para los casos donde se implementan las contingencias, sólo se aplican los pasos del 1-3. Un diagrama de flujos donde se ilustra este procedimiento se muestra en la figura 7.14.



**Figura 7.14 Diagrama de flujos para establecer los parámetros de referencia**

El superíndice *CBO* indica que son los parámetros originales del punto actual de operación de carga. Por otro lado, el superíndice *ACT*, denota el nivel de carga que se utiliza en la iteración actual del algoritmo de simulación para resolver flujos de carga.

### Análisis de los casos trifásicos desbalanceados

En los casos trifásicos de estado estacionario que se analizan a continuación se contemplan condiciones de operación desbalanceadas.

En general, las consideraciones realizadas para el programa de flujos de carga monofásico, se aplican también para el programa de flujos de carga trifásico implementado. Las características particulares que hay que mencionar para este caso son las siguientes:

- Respecto al manejo de los límites del StatCom dentro del algoritmo de simulación trifásico, cuando se está operando bajo una condición desbalanceada, una vez que cualquiera de sus tres fases ha violado los límites de magnitud de voltaje impuestos, automáticamente las tres fases se colocan en el valor del límite violado. En este sentido, el control impuesto en el modelo del StatCom no contempla independencia entre las fases, o lo que podría decirse de otra manera, sólo tiene un grado de libertad. El mismo concepto aplica para los límites de potencia reactiva establecidos en los generadores.
- Las cargas instaladas en el SEP se modelan como potencia constante y se considera que su conexión es en estrella con el neutro aterrizado.

El procedimiento que se describe por medio del diagrama de flujos de la figura 7.15 es la esencia de la metodología implementada para evaluar los límites de estabilidad de voltaje en un marco de referencia trifásico. Por ejemplo, para la rutina que se ejecuta con el objetivo de sobrecargar el sistema, el factor de incremento ‘K’ se aplica en igual magnitud para las tres fases de cada de carga. Lo que se debe tener en cuenta, antes de comenzar a ejecutar dicha rutina, es que se debe realizar un proceso de desbalance de carga, el cual se exemplifica en la figura 7.15.

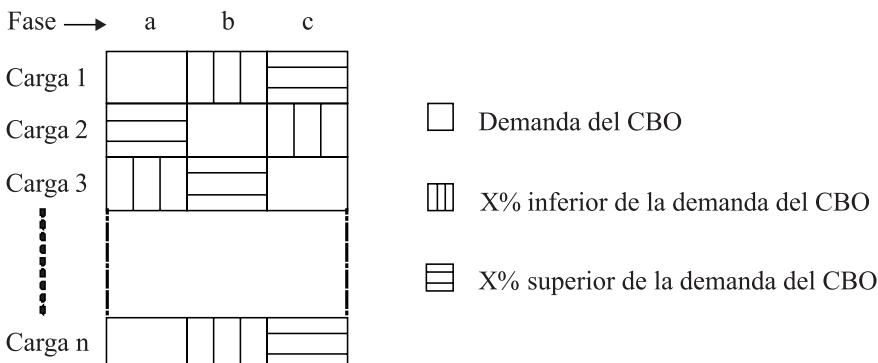


Figura 7.15 Desbalance aplicado a las cargas

En lo que respecta al cálculo de los valores propios de  $J_R$ , si se define ' $n_1$ ' como el número de nodos de carga existentes, para un caso monofásico, la matriz  $J_R$  tiene dimensiones de  $(n_1 \times n_1)$ , de la cual resultan ' $n_1$ ' valores propios. Ahora, para el caso trifásico, la matriz  $J_R$  tiene dimensiones  $(n_1 \times 3 \times n_1 \times 3)$  con los correspondientes ' $n_1 \times 3$ ' valores propios. Para este caso trifásico, los valores propios pueden ser reales o complejos conjugados.

De acuerdo con los criterios que se han definido mediante el análisis modal para evaluar la estabilidad del sistema:

- Si  $\lambda_i > 0$ , el sistema es estable en términos de voltaje.
- Si  $\lambda_i < 0$ , el sistema experimenta una condición de inestabilidad de voltaje.
- Si  $\lambda_i = 0$ , condición de colapso de voltaje.

Para esta aplicación sólo se toman en consideración los valores propios reales  $J_R$ , descartando del análisis los valores propios complejos conjugados. A primera vista, podría pensarse que los valores propios complejos conjugados pueden introducirse al estudio tomando como referencia su magnitud. Sin embargo, este procedimiento implica algunos inconvenientes, ya que de acuerdo con la definición dada para la magnitud de un número complejo, ésta siempre es positiva. El resultado que se obtiene al tomar esta consideración es que siempre existiría un valor propio mayor que cero, denotando que el sistema siempre es estable.

Respecto a los valores propios, el número y secuencia que se obtienen para cada uno de ellos (reales o complejos conjugados), no se puede determinar con precisión ya que depende de la condición de operación específica en la que se encuentre el sistema. Lo que sí se puede concluir, con base en el estudio de diferentes casos, es que, conforme la carga del sistema aumenta considerablemente, el número de valores propios reales disminuye, lo que conlleva a un aumento de valores propios complejos conjugados.

Los resultados que se obtienen al tomar en cuenta sólo los valores propios reales en el estudio de los casos trifásicos, produce resultados aceptables, como se muestra más adelante. Esto puede deducirse según la comparación que se realiza con los casos monofásicos, donde no se presenta el caso de tener valores propios complejos conjugados, a menos que el sistema se encuentre en una condición de inestabilidad de voltaje plenamente identificada.

En los casos trifásicos ya no se realiza el cálculo de factores de participación, sin embargo, se hace un análisis detallado de los parámetros del sistema al implementar las contingencias seleccionadas, considerando los casos sin y con compensación mediante el StatCom.

Los parámetros sobre los cuales se enfatiza este análisis son el margen de estabilidad de voltaje, la magnitud de voltaje y la potencia reactiva. Un esquema de los pasos implementados en las simulaciones trifásicas se muestra en la figura 7.16.

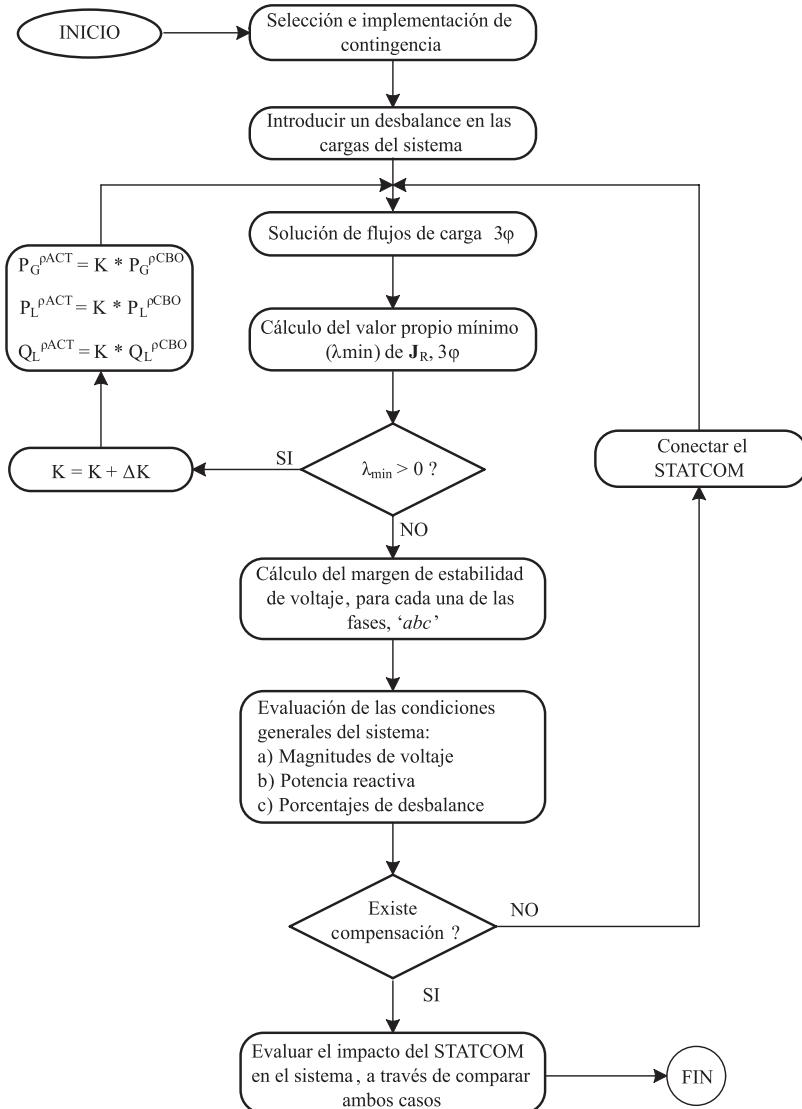


Figura 7.16 Diagrama de flujos para el estudio de los casos trifásicos

## Resultados

En esta sección se exponen los resultados obtenidos en las simulaciones implementadas para el sistema de Nueva Inglaterra, y por medio de los cuales se evalúa el desempeño que tiene el modelo utilizado del StatCom trifásico sobre la estabilidad de voltaje del sistema de prueba. Inicialmente, se examinan los resultados para los casos monofásicos utilizados como referencia, y posteriormente, se revisan los casos trifásicos desbalanceados.

### **Casos monofásicos**

Algunas de las características consideradas para el CBO del sistema de Nueva Inglaterra ya se han definido. Se establecen las condiciones tomadas en cuenta para su análisis:

- No se implementan contingencias, por lo tanto, el sistema opera normalmente con todos sus elementos.
- El sistema es trifásico balanceado.
- Las condiciones originales de carga total corresponden a 6126.5 MW y 1593.4 MVAr. Estos valores de carga son tomados como referencia para definir el *punto actual de operación* [12].
- El generador asignado como compensador, corresponde al que se encuentra instalado en el nodo 1, en referencia al esquema de la figura 7.15.
- A diferencia de otros trabajos que han utilizado el sistema de Nueva Inglaterra como sistema de prueba en estudios de estabilidad de voltaje, aquí no se eliminan del análisis los transformadores de los generadores, ya que son un factor fundamental para el balance de pérdidas totales que prevalecen en el sistema. Como se mencionó, estos transformadores, al igual que los existentes en la red de transmisión, se consideran con su tap en la posición nominal.

### **Cálculo del margen de estabilidad de voltaje**

Según lo establecido en el diagrama de flujos mostrado en la figura 7.16, el análisis comienza al ejecutar la rutina de sobrecarga hasta encontrar el *punto crítico de voltaje* para el CBO. Dentro del algoritmo de simulación, el factor de incremento se especifica con un valor de  $K= 0.01$ , y este factor se mantiene constante durante toda la rutina. Por lo tanto, cada carga se va incrementando en un 1% sobre su valor original. Este procedimiento permite calcular una curva PV para el CBO. Es importante mencionar que el valor de este factor de incremento es el mismo para todos los casos simulados en este texto.

Generalmente las curvas PV grafican la potencia activa total de carga en MW, contra la magnitud de voltaje en algún nodo del sistema en p.u., por lo tanto, para este propósito es necesario elegir un nodo de prueba.

En la tabla 7.1, se resume la solución obtenida para el *punto actual de operación* del CBO mediante el programa de flujos de carga monofásico. A partir de esta información se examina la magnitud de voltaje para todos los nodos de carga, y se concluye que el nodo 32 es el que tiene la menor magnitud en todo el sistema, correspondiente a 0.9397 p.u., y por esto se elige como nodo prueba para graficar la curva PV. Este proceso de elección es arbitrario y no es una regla establecida, lo mismo resulta elegir otro nodo del sistema sin perder la generalidad que la curva PV conlleva. Por otro lado, el cálculo de una curva PV

completa no es usualmente requerido en estudios convencionales de planeación y operación [15]. De acuerdo con esta recomendación, sólo se calcula la parte superior de la curva PV, correspondiente a todos los casos de operación estable del sistema. La figura 7.17 muestra la curva PV que se obtiene para el CBO.

**Tabla 7.1 Solución de estado estacionario**

Nodo	V	$\theta$	P <sub>G</sub>	Q <sub>G</sub>	P <sub>D</sub>	Q <sub>D</sub>	Tipo
1	1.0000	0	5.5167	2.0657	0.0920	0.0460	1
2	1.0300	-10.6993	10.000	2.1354	11.040	2.5000	2
3	0.9830	2.5108	6.5000	1.4449	0.0	0.0	2
4	1.0120	3.4129	5.0800	1.5308	0.0	0.0	2
5	0.9970	4.4336	6.3200	0.8011	0.0	0.0	2
6	1.0490	5.4360	6.5000	2.7532	0.0	0.0	2
7	1.0640	8.2210	5.6000	2.2921	0.0	0.0	2
8	1.0280	2.0914	5.4000	0.2430	0.0	0.0	2
9	1.0270	7.7804	8.3000	0.5811	0.0	0.0	2
10	1.0480	-3.7611	2.5000	1.8007	0.0	0.0	2
11	1.0355	-9.0557	0.0	0.0	0.0	0.0	3
12	1.0178	-6.1924	0.0	0.0	0.0	0.0	3
13	0.9879	-9.1862	0.0	0.0	3.2200	0.0240	3
14	0.9545	-10.1203	0.0	0.0	5.0000	1.8400	3
15	0.9572	-8.8885	0.0	0.0	0.0	0.0	3
16	0.9591	-8.1285	0.0	0.0	0.0	0.0	3
17	0.9507	-10.5488	0.0	0.0	2.3380	0.8400	3
18	0.9512	-11.1032	0.0	0.0	5.2200	1.7600	3
19	1.0097	-10.9152	0.0	0.0	0.0	0.0	3
20	0.9627	-5.3847	0.0	0.0	0.0	0.0	3
21	0.9859	-4.0964	0.0	0.0	2.7400	1.1500	3
22	1.0153	0.4294	0.0	0.0	0.0	0.0	3
23	1.0128	0.1566	0.0	0.0	2.7450	0.8466	3
24	0.9748	-6.5530	0.0	0.0	3.0860	0.9220	3
25	1.0266	-4.7182	0.0	0.0	2.2400	0.4720	3
26	1.0135	-5.9545	0.0	0.0	1.3900	0.1700	3
27	0.9932	-8.0732	0.0	0.0	2.8100	0.7550	3
28	1.0172	-2.2195	0.0	0.0	2.0600	0.2760	3
29	1.0195	0.7022	0.0	0.0	2.8350	0.2690	3
30	0.9843	-1.7746	0.0	0.0	6.2800	1.0300	3
31	0.9601	-6.3223	0.0	0.0	0.0	0.0	3
32	0.9397	-6.3025	0.0	0.0	0.0750	0.8800	3
33	0.9602	-6.1649	0.0	0.0	0.0	0.0	3
34	0.9586	-7.9833	0.0	0.0	0.0	0.0	3
35	0.9590	-8.2865	0.0	0.0	3.2000	1.5300	3
36	0.9751	-6.6434	0.0	0.0	3.2940	0.3230	3
37	0.9830	-7.8488	0.0	0.0	0.0	0.0	3
38	0.9834	-8.8315	0.0	0.0	1.5800	0.3000	3
39	0.9852	-0.7757	0.0	0.0	0.0	0.0	3

\*Los resultados obtenidos de la solución de flujos de carga corresponde a una condición de operación con todos los elementos del sistema en funcionamiento, y donde:

- |V|, P<sub>G</sub>, Q<sub>G</sub>, P<sub>D</sub>, Q<sub>D</sub>, están en (p.u.).
- $\theta$  está en grados.

Tipo 1= Slack; Tipo 2= PV; Tipo 3= Q.

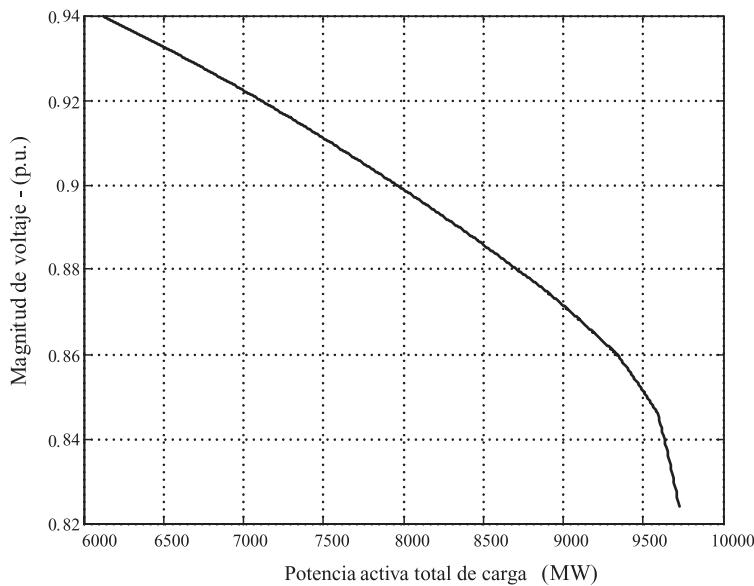


Figura 7.17 Curva PV correspondiente al nodo 32 para el CBO

La condición de carga para la cual el sistema colapsa corresponde a 9725.7 MW y 2530.3 MVAr. Estos valores de carga son tomados como referencia para definir el *punto crítico de voltaje* para el CBO.

De la figura 7.17 se puede deducir el margen de estabilidad de voltaje; este valor corresponde a 3601.2 MW, lo cual es equivalente a un incremento de carga del 58.8% sobre el nivel del *punto actual de operación* para el CBO.

Es claro que se obtienen ventajas del cálculo de la curva PV para el análisis de las condiciones del CBO. Existen dos puntos de operación que son de particular interés para un estudio de estabilidad de voltaje.

1. Punto actual de operación.
2. Punto crítico de voltaje.

Posteriormente se definen más casos de estudio, cada una de ellos con sus respectivos puntos (actual y crítico) de operación para ser analizados.

#### Análisis modal

A partir de las condiciones que prevalecen para el punto crítico de voltaje del CBO se realiza el análisis modal y se establecen las siguientes características: al no tomar en cuenta los nodos generadores dentro de este análisis, el sistema de Nueva Inglaterra comprende un total 29 nodos; por lo tanto, se cuenta con un total de 29 modos de voltaje por analizar.

En las tablas 7.1 - 7.4 se presenta la información relacionada con los diferentes parámetros del análisis modal, del sistema CBO. Nótese que los datos proporcionados han sido calculados con base en las condiciones específicas del punto crítico de voltaje para el CBO, correspondientes a 9725.7 MW y 2530.3 MVar. La tabla 7.2 presenta los cinco modos menos estables del sistema.

**Tabla 7.2 Modos críticos para el CBO**

Modo	Magnitud
1	5.9840
2	13.5383
3	26.1270
4	26.9969
5	39.2448

Todos estos modos son positivos, indicando que el sistema es estable en términos de voltaje. Sin embargo, si se ejecuta una corrida más de flujos, con su respectivo factor de incremento, se presentan algunos valores propios negativos y complejos conjugados, denotando una condición de inestabilidad de voltaje.

A continuación se determinan los nodos que están fuertemente relacionados con los modos menos estables, esto se hace calculando el factor de participación de nodos ' $FP_n$ ', solamente para los dos modos menos estables. En la tabla 7.3 se muestran los resultados del cálculo de los factores de participación de nodo ' $FP_n$ '.

El principal resultado que se obtiene del análisis de los factores de participación de nodos, es que señala las dos zonas del sistema más propensas a experimentar problemas de estabilidad de voltaje. La zona asociada con el modo 1, se considera más vulnerable, por lo tanto, se enfatiza el análisis de estabilidad de voltaje realizado. Los nodos del sistema asociados con esta zona son remarcados en la tabla 7.3, y son los nodos que se encuentran más cerca del generador 1, como se puede observar en la figura 7.14, es decir, son los que más influyen sobre el comportamiento de este fenómeno. Otra ventaja que se obtiene del análisis de los factores de participación de nodos, es que permite determinar en qué nodo se debe conectar el StatCom para los casos compensados. Ya que su magnitud es un índice de la efectividad que se puede obtener al aplicar medidas correctivas. Para este caso, el nodo 32 se debe conectar el Statcom.

**Tabla 7.3 Factores de participación de nodos para el CBO**

Modo1		Modo 2	
Nodo	$FP_n$	Nodo	$FP_n$
32	0.1069	27	0.1046
17	0.0664	32	0.1031
34	0.0662	26	0.0727
14	0.0658	37	0.0713
18	0.0642	24	0.0635
15	0.0596	38	0.0539
33	0.0587	36	0.0529
31	0.0554	21	0.0522
16	0.0543	28	0.0475

En relación con la contribución que tienen las líneas de transmisión y los generadores sobre el problema, se realiza el cálculo de los factores de participación de rama y de generadores correspondientes para el modo 1. Los resultados obtenidos para el cálculo de los factores de participación de rama ' $FP_{rama}$ ' se muestran en la tabla 7.4, y en lo que respecta a los factores de participación de generación ' $FP_{gen}$ ', los resultados se recopilan en la tabla 7.5

**Tabla 7.4 Factores de participación de rama para el modo 1 del CBO**

Línea del sistema		$FP_{rama}$
Nodo de envío	Nodo de recepción	
36	39	1
12	13	0.8545
18	19	0.8102
19	2	0.5506
21	22	0.4367
13	14	0.4043

**Tabla 7.5 Factores de participación de generación para modo 1 del CBO**

Nodo	$FP_{gen}$
3	1
2	0.5777
6	0.5498
10	0.4365
5	0.4297
9	0.3539
8	0.3207
7	0.3199

Los factores de participación de rama y de generación, permiten determinar las contingencias que se implementan en las simulaciones. Este es un punto muy importante en un estudio de estabilidad de voltaje, ya que las contingencias inherentemente están relacionadas con el funcionamiento del SEP. Por ejemplo, ante condiciones que involucren fallas en las protecciones, errores de operación o, simplemente, por factores climatológicos. En este texto se seleccionan dos contingencias.

1. Salida de una línea de transmisión.
2. Salida de un generador.

Para la selección de la contingencia de la línea de transmisión, se utiliza el criterio de la línea con mayor participación sobre el modo de estudio; según los datos de la tabla 7.4, se debería elegir la línea que se encuentra conectada entre los nodos 36-39. Sin embargo, de acuerdo con la figura 7.13, se concluye que si esta contingencia se implementa, es equivalente a excluir los generadores 4 y 5 del esquema general del sistema, implementando una contingencia doble; por esto, esta primera opción se descarta.

Con el criterio establecido, la siguiente opción para elegir la contingencia de la línea, corresponde a la línea que se encuentra entre los nodos 12-13, de acuerdo con los datos de la tabla 8. Aunque se encuentran señaladas las dos líneas citadas, sólo una se implementa en las simulaciones trifásicas.

Para la selección de la contingencia de los generadores, se elige el generador 3, ya que es uno de los más cercanos a la zona de estudio.

Estas dos contingencias representan las condiciones más severas a las que puede ser sometido el sistema, ya que gradualmente se fueron determinando las áreas, y posteriormente los elementos, con mayor influencia sobre las estabilidad de voltaje del sistema de prueba.

En resumen, el resultado final que se obtiene al aplicar el análisis modal al sistema de Nueva Inglaterra se representa gráficamente por medio de la figura 7.18, donde se delimita la zona más débil por medio del área sombreada, asociada con el modo menos estable del sistema. Además, se señalan específicamente las dos contingencias que se implementan, y la ubicación del StatCom para los casos donde se considere compensación.

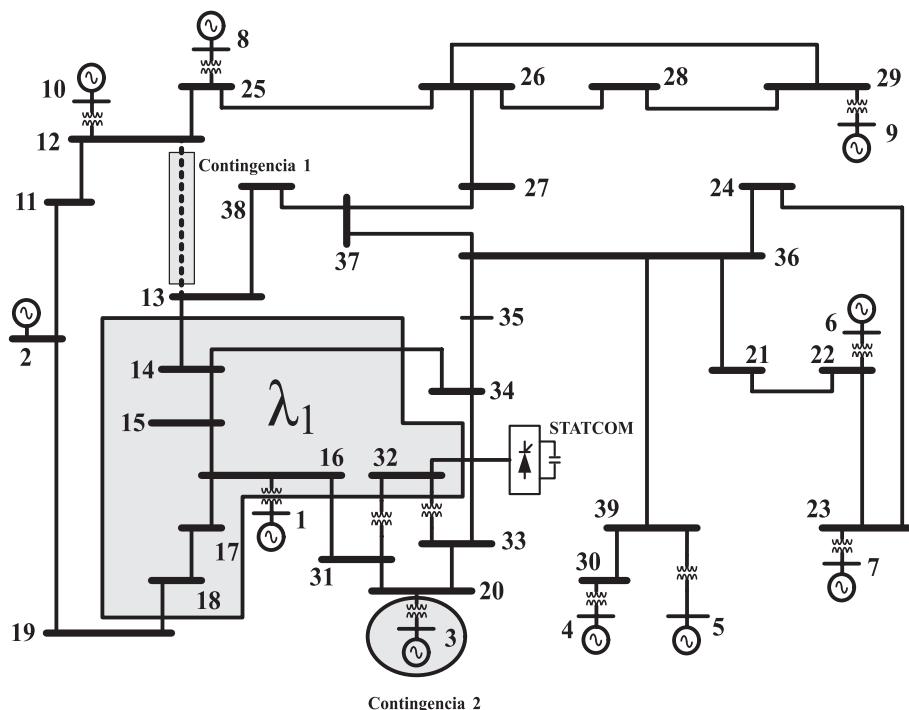


Figura 7.18 Resultados del análisis modal aplicado al sistema de Nueva Inglaterra

#### Casos monofásicos implementando contingencias

De acuerdo con el algoritmo establecido en la figura 7.14, se debe elegir una contingencia para implementarla en el sistema. A continuación, se definen las características particulares de los casos analizados:

- Caso 1: CBO.
- Caso 2: implementación de la contingencia de la línea.
- Caso 3: implementación de la contingencia del generador.

En adelante, cuando sea necesario realizar alguna observación en referencia con el caso 1, se denota bajo el término de CBO, y de la misma manera, al momento de citar comentarios para los casos que involucran contingencias, se denotan bajo el término de caso 2, o caso 3, según se requiera.

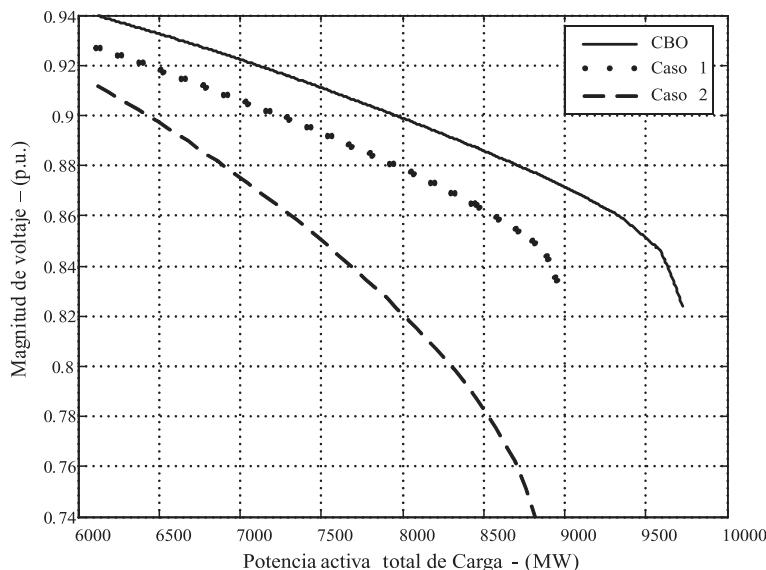
También es importante mencionar que para los tres casos, el *punto actual de operación*, o punto de arranque utilizado para el cálculo de las curvas PV, se mantiene en un nivel de carga correspondiente a 6126.5 MW y 1593.4 MVAr, lo que indica que la condición de carga no cambia, ya que

no se desconecta ninguna carga del sistema. Por lo tanto, la diferencia entre los casos definidos radica en la topología y no en el nivel de carga.

Además de los objetivos establecidos para el análisis modal, el procedimiento de análisis para los casos monofásicos determina los siguientes parámetros del sistema:

- Margen de estabilidad de voltaje.
- Niveles de magnitud de voltaje.
- Comportamiento de las potencias en el sistema.

Algunos de los parámetros del CBO ya fueron calculados en la sección anterior y, por simplicidad, se suprime la explicación detallada para los casos 2 y 3. En general, la metodología empleada para estos casos, calcula la curva PV por medio de la rutina de sobrecargar el sistema, y de estos resultados se desprende la evaluación de las condiciones del sistema. En la figura 7.19 se muestran las curvas PV para los tres casos planteados. El nodo 32 del sistema es el nodo de prueba.



**Figura 7.19 Curvas PV en el nodo 32**

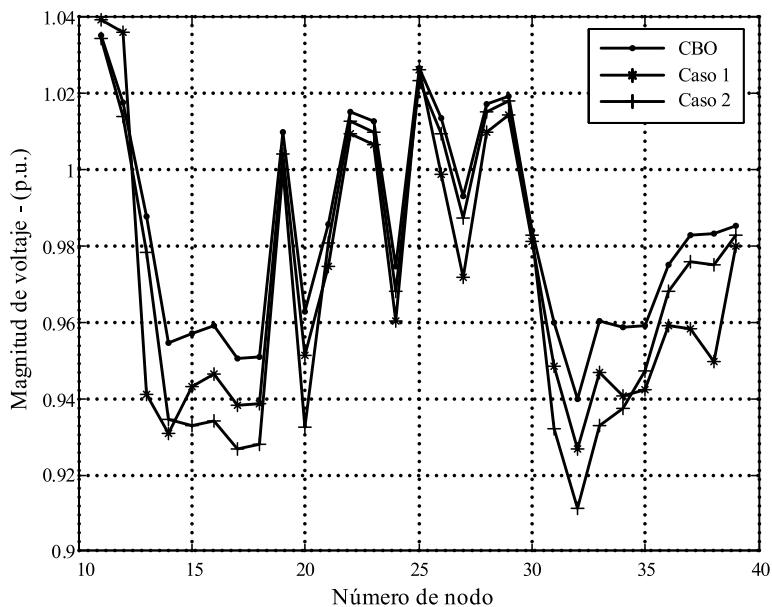
En la tabla 7.6, se recopilan los resultados obtenidos del margen de estabilidad de voltaje para cada caso:

**Tabla 7.6 Margen de estabilidad de voltaje (MW)**

Caso	Punto actual de operación	Punto crítico de voltaje	Margen
1	6126.5	9725.7	3601.2
2	6126.5	8960.1	2835.6
3	6126.5	8819.3	2696.8

Con base en los datos de la tabla 7.6, se concluye que para el caso 2 el margen de estabilidad de voltaje disminuye aproximadamente un 21% comparado con el CBO, equivalente a una reducción de 765.6 MW. En el caso 3, el margen se reduce un 25%, con 906.4 MW menos, comparado con el CBO.

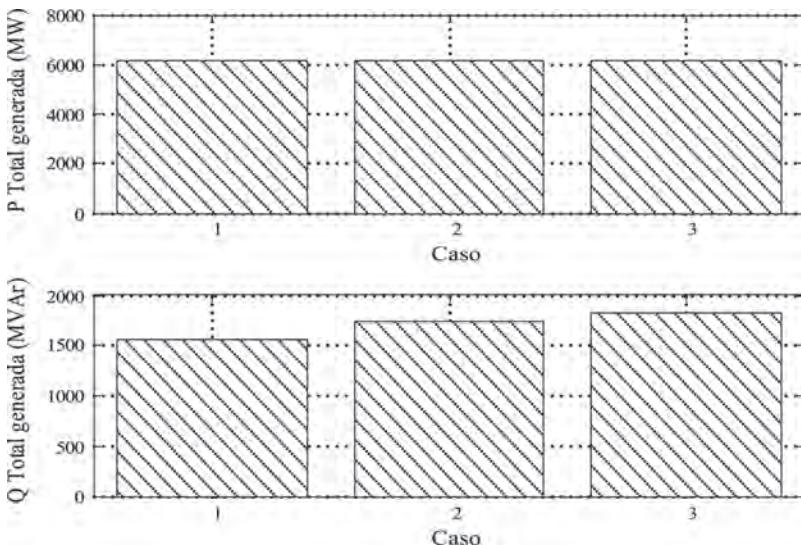
Respecto al parámetro de la magnitud de voltaje, en la figura 7.20 se esquematizan las modificaciones que sufren los nodos de carga cuando el sistema se ve sometido a las condiciones de operación que implican los diferentes casos de estudio.

**Figura 7.20 Magnitud de voltaje en los nodos de carga**

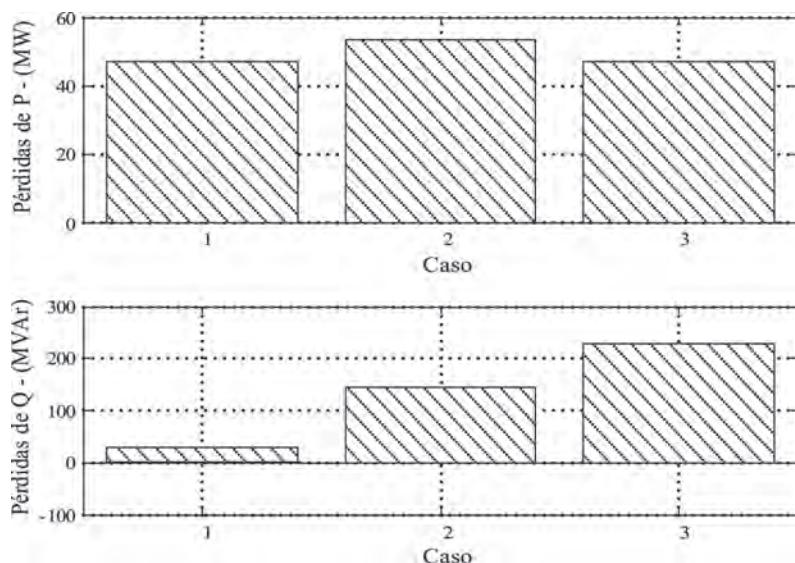
El *punto actual de operación* es tomado como referencia de condición de carga para el cálculo de los parámetros mostrados en la figura 7.20. No se ilustran los voltajes para los nodos generadores (nodos de 1-10), ya que para esta condición de carga, el voltaje en todos los generadores permanece constante.

A continuación, en la figura 7.21, se presenta el comportamiento de las potencias totales del sistema en las áreas de generación, y en la figura 7.22,

las pérdidas totales del sistema. También tomando como referencia la condición de carga del punto actual de operación, a partir de esta información. Se establece que ante los cambios en la topología del sistema, las variaciones que se suscitan en el comportamiento de la potencia activa son mínimos en comparación con los presentados para la potencia reactiva. Es por esto que, para los casos trifásicos que se examinan en la sección siguiente, se enfoca el análisis sólo en las variaciones de potencia reactiva.



*Figura 7.21 Potencias totales de generación*



*Figura 7.22 Pérdidas totales en el sistema*

Finalmente, también se implementan las simulaciones monofásicas considerando el StatCom dentro de la estructura del sistema; estos resultados no se muestran gráficamente pero se citan como referencia en los casos trifásicos.

#### ***Casos trifásicos desbalanceados***

En esta sección se evalúan los alcances del StatCom trifásico, por medio de simulaciones que involucran condiciones severas de operación, como sobrecargas desbalanceadas. Entre los principales objetivos de esta evaluación, se encuentra examinar los efectos que tiene su funcionamiento sobre el margen de estabilidad de voltaje trifásico y el nivel de voltaje que prevalece en los nodos, además de sus repercusiones generales sobre el comportamiento del sistema. De acuerdo con los resultados obtenidos mediante el cálculo de los factores de participación de nodo, el StatCom es conectado en el nodo 32 del sistema de Nueva Inglaterra.

Para identificar cada caso de estudio trifásico desbalanceado, se subdividen los casos que involucran contingencias de la siguiente manera:

- Caso 2a: Implementación de la contingencia de la línea, sin compensación.
- Caso 2b: Implementación de la contingencia de la línea, compensada.
- Caso 3a: Implementación de la contingencia del generador, sin compensación.
- Caso 3b: Implementación de la contingencia del generador, compensada.

Los casos compensados se realizan por medio del StatCom.

De acuerdo con la figura 7.15, los porcentajes establecidos en las simulaciones para simular el desbalance en la carga son los siguientes:

- a) Porcentaje inferior a la carga del CBO: 1.7%.
- b) Porcentaje superior a la carga del CBO: 3.2%.

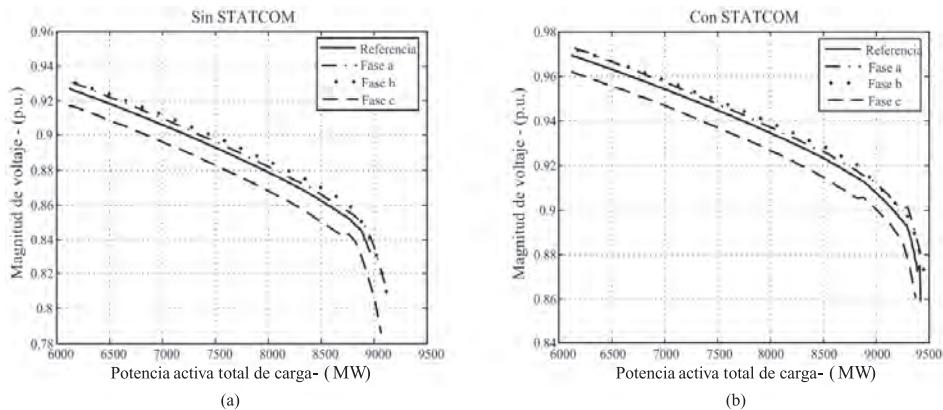
El sistema de Nueva Inglaterra cuenta con un total 19 nodos con carga, los cuales se encuentran ilustrados en la tabla 7.1. Al aplicar los factores de desbalance para todas las cargas a través de la secuencia especificada en la figura 7.15, se calcula la potencia demandada total mostrada en la tabla 7.6.

**Tabla 7.7 Potencias totales de cargas desbalanceadas**

Potencia activa total (MW)			Potencia Reactiva Total (MVar)		
Fase a	Fase b	Fase c	Fase a	Fase b	Fase c
6159.12	6177.57	6128.59	1606.87	1600.33	1598.78

Para los casos trifásicos desbalanceados, estos valores de potencias mostradas en la tabla 7.7, son tomados como punto inicial para estos casos. Esto es equivalente al punto actual de operación definido para el CBO.

A continuación se comparan los casos 2a y 2b. Al ejecutar por completo el diagrama de flujos mostrado en la figura 7.16 para estos casos, los márgenes de voltaje trifásicos que se obtienen se ilustran en la figura 7.15.

**Figura 7.23 Márgenes de estabilidad de voltaje trifásicos para el nodo 32, casos 2a y 2b**

De acuerdo con las curvas PV ilustradas en la figura 7.23, a y b, se percibe la diferencia que existe entre los resultados obtenidos para el cálculo del margen de estabilidad de voltaje considerando una condición monofásica o una trifásica desbalanceada. Ambas referencias utilizadas en estas figuras corresponden a sus respectivos casos de operación monofásicos. En la tabla 7.7 se muestran los resultados para los distintos márgenes, de acuerdo con el caso y con la fase considerada.

**Tabla 7.8 Márgenes de estabilidad de voltaje (MW)**

Caso	Monofásico	Trifásico		
		Fase a	Fase b	Fase c
2a	2835.6	2956.4	2965.2	2941.7
2b	3295.1	3266.4	3276.1	3248.2

Analizando los resultados de la tabla 7.8 se observa que, dependiendo de las condiciones de operación y el marco de referencia considerado, se obtienen diferentes resultados. Por ejemplo, para el caso 2a, la referencia monofásica corresponde a 2835.6 MW, y en cambio los resultados trifásicos revelan que el margen se encuentra alrededor de 2950 MW por fase, con una diferencia de 100 MW en ambos casos. Por otro lado, para el caso 2b, el margen calculado para la condición trifásica, se encuentra por debajo del caso monofásico en un promedio de 40 MW por fase. Esto significa que para obtener resultados más cercanos a la condición real del sistema, es necesario tomar en consideración estos desbalances, ya que a través de un estudio monofásico no se puede establecer, con precisión, si para una condición trifásica desbalanceada el margen será mayor o menor.

También se observa en la figura 7.23, a y b, que existe un desbalance notable entre las magnitudes de los voltajes, independientemente del funcionamiento del StatCom. Al permanecer este desbalance, aun estando conectado el StatCom, se hace evidente que el dispositivo ha violado sus límites de operación, ya que cuando se encuentra funcionando dentro de su rango nominal logra balancear los voltajes en las fases, como se reporta en [16]. También hay que mencionar que para el sistema de prueba utilizado, se considera que el StatCom pueda mantener la magnitud de voltaje del nodo 32 en 1 p.u., siendo una restricción considerablemente exigente para las condiciones originales del sistema de Nueva Inglaterra. Los demás parámetros utilizados para el StatCom en estas simulaciones se muestran en la tabla 7.9.

**Tabla 7.9 Datos del StatCom**

Nodo	Rstat	Xstat	Vesp	Vmax	Vmin
32	0.0	0.1	1.0	1.1	0.9

donde:

$R_{\text{stat}}$  Resistencia del transformador de acoplamiento (p.u.).

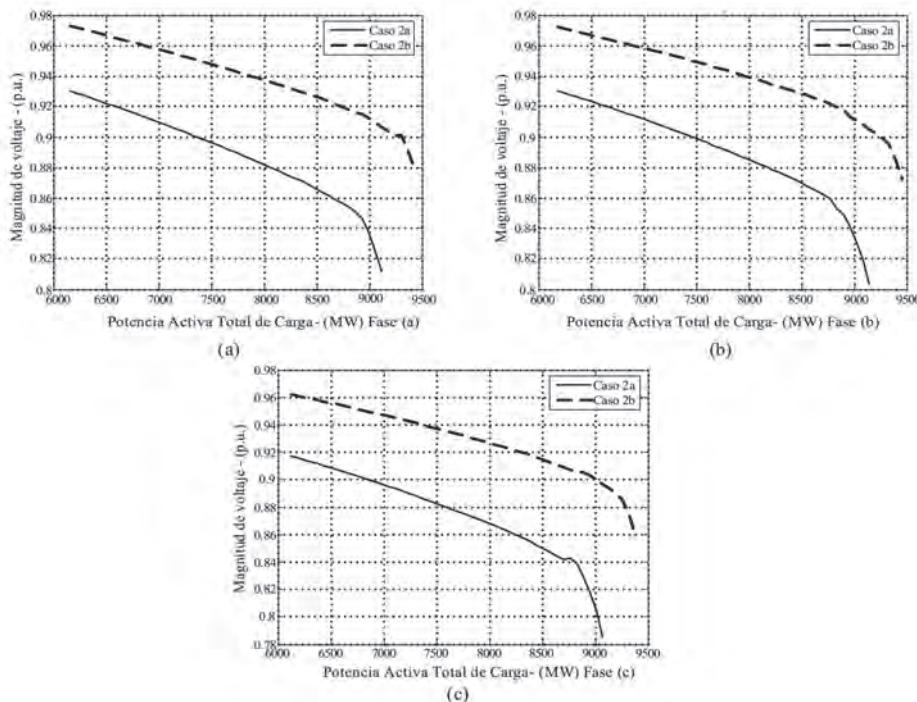
$X_{\text{stat}}$  Reactancia del transformador de acoplamiento (p.u.).

$V_{\text{esp}}$  Nivel de voltaje deseado en el nodo 32 (p.u.).

$V_{\text{max}}$  Límite superior de voltaje en terminales del StatCom (p.u.).

$V_{\text{min}}$  Límite inferior de voltaje en terminales del StatCom (p.u.).

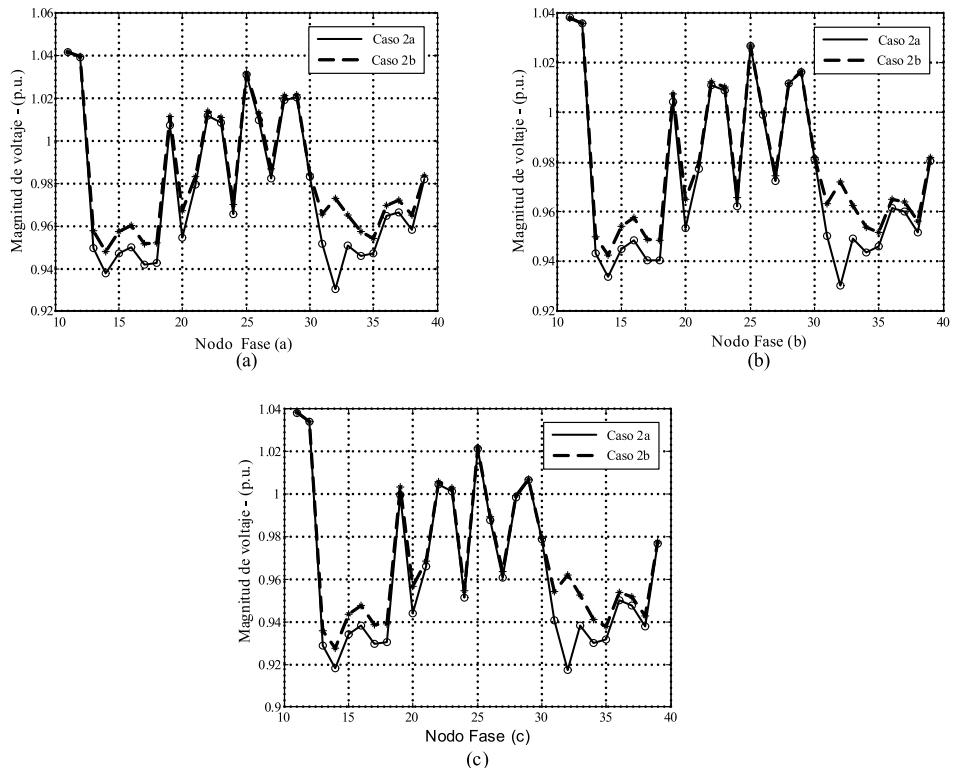
Separando cada una de las fases mostradas en la figura 7.23, a y b, correspondientes al nodo 32, se obtienen los resultados que se ilustran en la figura 7.24.



*Figura 7.24 Márgenes por fases del nodo 32 fase c*

En las figuras 7.24, a, b, y c, se observa con mayor claridad los efectos que tiene el funcionamiento del StatCom sobre los parámetros del nodo compensado. Se muestra que aunque se han violado sus límites operativos, logra incrementar el margen de estabilidad de voltaje en un promedio del 10% por fase, el cual, para los casos analizados, corresponde a 300 MW más de los que se disponen como reserva dentro del sistema. Además, la magnitud de voltaje se mejora alrededor de un 5%, equivalente a 0.05 p.u., y este factor logra mantenerse en todo el proceso de sobrecarga, con lo que se comprueba que el funcionamiento del StatCom no se ve afectado por la presencia de un bajo voltaje en el nodo donde se conecta.

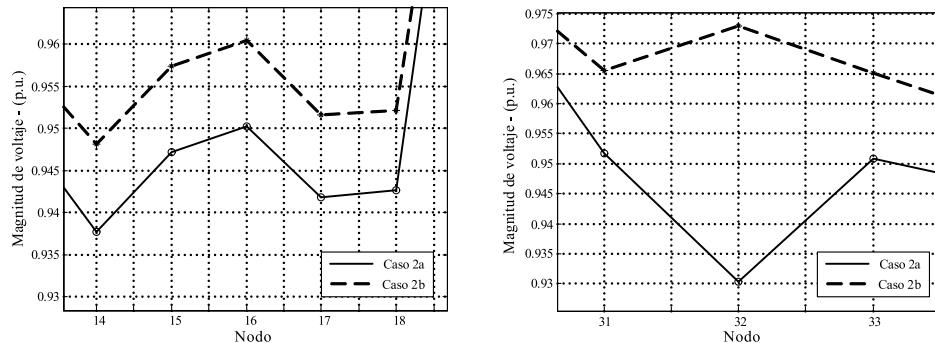
Continuando con el análisis de la magnitud de voltaje, se analizan las repercusiones del StatCom sobre las condiciones generales del sistema. En la figura 7.25 se ilustra un panorama general de los niveles de voltaje por fase, en los nodos de carga. Las condiciones de operación que se consideran para el cálculo de estos parámetros se presentan en la tabla 7.6.



**Figura 7.25 Magnitud de voltaje en los nodos de carga por fase**

De las magnitudes de voltaje de la figura 7.25 se deduce, que los efectos del StatCom son mayores, por supuesto, en el nodo donde se conecta, y, en menor grado, en los nodos más cercanos. Esto se puede comprobar tomando como referencia los nodos involucrados en el área sombreada de la figura 7.18, identificada como la zona más vulnerable del sistema de prueba. Los nodos con menor nivel de tensión son 14-16 y 31-33. Tal como se ilustra en la figura 7.25. Un acercamiento de esta figura se muestra en la figura 7.26.

De la figura 7.25 y 7.26, se comprueban los resultados obtenidos en el análisis modal, ya que, de acuerdo con estos conceptos, la ubicación determinada para el StatCom, con base en el modo más inestable, debe ayudar a mejorar las condiciones de operación para los nodos asociados significativamente con este modo crítico. Un comportamiento similar puede observarse para las fases *b* y *c*.



**Figura 7.26 Magnitud de voltaje en los nodos de la zona más débil del sistema, fase a**

Para el análisis del comportamiento de la potencia reactiva en el sistema, se considera la potencia de carga constante. Respecto a las áreas de generación y pérdidas, el análisis se enfatiza sobre los elementos más cercanos al nodo compensado. Los generadores asociados bajo este criterio son los que se encuentran instalados en los nodos 1 y 3, para las líneas de transmisión, que en este caso resultan ser dos transformadores conectados entre los nodos 31-32, y entre los nodos 32-33. Esto se puede corroborar en el diagrama general del sistema de prueba, ilustrado en la figura 7.13.

En la tabla 7.10, se cuantifican los valores de potencia reactiva generada por cada uno de los generadores considerados, ante los casos 2a y 2b.

**Tabla 7.10 Potencia reactiva aportada por los generadores (MVar)**

Caso	Generador 1			Generador 3		
	Fase a	Fase b	Fase c	Fase a	Fase b	Fase c
2a	276.63	236.66	286.655	197.42	201.64	213.09
2b	237.52	195.46	250.76	136.77	141.55	150.89

Evaluando el desempeño del StatCom con respecto a la generación, de acuerdo con los resultados de la tabla 7.11, se deduce que el funcionamiento del StatCom contribuye a que los generadores más cercanos reducen su potencia reactiva de salida. Por ejemplo, la disminución en el generador 1 está alrededor del 15%, y en lo que respecta al generador 3, su disminución es aproximadamente del 30%. Con esto se reducen considerablemente las posibilidades de que los generadores puedan alcanzar sus límites operativos, principalmente los establecidos para el sistema de excitación. Estos dos generadores son los más favorecidos con la inclusión del StatCom, sin embargo, todos los generadores diminuyen su potencia reactiva de salida en menores proporciones. La potencia reactiva que aporta el StatCom para el caso 2b es la mostrada en la tabla 7.12.

**Tabla 7.11 Potencia reactiva aportada por el StatCom, (MVAr)**

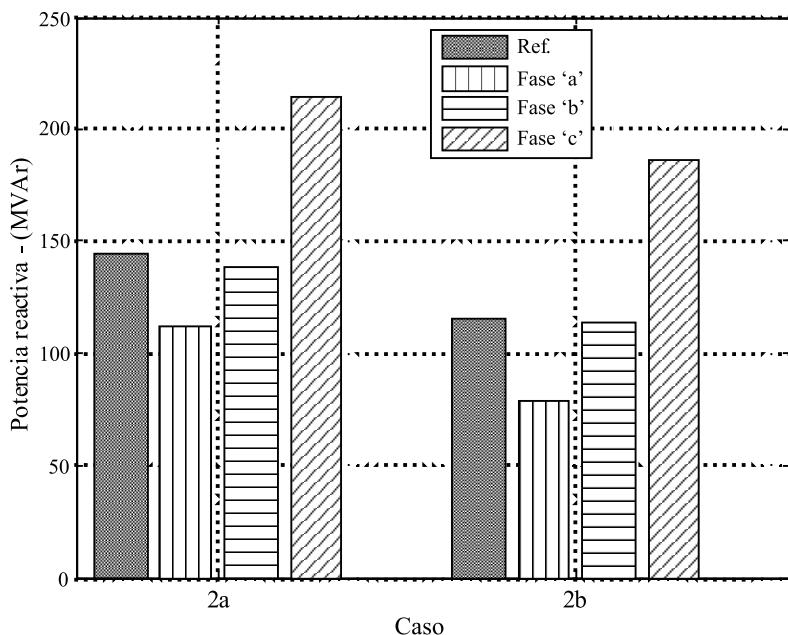
Fase a	Fase b	Fase c
139.98	142.81	149.31

En el caso de las pérdidas, en la tabla 7.12 se resumen las pérdidas correspondientes a los transformadores que se encuentran conectados al nodo 32.

**Tabla 7.12 Pérdidas de potencia reactiva en los transformadores (MVAr)**

Caso	Transformador entre nodos 31-32			Transformador entre nodos 32-33		
	Fase a	Fase b	Fase c	Fase a	Fase b	Fase c
2a	1.0608	0.9455	1.2190	0.9312	0.8619	1.0028
2b	0.1371	0.1879	0.1704	0.1738	0.2031	0.2108

En ambos transformadores se reducen las pérdidas considerablemente, alrededor de un 90% para el transformador entre los nodos 31-32, y aproximadamente un 80% para el transformador entre los nodos 32-33. A continuación se examina el comportamiento de las pérdidas totales de potencia reactiva, comprobando el funcionamiento del StatCom sobre esta área. La figura 7.27 presenta un esquema general de las pérdidas que prevalecen en el sistema, para los caso 2a y 2b.

**Figura 7.27 Pérdidas totales de potencia reactiva**

La figura 7.27 para ambos casos, ilustra los valores de las pérdidas totales calculadas para los casos monofásicos. Para los casos trifásicos se especifican las fases *a*, *b*, y *c* para cada caso. Existe un desbalance muy marcado entre las fases, sobre todo entre las fases *a* y *c*, el cual está alrededor de 100 MW. Si se suman las pérdidas de cada fase, el total para el caso 2a corresponde a 467.95 MVAr, en cambio, para el caso 2b, equivalen a 378.21 MVAr, comprobando de esta manera que el StatCom también contribuye en este aspecto a mejorar las condiciones generales del sistema. En la tabla 7.13 se recopilan los resultados obtenidos para los casos 2a y 2b, que se consideran más importantes y sobre los cuales el StatCom influye significativamente. Este mismo procedimiento se realiza para los casos 3a y 3b, cuyos resultados se muestran en la tabla 7.14.

**Tabla 7.13 Parámetros correspondientes a la contingencia de la línea**

Parámetro	Sin StatCom			Con StatCom		
	Fase a	Fase b	Fase c	Fase a	Fase b	Fase c
Margen	2956.4	2965.2	2941.7	3266.4	3276.1	3248.2
Magnitud	0.9304	0.9325	0.9406	0.9729	0.9721	0.9621
Pérdidas	111.98	138.29	216.68	78.38	113.98	185.83
V-StatCom	-	-	-	1.1	1.1	1.1
Q-StatCom	-	-	-	139.99	142.81	149.31

**Tabla 7.14 Parámetros correspondientes a la contingencia del generador**

Parámetro	Sin StatCom			Con StatCom		
	Fase a	Fase b	Fase c	Fase a	Fase b	Fase c
Margen	2956.4	2965.2	2941.7	3266.4	3276.1	3248.2
Magnitud	0.9304	0.9325	0.9406	0.9729	0.9721	0.9621
Pérdidas	111.98	138.29	216.68	78.38	113.98	185.83
V-StatCom	-	-	-	1.1	1.1	1.1
Q-StatCom	-	-	-	139.99	142.81	149.31

donde:

- Margen: Margen de estabilidad de voltaje (MW).
- Magnitud: Magnitud de voltaje en el nodo número 32 (p.u.).
- Pérdidas: Pérdidas totales de potencia reactiva (MVAr).
- V-StatCom: Magnitud de voltaje en terminales del StatCom (p.u.).
- Q-StatCom: Potencia generada por el StatCom (MVAr).

## CONCLUSIONES

En la actualidad, un análisis de un sistema de potencia en el marco de referencia de las fases a-b-c es oportuno para reproducir con mayor precisión, en simulaciones digitales, los efectos que se presentan durante su operación cotidiana. Una vez que se tiene la facultad de establecer dichas condiciones, se logra un mejor entendimiento del comportamiento del SEP, dando la posibilidad de diseñar mejores estrategias para un manejo óptimo. De los resultados obtenidos durante el desarrollo del capítulo se concluye que el funcionamiento del StatCom contribuye considerablemente a mejorar las condiciones de operación que se mantienen en el sistema en relación con la estabilidad de voltaje, en comparación con un caso no compensado, reduciendo las posibilidades que se presenten problemas de esta índole.

## REFERENCIAS

- [1] T. Van Cutsem and C. Vournas, *Voltage Stability of Electric Power System*. Kluwer, Norwell, MA, 1998.
- [2] C. W. Taylor, *Power System Voltage Stability*. McGraw-Hill, New York, 1996.
- [3] L. O. Chua, C. A. Desoer, and E. S. Kuh. *Linear and Nonlinear Circuits*. McGraw-Hill, 1987.
- [4] Gao B. et al., “Towards the Development of a Systematic Approach for Voltage Stability Assessment of Large-Scale Power Systems,” *IEEE Trans. on Power System*, Vol. 1, pp. 1314-1324, Aug. 1996.
- [5] T. Van Cutsem. et al., “Determination of Secure Operating Limits with Respect to Voltage Collapse,” *IEEE Trans. on Power System*, vol. 14, pp. 327-333, Feb. 1999.
- [6] Power System Stability Subcommittee Special Publication, “Voltage Stability Assessment: Concepts, Practice and Tools”. *IEEE/PES*, Final Document August 2002. ISBN 0780378695.
- [7] Repo S., On-line Voltage Stability Assessment of Power System An Approach of Black-Box Modelling. PhD thesis. Tampere University of Technology. Tampere, Finland, 2001. 346. p.
- [8] IEEE/PES Power Systems Stability Subcommittee Special Publications, Voltage Stability Assessment, Procedures and Guides, Final draft, available at <http://www.power.uwaterloo.ca>, January 2001.
- [9] Greene S. et al., “Contingency Ranking for Voltage Collapse Via Sensitivities from a Single Nose Curve,” *IEEE Trans. on Power System*, vol. 14, pp. 232-238, Feb. 1999.
- [10] Y. H. Song and A.T. Johns, editors, *Flexible AC Transmission System (FACTS)*. The Institution of Electrical Engineers, United Kingdom, 1999.
- [11] E. Acha, C. R. Fuerte-Esquível, H. Ambriz-Pérez, C. Ángeles Camacho, *FACTS: Modelling and Simulation in Power Network*, John Wiley & Sons, LTD, England, 2006.
- [12] Padiyar, K. R. *Power System Dynamics: Stability and Control*, John Wiley & Sons, 1995.

- [13] Ajjarapu V. and Christy C., "The Continuation Power Flow: a Tool for Steady State Voltage Stability Analysis," *IEEE Trans. on Power System*, vol. 7, No. 1, pp. 416-423, Feb. 1992.
- [14] Y. Mansour, P. Kundur, "Voltage Collapse: Industry Practices," *Control and Dynamic Systems*, Vol. 42, pp.111-161, Academic Press, Inc., 1991.
- [15] B. Gao, G. K. Morison and P. Kundur, "Towards the Development of a Systematic Approach for Voltage Stability Assessment of Large-Scale Power Systems," *IEEE Trans. on Power System*, vol. 11, No. 3, pp. 1314-1324, Aug. 1996.
- [16] J. L. Murillo Pérez, "Análisis del StatCom trifásico en estado estacionario y dinámico para la estabilidad de voltaje." Tesis de Maestría. CINVESTAV-Guadalajara, 2005.
- [17] Y. Mansour, editor, *Suggested Techniques for Voltage Stability Analysis*, IEEE / PES 93TH0620-5PWR, 1993.
- [18] William J. Stewart, and Allan Jennings, "A Simultaneous Iteration Algorithm for Real Matrices," *ACM Transaction on Mathematical Software*, Vol. 7, No. 2, June 1981, pp. 184-198.
- [19] L. Wang, and A. Semlyen, "Application of Sparse Eigenvalue Techniques to the Small Signal Stability Analysis of Large Power System," *IEEE Trans. on Power System*, Vol. 5, No. 2, pp. 635-642, May 1992.
- [20] N. Martin, "Efficient Eigenvalue and Frequency Response Methods Applied to Power System Small-Signal Stability Studies," *IEEE Trans. on Power System*, vol. 1, No. 2, pp. 217-225, Feb. 1986.
- [21] X.-P. Zhang, C.-F. Xue and K.R. Godfrey, "Modelling of the Static Synchronous Series Compensator (SSSC) in Three-Phase Power Flow," *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 151, No. 4, July 2004.
- [22] R. O. Jiménez, "Análisis de la estabilidad de voltaje en estado estable mediante técnicas de análisis modal." Tesis de maestría, Cinvestav Guadalajara, 1999.

## CAPÍTULO 8

### MODELADO Y APLICACIÓN DEL SSSC

#### RESUMEN

Los FACTS de operación en serie como el TCSC (capacitor serie controlado por tiristores) y el SSSC (compensador serie estático síncrono) permiten el control del flujo de potencia activa. Las características de estos dispositivos ayudan a solucionar problemas de operación de estado estacionario del sistema, sin necesidad de realizar un re-despacho de generación, haciendo más flexible la red. En este capítulo se resume el modelado del SSSC y se presenta una aplicación de estado estacionario del dispositivo.

#### COMPENSADOR SERIE ESTÁTICO SÍNCRONO

El efecto de la compensación serie con un elemento pasivo, tal como un condensador insertado en la línea de un sistema de transmisión, es reducir la impedancia efectiva de la línea, es decir, acercar los dos nodos eléctricamente [1-2]. Una línea compensada puede transportar mayor cantidad de potencia en comparación con el flujo natural que por ella circula cuando no lo está. El voltaje en terminales del condensador serie se sitúa en cuadratura efectiva con la corriente que circula por la línea compensada, y por tanto, el elemento es capaz de intercambiar reactivos con la línea.

En la figura 8.1 se puede apreciar que el voltaje a través del condensador se encuentra en cuadratura con su corriente. De acuerdo con el diagrama unifilar, el valor de la impedancia serie de la línea se modifica en un valor dado por:

$$z_{serie} = r_L + j(x_L - x_C) \quad (317)$$

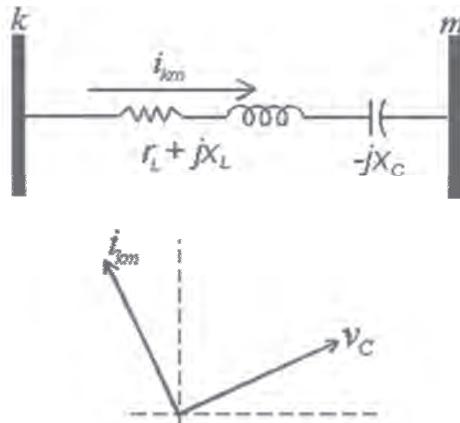


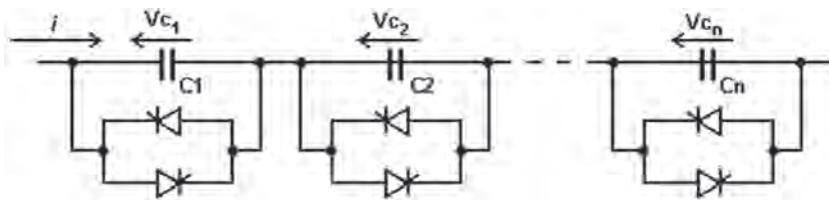
Figura 8.1 Condición de operación de estado estacionario

Si se desprecia la resistencia de la línea, el flujo de potencia activa que fluye del nodo  $k$  al  $m$  se expresa mediante:

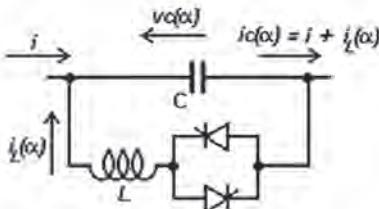
$$P_{km} = \frac{|V_k| |V_m| \sin \delta_{km}}{(x_L - x_C)} \quad (318)$$

Donde  $|V_k|$  y  $|V_m|$  son las magnitudes de los voltajes en los nodos  $k$  y  $m$ , respectivamente;  $\delta_{km}$  es la diferencia entre las fases de los voltajes de los nodos  $k$  y  $m$ ;  $x_L$  es la reactancia de la línea, y  $x_C$  es la reactancia del capacitor serie.

El TSSC (capacitor serie conmutado por tiristores) y el TCSC (capacitor serie controlado por tiristores), pueden realizar una compensación más adecuada [2]. El primero modifica de manera discreta la impedancia efectiva de la línea introduciendo las etapas de compensación necesarias. El control de los tiristores conecta los condensadores en serie conforme la referencia lo exija. El principio de operación del TCSC es similar, la diferencia es que el TCSC incluye un TCR (reactor controlado por tiristores), lo que permite una regulación fina. En la figura 8.2 se representan los esquemas básicos del TSSC y TCSC [3].



Capacitor serie conmutado por tiristores (TSSC)

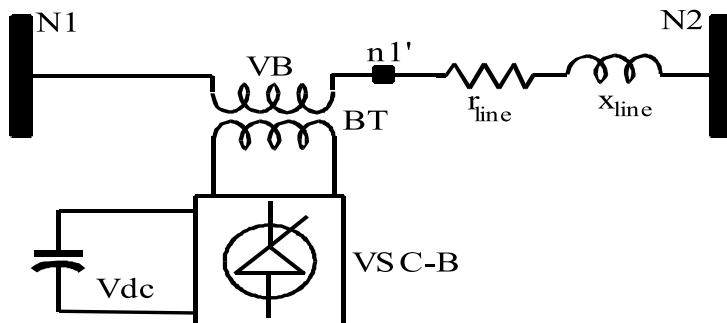


Capacitor serie conmutado por tiristores (TSSC)

**Figura 8.2 Esquemas básicos TSSC y TCSC**

El compensador estático serie síncrono (SSSC, por sus siglas en inglés) [4-6] realiza las mismas funciones que un compensador serie convencional, pero con una regulación fina, y sin la necesidad de elementos pasivos (capacitancias y reactores). Es decir, inyecta un voltaje en cuadratura con la corriente de la línea pero de magnitud variable e independiente del valor de la corriente. En el caso de la compensación serie convencional, como se ilustra en la figura 8.1, el voltaje en el capacitor cambia con la variación del voltaje en las barras k y m, y, por ende, con la corriente.

En la figura 8.3 se ilustra el esquema básico del SSSC: una fuente convertidora (VSC-B) de voltaje se inserta en serie con la línea de transmisión por medio de un transformador de acoplamiento (BT). El voltaje de CD de entrada para la fuente convertidora es tomado de las terminales del capacitor de CD.



**Figura 8.3 Esquema básico del SSSC**

El voltaje que entrega la fuente convertidora a través del transformador de acoplamiento está en cuadratura (en adelanto o atraso) con la corriente que circula en la línea (que es lo que sucede cuando una línea está compensada en serie). Cualquier otra relación angular entre la corriente y el voltaje inyectado en serie implica intercambio de potencia activa [7]. La ventaja principal del SSSC es que puede compensar la línea en adelanto y en atraso (efecto capacitivo o inductivo), lo cual hace posible que la dirección del flujo de potencia pueda ser, incluso, invertida totalmente.

Para la configuración de la figura 8.3 no es posible que el dispositivo intercambie potencia activa con la red. Esto sería posible si en lugar del capacitor hubiese una fuente de potencia de CD, un sistema de almacenamiento de energía basado en tecnología de superconductores, etc. En resumen, se asume que el dispositivo no puede intercambiar potencia activa con la red si no se le proporciona desde la terminal de CD de la estación convertidora. El capacitor se mantiene cargado y a voltaje constante debido a que existe un ligero desvío angular (medio grado puede ser suficiente) entre el voltaje inyectado a la línea y la corriente que circula por ella. Para los estudios de estado estacionario que se presentan a continuación, se asume que no se tienen pérdidas en el capacitor y que no existe intercambio de potencia activa entre el dispositivo SSSC y la red de potencia.

#### Inclusión del SSSC en el problema de flujos de potencia

El modelo de circuito del SSSC se ilustra en la figura 8.4. Se ha mencionado que el voltaje que inyecta la fuente serie se encuentra en cuadratura con la corriente que circula por la línea donde se ha instalado el FACTS, es decir, la fuente opera a factor de potencia cero. Además, el flujo de potencia del nodo  $m$  hacia el  $k$  puede especificarse. En la figura 8.4 se presenta el modelo de estado estacionario utilizado; el nodo  $m$  es ficticio y el flujo controlado es  $-P_{mk}^{esp}$ .  $z_s = r_{km} + jx_{km}$  es la impedancia del transformador acoplado en serie con la línea.  $\bar{V}_s = |V_s| \angle \theta_s$ , por lo tanto, puede calcularse la potencia activa que intercambia el dispositivo en coordenadas polares como indica la ecuación (319).

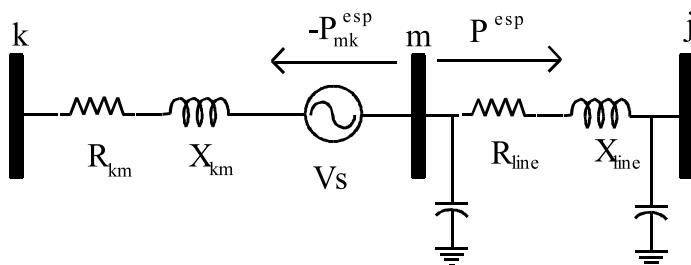


Figura 8.4 Modelo de circuito del SSSC

$$\begin{aligned} P_{SSSC} = & V_s^2 g_{km} + V_s V_m g_{km} \cos \theta_s - \delta_m + b_{km} \sin \theta_s - \delta_m \\ & - V_s V_k g_{km} \cos \theta_s - \delta_k + b_{km} \sin \theta_s - \delta_k = 0 \end{aligned} \quad (319)$$

y el flujo de potencia activa del nodo ficticio  $m$  al  $k$  se calcula mediante la ecuación (320):

$$\begin{aligned} P_{mk} = & V_m^2 g_{km} + V_m V_k (g_{km} \cos(\delta_m - \delta_k) + b_{km} \sin(\delta_m - \delta_k)) \\ & - V_m V_s (g_{km} \cos(\delta_m - \theta_s) + b_{km} \sin(\delta_m - \theta_s)) \end{aligned} \quad (320)$$

donde:

$V_m, V_k$	Magnitud de voltaje de los nodos $k$ y $m$ .
$\delta_m, \delta_k$	Fase de voltaje de los nodos $k$ y $m$ .
$ V_s  \angle \theta_s$	Magnitud y fase de la fuente equivalente del SSSC.

Se desconoce la magnitud y fase de la fuente equivalente serie. Resolviendo las ecuaciones (319) y (320), junto con las ecuaciones de inyección de potencia nodal, se calcula el estado total del sistema incluyendo los valores de la fuente equivalente. Las condiciones de arranque para las variables del SSSC se pueden obtener usando las mismas ecuaciones (319) y (320). Cuando el SSSC está controlando el flujo de potencia activa, el sistema de ecuaciones linealizado para el sistema de la figura 8.4, se ilustra en la ecuación (321); esta expresión considera el nodo  $j$ , como nodo de referencia.

$$\left[ \begin{array}{c} \Delta P_k \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_k \\ \Delta Q_m \\ \Delta P_{mk} \\ \Delta P_{SSSC} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cccccc} \frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial \delta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_k|} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_m|} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_s|} & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_s} \\ \frac{\partial P_m}{\partial \delta_k} & \frac{\partial P_m}{\partial \delta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_k|} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_m|} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_s|} & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_s} \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_k|} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_m|} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_s|} & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_s} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \delta_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial \delta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_k|} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_m|} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_s|} & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_s} \\ \frac{\partial P_{mk}}{\partial \delta_k} & \frac{\partial P_{mk}}{\partial \delta_m} & \frac{\partial P_{mk}}{\partial |V_k|} & \frac{\partial P_{mk}}{\partial |V_m|} & \frac{\partial P_{mk}}{\partial |V_s|} & \frac{\partial P_{mk}}{\partial \theta_s} \\ \frac{\partial P_{SSSC}}{\partial \delta_k} & \frac{\partial P_{SSSC}}{\partial \delta_m} & \frac{\partial P_{SSSC}}{\partial |V_k|} & \frac{\partial P_{SSSC}}{\partial |V_m|} & \frac{\partial P_{SSSC}}{\partial |V_s|} & \frac{\partial P_{SSSC}}{\partial \theta_s} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \Delta \delta_k \\ \Delta \delta_m \\ \Delta |V_k| \\ \Delta |V_m| \\ \Delta |V_s| \\ \Delta \theta_s \end{array} \right] \quad (321)$$

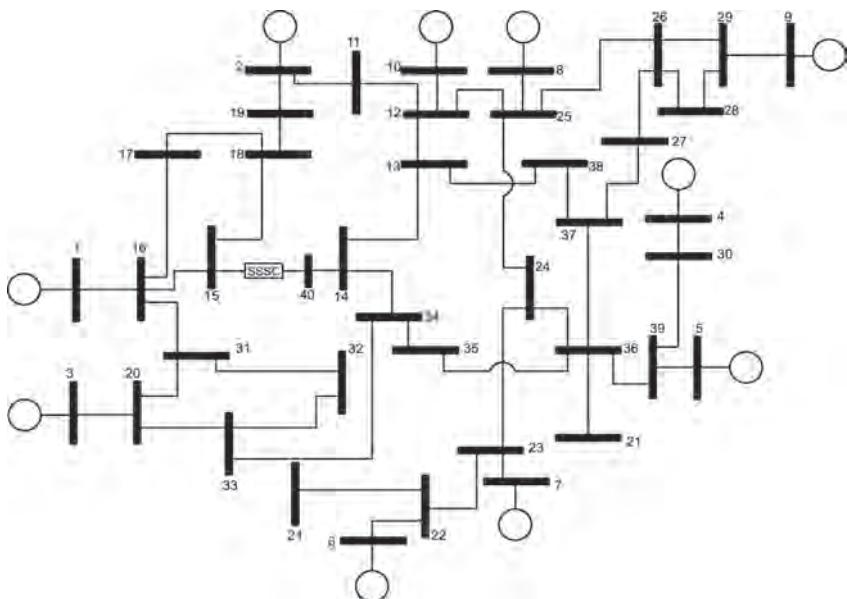
Si el SSSC no está controlando el flujo de potencia activa, entonces  $|V_s|$  no es una variable de estado, por lo tanto, la única variable a calcular para

el dispositivo es la fase de la fuente equivalente. Es importante mencionar que pueden existir dos soluciones en este caso, ya que la fase puede tomar dos valores válidos, en adelanto o en atraso respecto de la corriente de línea. Dependiendo del valor de arranque en la fase del voltaje de la fuente equivalente, una de las soluciones puede requerir más iteraciones para converger (o incluso, que no logre convergencia).

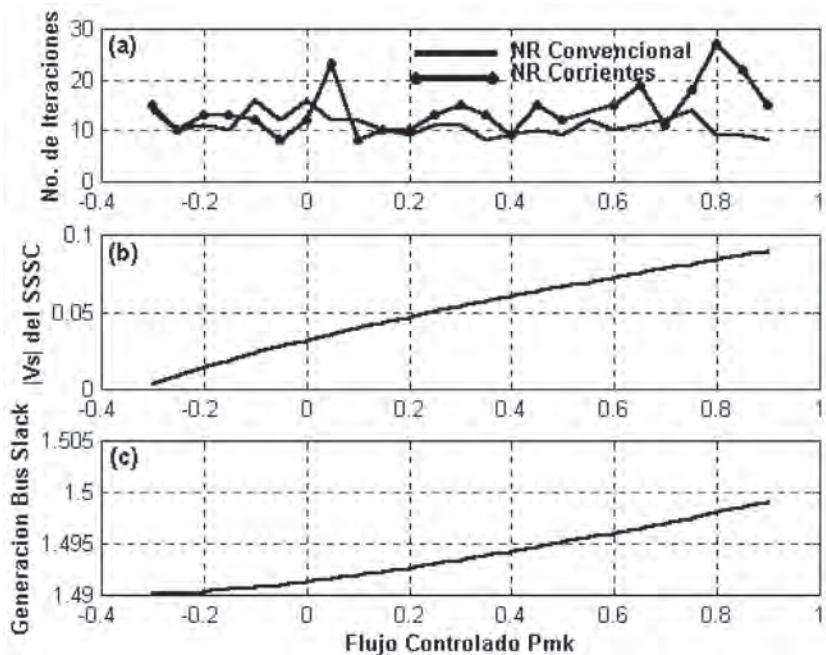
#### Resultados de flujos de potencia incluyendo un dispositivo SSSC

La red para el estudio es un equivalente de 39 nodos del sistema Nueva Inglaterra, el cual se ilustra en la figura 8.5. El SSSC aparece instalado entre los nodos 15 y 14 (creando un nodo ficticio, 40). El flujo natural es igual a -0.1258. Se varía el flujo que controla el SSSC entre  $-0.3 > P_{mk}^{sp} > 0.9 \text{ p.u.}$  considerando una tolerancia de  $10^{-5}$ . La referencia es el nodo 1, la condición de carga total  $P_{load} = 17.5 \text{ p.u.}$  (modificado de la base de datos original [13]). Los gráficos de la figura 8.6 muestran algunos resultados comparativos entre los algoritmos ya mencionados; figura 8.6 a); la variación de la magnitud de la fuente equivalente serie, se ilustra en la figura 8.6 b); y la variación de la generación en el nodo compensador, en la figura 8.6 c).

La figura 8.6 a) ilustra el número de iteraciones empleando el algoritmo convencional y de corrientes; la línea con marcadores (o) en los vértices corresponde a la formulación en corrientes, y la línea sin marcas, a la formulación convencional en inyecciones de potencia. El eje de las abscisas en las figuras a), b) y c) representa la variación del flujo que se desea controlar. Se puede observar que para la mayoría de los casos el método convencional se encuentra alrededor de las 10 iteraciones, mientras que en ciertos casos el método alternativo puede rebasar las 20 iteraciones. La convergencia del método de Newton puede verse afectada por los valores de arranque que se estimen para la fuente equivalente serie. Los valores de arranque se estiman resolviendo directamente las ecuaciones (320) y (321). El gráfico de la figura 8.6 b) muestra la variación de la magnitud de la fuente equivalente serie cuando varía el flujo que se desea controlar. Es casi cero cuando el flujo controlado está cerca del flujo natural de la línea y aumenta cuando se aleja de este valor.



*Figura 8.5 Diagrama unifilar de Nueva Inglaterra incluyendo un SSSC*



*Figura 8.6 Resultados de flujos de carga para el sistema de prueba, caso SSSC*

En general, es frecuente limitar las variables asociadas a los inversores, ya sea que se trate de estaciones convertidoras serie o paralelo [8], mediante las expresiones (322) y (323):

- Magnitud de voltaje inyectada por un convertidor serie:

$$|V_s| \leq |V_s^{\max}| \quad (322)$$

- La corriente a través de la fuente equivalente serie:

$$I_s = \left| \frac{\tilde{V}_m + \tilde{V}_s - \tilde{V}_k}{Z_{km}} \right| \leq I_s^{\lim} \quad (323)$$

### MODELADO EN ESPACIO DE ESTADO DEL SSSC

Para analizar los detalles de la operación de un compensador serie estático sincrónico (SSSC), se resume un procedimiento basado en una secuencia de señales de disparo apropiada, basado en un inversor (VSC) de 48-pulsos. A continuación se presentan expresiones y resultados que verifican el procedimiento.

Se emplea un inversor de 48-pulsos ya que la formulación que se sigue se basa en la formulación estudiada en los capítulos 6 y 7.

Usando la configuración de la figura 8.7, y aplicando el patrón de pulsos esquematizado en la figura 8.8, los voltajes línea-neutro y línea-línea resultantes se denominan los voltajes de seis pulsos [9]. En la figura 8.8 las señales  $gs_1, gs_2, gs_3, gs_4, gs_5$  y  $gs_6$  son las señales de compuerta aplicadas a los dispositivos  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5$  y  $Q_6$ , respectivamente, las cuales toman valores de 0 y 1 para apagar y encender el interruptor, respectivamente.

En aplicaciones de redes eléctricas se ha empleado la configuración de 48-pulsos [10], ya que presenta las siguientes ventajas:

- Es bajo el contenido armónico generado por un inversor de 48-pulsos; el primer componente armónico presente en el voltaje de salida es el 47, con amplitud menor a 2.5% del componente fundamental. Los componentes armónicos subsecuentes son de mayor frecuencia y menor amplitud. Esto reduce el contenido armónico inyectado por la VSC a la red eléctrica.
- La frecuencia de conmutación de los dispositivos es la misma que la frecuencia fundamental de los voltajes de salida, en este caso 60 Hz. Esto reduce las pérdidas de conmutación, así como la temperatura de los dispositivos.

- El voltaje nominal del capacitor de CD es bajo, reduciendo el costo de la VSC; esto es, para voltajes de salida de 58.6 kV de pico, se requiere un voltaje de capacitor de aproximadamente 11.5 kV. El rizo del voltaje del capacitor disminuye conforme el número de pulsos. Por lo tanto, en una configuración de 48-pulsos el valor del capacitor CD puede reducirse sin comprometer el nivel de rizo del voltaje CD.

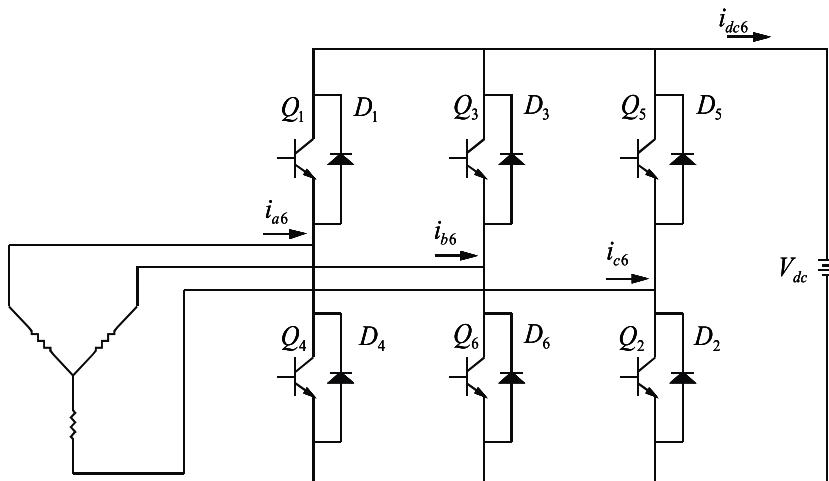
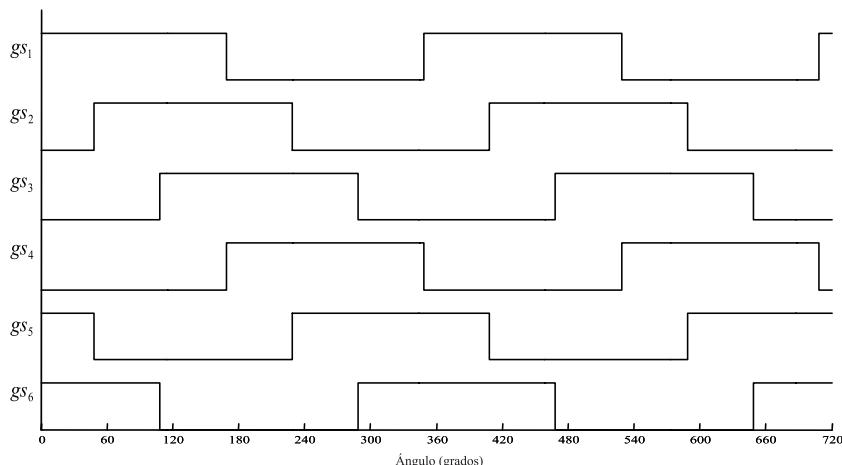


Figura 8.7 Configuración del inversor de 6-pulsos



Figuras 8.8 Patrón de pulsos para el inversor de 6-pulsos

Debido a estas ventajas es que el SSSC, basado en inversor de 48-pulsos, es una buena elección para la compensación serie de líneas de transmisión.

La teoría del SSSC se presenta en [7, 11]; en la primera referencia se desarrolla una configuración de 24-pulsos, mientras la segunda desarrolla un SSSC de 48-pulsos sin análisis de corrientes en el VSC y la carga del capacitor CD.

Los modelos dinámicos del SSSC de 48-pulsos son los modelos  $dq0$  [12], y el modelo de frecuencia fundamental en coordenadas  $abc$  [11]. Los modelos  $dq0$  son ampliamente utilizados debido a que simplifican los cálculos, especialmente cuando se trabaja con generadores síncronos, ya que convierten las señales senoidales trifásicas balanceadas en constantes. El conjunto de cantidades  $abc$  de un modelo dado, se transforman a un marco de referencia rotatorio síncrono empleando la transformación de Park [13].

Por otro lado, los modelos trifásicos se derivan directamente del sistema; por lo tanto, las señales obtenidas están en las coordenadas originales  $abc$ .

El modelo de frecuencia fundamental representa al SSSC solamente con los componentes de frecuencia fundamental, y no considera los componentes armónicos. Aquí se propone un modelo de funciones de conmutación en coordenadas  $abc$ , para representar el comportamiento de un inversor de 48-pulsos con mayor precisión que el modelo de frecuencia fundamental en  $dq0$ .

### ESTRUCTURA DEL CONVERTIDOR

Utilizando ocho inversores de 6-pulsos se logra una forma de onda de 48-pulsos; estos ocho inversores de 6-pulsos comparten la misma fuente CD. El propósito de combinar los inversores es reducir el contenido armónico del voltaje resultante.

Para generar una forma de onda de 48-pulsos con un contenido armónico de orden  $n = 48m \pm 1$ , donde  $m = 0, 1, 2, \dots$ , los voltajes de los convertidores de seis pulsos requieren adecuarse en ángulo de fase, y cuatro de ellos escalarse en magnitud. Esto se logra de la siguiente manera. Cada uno de los inversores necesita un transformador de acoplamiento. Cuatro de ellos requieren una conexión estrella-estrella con relación de vueltas 1:1, y los cuatro restantes requieren una conexión delta-estrella con relación 1:1/ $\sqrt{3}$  [14].

Para cancelar los componentes armónicos externos al conjunto dado por  $n = 48m \pm 1$ , donde  $m = 0, 1, 2, \dots$ , los convertidores utilizan dos tipos de desplazamientos de fase. El primer desplazamiento se realiza vía los pulsos de disparo, que determinan la fase del voltaje resultante. El segundo se obtiene modificando la fase de los componentes armónicos, mediante transformadores conectados en serie con los voltajes línea-neutro en el lado primario de cada transformador de acoplamiento, para sumar un voltaje en cuadratura y producir el cambio de fase deseado [15]. Estos voltajes en cu-

dratura se toman de los voltajes trifásicos de salida de los inversores. Los voltajes modificados en fase se describen mediante, la ecuación (324).

$$\begin{aligned} v_{an} &= v_{an} \pm v_{bc} \\ v_{bn} &= v_{bn} \pm v_{ca} \\ v_{cn} &= v_{cn} \pm v_{ab} \end{aligned} \quad (324)$$

donde  $v_{an}$ ,  $v_{bn}$  y  $v_{cn}$  son los voltajes deseados. Se suman los voltajes línea-línea para generar un voltaje línea-neutro atrasado, y se sustraen para crear uno adelantado. Los voltajes  $v_{bc}$ ,  $v_{ca}$  y  $v_{ab}$  deben tener la amplitud específica para producir el cambio de fase deseado. La amplitud se determina mediante la relación de transformación de los transformadores.

Los secundarios de los transformadores de acoplamiento de cada inversor de 6-pulsos están conectados en serie para sumar el voltaje de salida, como se ilustra en la figura 8.9. En la figura 8.10 se ilustran las configuraciones para lograr adelanto y atraso de señales.

Sumando los voltajes modificados en fase de cada convertidor, se obtiene un voltaje línea-neutro de 48-pulsos [16], el cual puede calcularse mediante la ecuación (325).

$$v_{an48} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8V_{dc}}{n\pi} (1 - (-1)^n) \left( \frac{1}{3} \left( \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right) - \cos(n\pi) \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right) \right) * \cos\left(\frac{n\pi}{24} - \frac{s\pi}{24}\right) \cos\left(\frac{n\pi}{48} - \frac{s\pi}{48}\right) \sin(n\omega t) \quad (325)$$

donde  $s = 1$  para los componentes armónicos de secuencia positiva, y  $s = -1$  para los componentes armónicos de secuencia negativa.

Los voltajes  $v_{bn48}$  y  $v_{cn48}$  exhiben un comportamiento similar, excepto que están desfasados  $120^\circ$  y  $240^\circ$ , respectivamente, de  $v_{an48}$ . La figura 8.11 a) despliega el voltaje línea-neutro de 48-pulsos de la fase  $a$ , que se ha obtenido con una fuente de voltaje CD de 11.5kV.

Los valores pico de los componentes fundamental y armónicos [16], pueden calcularse mediante la ecuación (326):

$$\begin{aligned} V_{an48_1} &= \frac{16}{\pi} V_{dc} \\ V_{an48_n} &= \frac{16}{n\pi} V_{dc} \end{aligned} \quad (326)$$

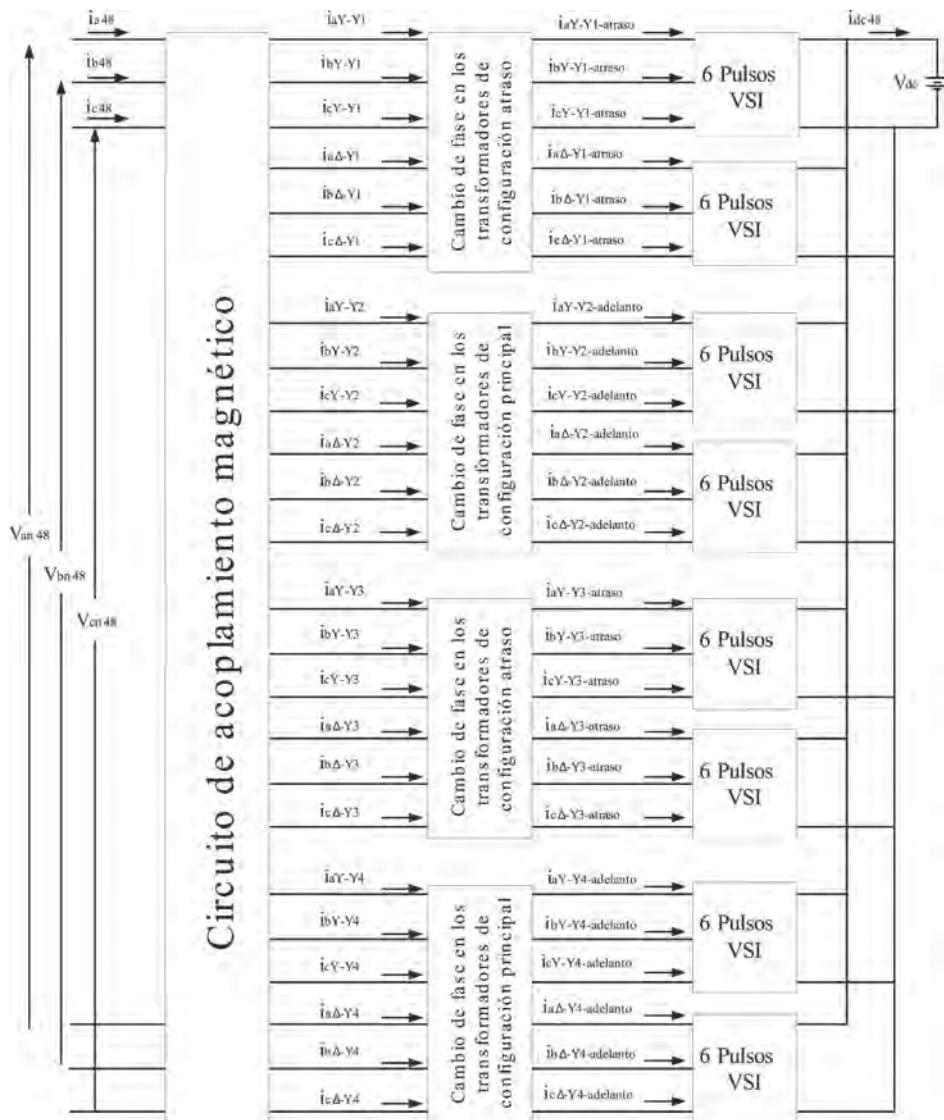


Figura 8.9. Configuración de inversor de 48-pulsos

La figura 8.11 b) presenta el contenido armónico del voltaje de 48-pulsos línea-neutro relativo al fundamental. Puede observarse que el voltaje contiene sólo armónicos de orden  $n = 48m \pm 1$ , donde  $m = 0, 1, 2, \dots$ .

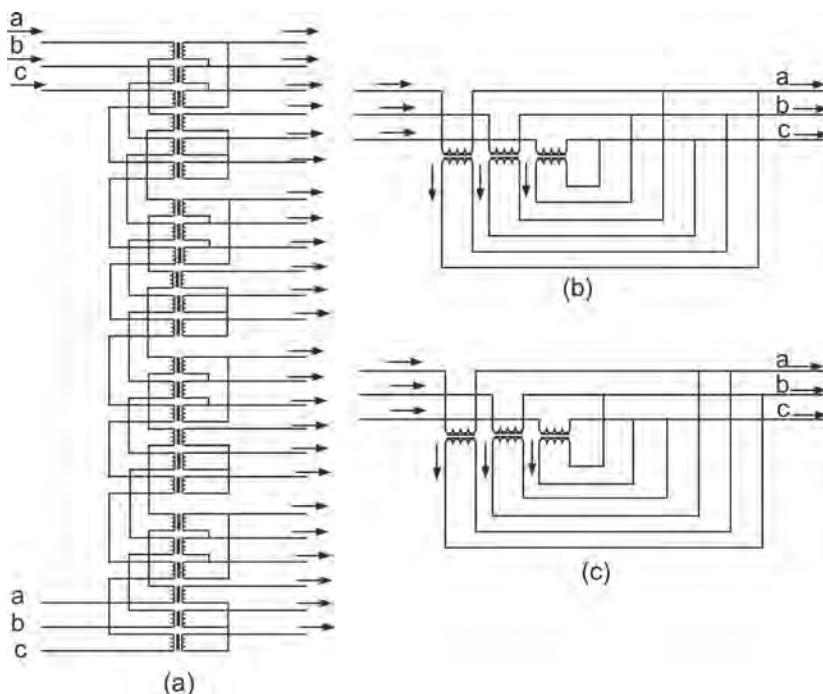


Figura 8.10 a) transformadores desfasadores  
b) en atraso, c )en adelanto

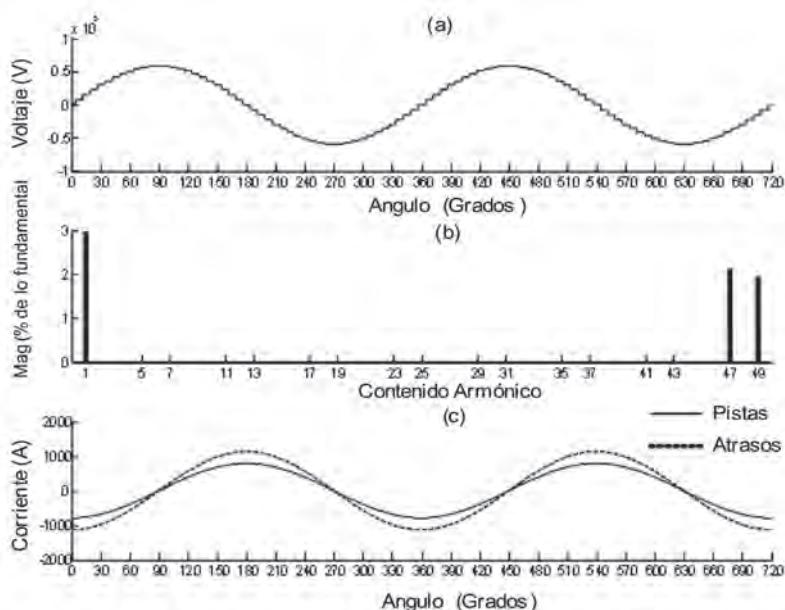


Figura 8.11.  $V_{an48}$ , su contenido armónico y corriente de línea fase a

## MODELO DEL SSSC

El SSSC tiene como función principal la compensación de una línea de transmisión. Este dispositivo se inserta en serie con la línea para inyectar un voltaje en cuadratura con la corriente de línea, para emular una reactancia. La fase del voltaje inyectado determina el grado de compensación. Si el voltaje del compensador adelanta a la corriente en  $90^\circ$  el dispositivo actúa como reactor. De otra manera, si el voltaje inyectado atrasa la corriente en  $90^\circ$ , el SSSC actúa como un capacitor.

La figura 8.12 ilustra el circuito de una línea trifásica inductiva en la que se inserta el dispositivo, representado por una fuente trifásica senoidal,  $v_n$ . Se asume que el voltaje del nodo izquierdo es una fuente senoidal pura expresada mediante  $v = V_m \sin(\omega t)$ . Los parámetros utilizados son  $V_m = 230\sqrt{2}$  kV y  $L=900\text{mH}$ . Cuando se emplea el inversor de la sección precedente como SSSC, la fuente CD se reemplaza por un capacitor CD. Se asume que el voltaje CD permanece constante [9].

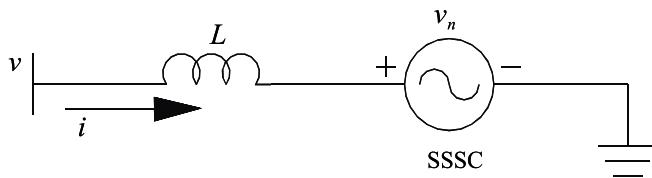


Figura 8.12 SSSC inserto en un circuito inductivo.

## CORRIENTES DE LÍNEA

La ecuación (327) describe la corriente de línea para la fase a) de la figura 8.12 [16]:

$$i_{a48} = \frac{V_m}{\omega L} (-\cos(\omega t)) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8V_{dc}}{n^2 \pi \omega L} \left( 1 - (-1)^n \right) \left( \frac{1}{3} \left( \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right) - \cos(n\pi) \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right) \right) \cos\left(\frac{n\pi}{24} - \frac{s\pi}{24}\right) \cos\left(\frac{n\pi}{48} - \frac{s\pi}{48}\right) (-\cos(n\omega t - n\theta)) \quad (327)$$

donde  $\theta$  determina la fase del voltaje del SSSC.

Las corrientes  $i_{b48}$  e  $i_{c48}$  presentan comportamientos similares, excepto desplazadas  $120^\circ$  y  $240^\circ$  de  $i_{a48}$ , respectivamente. La figura 8.11 a) ilustra la corriente de: línea, fase a, con  $V_{dc} = 11.5$  kV.

Cuando el voltaje del SSSC adelanta a la corriente de línea en  $90^\circ$ , el dispositivo actúa como un reactor. La línea punteada representa la operación capacitiva, cuando el voltaje atrasa a la corriente en  $90^\circ$ . La corriente por la línea, sin compensación, alcanza un pico de 958.67A. Con un voltaje de capa-

citor de 11.5kV, la amplitud de la corriente varía aproximadamente 18%. En el modo inductivo la corriente disminuye alrededor de 786.16 A-pico, mientras en el modo capacitivo la corriente aumenta alrededor de 1131.18 A-pico.

El transformador de acoplamiento se forma por cuatro transformadores estrella-estrella con una relación de transformación 1:1, y cuatro transformadores delta-estrella con relación  $1:1/\sqrt{3}$ . Dado que los lados secundarios están en serie, la corriente de línea es la misma en todos.

Despreciando las pérdidas, las corrientes que fluyen hacia el lado secundario son iguales a las corrientes en el lado primario en cada uno de los transformadores estrella-estrella. Por lo tanto, las corrientes de línea en estos transformadores son las corrientes del lado primario. En la configuración delta-estrella debe tenerse en cuenta la conexión y la relación de vueltas. Despreciando las pérdidas, las corrientes del lado primario de cada transformador se derivan mediante la ecuación (328):

$$i_{p\Delta-Y} = \frac{i_{s\Delta-Y}}{\sqrt{3}} \quad (328)$$

donde  $i_{p\Delta-Y}$  e  $i_{s\Delta-Y}$  son las corrientes en los lados primario y secundario, de cada uno de los transformadores de fase en la configuración delta-estrella, respectivamente.

Para derivar las corrientes que salen del transformador delta-estrella se emplean las ecuaciones (329):

$$\begin{aligned} i_{a\Delta-Y} &= i_{ap\Delta-Y} - i_{cp\Delta-Y} \\ i_{b\Delta-Y} &= i_{bp\Delta-Y} - i_{ap\Delta-Y} \\ i_{c\Delta-Y} &= i_{cp\Delta-Y} - i_{bp\Delta-Y} \end{aligned} \quad (329)$$

donde  $i_{ap\Delta-Y}$ ,  $i_{bp\Delta-Y}$  e  $i_{cp\Delta-Y}$  son las corrientes de primario, y  $i_{a\Delta-Y}$ ,  $i_{b\Delta-Y}$  e  $i_{c\Delta-Y}$  son las corrientes que salen de la conexión delta-estrella, ilustrada en la figura 8.9. Para el transformador, en la configuración en atraso, la corriente se calcula mediante las ecuaciones (330):

$$\begin{aligned} i_{aY-Y-lag} &= i_{aY-Y} + i_{cY-Y}(tr) - i_{bY-Y}(tr) \\ i_{bY-Y-lag} &= i_{bY-Y} + i_{aY-Y} tr - i_{cY-Y} tr \\ i_{cY-Y-lag} &= i_{cY-Y} + i_{bY-Y}(tr) - i_{aY-Y}(tr) \end{aligned} \quad (330)$$

donde  $tr = \tan \beta / \sqrt{3}$  es la relación de transformación y  $\beta$  es el desplazamiento angular deseado;  $i_{aY-Y}$ ,  $i_{bY-Y}$  e  $i_{cY-Y}$  son las corrientes que salen

de los transformadores estrella-estrella, y pueden cambiarse por las corrientes que salen de los delta-estrella según se requiera;  $i_{aY-Y-lag}$ ,  $i_{bY-Y-lag}$  e  $i_{cY-Y-lag}$  son las corrientes que salen de los transformadores en la configuración en atraso conectados a los transformadores estrella-estrella.

Para la configuración en adelanto de fase, la corriente se calcula mediante las ecuaciones (331):

$$\begin{aligned} i_{aY-Y-lead} &= i_{aY-Y} + i_{bY-Y}(tr) - i_{cY-Y}(tr) \\ i_{bY-Y-lead} &= i_{bY-Y} + i_{cY-Y} \quad tr - i_{aY-Y} \quad tr \\ i_{cY-Y-lead} &= i_{cY-Y} + i_{aY-Y}(tr) - i_{bY-Y}(tr) \end{aligned} \quad (331)$$

donde  $i_{aY-Y-lead}$ ,  $i_{bY-Y-lead}$  e  $i_{cY-Y-lead}$  son las corrientes que salen de los transformadores con configuración en adelanto, conectados a los transformadores estrella-estrella. En ambos casos, las corrientes son las corrientes del VSC.

### Corriente del capacitor

La corriente total del capacitor se calcula de las contribuciones de cada VSC. Para ilustrar este procedimiento, se explica la corriente  $i_{dc6}$  de un solo inversor de 6-pulsos, como se ilustra en la figura 8.7. La corriente  $i_{dc6}$  se calcula sumando segmentos de las corrientes de línea [18]. Los segmentos dependen del par transistor-diodo ( $Q-D$ ) en conducción. Analizando el par superior  $Q-D$ , de la figura 8.7, se observa que los pares que participan en la corriente del capacitor son  $Q_1-D_1$ ,  $Q_3-D_3$  y  $Q_5-D_5$ , y se calcula mediante la ecuación (332).

$$i_{dc6} = gs_1i_{a6} + gs_3i_{b6} + gs_5i_{c6} \quad (332)$$

Utilizando este procedimiento, puede derivarse la contribución de cada VSC a la corriente del capacitor. Una vez conocidas las contribuciones puede obtenerse la corriente total del capacitor, mediante la ecuación (333):

$$i_{dc48} = i_{dcY-Y_1} + i_{dc\Delta-Y_1} + i_{dcY-Y_2} + i_{dc\Delta-Y_2} + i_{dcY-Y_3} + i_{dc\Delta-Y_3} + i_{dcY-Y_4} + i_{dc\Delta-Y_4} \quad (333)$$

La figura 8.13 muestra la corriente total del capacitor para el sistema de la figura 8.12. En la gráfica superior el SSSC actúa como un reactor, mientras en la inferior lo hace como capacitor.

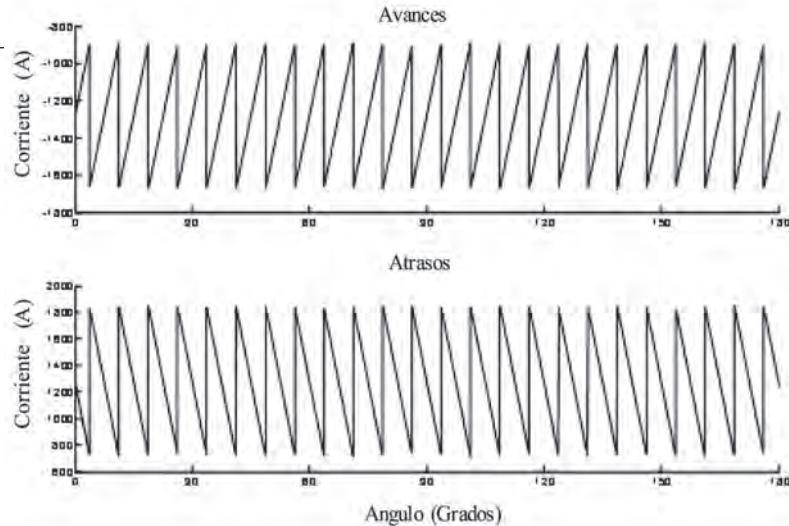


Figura 8.13 Corriente del capacitor para un SSSC de 48-pulsos

Asumiendo un inversor sin pérdidas, el capacitor está inicialmente cargado y preserva su carga durante la operación. Este comportamiento se explica mediante la ecuación (334):

$$v_c = \frac{1}{C} \int i_{dc} dt + V_0 \quad (334)$$

donde  $V_0$  es su condición inicial.

La corriente del capacitor mostrada en la figura 8.13 tiene un valor promedio de 0 A. Así, considerando la ecuación (334) la corriente del capacitor no tiene efecto sobre su carga, independientemente del tipo de compensación que el SSSC proporcione. Esto es, cuando el voltaje del compensador está en cuadratura con la corriente de línea sólo se intercambia potencia reactiva entre el dispositivo y la red.

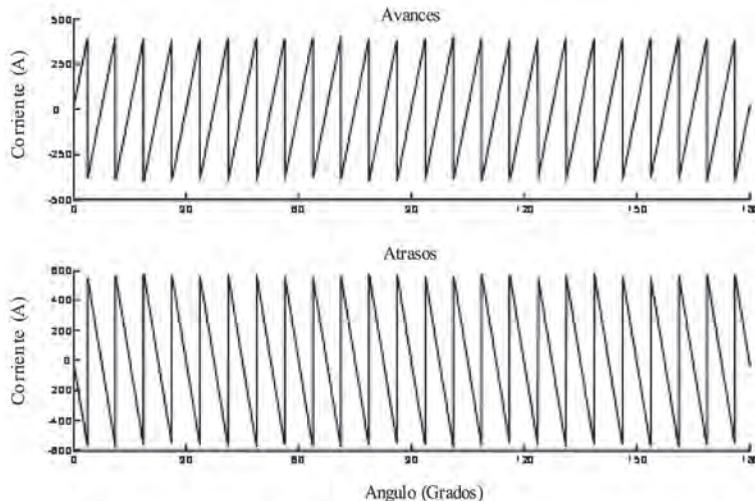
Cuando el voltaje del SSSC no está en cuadratura con la corriente de línea, surge otro comportamiento. Para mostrar esto, considérese un cambio de fase en  $v$ ,  $v = V_m \sin(\omega t - \phi)$ . Para la fase  $a$  de la corriente de línea se utiliza la ecuación (335).

$$i_{a48} = \frac{V_m}{\omega L} (-\cos(\omega t - \phi)) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8V_{dc}}{n^2 \pi \omega L} (1 - (-1)^n) \left( \frac{1}{3} \left( \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right) - \cos(n\pi) \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right) \right) \cos\left(\frac{n\pi}{24} - \frac{s\pi}{24}\right) \cos\left(\frac{n\pi}{48} - \frac{s\pi}{48}\right) (-\cos(n\pi - \theta)) \quad (335)$$

donde  $\phi$  determina la fase de  $v$ .

En un circuito puramente inductivo como el de la figura 8.12, la corriente atrasa al voltaje en  $90^\circ$ . Considerando que  $v$  experimenta un cambio de fase de  $\phi = 10^\circ$ , la figura 8.14 ilustra la corriente del capacitor. En el caso en adelanto, el voltaje del SSSC adelanta la corriente  $100^\circ$ . En el caso atrasado, el voltaje del dispositivo atrasa a la corriente en  $80^\circ$ . El va-

lor promedio de la señal superior es negativo, y según la ecuación (334) el capacitor se descarga. En el gráfico inferior el valor promedio resulta positivo, y el capacitor se carga.



*Figura 8.14 Corriente del capacitor para un SSSC de 48-pulsos con  $\phi = 10^\circ$*

Cuando la fase de v cambia a  $\phi = -10^\circ$ , la corriente del capacitor presenta el comportamiento opuesto [16]. El análisis precedente conduce a la siguiente conclusión. Cuando el voltaje del SSSC adelanta a la corriente en  $90^\circ$ , el dispositivo actúa como un reactor. El compensador sólo absorbe potencia reactiva. Cuando el voltaje del SSSC atrasa a la corriente en  $90^\circ$ , el dispositivo actúa como un condensador. El compensador sólo proporciona potencia reactiva. Cuando el voltaje del SSSC adelanta a la corriente en un ángulo entre  $0-90^\circ$ , absorbe potencia activa y reactiva. Cuando el voltaje del SSSC atrasa a la corriente en un ángulo entre  $0-90^\circ$ , entrega potencia activa y reactiva a la red.

Cuando el voltaje del SSSC adelanta a la corriente en un ángulo superior a los  $90^\circ$ , el dispositivo comienza a proporcionar potencia activa. Cuando el voltaje del dispositivo atrasa a la corriente en un ángulo superior a  $90^\circ$ , también proporciona potencia activa. Así que se puede utilizar este procedimiento para cargar y descargar el capacitor.

Ya que el grado de compensación es proporcional a la magnitud del voltaje inyectado, la compensación puede incrementarse cargando el capacitor al voltaje deseado. Por otro lado, puede descargarse para disminuir su nivel de voltaje, disminuyendo el grado de compensación.

En circuitos prácticos, los inversores sí presentan pérdidas, por lo que el ángulo del SSSC debe variarse unos grados para estar en cuadratura con la corriente de línea, permitiendo el flujo de una corriente promedio posi-

tiva en el capacitor para compensar las pérdidas, manteniendo el nivel de voltaje del capacitor.

### REPRESENTACIÓN DEL INVERSOR

El modelo del inversor se obtiene utilizando un circuito equivalente con un SSSC embebido en la línea de transmisión [16-17]. El circuito consiste de una impedancia  $R + jL$  que representa la impedancia del transformador de acoplamiento serie y la línea. Los nodos de envío y recepción se denotan mediante los subíndices  $s$  y  $r$ , respectivamente. Fuentes de voltaje senoidales representan las fases  $a$ ,  $b$  y  $c$  del SSSC, y denotadas por  $v_{an48}$ ,  $v_{bn48}$  y  $v_{cn48}$ , respectivamente, en la figura 8.15.

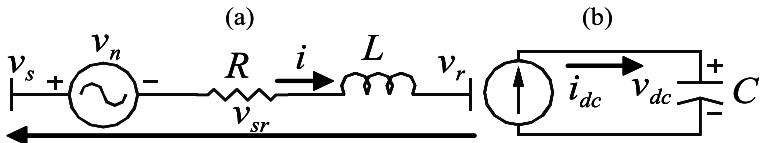


Figura 8.15 a) SSSC embebido en una línea de transmisión,  
b) circuito CD

De la figura 8.15 las ecuaciones (336) para la corriente y voltaje CD;

$$di_a/dt = (v_{sra} - v_{an})/L - Ri_a/L, \quad dv_{dc}/dt = i_{dc}/C \quad (336)$$

Son similares las expresiones para las otras dos fases.

El modelo de las funciones de conmutación toma en cuenta las señales de compuerta de los ocho inversores de 6-pulsos, para construir un SSSC de 48-pulsos.

Para derivar el modelo de funciones de conmutación, los voltajes de salida del SSSC de 48-pulsos y la corriente del capacitor se sustituyen en la ecuación (336). Primero, debe conocerse la contribución de cada inversor.

Usando los voltajes línea-neutro y línea-línea de un inversor de 6-pulsos en términos de las señales de compuerta [16], los desplazamientos de fase para el patrón de señales de compuerta y los transformadores desfasadores, los voltajes y la corriente del capacitor se obtienen las ecuaciones (337) y (338):

$$v_{an48sf} = a_{14} v_{dc48sf}, \quad v_{bn48sf} = a_{24} v_{dc48sf}, \quad v_{cn48sf} = a_{34} v_{dc48sf} \quad (337)$$

$$i_{dc48sf} = a_{41} i_a + a_{42} i_b + a_{43} i_c \quad (338)$$

donde:

$$\begin{aligned}
a_{14} &= \sum_{i=1}^4 \left( \frac{2gs_{1Y-Y_i}}{3} - \frac{gs_{3Y-Y_i} + gs_{5Y-Y_i}}{3} + \beta \right) + \psi \sum_{\substack{i=1,4 \\ j=2,1}} \eta + \zeta \sum_{\substack{i=2,3 \\ j=1,2}} \eta \\
a_{24} &= \sum_{i=1}^4 \left( \frac{2gs_{3Y-Y_i}}{3} - \frac{gs_{1Y-Y_i} + gs_{5Y-Y_i}}{3} + \sigma \right) + \psi \sum_{\substack{i=1,4 \\ j=2,1}} \rho + \zeta \sum_{\substack{i=2,3 \\ j=1,2}} \rho \\
a_{34} &= \sum_{i=1}^4 \left( \frac{2gs_{5Y-Y_i}}{3} - \frac{gs_{1Y-Y_i} + gs_{3Y-Y_i}}{3} + \tau \right) + \psi \sum_{\substack{i=1,4 \\ j=2,1}} \gamma + \zeta \sum_{\substack{i=2,3 \\ j=1,2}} \gamma \\
a_{41} &= \sum_{i=1}^4 \left( gs_{1Y-Y_i} + \beta \right) + \psi \sum_{\substack{i=1,4 \\ j=2,1}} \eta + \zeta \sum_{\substack{i=2,3 \\ j=1,2}} \eta \\
a_{42} &= \sum_{i=1}^4 \left( gs_{3Y-Y_i} + \sigma \right) + \psi \sum_{\substack{i=1,4 \\ j=2,1}} \rho + \zeta \sum_{\substack{i=2,3 \\ j=1,2}} \rho \\
a_{43} &= \sum_{i=1}^4 \left( gs_{5Y-Y_i} + \tau \right) + \psi \sum_{\substack{i=1,4 \\ j=2,1}} \gamma + \zeta \sum_{\substack{i=2,3 \\ j=1,2}} \gamma \\
\beta &= (gs_{1\Delta-Y_i} - gs_{3\Delta-Y_i}) / \sqrt{3}, \quad \sigma = (gs_{3\Delta-Y_i} - gs_{5\Delta-Y_i}) / \sqrt{3} \\
\tau &= (gs_{5\Delta-Y_i} - gs_{1\Delta-Y_i}) / \sqrt{3} \\
\eta &= \left( (-1)^j (gs_{3Y-Y_i} - gs_{5Y-Y_i} + (gs_{3\Delta-Y_i} - 2gs_{5\Delta-Y_i} + gs_{1\Delta-Y_i}) / \sqrt{3}) \right) \\
\rho &= \left( (-1)^j (gs_{5Y-Y_i} - gs_{1Y-Y_i} + (gs_{5\Delta-Y_i} - 2gs_{1\Delta-Y_i} + gs_{3\Delta-Y_i}) / \sqrt{3}) \right) \\
\gamma &= \left( (-1)^j (gs_{1Y-Y_i} - gs_{3Y-Y_i} + (gs_{1\Delta-Y_i} - 2gs_{3\Delta-Y_i} + gs_{5\Delta-Y_i}) / \sqrt{3}) \right) \\
\psi &= \tan(\pi/16) / \sqrt{3}, \quad \zeta = \tan(\pi/48) / \sqrt{3}
\end{aligned}$$

Donde  $gs_1$ ,  $gs_3$ ,  $gs$  y representan el patrón de pulsos de compuerta de los interruptores [16];  $Y-Y$  y  $\Delta-Y$  corresponden a la configuración de los transformadores de acoplamiento. Sustituyendo los voltajes de salida de 48-pulsos y la corriente del capacitor de la ecuación (337) y (338) en (336), y arreglando en forma matricial, se obtiene la ecuación (339):

$$\frac{d}{dt} x = Ax + Bu \tag{339}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} i_a, i_b, i_c, v_{dc} \end{bmatrix}^T \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} v_{sra}, v_{srb}, v_{src}, 0 \end{bmatrix}^T \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{3x3} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}^{3x3} = \text{diag} \left[ \frac{1}{L} \right] \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{3x3} & \mathbf{A}^{3x1} \\ \mathbf{A}^{1x3} & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}^{3x3} = \text{diag} \left[ -\frac{R}{L} \right]$$

$$\mathbf{A}^{3x1} = \left[ -\frac{a_{14}}{L}, -\frac{a_{24}}{L}, -\frac{a_{34}}{L} \right]^T \quad \mathbf{A}^{1x3} = \left[ \frac{a_{41}}{C}, \frac{a_{42}}{C}, \frac{a_{43}}{C} \right]$$

### Resultados de simulación

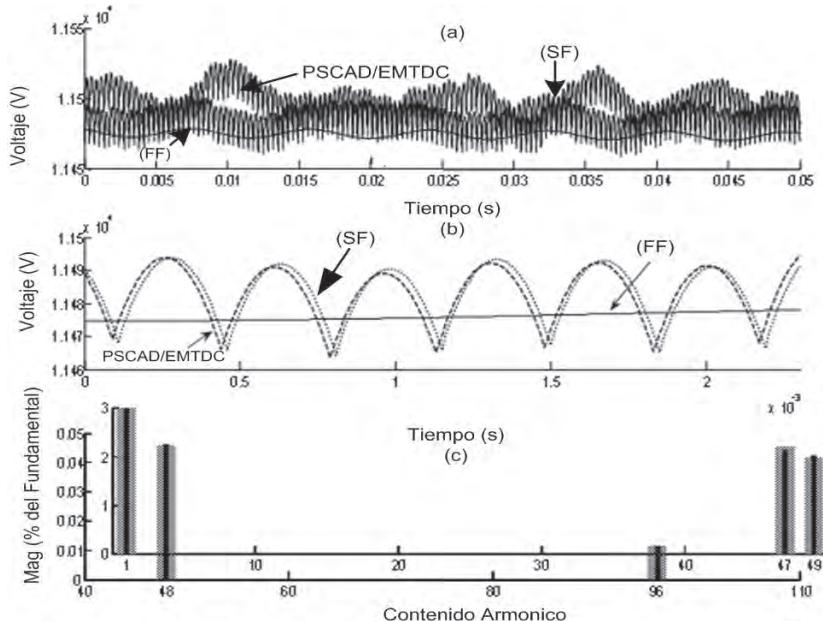
El modelo de 48-pulsos de funciones de conmutación se compara con el modelo de frecuencia fundamental, y con simulaciones llevadas a cabo en PSCAD/EMTDC. Todas las simulaciones emplean el sistema de prueba de la figura 8.15 a) con los siguientes parámetros:  $R=10\Omega$ ,  $L=700\text{mH}$ ,  $C=1000\mu\text{F}$  y voltajes pico línea-neutro  $v_s = v_m \angle 30^\circ\text{kV}$ ,  $v_r = v_m \angle 0^\circ\text{kV}$ ,  $v_m = 230\sqrt{2}/\sqrt{3}$ , en un sistema de 60Hz. El sistema de prueba no tiene control y el voltaje del capacitor tiene un valor inicial de 11.5 kV. Las simulaciones se realizan con el SSSC en su modo de operación capacitivo.

La figura 8.16 exhibe el voltaje del capacitor, su contenido armónico y el contenido armónico del voltaje de salida del SSSC. Los armónicos están normalizados respecto al fundamental (60Hz). La figura 8.16 a) muestra el voltaje del capacitor; puede apreciarse que las señales en las simulaciones con el PSCAD/EMTDC y el modelo de funciones de conmutación (SF) muestran un buen acercamiento, a diferencia del modelo de frecuencia fundamental (FF), un voltaje de capacitor casi constante.

Aunque las señales provenientes de PSCAD/EMTDC y del SF son muy similares, surge la diferencia entre ellas por las variaciones en la simulación, esto es, en el modelo propuesto los dispositivos interruptores y los transformadores se asumen sin pérdidas, a diferencia de los modelos de PSCAD/EMTDC. La discrepancia en los métodos numéricos empleados también contribuye a la disparidad entre las señales.

El modelo propuesto para el SSSC de 48-pulsos representa con mayor precisión el comportamiento del dispositivo, que el obtenido con el modelo de frecuencia fundamental y el dq0, manteniendo un compromiso entre complejidad y precisión. La figura 8.16 b) despliega el voltaje del capacitor donde puede observarse un contenido armónico de alto orden.

La figura 8.16 c) es el contenido armónico del voltaje del capacitor como un porcentaje del fundamental; las áreas sombreada, sólida y punteada representan el contenido armónico para el PSCAD/EMTDC, el modelo SF, y el modelo FF, respectivamente. Existe buena concordancia entre las simulaciones con PSCAD/EMTDC y el modelo SF en términos de los componentes armónicos presentes y sus magnitudes. El modelo FF no exhibe ninguno de los armónicos de alto orden del voltaje del capacitor.



*Figura 8.16 Voltaje del capacitor, sus armónicos, y contenido armónico del SSSC de 48 pulsos*

En este capítulo se presentó el modelo de SSSC, en el próximo se estudia el controlador unificado de flujo de potencia.

## REFERENCIAS

- [1] Christl, N., et al., "Advanced Series Compensation With Variable Impedance," *EPRI Conference on FACTS, Cincinnati, OH, Nov. 14-16, 1990*.
- [2] Christl, et al., Advanced Series Compensation With Thyristor-Controlled Impedance, CIGRE paper 14/37/38-05, 1992.
- [3] Dávalos Marín R. J., "Modelado y análisis dinámico del TCSC y su aplicación para mejorar el comportamiento electromecánico en redes eléctricas", tesis de Maestría, Cinvestav, Unidad Guadalajara, México, 2000.
- [4] L. Gyugyi, "Dynamic Compensation of AC Transmission Lines by Solid State Synchronous Voltage Sources," *IEEE/PES Summer Meeting*, Paper No. 93SM431-PWRD, 1993.
- [5] N.G. Hingorani, "Flexible AC Transmission Systems," *IEEE Spectrum*, Vol. 30, No. 4, 1993, pp. 41-48.

- [6] L. Gyugyi, "Static Synchronous Series Compensator: A Solid State Approach to the Series Compensation of Transmission Lines," *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 12, No. 1, Ene. 1997, pp. 406-417.
- [7] K. Sen, "SSSC: Theory, Modelling and Applications" *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 13 No. 1, Ene. 1998, pp. 241-246.
- [8] Jun Yong-Liu, Yong Hua-Song and P. A. Mehta, "Strategies for Handling UPFC Constraints in Steady-State Power Flow and Voltage Control," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 15, No. 2, May. 2000, pp. 566-571.
- [9] D. R. Trainer, S. B. Tennakoon and R. E. Morrison, "Analysis of GTO-based static VAR compensators", *IEE Proc. Electr. Power Appl.*, Vol. 141, pp. 293-302, November 1994.
- [10] Mori S., Matsuno K., Hasegawa T., Ohnishi S., Takeda M., Seto M., Murakami S., Ishiguro F., "Development of a Large Static VAr Generator Using Self-commutated Inverters for Improving Power System Stability", *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 8, pp. 371-377, February 1993.
- [11] L. Sunil Kumar and Arindam Ghosh, "Modeling and control design of a Static Synchronous Series Compensator", *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 14, pp. 1448-1453, October 1999.
- [12] I. Papic, "Mathematical Analysis of FACTS Devices Based on a Voltage Source converter. Part 1: Mathematical Models", *Electric Power Systems Research*, Vol. 56, pp. 139-148, November 2000.
- [13] K. R. Padiyar, *Power System Dynamics. Stability and Control*, John Wiley & Sons, 1996.
- [14] I. A. Erincmez and A. M. Foss, "Static Synchronous Compensator (StatCom)", *Cigré, Working Group 14.19*, September 1998.
- [15] Yong Hua Song and Allan T. Johns, *Flexible AC Transmission Systems (FACTS)*, IEE Power and Energy Series, 1999.
  
- [16] Pável Zúñiga Haro. "Solid-State Series Compensator: Configuration, Operation and Modeling." Tesis de Doctorado, CINVESTAV, Guadalajara, Jalisco, México. 2005.
- [17] Pável Zúñiga-Haro and Juan M. Ramírez, "SSSC Switching Functions Model." *IEEE Trans on Power Delivery*, Vol. 21, No. 1, January 2006, pp. 518-520
- [18] M. Mohaddes, A. M. Gole and Sladjana Elez, "Steady State Frequency Response of StatCom", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 16, pp. 18-23, January 2001.

PÁGINA EN BLANCO  
EN LA EDICIÓN IMPRESA

## CAPÍTULO 9

### CONTROLADOR UNIFICADO DE FLUJOS DE POTENCIA (UPFC)

#### RESUMEN

En este capítulo se estudian algunos de los problemas operativos de los sistemas de potencia en estado estable que el UPFC puede ayudar a resolver, como el caso de la regulación del flujo de potencia en líneas de transmisión importantes.

Actualmente, estos problemas técnicos son parcialmente resueltos mediante el uso de cambiadores de derivaciones bajo carga (ULTC) o los transformadores reguladores del ángulo de fase (PAR). Un UPFC tiene ventajas sobre estos dispositivos FACTS , tales como: proveer un control independiente y simultáneo del flujo de potencia real y reactiva, las cuales permite controlar el flujo de potencia en un rango más amplio. Lo que significa operar una línea más eficientemente. Además, un UPFC responde rápidamente a transitorios y ayuda a mantener la estabilidad transitoria.

#### CONCEPTO DEL CONTROLADOR UNIFICADO DE FLUJOS DE POTENCIA

A diferencia del SVC (*Static Var Compensator*) y el TCSC (*Thyristor Controlled Series Capacitor*), donde existe únicamente un parámetro que puede ser controlado (la impedancia efectiva del dispositivo, controlado mediante la variación del ángulo de disparo de los tiristores), el UPFC tiene tres parámetros controlables: la fase, la magnitud del voltaje inyectado en serie, y la magnitud de la corriente reactiva en derivación. Estos tres parámetros pueden ser controlados en varias formas dependiendo de los diferentes objetivos.

La versatilidad del UPFC puede proporcionar muchas funciones requeridas para resolver una variedad de problemas dinámicos y de estado

estable encontrados en las redes de potencia eléctrica. En este capítulo se analizan las principales características del UPFC en estado estacionario, enfatizando la diversidad de acciones de control que requiere. El análisis se lleva a cabo utilizando un sistema de potencia compuesto por una línea de transmisión y un UPFC, mostrando la versatilidad operativa que puede lograrse mediante este dispositivo.

El concepto básico de control de transmisión de potencia en tiempo real asume que existen medios disponibles para poder cambiar rápidamente aquellos parámetros del sistema de potencia que determinan el flujo de potencia. Para considerar las posibilidades del control del flujo de potencia, se revisan las relaciones básicas de potencia para un modelo simplificado de dos máquinas, como se ilustra en la figura 9.1, [1].

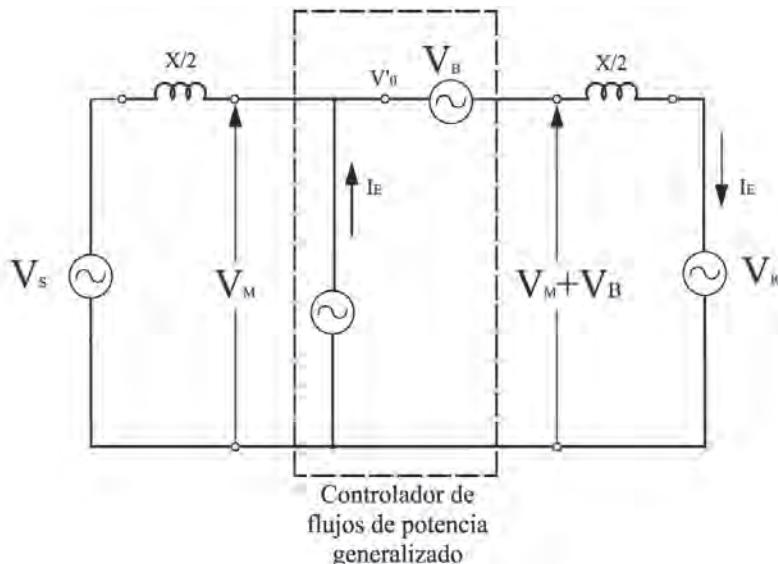


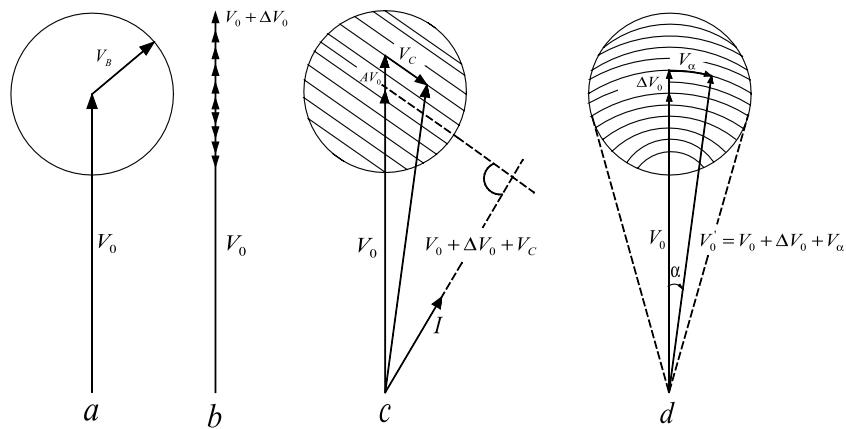
Figura 9.1 Sistema de potencia simplificado de dos máquinas con un controlador de flujos de potencia generalizado

Se asume que la fuente de voltaje en serie con la línea,  $V_B$ , puede ser controlada sin restricciones. Es decir, el ángulo de fase del fasor  $V_B$ , puede cambiar independientemente de la corriente de línea entre 0 a  $2\pi$ , y su magnitud es variable entre cero y un valor máximo definido,  $V_{B\max}$ . Esto implica que la fuente de voltaje  $V_B$  debe generar o absorber potencia activa y reactiva. La fuente de corriente reactiva  $I_E$  se asume que es capacitiva o inductiva con una magnitud variable ( $0 \leq I_E \leq I_{E\max}$ ) que es independiente del voltaje terminal.

Para introducir las características básicas del controlador de flujos de potencia generalizado, se asume que sus terminales están conectadas al generador  $V_s$  a través de un segmento de la línea de transmisión  $X_L$  y la magnitud del voltaje fasorial, denotado como  $V_0'$ , se mantiene constante en sus terminales a través de la fuente de corriente reactiva  $I_q$ . El voltaje  $V_0'$  e impedancia  $X_L$  pueden ser diferentes a  $V_M$  y  $X/2$ ; es decir, en el presente modelo, el controlador de flujos de potencia no se localiza necesariamente en el punto medio de la línea. El voltaje fasorial  $V_0$  en la terminal de salida del controlador de flujos de potencia, se asume como el fasor de referencia ( $V_o = V_0$ ), de modo que  $V_0 = V_0' - V_B$ . Una corriente constante  $I$ , determinada por el extremo receptor del sistema de potencia, se asume que se envía a través de la terminal de salida del controlador de flujos de potencia.

El control del flujo de potencia se realiza mediante la adición de un voltaje fasorial  $V_B$  en la terminal del voltaje fasorial  $V_0'$ . Así, el fasor  $V_B$  se estipula para no tener restricciones angulares, y su magnitud es variable entre 0 y  $V_{B\max}$ , su punto final puede estar en cualquier lado dentro del círculo con un radio de  $V_{B\max}$ , cuyo centro está en el extremo del fasor de referencia  $V_0$ , como se muestra en la figura 9.2. Esto significa que mediante un control fasorial apropiado  $V_B$ , el controlador de flujos de potencia puede ser utilizado para cumplir diferentes objetivos:

- a) Control o regulación del voltaje terminal, el cual puede obtenerse fijando el ángulo de  $V_B$  a cero (por lo tanto,  $V_B = \pm AV_0 = \pm \Delta V_0$ ), y así cambiar únicamente la magnitud de  $V_0$  (o viceversa), como se ilustra en la figura 9.2 b).
- b) Combinación de compensación de líneas en serie y control del voltaje terminal, que puede obtenerse fijando  $V_B$  como una suma de voltajes fasoriales  $V_C$  y  $\Delta V_0$ ; esto es,  $V_B = V_C + \Delta V_0$ , donde el fasor  $V_C$  es perpendicular a la corriente de línea  $I$  (por lo tanto,  $V_C = kI \exp(\pm j\pi/2)$ ) y  $\Delta V_0$  está en fase con la terminal del voltaje fasorial  $V_0$ . El voltaje  $V_C$  diminuye o incrementa la caída de voltaje efectivo a través de la impedancia del segmento de línea  $X_L$ , dependiendo si  $V_C$  atrasa o adelanta la corriente  $I$ , como se ilustra en la figura 9.2 c).



*Figura 9.2 Diagrama fasorial que ilustra la operación del UPFC cuando: a) se controla la magnitud del voltaje terminal y el ángulo de fase, b) se regula el voltaje terminal, c) se regula el voltaje terminal y la impedancia en la línea, d) se regula el voltaje terminal y el ángulo de fase*

- c) Combinación de regulación del ángulo de fase y el control del voltaje terminal, el cual se obtiene definiendo  $V_B$  como una suma de  $V_\alpha$  y  $\Delta V_0$ ; esto es,  $V_B = V_\alpha + \Delta V_0$ , donde  $V_\alpha = 2V_0 \sin(\alpha/2) \exp[\pm j(\pi/2 - \alpha/2)]$ , y  $\Delta V_0$  está otra vez en fase con el voltaje terminal  $V_0$ . La definición del fasor  $V_\alpha$  permite que el voltaje terminal fasorial resultante en el extremo del segmento de línea,  $V_0' = V_0 + \Delta V_0 + V_\alpha$ , tenga la misma magnitud como  $V_0 + \Delta V_0$  (por lo tanto,  $|V_0 + \Delta V_0 + V_\alpha| = |V_0 + \Delta V_0| = V_0 \pm \Delta V_0$ ), pero su ángulo de fase es diferente a través de  $V_0'$  mediante  $\alpha$ , como se ilustra en la figura 9.2 d). En términos prácticos esto significa que el cambio de fase se lleva a cabo sin ninguna intención de cambio de magnitud en el voltaje terminal controlado.
- d) Combinación de regulación del voltaje terminal, de compensación de líneas en serie y regulación del ángulo de fase, que puede llevarse a cabo sintetizando el voltaje fasorial inyectado  $V_B$  mediante los tres fasores controlados individualmente,  $\Delta V_0$ ,  $V_C$  y  $V_\alpha$ ; esto es,  $V_B = \Delta V_0 + V_C + V_\alpha$ .

De esta breve descripción se nota que el dispositivo UPFC presenta gran versatilidad.

### Descripción del UPFC

El UPFC está constituido por un transformador excitador (ET), un transformador elevador (BT), dos fuentes inversoras de voltaje (VSC) unidas por un capacitor de enlace en corriente directa, tal como se ilustra en las figuras 9.3 y 9.4. La parte en derivación del UPFC es un compensador estático (StatCom), y la parte en serie es un compensador síncrono de estado sólido (SSSC). El StatCom se usa principalmente para regular el voltaje en sistemas de transmisión, aunque también puede ser utilizado para aumentar la estabilidad dinámica de un sistema [4-5]. Está basado en una fuente de voltaje síncrona de estado sólido que genera voltajes sinusoidales balanceados, a frecuencia fundamental, con amplitud y ángulo de fase rápidamente controlable.

El SSSC se puede operar como un compensador con capacitor en serie que permite cambios en la impedancia de la línea de transmisión con la ayuda de una fuente de voltaje en serie con la línea. Está basado en un compensador síncrono de estado sólido el cual emplea un inversor CD-CA, [6].

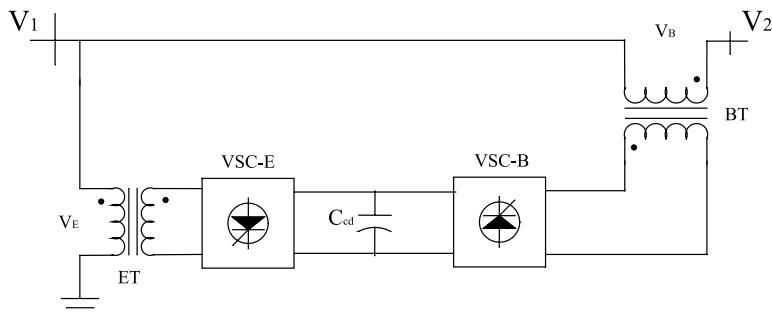


Figura 9.3. Diagrama esquemático del UPFC

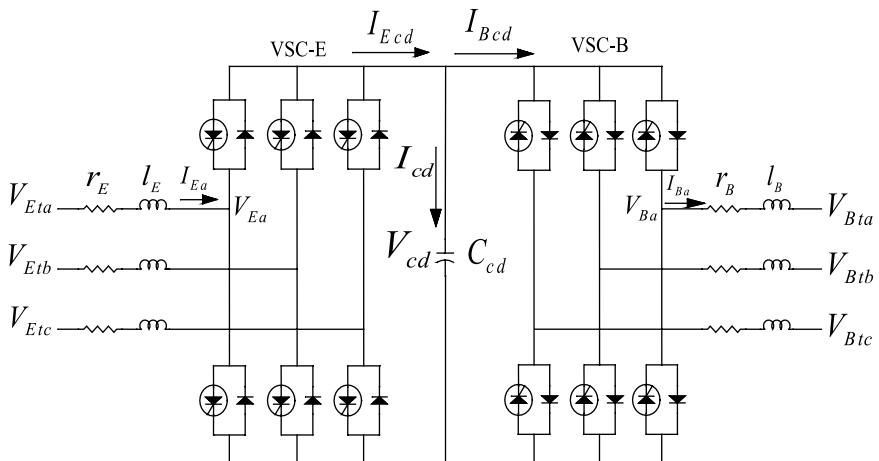


Figura 9.4. Diagrama del circuito trifásico del UPFC

Dependiendo de la estrategia de control, el UPFC puede realizar las funciones de un compensador en derivación, un compensador en serie y un cambiador de fase. Un UPFC puede ser utilizado para realizar las funciones indicadas ante condiciones de estado estable, dinámicas de pequeñas señales y dinámicas de grandes señales del sistema de potencia.

Entre los dispositivos semiconductores de potencia actuales, el transistor de desactivación de compuerta (GTO), (4500V-6000V, 4000A-6000A), tiene la capacidad de corriente y voltaje para ser usado como conmutador controlado en un UPFC. El GTO es un dispositivo de enganche que se activa aplicando a su compuerta un pulso positivo corto y se desactiva mediante un pulso negativo corto [7]. La frecuencia de conmutación de un GTO de alta potencia está limitada a 500 Hz. Por lo tanto, se requiere desarrollar técnicas de conmutación mediante modulación de ancho de pulso (PWM), que puedan utilizarse en los sistemas de potencia y, además, deben usarse las técnicas de conmutación sincronizadas para evitar la generación de armónicos.

### PRINCIPIOS DE OPERACIÓN DEL UPFC

Básicamente, la estructura del UPFC es similar a la del transformador cambiador de fase [8]. Como se muestra en la figura 9.5, éste posee una rama en serie y otra en derivación. Cada una consiste en un transformador, un convertidor basado en electrónica de potencia con dispositivos semiconductores GTO y un circuito de CD. El transformador de la rama en derivación está conectado a un nodo terminal, mientras que el transformador de la rama en serie es funcionalmente un transformador elevador. Para explicar el principio de operación se asume que las ramas en derivación y serie no están conectadas. La rama en derivación del circuito de CD contiene el capacitor  $C_p$ , y la rama en serie del circuito CD del capacitor  $C_s$ , tal como se ilustra en la figura 9.5.

Lo más importante es que la rama en derivación puede actuar (en gran parte de la operación) como una fuente de corriente reactiva (corriente  $I_q$ ), [1]. La corriente fasorial  $I_q$  en la figura 9.5 es ortogonal al voltaje fasorial de entrada  $U_A$  (en este caso se desprecian las pérdidas activa y reactiva).

El voltaje de inyección por el transformador elevador  $U_T$  es ortogonal a la corriente de línea  $I_B$  [3]. Así, la rama en serie del UPFC actúa como un condensador en serie. Sin embargo, desde el punto de vista del sistema, difiere considerablemente del capacitor en serie, mientras el capacitor en serie es una impedancia reactiva,  $U_T$  actúa como una fuente de voltaje controlable, cuya magnitud de voltaje puede ser controlada independientemente de la corriente de línea (la fase de voltaje está desfasada 90° con respecto a la corriente de línea). Cambiando la polaridad del voltaje  $U_T$ , se

alcanza el efecto del reactor controlado en serie. Por lo tanto,  $U_T$  ayudará en la compensación capacitiva en serie y con ello en el posible mejoramiento del amortiguamiento de las oscilaciones. Adicionalmente, el UPFC no produce resonancias en serie con la reactancia de línea, por esto no origina el fenómeno de la resonancia subsíncrona [1].

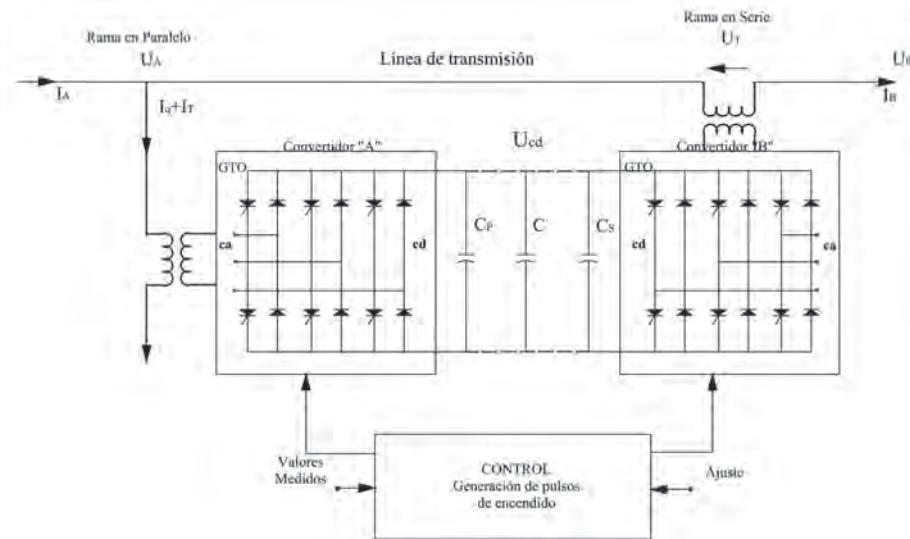
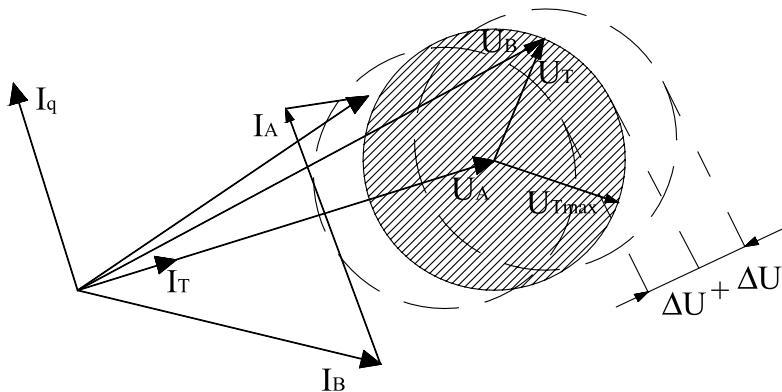


Figura 9.5 Esquema general del UPFC

Cada una de las dos ramas del UPFC puede generar o absorber potencia reactiva independientemente. Las propiedades descritas no cambian si los circuitos CD de ambos dispositivos están conectados, y si el circuito común de CD es el capacitor C, como se ilustra en la figura 9.5. Adicionalmente, existe la posibilidad de un cambio de fase controlable entre los fasores  $U_A$  y  $U_B$ , debido a que la potencia activa de las ramas en serie y derivación puede ser intercambiada. El voltaje inyectado por la rama en serie  $U_T$  puede, teóricamente, estar en cualquier ángulo de fase con respecto a  $U_A$ , y puede ser de cualquier magnitud desde 0 hasta la magnitud máxima  $U_{T\max}$ . El área de operación es la región limitada por un círculo con un radio  $U_{T\max}$ , tal como se ilustra en la figura 9.6. El extremo del fasor  $U_T$  (y también el fasor  $U_B$ ) puede tomar cualquier posición dentro de esa área. El punto de operación puede cambiar continuamente (cambios continuos de la fase de  $U_T$  y magnitud). El componente del voltaje  $U_T$ , en fase con la corriente  $I_B$ , representa la parte real de la potencia inyectada. Este es suministrado por la rama en paralelo del UPFC (corriente  $I_T$ ). El componente del voltaje  $U_T$ , que es ortogonal a la corriente  $I_B$ , representa el componente de potencia reactiva. Este se genera internamente y es independiente del

componente real. La inyección de la potencia real y reactiva por la rama en serie es el resultado de la inyección del voltaje  $U_T$ .



*Figura 9.6 Diagrama fasorial y áreas de operación.*

El voltaje del transformador en derivación del UPFC puede, además, ser controlado regulando la corriente reactiva  $I_q$  de esa rama. La operación del UPFC está constituida por el área del círculo que corresponde al área de operación de la rama en serie, la cual puede ser cambiada en fase por el voltaje fasorial terminal de entrada  $U_A$  (por  $\pm \Delta U$ , figura 9.6).

De lo anterior es claro que, a diferencia de otros dispositivos FACTS, el UPFC tiene tres parámetros controlables independientes: a) la magnitud  $|U_T|$ ; b) la fase del voltaje inyectado de la rama en serie,  $\phi_T$ ; c) la corriente reactiva de la rama en derivación,  $I_q$ ; permitiendo la posibilidad de controlar independientemente tres parámetros eléctricos del sistema. Con esta descripción del principio de operación señalada, se puede concluir que el UPFC:

- Controla el voltaje terminal mediante la generación o absorción local de potencia reactiva.
- Controla los flujos de potencia en la línea de transmisión, en estado estacionario y dinámico, mediante la regulación del flujo de potencia activa.
- Permite que la línea de transmisión opere hasta límites térmicos deseados.

#### CONEXIÓN DE UN UPFC EN UNA LÍNEA DE TRANSMISIÓN

En esta sección se presentan algunas posibilidades que tiene el dispositivo UPFC para modificar los parámetros de transmisión de potencia. Para hacerlo, se emplea un esquema simplificado de transmisión. El dispositivo

es capaz de controlar las potencias activa, reactiva y la magnitud de voltaje. Además, como parte de la solución, resultan los parámetros internos del dispositivo: las magnitudes y fases de sus voltajes serie y derivación. La metodología utilizada para el cálculo de estado estacionario se basa en la representación del dispositivo UPFC mediante un circuito equivalente, ilustrado en la figura 9.7. Las fuentes inversoras de voltaje del UPFC (VSC-E y VSC-B de la figura 9.3), se representan por dos fuentes de voltaje modeladas idealmente representando el componente fundamental del voltaje en las terminales de los convertidores de CA, tal como se ilustra en la figura 9.7. Se desprecian las pérdidas durante la operación en estado estacionario, se consideran voltajes y corrientes balanceados, no se consideran los armónicos de orden superior, y se asume un comportamiento promedio senoidal de frecuencia fundamental. El convertidor en derivación debe suministrar una cantidad de potencia CD tal que  $V_d$  permanezca constante [1].

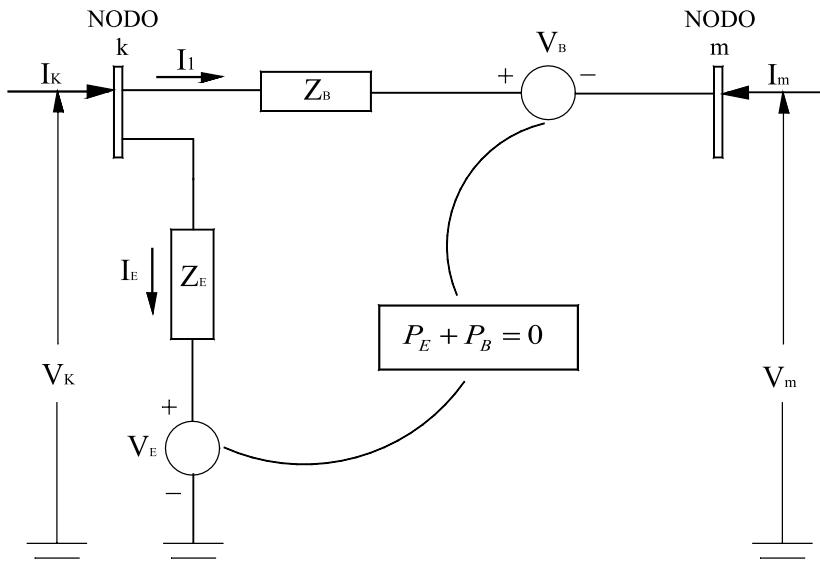


Figura 9.7 Modelo equivalente monofásico en estado estable del UPFC

La limitante  $P_E + P_B = 0$  implica que:

- La potencia activa no se intercambia entre el UPFC y el sistema; así, el voltaje de CD permanece constante.
- Las dos fuentes de voltaje  $V_B$  y  $V_E$  son mutuamente dependientes ( $P_E + P_B = 0$ ).

Las fuentes de voltaje ideal están representadas por:

$$V_E = V_E (\cos \delta_E + j \sin \delta_E) \quad (340)$$

$$V_B = V_B \cos \delta_B + j \sin \delta_B \quad (341)$$

Donde  $V_E$  y  $\delta_E$  son la magnitud controlable ( $V_{Emin} \leq V_E \leq V_{Emax}$ ) y el ángulo  $0 \leq \delta_E \leq 2\pi$  de la fuente de voltaje, que representan al convertidor en derivación. La magnitud  $V_B$  y el ángulo  $\delta_B$  de la fuente de voltaje del convertidor serie tienen como límites ( $V_{Bmin} \leq V_B \leq V_{Bmax}$ ) y  $0 \leq \delta_B \leq 2\pi$ , respectivamente.

El ángulo de fase del voltaje serie,  $\delta_B$ , determina el modo del control de flujo de potencia. Si  $\delta_B$  está en fase con el ángulo del voltaje nodal  $\delta_k$ , éste regula el voltaje terminal. Si  $\delta_B$  está en cuadratura con respecto a  $\delta_k$ , éste controla el flujo de potencia, actuando como un cambiador de fase. Si  $\delta_B$  está en cuadratura con el ángulo de la corriente de línea entonces controla el flujo de potencia, actuando como un compensador serie variable. Para cualquier otro valor de  $\delta_B$ , el UPFC opera como una combinación del regulador de voltaje, un compensador serie variable, y un cambiador de fase. La magnitud del voltaje serie inyectado determina la magnitud del flujo de potencia a ser controlado [2].

### CARACTERÍSTICAS DE ESTADO ESTACIONARIO

Para mostrar la versatilidad operativa del UPFC en condiciones de estado estacionario al variar conjuntamente todos sus parámetros de control, éste se conecta a una línea de transmisión. La figura 9.8 [9] presenta un circuito equivalente de una línea conectada entre dos nodos de voltaje  $V_s \angle \delta_s$  y  $V_R \angle \delta_R$ . La reactancia en serie con la fuente de voltaje  $V_B \angle \delta_B$  está incluida en  $X_2$ . El UPFC controla el flujo de potencia de la línea a través del control continuo de  $V_B$  y  $\delta_B$ . Dependiendo de la condición operativa, la fuente de voltaje,  $V_B \angle \delta_B$ , intercambia potencia activa y reactiva con el sistema. Un UPFC no puede absorber o liberar potencia activa (las pérdidas son despreciadas), por lo que el ángulo de fase  $\delta_E$  se ajusta para compensar el intercambio de potencia activa entre  $V_B \angle \delta_B$  y el sistema. La modulación de la amplitud  $M_E$ , puede usarse para controlar el voltaje  $V_E$ , y, consecuentemente, el intercambio de potencia reactiva entre  $V_B \angle \delta_B$  y el sistema. En general, por medio del control del voltaje  $V_E$  puede regularse el intercambio de potencia reactiva entre el UPFC y el sistema [2].

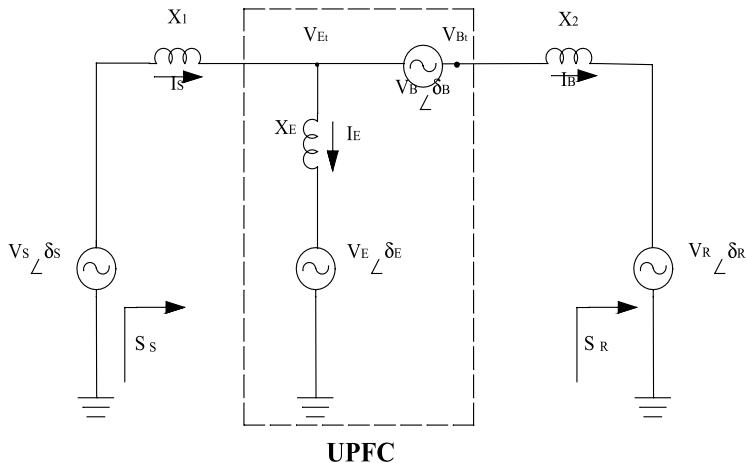


Figura 9.8 Diagrama monofásico de una línea equipada con un UPFC

Los parámetros base del sistema, utilizados para la deducción de las expresiones y simulaciones que se presentan a continuación, son:

$$V_s \angle \delta_s = 1 \angle 35^\circ \text{ pu}$$

$$V_r \angle \delta_r = 1 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$V_e = 1 \text{ pu}$$

$$0 \leq V_b \leq 0.5 \text{ pu}$$

$$0 \leq \delta_b \leq 2\pi$$

$$X_1 = X_2 = 0.4 \text{ pu}$$

$$X_e = 0.2 \text{ pu}$$

Aplicando las leyes de Kirchhoff al sistema de la figura 9.8, se obtienen las corrientes de envío, recepción y excitación:

$$I_s = \frac{(X_e + X_2)V_s e^{j\delta_s} - X_2 V_e e^{j\delta_e} + X_e V_b e^{j\delta_b} - X_e V_r e^{j\delta_r}}{X_t^2 e^{\frac{\pi}{2}}} \quad (342)$$

$$I_b = \frac{X_e V_s e^{j\delta_s} + X_1 V_e e^{j\delta_e} + (X_e + X_1) V_b e^{j\delta_b} - (X_e + X_1) V_r e^{j\delta_r}}{X_t^2 e^{\frac{\pi}{2}}} \quad (343)$$

$$I_E = \frac{X_2 V_S e^{j\delta_S} - (X_1 + X_2) V_E e^{j\delta_E} - X_1 V_B e^{j\delta_B} + X_1 V_R e^{j\delta_R}}{X_t^2 e^{j\frac{\pi}{2}}} \quad (344)$$

$$\text{donde: } X_t^2 = X_1 X_2 + X_2 X_E + X_2 X_E \quad (345)$$

La potencia del extremo emisor y la potencia del extremo receptor se expresan mediante:

$$\begin{aligned} S_S &= V_S I_S^* = P_S + jQ_S \\ &= \frac{(X_E + X_S) V_S^2}{X_t^2} e^{j\frac{\pi}{2}} - \frac{X_E V_S V_R}{X_t^2} e^{j\left(\frac{\pi}{2} + \delta_S - \delta_R\right)} - \frac{X_2 V_S V_E}{X_t^2} e^{j\left(\frac{\pi}{2} + \delta_S - \delta_E\right)} + \frac{X_E V_S V_B}{X_t^2} e^{j\left(\frac{\pi}{2} + \delta_S - \delta_B\right)} \end{aligned} \quad (346)$$

$$\begin{aligned} S_R &= V_R I_B^* = P_R + jQ_R \\ &= -\frac{(X_E + X_1) V_R^2}{X_t^2} e^{j\frac{\pi}{2}} + \frac{X_E V_S V_R}{X_t^2} e^{j\left(\frac{\pi}{2} + \delta_S - \delta_R\right)} + \frac{X_1 V_R V_E}{X_t^2} e^{j\left(\frac{\pi}{2} + \delta_R - \delta_E\right)} + \frac{(X_E + X_1) V_1 V_B}{X_t^2} e^{j\left(\frac{\pi}{2} + \delta_R - \delta_B\right)} \end{aligned} \quad (347)$$

La potencia activa intercambiada por las fuentes de voltaje  $V_B \angle \delta_B$  y  $V_E \angle \delta_E$  con el sistema es:

$$\begin{aligned} P_B &= \text{Re}(V_B I_B^*) = -\frac{X_E V_B V_S}{X_t^2} \sin(\delta_B - \delta_s) \\ &\quad + \frac{(X_1 + X_E) V_B V_R}{X_t^2} \sin(\delta_B - \delta_R) - \frac{X_1 V_B V_E}{X_t^2} \sin(\delta_B - \delta_E) \end{aligned} \quad (348)$$

$$\begin{aligned} P_E &= \text{Re}(V_E I_E^*) = -\frac{X_2 V_E V_S}{X_t^2} \sin(\delta_E - \delta_s) + \\ &\quad \frac{X_1 V_E V_B}{X_t^2} \sin(\delta_E - \delta_B) - \frac{X_1 V_E V_R}{X_t^2} \sin(\delta_E - \delta_R) \end{aligned} \quad (349)$$

La potencia del extremo emisor puede ser escrita como:

$$P_s = a + c \sin \delta_B \quad (350)$$

$$Q_s = b + c \cos \delta_B \quad (351)$$

donde:

$$a = \frac{X_E V_S V_R}{X_t^2} \sin \delta - \frac{X_2 V_S V_E}{X_t^2} \sin \delta_E \quad (352)$$

$$b = \frac{(X_E + X_2)V_S^2}{X_t^2} - \frac{X_E V_S V_R}{X_t^2} \cos \delta - \frac{X_2 V_S V_E}{X_t^2} \cos \delta_E \quad (353)$$

$$c = \frac{X_E V_S V_B}{X_t^2} \quad (354)$$

### Gráficas P-Q

Se presentan gráficas de las potencias activa ( $P_s$ ) y reactiva ( $Q_s$ ) de envío en función de los parámetros del UPFC, así como los efectos en la región de control de la potencia compleja mediante la variación de sus parámetros.

La figura 9.9 presenta las variaciones de la potencia del extremo emisor como una función del ángulo de la fuente serie  $\delta_B$  para el sistema de la figura 9.8, cuando las amplitudes son  $V_E=1.0$  pu y  $V_B=0.3$  pu. De esta figura se puede observar que:

- La potencia activa de envío  $P_s(\delta_B)$  es una función no-lineal,
- Existen dos valores distintos de  $\delta_B$  que satisfacen  $P_s(\delta_B)$ .

Asimismo, se observa que existe un rango de operación apropiado del ángulo  $\delta_B$  ( $\delta_{B\_l} \leq \delta_B \leq \delta_{B\_u}$ ), que es deseable para lograr el flujo de potencia activa requerido con un valor razonable de potencia reactiva  $Q_s$ . El rango de operación de  $\delta_B$  se encuentra entre el valor máximo y mínimo de potencia activa  $P_s$ , que corresponde a un valor de  $Q_s$  apropiado.

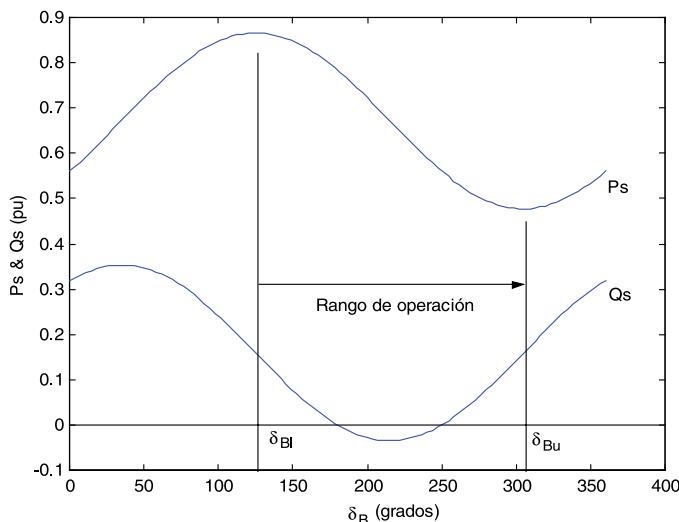


Figura 9.9 Potencia activa y reactiva del extremo emisor

La figura 9.10 ilustra las potencias activa y reactiva en función del voltaje serie  $V_B$  para el sistema de la figura 9.8 cuando  $V_E=1.0$  pu y  $\delta_B=160^\circ$ . Se observa que los valores de  $P_s$  varían desde 0.2 hasta 0.45 pu en valores de  $V_B$  desde 0 hasta 0.5 pu. Para la potencia reactiva  $Q_s$ , existe una variación desde 0.5 hasta -0.15 pu en los mismos valores de  $V_B$ . La potencia activa exhibe variaciones más amplias que las variaciones de la potencia reactiva.

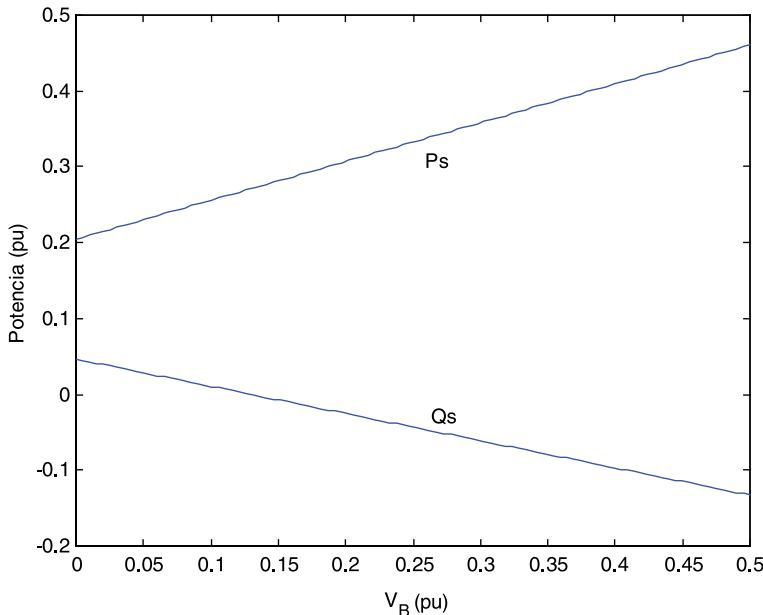


Figura 9.10 Variaciones de  $P_s$  y  $Q_s$  como funciones de  $V_B$   
( $V_E = 1.0$  pu,  $\delta_B = 160^\circ$ )

La figura 9.11 ilustra las relaciones de potencias de envío  $P_s(V_E)$  y  $Q_s(V_E)$  para el sistema de la figura 9.8 cuando  $V_B=0.3$  y  $\delta_B=160^\circ$ . Se observa que el voltaje  $V_E$  tiene un efecto significativo en la potencia reactiva del extremo emisor, mientras que la potencia real  $P_s$  tiene una variación menor. Comparando la figura 9.9, y las figuras 9.10 y 9.11 se concluyó que mediante el control de  $\delta_B$  se obtiene un rango más amplio para la regulación de la potencia activa de envío  $P_s$ .

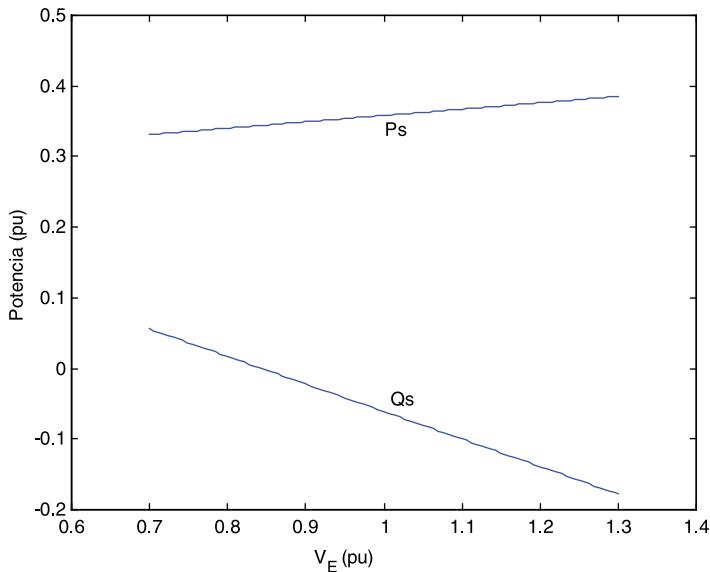


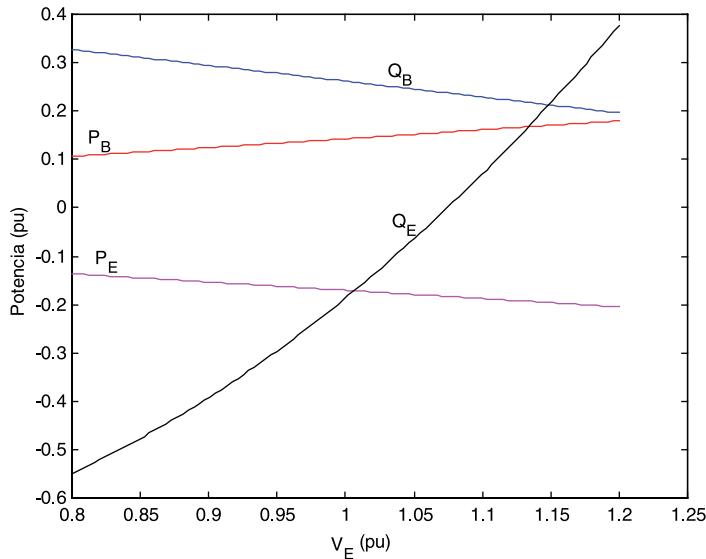
Figura 9.11 Variaciones de  $P_s$  y  $Q_s$  como funciones de  $VE$   
 $(VB = 0.3 \text{ pu}, \delta_B = 160^\circ)$

Es interesante notar que las variaciones de potencia reactiva absorbida/liberada por la rama en derivación del UPFC, puede ser significativa, siempre y cuando el cambio del voltaje terminal correspondiente ( $V_E$ ) se encuentre en un rango limitado.

En la figura 9.12 se presentan las variaciones de las potencias  $Q_E$ ,  $Q_B$ ,  $P_E$  y  $P_B$  como funciones del voltaje  $V_E$  para el sistema de figura 9.8, cuando  $V_B = 0.3 \text{ pu}$  y  $\delta_B = 160^\circ$ . Se observa que la potencia reactiva del convertidor de excitación ( $Q_E$ ) puede controlarse desde una forma capacitiva (negativa), hasta una forma inductiva (positiva), sin tener un efecto significativo en otras potencias. Esto quiere decir que el voltaje de excitación puede controlar la potencia reactiva (o perfil de voltaje) en el terminal de excitación.

El control del UPFC se activa debido a cambios en el sistema, por ejemplo, cambios de carga. En este caso, el UPFC debe ajustar el flujo de potencia de acuerdo con los valores de referencia, los cuales son actualizados a partir de una solución de flujos de potencia. Para regular el flujo de potencia activa de estado estacionario, se considera suficiente un control sobrearmortiguado de  $\delta_B$  con una constante de tiempo del orden de 0.6 seg. [9-10]. La regulación de potencia reactiva en estado estable también puede lograrse con un control sobrearmortiguado de  $M_B$  con una constante de tiempo aproximada a 0.6 seg. Similarmente, el control de la variable  $M_E$  puede ajustarse con una respuesta sobrearmortiguada con una constante de tiempo de aproximadamente 60 seg. El lazo de control del voltaje

de enlace de CD debe reaccionar rápidamente al disturbio en el sistema y mantener el voltaje de CD en sus valores de referencia dentro de un par de ciclos.



**Figura 9.12** Potencia real y reactiva de los convertidores de excitación y elevador como función de VE ( $VB = 0.3 \text{ pu}$ ,  $\delta_B = 160^\circ$ )

La determinación de  $P_{\text{ref}}$ ,  $Q_{\text{ref}}$ , del sistema de la figura 9.13, se realiza utilizando la solución de flujos de potencia del sistema.  $V_{CD\_ref}$  se usa para controlar  $V_{CD}$ . Con estos valores, el UPFC reacciona a los cambios en el sistema tratando de ajustar los valores de referencia.

De acuerdo con el análisis gráfico realizado y los lineamientos generales para el control del dispositivo UPFC, la figura 9.13 muestra una configuración típica adoptada con el objeto de regular los flujos de potencia en condiciones de estado estacionario. El esquema presenta la estructura de control convencional. Los flujos de potencia activa y reactiva en la línea se modifican a través de la modulación de la fase y amplitud de la fuente en serie  $\delta_B$  y  $M_B$ , respectivamente. La amplitud de la fuente en derivación  $M_E$  se utiliza para regular el voltaje  $V_{Et}$ ; el ángulo de fase de la fuente en derivación  $\delta_E$  se emplea para regular el voltaje del enlace capacitivo de corriente directa,  $V_{CD}$ . Los controladores representados son del tipo proporcional-integral (PI), aunque pueden utilizarse otros esquemas de control.

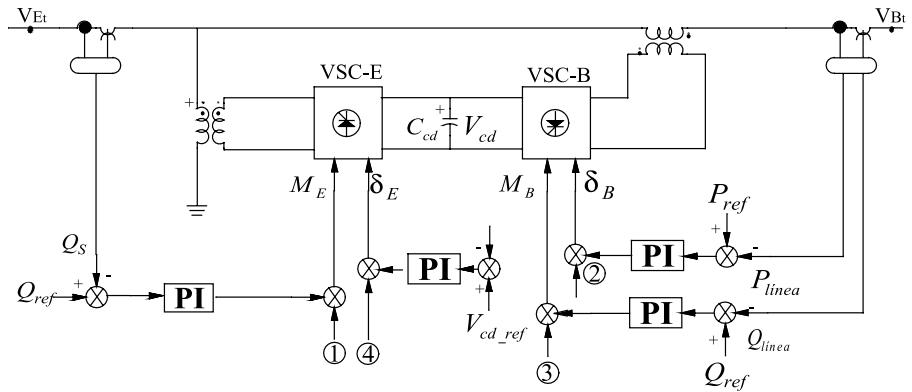


Figura 9.13 Sistema de control del UPFC

#### DIAGRAMAS DE POTENCIA

Para observar el impacto simultáneo de las variables  $\delta_B$ ,  $V_B$  y  $V_E$  sobre el flujo de potencia en la línea, se utiliza un diagrama de potencia. Con base en el esquema de la figura 9.8, los componentes de potencia activa y reactiva en ambos extremos de la línea, cuando el UPFC no se encuentra en servicio, están dadas por:

$$P = P_S = P_R = \frac{V_S V_R}{X_2} \sin \delta \quad (355)$$

$$Q = Q_S = -Q_R = -\frac{V_S V_R}{X_2} \cos \delta + \frac{V_R^2}{X_2} \quad (356)$$

donde:

$$X_2 = X_1 + X_2$$

$\delta$ : es la diferencia angular entre los nodos emisor y receptor

Con respecto al flujo de potencia en la línea, considerando el estado estacionario, se puede asumir que la magnitud de los voltajes de envío y recepción  $V_S$  y  $V_R$  están fijas, y los cambios en la diferencia angular  $\delta$  definen las variaciones de  $P$  y  $Q$ . Si  $\delta$  varía, el lugar geométrico de la potencia compleja  $S = P + jQ$  describe un círculo en el plano complejo descrito mediante la ecuación (357).

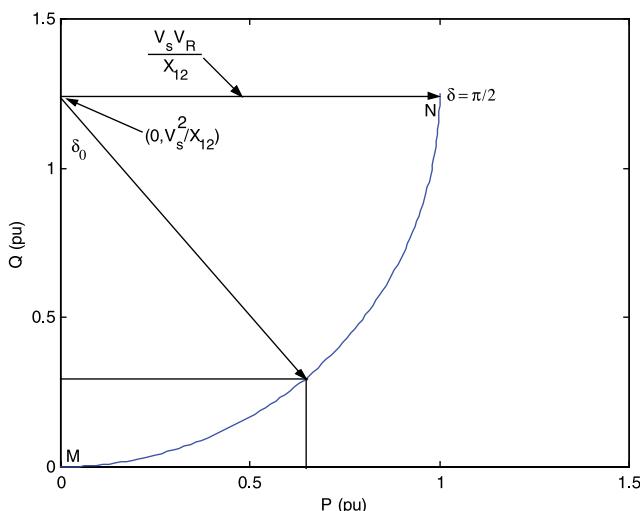
$$P^2 + \left( Q - \frac{V_S^2}{X_2} \right)^2 = \left( \frac{V_S V_R}{X_2} \right)^2 \quad (357)$$

Este círculo se encuentra centrado en  $\left(0, \frac{V_s^2}{X_{12}}\right)$  y tiene un radio de  $\frac{V_s V_R}{X_{12}}$ .

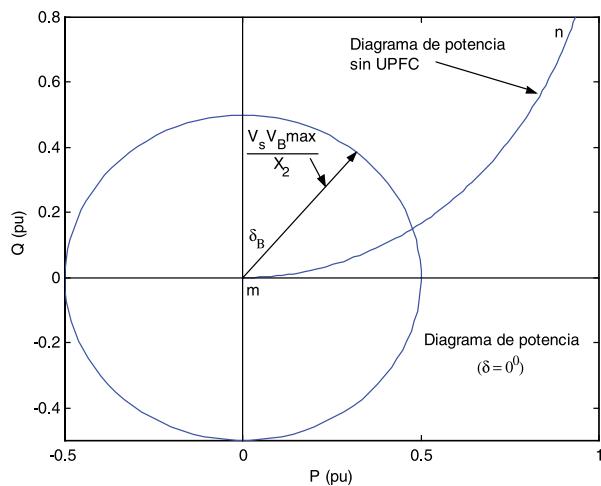
De acuerdo con el criterio de estabilidad,  $\delta$  debe estar situado entre los límites de  $0^\circ$  y  $90^\circ$ . En la figura 9.14 se puede observar el diagrama de potencia del sistema, calculado mediante la ecuación (357), restringiéndose al cuadrante donde la potencia activa y la reactiva son positivas.

Utilizando las ecuaciones (350) y (354) se puede graficar el diagrama de potencia del extremo emisor, el cual se ilustra en la figura 9.15. Se considera que la diferencia angular entre el extremo emisor y receptor es  $\delta = 0^\circ$ , y se considera el UPFC insertado en el extremo emisor del sistema. El área dentro del círculo identifica el rango de control del flujo de potencia, mediante cambios de la magnitud de la fuente serie  $V_B$  (menor que  $V_{B\max}$ ). La transferencia de potencia se debe únicamente a la posibilidad de modificar las amplitudes y fases de las fuentes serie y derivación del dispositivo UPFC.

Es decir, mientras el UPFC no se encuentra en servicio se tiene muy poco rango de control sobre la transferencia de potencia, y, por cuestiones de estabilidad, se restringe la operación al primer cuadrante del plano complejo. Sin embargo, cuando el UPFC se encuentra en servicio, el lugar geométrico representa una curva cerrada, indicando que se tiene un rango más amplio de control y el sistema puede operar en valores positivos y negativos de potencia compleja, lo que le da mayor flexibilidad al sistema.

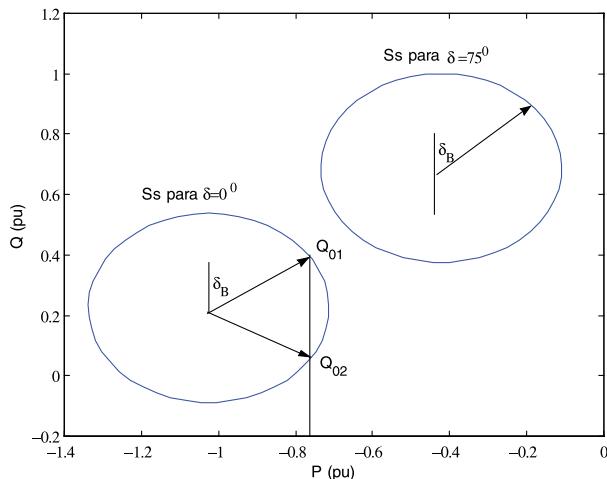


*Figura 9.14 Diagrama de potencia del sistema de la figura 9.13 cuando el UPFC no está en servicio*



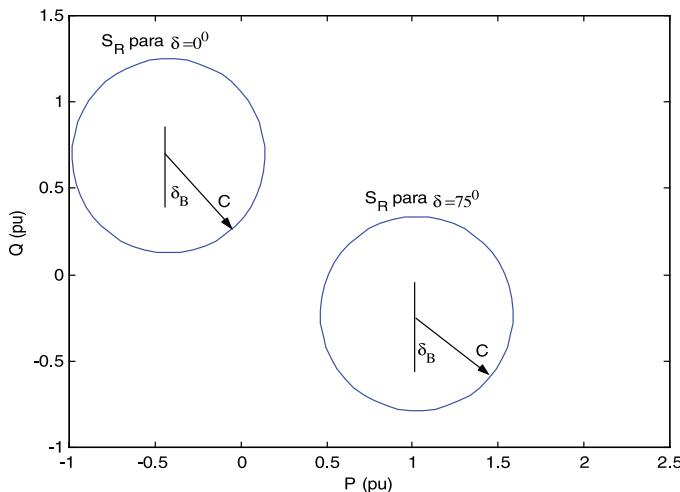
*Figura 9.15 Potencia compleja del extremo emisor cuando el UPFC está localizado en el extremo emisor*

La figura 9.16 presenta la región de potencia compleja del extremo emisor para  $\delta = 0^0$  y  $\delta = 75^0$  cuando el UPFC está localizado en medio de la línea. Esta curva se obtiene mediante la variación de la fase y la amplitud de la fuente de derivación  $\delta_E$  y  $V_E$ , que, a su vez, hace que los valores de  $\delta_B$  y/o  $V_B$  varíen. Se observa que para cualquier valor de transferencia de potencia activa existen dos valores distintos de transferencia de potencia reactiva ( $Q_{01}$  y  $Q_{02}$ ). La región de control del flujo de potencia activa debería ser llevada a cabo con la potencia reactiva de menor valor.



*Figuras 9.16 Región de la potencia compleja del extremo emisor para  $\delta = 0^0$  y  $\delta = 75^0$  cuando el UPFC está localizado en medio de la línea*

La figura 9.17 ilustra la región de potencia compleja del extremo receptor para  $\delta = 0^0$  y  $\delta = 75^0$ , cuando el UPFC está localizado en medio de la línea. Al igual que la figura 9.16, ésta se obtiene mediante la variación de la fase y amplitud de la fuente serie  $\delta_E$  y  $V_E$ . Basándose en el control de  $V_B$  y  $\delta_B$ , cualquier potencia compleja, asociada con un punto dentro de las áreas encerradas, puede ser controlada por el UPFC. También en este caso, la región de control del flujo de potencia real, puede realizarse mediante la potencia reactiva de menor valor.

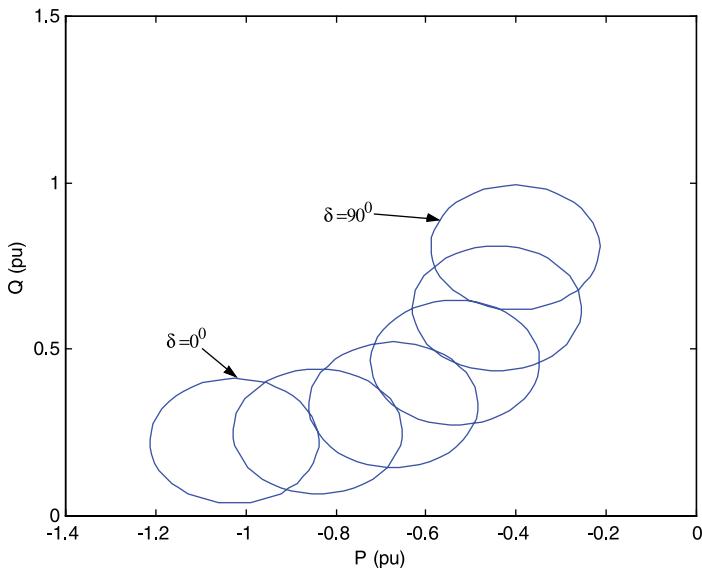


*Figura 9.17 Región de potencia compleja del extremo receptor para un valor de  $\delta$  desde  $0^0$  hasta  $90^0$*

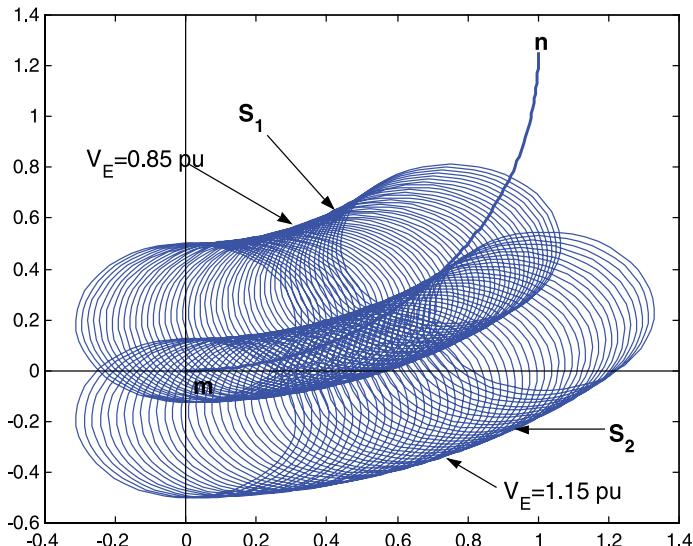
La figura 9.18 muestra el área total del plano complejo que el UPFC puede controlar. En esta gráfica se identifican las áreas definidas por la ecuación  $(P_s - a)^2 + (Q_s - b)^2 = c^2$ , la cual define un círculo en el plano de la potencia compleja; éstas áreas se definen cuando la diferencia angular  $\delta$  varía desde  $0^0$  hasta  $90^0$ .

La figura 9.19 despliega los efectos del voltaje  $V_E$  sobre la región de control de la potencia compleja para el sistema, para  $V_E = 1.15$  pu y  $V_E = 0.85$  pu. De la figura 9.8 se puede observar que cuando  $V_E$  es más grande que  $V_{Et}$ , el UPFC inyecta potencia reactiva al sistema, por esto, la cantidad de potencia reactiva suministrada por el extremo emisor debe ser menor. Esta es la razón por la que en la figura 9.19,  $S_2$  se encuentra localizada más abajo que  $S_1$  y estos son valores más pequeños que  $Q_s$ . También se observa que el área que definen  $S_1$  y  $S_2$  es la región del sistema de la figura 9.8 puede controlar cuando el UPFC se encuentra en servicio. Para enfatizar las diferencias, se incluye la región de control del sistema cuando el UPFC

no se encuentra en servicio (*curva mn*). Las posibilidades de control en este caso son mucho menor que cuando el dispositivo UPFC se encuentra en servicio.



*Figura 9.18 Área total del plano complejo que el UPFC puede controlar*



*Figura 9.19 Efecto de VE sobre la región de control de la potencia compleja*

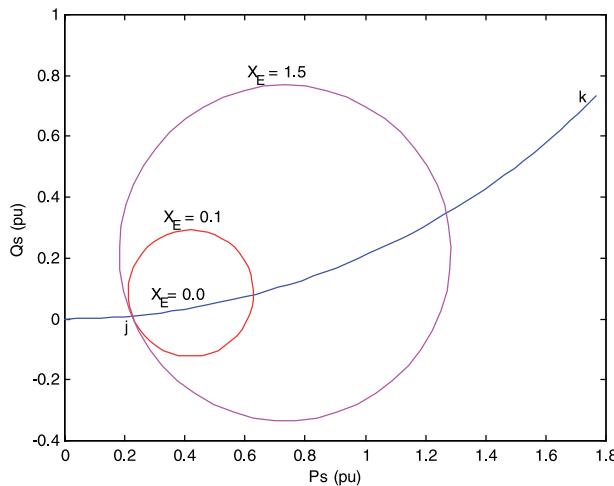
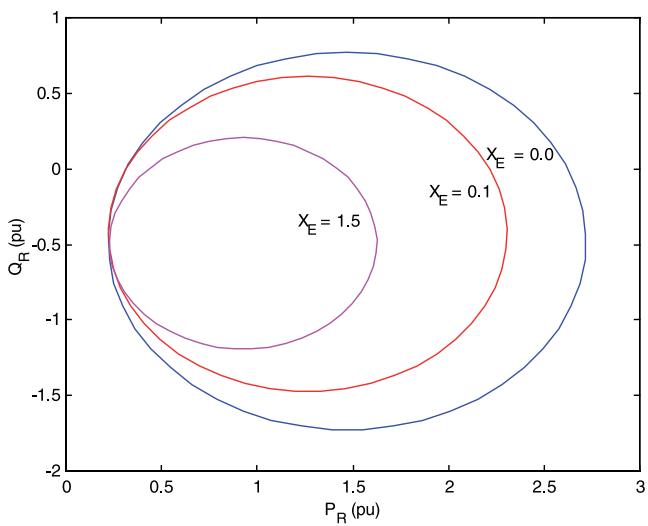


Figura 9.20 a) Efecto de  $X_E$  sobre la región de la potencia compleja en el extremo emisor

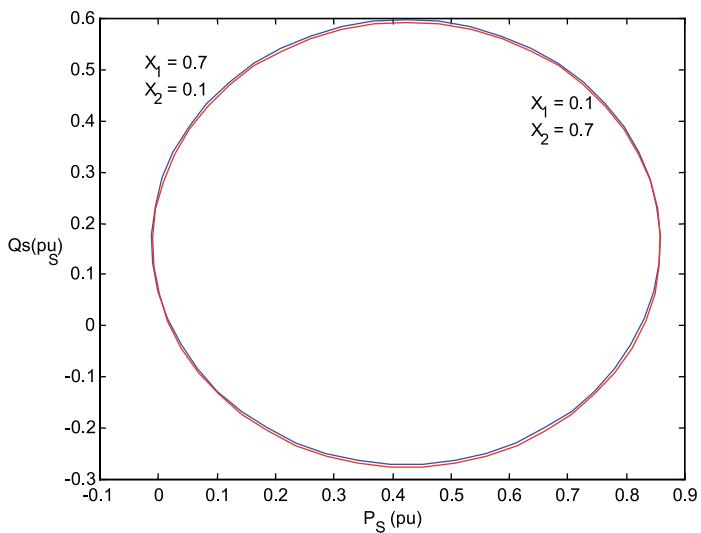
La figura 9.20 a) presenta el efecto de la reactancia externa  $X_E$  sobre la región de control de la potencia compleja en el extremo emisor. Se observa que cuando  $X_E$  disminuye, la magnitud del voltaje en el nodo de excitación es más influenciado por el convertidor de voltaje de excitación, y llega a ser menos afectado que la magnitud del voltaje inyectado en serie. Si  $X_E=0$ , la transferencia de potencia reactiva del extremo emisor es independiente de la magnitud del voltaje inyectado en serie (curva  $jk$  de la figura 9.20 a)). Sin embargo, la fase de la fuente derivación  $\delta_E$  es dependiente de  $V_B$  y/o  $\delta_B$ , y el flujo de potencia real del extremo para  $V_E \angle \delta_E$  es afectado únicamente por  $\delta_B$ . Se observa que la región de potencia reactiva del extremo emisor se expande conforme  $X_E$  se incrementa.

En la figura 9.20 b) se muestra el efecto de la reactancia externa  $X_E$  sobre la región de potencia compleja en el extremo receptor. En ésta se puede ver que la región de potencia reactiva del extremo receptor se contrae conforme la reactancia  $X_E$  se incrementa.

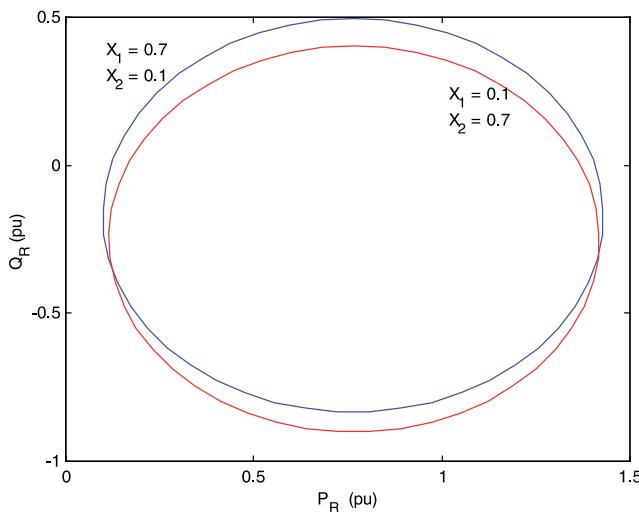
La figura 9.21 muestra el efecto de la localización del UPFC respecto del extremo emisor del sistema de la figura 9.8. La localización del UPFC cambia variando  $X_1$  y  $X_2$  mientras  $X_1+X_2$  permanece constante. Se observa que, para un nivel dado de transferencia de potencia real, la potencia reactiva demandada por el extremo emisor depende de la localización del UPFC. El convertidor de excitación del UPFC puede ser controlado para compensar (parcial o completamente) la demanda de potencia reactiva de la terminal de la línea. La figura 9.22 ilustra el efecto de la localización del UPFC respecto al extremo receptor.



*Figura 9.20 b). Efecto de  $X_E$  sobre la región de potencia compleja en el extremo receptor*



*Figura 9.21 Efecto de la región de localización del UPFC del extremo emisor*



**Figura 9.22 Efecto de la localización del UPFC en el extremo receptor**

#### ANÁLISIS DE ESTADO ESTACIONARIO

El concepto del controlador unificado de flujos de potencia (UPFC) fue propuesto por Laszlo Gyugyi en 1991 [1, 11]. El UPFC fue cancelado para el control en tiempo real y compensación dinámica de los sistemas de transmisión de CA, suministrando la flexibilidad multifuncional requerida para resolver muchos problemas encontrados en la industria eléctrica. El UPFC puede controlar, simultáneamente o selectivamente, todos los parámetros que afectan el flujo de potencia en la línea de transmisión (por ejemplo, voltaje, impedancia y ángulo de fase), esta capacidad única le da el significado de *unificado* [12]. Alternativamente, puede controlar independientemente el flujo de potencia activa y reactiva en la línea. El control de la potencia activa está asociado con un cambio similar en la potencia reactiva, y por lo tanto, incrementar el flujo de potencia activa implica incrementar la potencia reactiva en la línea.

Actualmente, *Electricité de France* está desarrollando un UPFC de 7 MVA para aplicaciones en líneas de 220 kV, y *American Electric Power* (AEP) está instalando un UPFC de 160 MVA en una línea de 138 kV [9]. La investigación y desarrollo asociado con las aplicaciones del UPFC tienen dos grandes vertientes, la primera es la realización y manufactura de convertidores basados en compensadores estáticos de VARS (VSC) para aplicaciones de alto voltaje. La segunda es la investigación del UPFC en el comportamiento dinámico y en estado estable en sistemas de potencia interconectados.

**Análisis de flujos de carga en sistemas de potencia con UPFC [13]**

El análisis de flujos de carga en sistemas de potencia con dispositivos FACTS, tales como TCSC, SVC y TCPS, han sido relativamente muy estudiados. Los métodos de cálculo de flujos de carga con dispositivos FACTS pueden clasificarse en dos categorías. La primera categoría consiste en desacoplar los dispositivos FACTS de la red de potencia transfiriendo la fuente de voltaje/corriente equivalente como una inyección de potencia nodal. Este es llamado *método de inyección de potencia nodal*. La otra categoría consiste en encontrar en forma simultánea la solución del sistema de ecuaciones de potencia nodal con la incorporación de las ecuaciones de los dispositivos FACTS. Este es llamado *método unificado de solución iterativa*. Existen diferentes ventajas y desventajas en los dos métodos. Recientemente, se utilizan algoritmos genéticos para resolver los problemas de control del flujo de potencia óptimos con UPFC en [14]. El UPFC se considera como un dispositivo cambiador de fase continuo que regula la magnitud y ángulo del voltaje de rama y se deriva basándose en la inyección al nodo de potencia causado por el UPFC.

Estos dos métodos pueden aplicarse al UPFC; el método iterativo unificado fue utilizado en [15] y el modelo del controlador de flujo de potencia generalizado fue propuesto en [16]; se ha intentado manejar los dispositivos FACTS con un modelo generalizado. C. R. Fuerte Esquivel y E. Acha hicieron un gran trabajo al desarrollar un algoritmo que se ajusta al cálculo del flujo de carga del sistema de potencia con varios dispositivos FACTS [2, 17-18].

En [2], se introdujo un sistema de ecuaciones no lineales para describir cada UPFC. Las ecuaciones de la red tradicionales (un nodo ficticio agregado para cada UPFC), junto con este sistema de ecuaciones, fueron resueltas simultáneamente con un algoritmo de Newton. Las variables a resolver incluyen magnitudes y ángulos de todos los voltajes nodales y los parámetros de control del UPFC. Los valores iniciales de los parámetros de control del UPFC se valoran primeramente mediante la simplificación de las ecuaciones del UPFC.

Durante la iteración, algunos parámetros violan sus límites, por lo tanto, estos parámetros pueden fijarse en sus valores límites. Casos de estudio muestran que este método tiene fuertes características de convergencia; sin embargo, existen defectos en este algoritmo. Si se consideran múltiples UPFC, el orden de la matriz jacobiana aumenta considerablemente (de manera convencional, un UPFC requiere siete ecuaciones y un nodo ficticio). Esto probablemente reduce la tendencia a la convergencia. Además, el método de evaluación de los valores iniciales de los parámetros del UPFC no puede asegurar que estén en la vecindad de soluciones. Especialmente, cuando el objetivo es controlar el flujo de potencia activa y potencia reactiva en una línea en valores que están lejos del flujo libre (flujo sin

dispositivo UPFC), en tal caso, el fenómeno puede volverse común. Sin embargo, existen inconvenientes en otros métodos, esto es, después de la convergencia del flujo de carga, el cálculo de parámetros del UPFC puede resultar en una solución que viola los límites.

Suponiendo que las referencias programadas de las potencias activa y reactiva en la línea, así como la magnitud de voltaje nodal, no son apropiadas, durante la iteración uno o dos parámetros del UPFC estarán más allá del límite. En este caso, incluso si se fijan los parámetros en sus valores límites, la solución disponible podría aun no estar determinada. De hecho, la capacidad de controlar el flujo en una línea y el voltaje nodal no es infinito con respecto a la capacidad fija del UPFC. La convergencia es posible sólo para un objetivo apropiado. Los dispositivos FACTS son descritos por su matriz de admitancias. Las características de convergencia son dudosas porque no hay valores iniciales disponibles para objetivos de control arbitrarios. Además, entre mayor sea el número de dispositivos FACTS utilizados, la probabilidad de divergencia es mayor. Como una aplicación en la referencia [2], el modelo se incorpora directamente en un programa de flujos óptimos [19]. En [10] se propone un modelo de estado estacionario. El método para calcular el flujo de carga mediante el modelo de estado estable del UPFC, se puede mejorar tomando el nodo-E donde el transformador excitador del UPFC se conecta como un nodo PQ y el nodo-B, donde el transformador elevador está conectado como un nodo PV.

#### **Inserción del dispositivo UPFC en el sistema simplificado**

Para comenzar la descripción del problema de flujos de potencia incluyendo un dispositivo UPFC, se utiliza el esquema simplificado de la figura 9.23. El esquema consiste en un transformador de excitación (ET), un transformador elevador (BT), dos convertidores de voltaje (VSC) basados en dos GTO trifásicos, y un enlace capacitivo de CD. Las variables  $M_E$ ,  $M_B$  y  $\delta_E$ ,  $\delta_B$  son las amplitudes y los ángulos de fase de las fuentes que representan a los VSC, y que son las señales de control del UPFC, de acuerdo con lo que se denomina enfoque de modulación de amplitudes y fases.

El análisis de estado estacionario, se realiza sobre la red de cuatro nodos, como se ilustra en la figura 9.24. Por conveniencia de cálculo, las fuentes de voltaje se han transformado en fuentes de corriente, para insertarlas en las ecuaciones de la red.

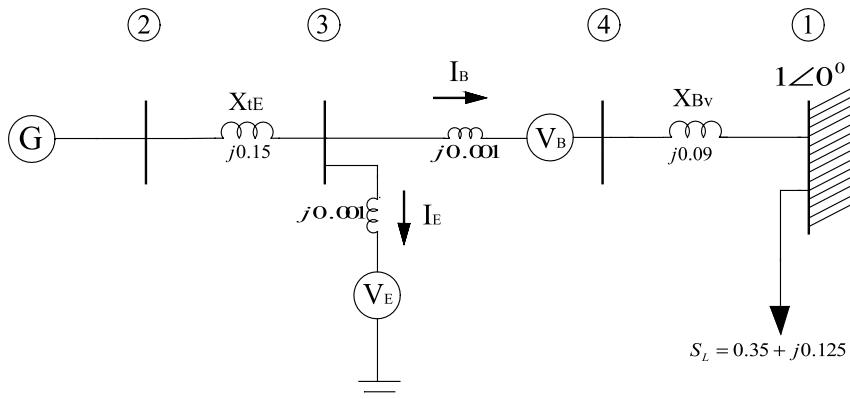


Figura 9.23 UPFC instalado en un sistema de potencia máquina barra-infinita

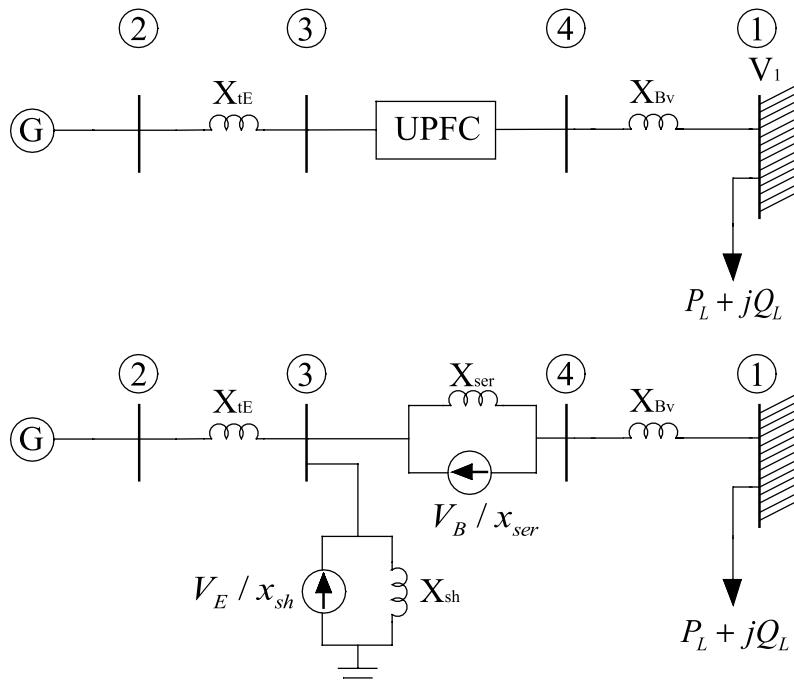


Figura 9.24 Sistema máquina barra-infinita incluyendo un UPFC

La rama en derivación del dispositivo UPFC controla la magnitud del voltaje del nodo 3, por lo tanto, se deben determinar seis incógnitas  $\delta_2$ ,  $\delta_3$ ,  $|V_B|$ ,  $\delta_B$ ,  $|V_E|$ ,  $\delta_E$  en estado estacionario. Se asume que  $V_1 = 1\angle 0^\circ$ . A continuación se describen las ecuaciones de equilibrio utilizadas para este propósito.

$$V_4 = V_1 + jX_{Bv}(P_L - jQ_L) \quad (358)$$

$$\frac{P_g - jQ_g}{V_g^*} = \frac{V_g - V_3}{jX_{tE}} \Rightarrow P_g = \frac{|V_g||V_3|}{X_{tE}} \sin(\delta_g - \delta_3) \quad (359)$$

$$\begin{aligned} \frac{V_E}{jX_{sh}} + \frac{V_B}{jX_{ser}} &= -\frac{V_g}{jX_{tE}} + \frac{V_3}{jX_T} - \frac{V_4}{jX_{ser}} \\ \frac{1}{X_T} &\coloneqq \frac{1}{X_{tE}} + \frac{1}{X_{sh}} + \frac{1}{X_{ser}} \end{aligned} \quad (360)$$

La ecuación (360) se descompone en dos ecuaciones, parte real y parte imaginaria:

$$\frac{|V_4|}{X_{ser}} \cos \delta_4 = \frac{|V_3|}{X_T} \cos \delta_3 - \frac{|V_g|}{X_{tE}} \cos \delta_g - \frac{|V_B|}{X_{ser}} \cos \delta_B - \frac{|V_E|}{X_{sh}} \cos \delta_E \quad (361)$$

$$\frac{|V_4|}{X_{ser}} \sin \delta_4 = \frac{|V_3|}{X_T} \sin \delta_3 - \frac{|V_g|}{X_{tE}} \sin \delta_g - \frac{|V_B|}{X_{ser}} \sin \delta_B - \frac{|V_E|}{X_{sh}} \sin \delta_E \quad (362)$$

$$\begin{aligned} -\frac{V_B}{jX_{ser}} &= -\frac{V_1}{jX_{Bv}} - \frac{V_3}{jX_{ser}} + \frac{V_4}{jX_{T2}} \\ \frac{1}{X_{T2}} &\coloneqq \frac{1}{X_{Bv}} + \frac{1}{X_{ser}} \end{aligned} \quad (363)$$

Similarmente, la ecuación (363) también se descompone en dos ecuaciones quedando de la siguiente forma:

$$\frac{|V_1|}{X_{Bv}} - \frac{|V_4|}{X_{T2}} \cos \delta_4 = \frac{|V_B|}{X_{ser}} \cos \delta_B - \frac{|V_3|}{X_{ser}} \cos \delta_3 \quad (364)$$

$$-\frac{|V_4|}{X_{T2}} \sin \delta_4 = \frac{|V_B|}{X_{ser}} \sin \delta_B - \frac{|V_3|}{X_{ser}} \sin \delta_3 \quad (365)$$

Finalmente, se tiene la restricción de potencia activa cero en las fuentes del dispositivo UPFC:

$$P_{bb} = P_E + P_B = 0 \quad (366)$$

donde:

$$P_B = |V_B|^2 G_{mm} + |V_B| |V_3| [G_{km} \cos(\delta_B - \delta_3) + B_{km} \sin(\delta_B - \delta_3)] + |V_B| |V_4| [G_{mm} \cos(\delta_B - \delta_4) + B_{mm} \sin(\delta_B - \delta_4)] \quad (367)$$

$$P_E = -|V_E|^2 G_E + |V_E| |V_3| [G_E \cos(\delta_E - \delta_3) + B_E \sin(\delta_E - \delta_3)] \quad (368)$$

De las definiciones de conductancias y susceptancias:

$$G_{mm} + jB_{mm} = Z_{ser}^{-1} ; \quad G_E + jB_E = Z_{sh}^{-1} ; \quad G_{km} + jB_{km} = Z_{ser}^{-1} \quad (369)$$

En la solución del problema de estado estacionario se utilizó el método de Newton, por lo tanto, se requiere la linealización de las ecuaciones.

Como ejemplo de aplicación se ilustra la red mostrada en la figura 9.25, con un nivel de carga  $S_L = 0.35 + j0.125$ . La magnitud del voltaje de generación se mantiene en 1.05 pu y en 1.0375 pu para el nodo controlado del UPFC. Las potencias manejadas por las fuentes derivación y serie del dispositivo resultan  $S_E = -0.0062 - j0.00697$  y  $S_B = 0.0062 + j0.0075$ , respectivamente.

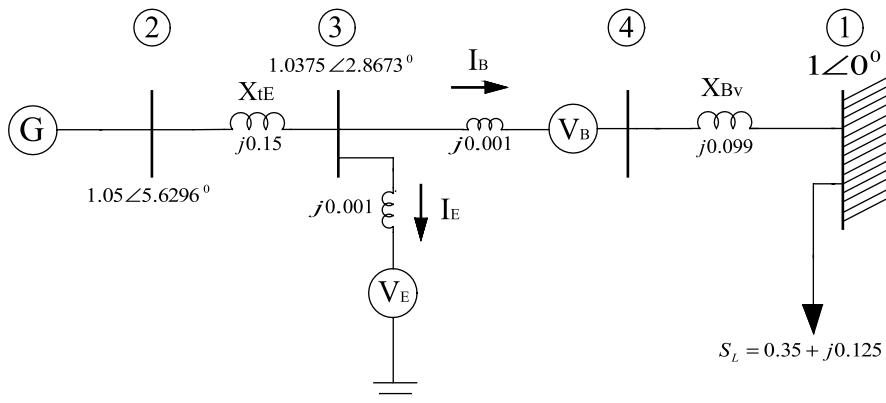


Figura 9.25 Flujo de carga para el caso máquina-barra infinita

Los voltajes y corrientes de las fuentes son  $V_E = 1.0369 + j0.0519$ ,  $I_E = -0.0093 + j0.0668$ ,  $V_B = 0.0225 - j0.0134$ ,  $I_B = 0.35 - j0.125$ . Nótese que para mantener el nivel de voltaje propuesto de 1.0375 pu en el nodo 3, se requiere una cantidad importante de potencia reactiva. Se debe verificar que la capacidad del dispositivo sea suficiente para satisfacer la demanda exigida por las condiciones deseadas; de lo contrario, debe ajustarse a la capacidad nominal del dispositivo.

### ECUACIONES DE EQUILIBRIO EN UN SISTEMA MULTI-MÁQUINAS CON UN UPFC

Las ecuaciones de potencias activa y reactiva del UPFC, según la figura 9.7, pueden escribirse como [2]:

$$\begin{aligned} P_k = & V_k^2 G_{kk} + V_k V_m [G_{km} \cos(\delta_k - \delta_m) + B_{km} \sin(\delta_k - \delta_m)] \\ & + V_k V_B [G_{km} \cos(\delta_k - \delta_B) + B_{km} \sin(\delta_k - \delta_B)] \\ & + V_k V_E [G_E \cos(\delta_k - \delta_E) + B_E \sin(\delta_k - \delta_E)] \end{aligned} \quad (370)$$

$$\begin{aligned} Q_k = & -V_k^2 B_{kk} + V_k V_m [G_{km} \sin(\delta_k - \delta_m) - B_{km} \cos(\delta_k - \delta_m)] \\ & + V_k V_B [G_{km} \sin(\delta_k - \delta_B) - B_{km} \cos(\delta_k - \delta_B)] \\ & + V_k V_E [G_E \sin(\delta_k - \delta_E) - B_E \cos(\delta_k - \delta_E)] \end{aligned} \quad (371)$$

$$\begin{aligned} P_m = & V_m^2 G_{mm} + V_m V_k [G_{mk} \cos(\delta_m - \delta_k) + B_{mk} \sin(\delta_m - \delta_k)] \\ & + V_m V_B [G_{mm} \cos(\delta_m - \delta_B) + B_{mm} \sin(\delta_m - \delta_B)] \end{aligned} \quad (372)$$

$$\begin{aligned} Q_m = & -V_m^2 B_{mm} + V_m V_k [G_{mk} \sin(\delta_m - \delta_k) - B_{mk} \cos(\delta_m - \delta_k)] \\ & + V_m V_B [G_{mm} \sin(\delta_m - \delta_B) - B_{mm} \cos(\delta_m - \delta_B)] \end{aligned} \quad (373)$$

$$\begin{aligned} P_B = & V_B^2 G_{mm} + V_B V_k [G_{km} \cos(\delta_B - \delta_k) + B_{km} \sin(\delta_B - \delta_k)] \\ & + V_B V_m [G_{mm} \cos(\delta_B - \delta_m) + B_{mm} \sin(\delta_B - \delta_m)] \end{aligned} \quad (374)$$

$$\begin{aligned} Q_B = & -V_B^2 B_{mm} + V_B V_k [G_{km} \sin(\delta_B - \delta_k) - B_{km} \cos(\delta_B - \delta_k)] \\ & + V_B V_m [G_{mm} \sin(\delta_B - \delta_m) - B_{mm} \cos(\delta_B - \delta_m)] \end{aligned} \quad (375)$$

$$P_E = -V_E^2 G_E + V_E V_k [G_E \cos(\delta_E - \delta_k) + B_E \sin(\delta_E - \delta_k)] \quad (376)$$

$$Q_E = V_E^2 B_E + V_E V_k [G_E \sin(\delta_E - \delta_k) - B_E \cos(\delta_E - \delta_k)] \quad (377)$$

donde:

$$Y_{kk} = G_{kk} + jB_{kk} = Z_B^{-1} + Z_E^{-1}$$

$$\begin{aligned}Y_{mm} &= G_{mm} + jB_{mm} = Z_B^{-1} \\Y_{km} &= Y_{mk} = G_{km} + jB_{km} = -Z_B^{-1} \\Y_E &= G_E + jB_E = -Z_E^{-1}\end{aligned}$$

La potencia activa, asociada con el convertidor en serie, se convierte en potencia de CD. El convertidor en derivación debe suministrar la cantidad de potencia de CD para mantener  $V_{CD}$  constante. Así, la potencia activa suministrada al convertidor en derivación  $P_E$  debe satisfacer la demanda de potencia activa por el convertidor en serie,  $P_B$ :

$$P_E + P_B = 0 \quad (378)$$

Como los controles interactúan con otras redes, la convergencia de la solución es el principal interés en el modelado de los dispositivos controlables. Las variables de estado del UPFC se ajustan automáticamente para satisfacer los flujos de potencia y magnitudes de voltaje especificados. Las ecuaciones de potencia del UPFC linealizadas se combinan con el sistema de ecuaciones linealizadas del resto de la red:

$$[f(x)] = [J][\Delta X] \quad (379)$$

con:

$$[f(x)] = [\Delta P_k \quad \Delta P_m \quad \Delta Q_k \quad \Delta Q_m \quad \Delta P_{mk} \quad \Delta Q_{mk} \quad \Delta P_{bb}]^T$$

donde:  $\Delta P_b$ , el error de potencia dado por (378), el superíndice  $T$  indica la transposición;  $[\Delta X]$  es el vector solución y  $[J]$  es la matriz jacobiana.

Para el caso en que el UPFC controle la magnitud de voltaje en la terminal del convertidor en derivación de CA (nodo  $k$ ), la potencia activa que fluye del nodo  $m$  al nodo  $k$ , y la potencia reactiva inyectada en el nodo  $m$ , asumiendo que el nodo  $m$  es tipo PQ, el vector solución y la matriz jacobiana tienen la forma:

$$[\Delta X] = \left[ \Delta \delta_k \quad \Delta \delta_m \quad \frac{\Delta V_E}{V_E} \quad \frac{\Delta V_m}{V_m} \quad \Delta \delta_B \quad \frac{\Delta V_B}{V_B} \quad \Delta \delta_E \right]^T \quad (380)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial \delta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial V_E} & \frac{\partial P_k}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_k}{\partial \delta_B} & \frac{\partial P_k}{\partial V_B} V_B & \frac{\partial P_k}{\partial \delta_E} \\ \frac{\partial P_m}{\partial \delta_k} & \frac{\partial P_m}{\partial \delta_m} & 0 & \frac{\partial P_m}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_m}{\partial \delta_B} & \frac{\partial P_m}{\partial V_B} V_B & 0 \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_E} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_B} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_B} V_B & \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_E} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \delta_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial \delta_m} & 0 & \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial Q_m}{\partial \delta_B} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_B} V_B & 0 \\ \frac{\partial P_{mk}}{\partial \delta_k} & \frac{\partial P_{mk}}{\partial \delta_m} & 0 & \frac{\partial P_{mk}}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_{mk}}{\partial \delta_B} & \frac{\partial P_{mk}}{\partial V_B} V_B & 0 \\ \frac{\partial Q_{mk}}{\partial \delta_k} & \frac{\partial Q_{mk}}{\partial \delta_m} & 0 & \frac{\partial Q_{mk}}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial Q_{mk}}{\partial \delta_B} & \frac{\partial Q_{mk}}{\partial V_B} V_B & 0 \\ \frac{\partial P_{bb}}{\partial \delta_k} & \frac{\partial P_{bb}}{\partial \delta_m} & \frac{\partial P_{bb}}{\partial V_E} & \frac{\partial P_{bb}}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_{bb}}{\partial \delta_B} & \frac{\partial P_{bb}}{\partial V_B} V_B & \frac{\partial P_{bb}}{\partial \delta_E} \end{bmatrix} \quad (381)$$

Si el control de voltaje del UPFC es desactivado, la tercera columna de la ecuación (381) se reemplaza por derivadas parciales respecto a  $\delta_E$ , reemplazando a la magnitud de voltaje nodal incremental en el nodo k,  $\frac{\Delta V_k}{V_k}$ . En este caso,  $V_E$  se mantiene en un valor fijo dentro de los límites  $V_{Emin} \leq V_E \leq V_{Emax}$ . Si ambos nodos k y m, son tipo P-Q, el vector solución y la matriz jacobiana se define de la siguiente manera:

$$[\Delta X] = \left[ \Delta \delta_k \quad \Delta \delta_m \quad \frac{\Delta V_k}{V_k} \quad \frac{\Delta V_m}{V_m} \quad \Delta \delta_B \quad \frac{\Delta V_B}{V_B} \quad \Delta \delta_E \right]^T \quad (382)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial \delta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial P_k}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_k}{\partial \delta_B} & \frac{\partial P_k}{\partial V_B} V_B & \frac{\partial P_k}{\partial \delta_E} \\ \frac{\partial P_m}{\partial \delta_k} & \frac{\partial P_m}{\partial \delta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial P_m}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_m}{\partial \delta_B} & \frac{\partial P_m}{\partial V_B} V_B & 0 \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_B} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_B} V_B & \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_E} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \delta_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial \delta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial Q_m}{\partial \delta_B} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_B} V_B & 0 \\ \frac{\partial P_{mk}}{\partial \delta_k} & \frac{\partial P_{mk}}{\partial \delta_m} & \frac{\partial P_{mk}}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial P_{mk}}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_{mk}}{\partial \delta_B} & \frac{\partial P_{mk}}{\partial V_B} V_B & 0 \\ \frac{\partial Q_{mk}}{\partial \delta_k} & \frac{\partial Q_{mk}}{\partial \delta_m} & \frac{\partial Q_{mk}}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial Q_{mk}}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial Q_{mk}}{\partial \delta_B} & \frac{\partial Q_{mk}}{\partial V_B} V_B & 0 \\ \frac{\partial P_{bb}}{\partial \delta_k} & \frac{\partial P_{bb}}{\partial \delta_m} & \frac{\partial P_{bb}}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial P_{bb}}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_{bb}}{\partial \delta_B} & \frac{\partial P_{bb}}{\partial V_B} V_B & \frac{\partial P_{bb}}{\partial \delta_E} \end{bmatrix} \quad (383)$$

La figura 9.26 muestra un diagrama de flujo del problema de flujos de potencia incluyendo un UPFC.

### Ejemplo

El sistema de prueba utilizado es un sistema de tres máquinas y nueve nodos con un UPFC instalado entre los nodos 4-9. Los datos del sistema se presentan en la tabla 9.1.

**Tabla 9.1 Datos del sistema de tres máquinas y nueve nodos**

Nodo de salida	Nodo de llegada	R (p.u.)	X (p.u.)
1	4	0	0.0576
4	5	0.017	0.092
5	6	0.039	0.17
3	6	0	0.0586
6	7	0.0119	0.1008
7	8	0.0085	0.072
8	2	0	0.0625
8	9	0.032	0.161
9	4	0.01	0.085

De acuerdo con las condiciones del sistema, y asumiendo que se desea controlar el flujo de potencia  $P = 0.5$  pu y  $Q = 0.2$  pu, que fluye entre los nodos 4 y 9, se incluye un UPFC entre estos nodos. Entre los nodos propuestos al incluir el UPFC se genera un nodo ficticio, por lo que se aumenta el número nodos del sistema de 9 a 10, como se muestra la figura 9.27. La magnitud del voltaje de generación se mantiene en 1.04 pu y el nodo controlado del UPFC, en 1.0253 pu.

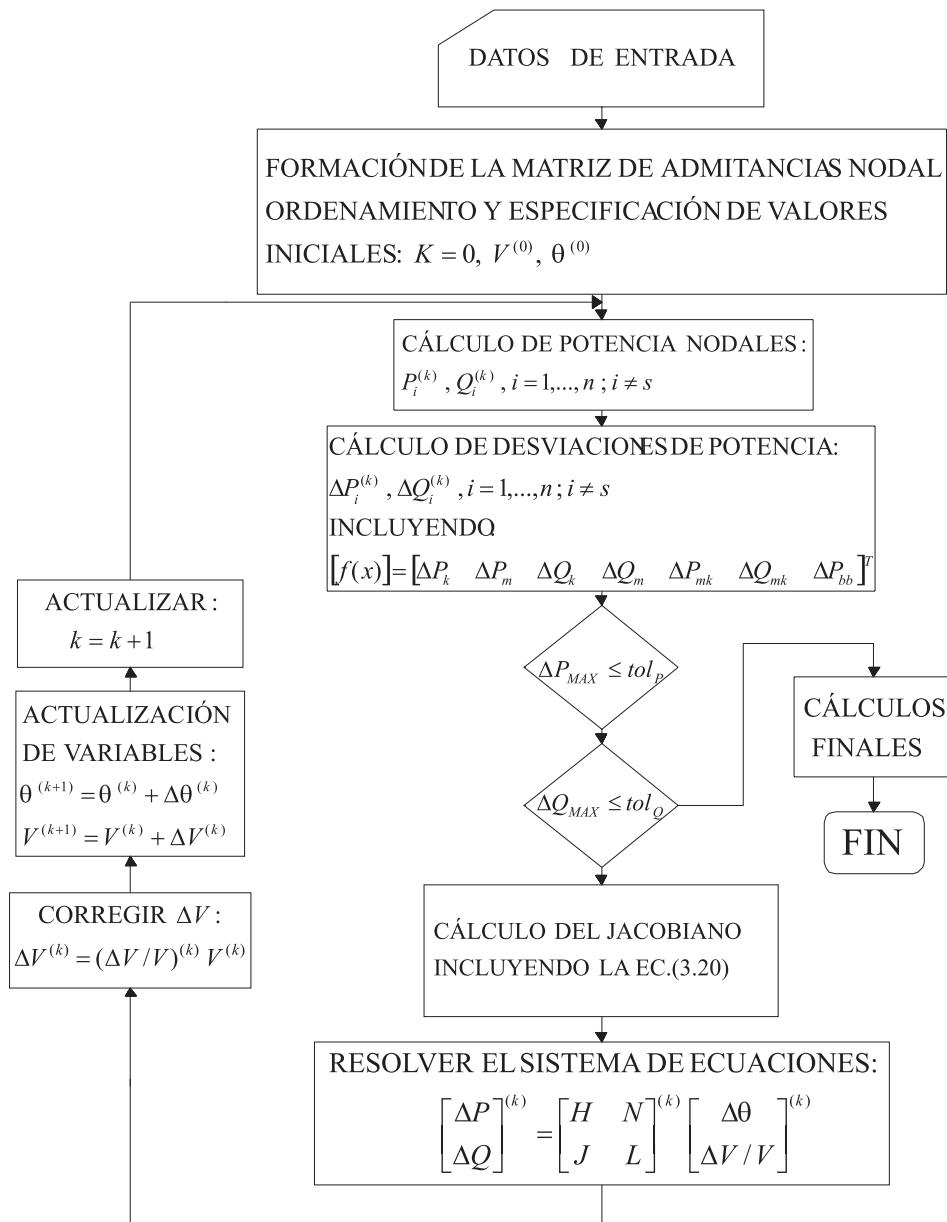


Figura 9.26 Diagrama de flujo del problema de flujos de potencia incluyendo un UPFC

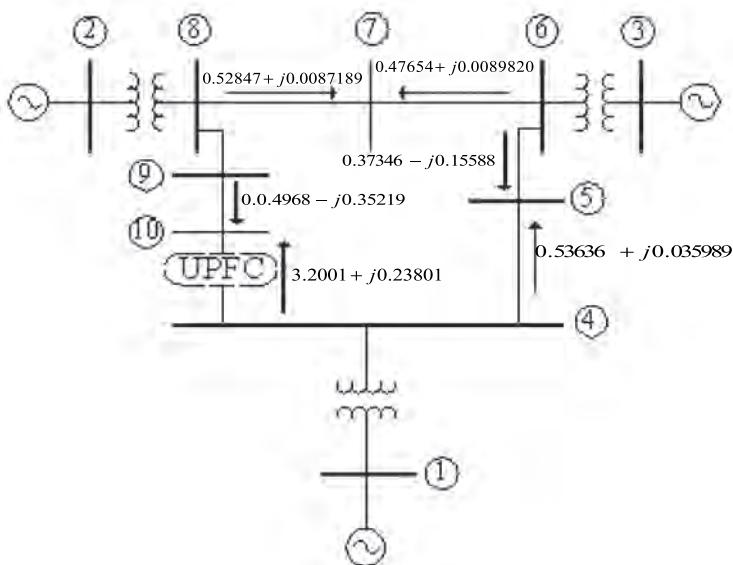


Figura 9.27 Sistema de prueba de nueve nodos incluyendo UPFC

Una vez incluido el dispositivo en el sistema, los resultados del flujo de carga se ilustran en la tabla 9.2.

Los voltajes de las fuentes manejadas por el UPFC son:  $V_E = 1.0263 - j0.0010$ ,  $V_B = 0.0661 - j0.0017$ .

De la tabla 9.2 se observa que en el nodo donde se incluye el dispositivo se genera la potencia real y reactiva deseada de  $0.5 + j0.2$ , la magnitud de voltaje deseada en los nodos de generación y controlado se mantienen en los valores que se asignaron.

Tabla 9.2 Fluxos de potencias del sistema incluyendo un UPFC

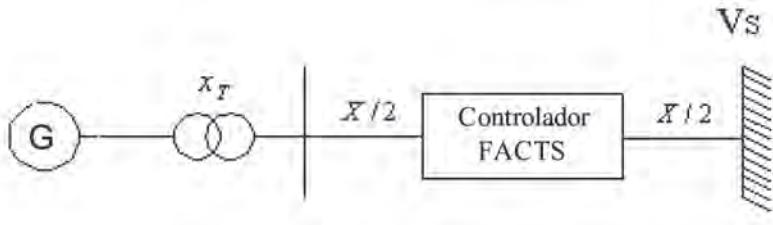
Del nodo	Al nodo	Fluxo de envío	Fluxo de retorno
1	4	$1.0364 + j0.27275$	$-1.0364 - j0.21159$
4	5	$0.53636 - j0.035989$	$-0.53169 - j0.10325$
6	5	$0.37346 - j0.15588$	$-0.36831 - j0.19675$
3	6	$0.85 - j0.106$	$-0.85 + j0.14690$
6	7	$0.47654 + j0.0089820$	$-0.47384 - j0.20550$
7	8	$-0.52616 - j0.14450$	$0.52847 + j0.0087189$
2	8	$1.3 + j0.036625$	$-1.3 + j0.063926$
8	9	$0.77153 - j0.072645$	$-0.75320 - j0.14782$
9	10	$-0.4968 - j0.35219$	$0.5 + j0.2$
4	10	$3.2001 + j0.23801$	$-3.2 + j0.0062967$

### COMPENSACIÓN DE LÍNEAS

En la figura 9.28 se ilustra el caso de un generador y una línea que permite el transporte de la potencia eléctrica generada; ignorando las pérdidas, la potencia transmitida resulta:

$$P_e(t) = (E_q'(t)V_s / x_{ds}) \sin \delta \quad (384)$$

Donde:  $E_q'$  es el voltaje interno del generador;  $V_s$  el voltaje del nodo receptor;  $x_{ds}$  la reactancia entre el nodo de envío y de recepción, incluyendo la reactancia síncrona del generador; el ángulo  $\delta$  es la diferencia angular entre esos nodos. La relación  $E_q'(t)V_s / x_{ds}$  representa la potencia máxima que puede ser transferida por la línea, y se denota como  $P_{\max}$ .



*Figura 9.28 Modelo del sistema de potencia máquina-barra infinita con un controlador FACTS conectado en serie*

#### Compensación serie

Para apreciar el papel de los dispositivos FACTS en la compensación de la línea se considera el sistema de la figura 9.28, el cual consta de los siguientes elementos:

- Un generador equivalente con reactancia de eje directo  $x_d$ ; la potencia mecánica  $P_m$  se asume constante.
- Líneas con reactancia equivalente total,  $X$ .
- Reactancia del transformador  $x_T$ .
- Dispositivo FACTS en el punto medio de la línea de transmisión.
- Barra infinita representada por un voltaje constante  $VS$  y frecuencia  $\omega_0$ .

La potencia eléctrica de salida es:

$$P_e(t) = \frac{E_q(t)V_s}{x_d + x_T + x_E} \sin \delta(t) \quad (385)$$

donde:

$$x_E = X + x_L(t) - x_C$$

$x_E$  es la reactancia externa,  $x_d$  es la reactancia de eje directo,  $x_T$  es la reactancia del transformador,  $x_L$  y  $x_C$  son la reactancia inductiva y capacitiva que inserta el dispositivo, respectivamente. Con la adición de los dispositivos FACTS, la ecuación (385) se modifica en:

$$P_e(t) = \frac{E_q(t)V_s}{x_d + x_T + X + x_L(t) - x_C} \sin \delta(t) \quad (386)$$

Definiendo:

$$x_{ds} = x_d + x_T + X$$

Entonces:

$$\begin{aligned} P_e(t) &= \frac{E_q(t)V_s}{x_{ds} + x_L(t) - x_C} \sin \delta(t) \\ &= \frac{E_q(t)V_s}{x_{ds} \left( 1 + \frac{x_L(t) - x_C}{x_{ds}} \right)} \sin \delta(t) \end{aligned} \quad (387)$$

Definiendo:

$$-k_1 = \frac{x_L(t) - x_C}{x_{ds}} \quad (388)$$

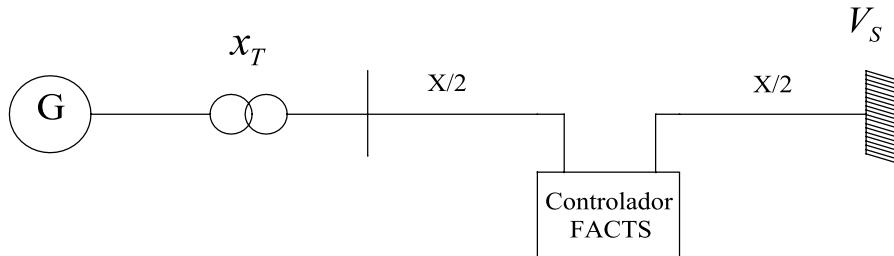
Por lo tanto:

$$P_e(t) = \frac{E_q(t)V_s}{x_{ds}(1 - k_1)} \sin \delta(t) \quad (389)$$

$k_1$  se define como el grado de compensación del dispositivo FACTS conectado en serie.

#### Compensación en derivación

La figura 9.29 ilustra un sistema de potencia máquina-barra infinita con un controlador FACTS conectado en derivación.



**Figura 9.29 Modelo del sistema de potencia máquina-barra infinita con un controlador FACTS conectado en derivación**

De manera similar que para el caso de la compensación serie, la potencia eléctrica es:

$$P_e(t) = \frac{E_q(t)V_E}{x_d + x_T + x_E} \sin\delta(t) \quad (390)$$

donde:

$$V_E = \frac{V_S}{\frac{X}{2}(B_L(t) - B_C) + 1} \quad x_E = \frac{X}{2} + \frac{\frac{X}{2}}{\frac{X}{2}(B_L(t) - B_C) + 1} \quad (391)$$

$V_E$  es el voltaje del transformador excitador,  $B_L(t)$  y  $B_C$  son la susceptancia inductiva y capacitiva de la línea. Sustituyendo la ecuación (391) en la ecuación (390):

$$P_e(t) = \frac{E_q(t) \left[ \frac{V_S}{\frac{X}{2}(B_L(t) - B_C) + 1} \right]}{x_d + x_T + \left[ \frac{X}{2}(B_L(t) - B_C) + 1 \right]} \sin\delta(t) \quad (392)$$

Definiendo:

$$B_{svc} = B_C - B_L(t) \quad (393)$$

Entonces, la potencia eléctrica es:

$$P_e(t) = \frac{E_q(t)V_s}{\left[ -\frac{X}{2}B_{svc} + 1 \right] \left( x_d + x_T + \frac{X}{2} \right) + \frac{X}{2}} \sin \delta(t) \quad (394)$$

Definiendo:

$$x_{ds} = x_d + x_T + X \quad (395)$$

Entonces:

$$P_e(t) = \frac{E_q(t)V_s}{x_{ds} - B_{svc} \left\{ \frac{X}{2} \left( x_d + x_T + \frac{X}{2} \right) \right\}} \sin \delta(t) \quad (396)$$

$$k_2 = \frac{B_{svc}}{x_{ds}} \left\{ \frac{X}{2} \left( x_d + x_T + \frac{X}{2} \right) \right\} \quad (397)$$

Finalmente:

$$P_e(t) = \frac{E_q(t)V_s}{x_{ds}(1-k_2)} \sin \delta(t) \quad (398)$$

donde  $k_2$  se define como el grado de compensación del dispositivo FACTS conectado en derivación.

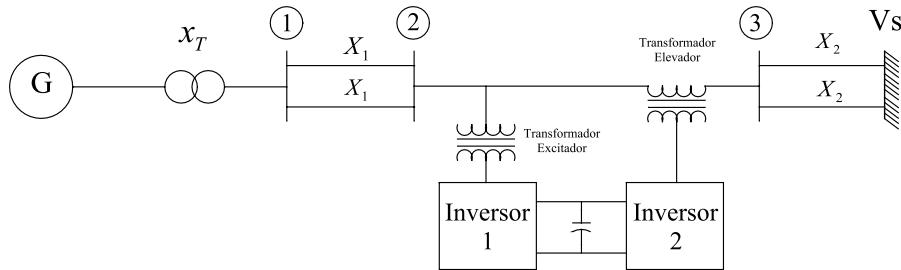
#### Compensación serie-derivación

Una vez descritas la compensación serie y derivación, se procede a realizar la configuración adoptada por el UPFC que es la configuración serie-derivación, con el fin de visualizar al dispositivo como un compensador.

La transferencia de potencia máxima  $P_{max}$  en un sistema máquina-barra infinita (SMIB), compensado con un UPFC adicionado en el punto medio de la línea como se ilustra en la figura 9.30 puede ser escrita según [20], como:

$$P_{enax} = \frac{P_{max}}{(1-k)} \quad (399)$$

donde  $P_{max}$  es la máxima transferencia de potencia para la línea sin compensar y  $k$  es el grado de compensación.



**Figura 9.30 Modelo del sistema máquina-barra infinita con un UPFC localizado en medio de la línea**

De la figura 9.30, ignorando los efectos de la capacitancia y resistencia del sistema de transmisión, es posible realizar un análisis de la transferencia de potencia máxima,  $P_{e\max}$ , cuando existe compensación de la línea a través del UPFC, que puede escribirse en forma general como  $P_{e\max} = P_{\max} / (1 - k_1 - k_2)$ , donde  $P_{\max}$  es la transferencia de potencia máxima para la línea sin compensar.

La aproximación usual para la transferencia de potencia, en el sistema máquina barra-infinita, sin considerar el UPFC, es:

$$P_e(t) = \frac{E_q(t)V_s}{x_{ds}} \sin\delta(t) \quad (400)$$

donde:

$$x_{ds} = x_d + X_1 + X_2$$

Puede mostrarse que con la adición del UPFC, la ecuación (400) resulta:

$$P_e(t) = \frac{E_q(t)V_E}{x_d + x_1 + x_E} \sin\delta(t) \quad (401)$$

$$P_e(t) = \frac{E_q(t)V_E}{x_d + x_1 + x_E} \sin\delta(t)$$

donde  $x_E$  es la reactancia del transformador excitador.

De la figura 9.30:

$$V_E = \frac{V_R}{1 - (X_2 + x_s)B_Q(t)} \quad (402)$$

$$x_E = X_1 + \frac{(X_2 + x_s)}{1 - (X_2 + x_s)B_Q(t)} \quad (403)$$

donde,  $x_s$  es la reactancia equivalente del SSSC,  $B_Q(t) = i_Q(t)/V_Q(t)$ , es la susceptancia del StatCom ,  $i_Q(t)$  y  $V_Q(t)$  son la corriente reactiva y el voltaje terminal al que está conectado el StatCom, respectivamente.

De la ecuación (400) puede escribirse:

$$\begin{aligned}
 P_e(t) &= \frac{E_q(t)V_s \sin \delta(t)}{\{1 - B_Q(t)(X_2 + x_s)\}[x_d + X_1] + \{X_2 + x_s\}} \\
 &= \frac{E_q(t)V_s \sin \delta(t)}{\{x_{ds} + x_s - B_Q(t)(X_2 + x_s)\}[x_d + X_1]} \\
 &= \frac{E_q(t)V_s \sin \delta(t)}{x_{ds} \left[ \left\{ 1 - \left( -\frac{x_s}{x_{ds}} \right) - \frac{B_Q(t)}{x_{ds}} (X_2 + x_s) \right\} [x_d + X_1] \right]} \\
 &= \frac{E_q(t)V_s \sin \delta(t)}{x_{ds}(1 - k_1 - k_2)}
 \end{aligned} \tag{404}$$

Definiendo:

$$x_{ds} = x_d + x_T + \frac{X_1}{2} + \frac{X_2}{2} \tag{405}$$

Se tiene:

$$P_e(t) = \frac{E_q(t)V_s}{x_{ds}(1 - k_2)} \sin \delta(t) \tag{406}$$

Si:

$$k_1 = -\frac{x_s}{x_{ds}} \quad ; \quad k_2 = \frac{B_Q(t)}{x_{ds}} \left( \frac{X_2}{2} + x_s \right) \left( x_d + x_T + \frac{X_1}{2} \right) \tag{407}$$

Finalmente:

$$P_e(t) = \frac{E_q(t)V_s}{x_{ds}(1 - k_1 - k_2)} \sin \delta(t) \tag{408}$$

Entonces:

$$P_{emax} = P_{max} / (1 - k_1 - k_2) \tag{409}$$

donde:

$$P_{max} = E_q(t)V_s / x_{ds} \tag{410}$$

Para la rama en serie del UPFC, se puede decir que  $k_1 > 0$  si  $x_s(t) < 0$ , y  $k_1 < 0$  si  $B_Q(t) < 0$ . Para la rama en derivación del UPFC, se puede decir que  $k_2 > 0$  si  $B_Q(t) > 0$  y  $k_2 < 0$  si  $B_Q(t) < 0$ .

El análisis muestra que la transferencia de potencia máxima depende de los grados de compensación ofrecidos por las ramas en serie y derivación del UPFC.

Cuando el UPFC varía, de tal manera que  $k_1$  y  $k_2$  son mayores que cero, la reactancia equivalente de la línea se reduce y el pico de la curva  $P - \delta$  aumenta. El aumento de la curva  $P - \delta$  tiene el efecto de aumentar el margen de estabilidad.

Por otro lado, cuando el UPFC varía de modo que  $k_1$  y  $k_2$  sean menores que cero, la reactancia de línea equivalente se incrementa y el pico de la curva  $P - \delta$  decrece. La disminución de la curva  $P - \delta$  del sistema tiene el efecto de reducir el margen de estabilidad transitoria.

## CONCLUSIONES

Los controladores FACTS son una solución viable y económica para los problemas de las grandes redes de CA interconectadas, ya que se caracterizan por tener respuesta rápida, ausencia de inercia y requerimientos mínimos de mantenimiento. Mediante el uso de estos dispositivos se puede obtener el flujo deseado en cualquier línea, tomando en consideración sus capacidades, permitiendo la operación óptima del sistema de transmisión, y un rango amplio de transferencia de potencia activa y reactiva.

El UPFC es un controlador versátil que puede usarse para controlar independientemente el flujo de potencia activa y reactiva en cualquier línea de transmisión. Cuando se inserta el dispositivo en una línea, se obtiene una gama amplia de posibilidades operativas que, de otro modo, difícilmente pueden obtenerse. El control apropiado de los parámetros de las fuentes serie y derivación determinará el valor y dirección de los flujos de potencia.

La presencia de un UPFC puede incrementar notablemente la *región del control de la potencia*. Un UPFC puede incrementar la *máxima potencia real transferida* de una línea sin imponer una demanda de potencia reactiva sustancial sobre los extremos emisor y receptor.

La reactancia de dispersión del transformador de excitación de un UPFC tiene un impacto notable sobre el diagrama de potencia de los extremos emisor y receptor de la línea. La localización del UPFC puede impactar notablemente la demanda de potencia reactiva para varios niveles de potencia real transferida.

## REFERENCIAS

- [1] Gyugyi L., "A Unified Power Flow Control Concept for Flexible AC Transmission Systems", *IEE Proceedings-C*, 1992, Vol. 139, No. 4, July 1992, pp. 323-333.
- [2] C.R. Fuerte-Esquível, E. Acha, "The Unified Power Flow Controller: A Critical Comparison of Newton-Raphson UPFC Algorithms in Power Studies", *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 144, No.5, September 1997.
- [3] Gyugyi L., Schauder C.D., Williams S.L. Rietman T.R., Torgerson D.R. and Edris A.: "The Unified Power Flow Controller: A New Approach to Power Transmission Control", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 10, No. 2, April 1995, pp. 1085-1097.
- [4] Wang H.F., "Applications of Damping Torque Analysis to StatCom Control", *Electrical Power and Energy Systems*, 22 (2000), pp. 197-204.
- [5] E. Larsen, N. Miller, S. Nilsson, and Lindgren, "Benefits of GTO-based Compensation Systems for Electric Utility Applications", *IEEE Transactions Power Delivery*, Vol. 7, No. 4, pp. 2056-2062, October 1992.
- [6] Gyugyi L., Schauder C.D., and Sen K. K., "Static Synchronous Series Compensator: A Solid-State Approach to the Series Compensation of Transmission Lines", *IEEE Transactions Power Delivery*, Vol. 12, No. 1, pp. 406-417, January 1997.
- [7] Rashid Muhammad H., *Electrónica de potencia, circuitos, dispositivos y aplicaciones*, 2<sup>a</sup> edición, Editorial Prentice-Hall, 1993.
- [8] Mihalic R, Zunko P. and Pouh D., "Improvement of Transient Stability using Unified Power Flow Controller", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 11, No. 1, January 1996.
- [9] Nabavi-Niaki S.A.: Modelling and Applications of Unified Power Flow Controller for Power Systems, Ph.D. Thesis, University of Toronto, 1996.
- [10] Nabavi-Niaki A. and Iravani M.R.: "Steady-State and Dynamic Models of Unified Power Flow Controller (UPFC) for Power System Studies", Presented at IEEE/PES Winter Meeting 96 WM 257-6 PWRS, January 21-25, 1996, Baltimore, MD.
- [11] N. G. Hingorani and Laszlo Gyugyi, "Understanding FACTS", *IEEE Press*, 1999.
- [12] Limyingcharoen S., Annakkage U. D., Pahalawaththa N.C., "Effects of Unified Power Flow Controllers on transients stability", *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 145, No. 2, March 1998.
- [13] Fang Wanliang "Coordinated Power Control of UPFC and its Application for Enhancing Dynamic Power System Performance", Ph. D. Thesis, The Hong Kong Polytechnic University, 1999.
- [14] L.L. Lai and J.T. Ma, "Genetic Algorithm-Based Power Flow Control with Unified Power Flow Controller", the proceedings of the 3th International Conference on Advances in Power System Control, Operation & Management, IEE, Hong Kong, November 1995, pp. 295-299.
- [15] Wu Shouyuan, Zhou Xiaoxin, Zhao He, Zhang Wentao, "Steady State Analysis and Load Flow Calculation of Unified Power Flow Controller in Power System", ICPST '94, October 18-21, Beijing, China, pp. 944-948.
- [16] Yu Jilai and Liu Zhuo, "GPFc Model Based Line Power Flow Control of Power System", *Power System Technology*, P.R. China, Vol. 20, No. 4, April, 1995, pp. 19-26.

- [17] C.R. Fuerte-Esquível and E. Acha, “A Newton-Type Algorithm for the Control of Power Flow in Electrical Power Networks”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 12, No. 4, November 1997, pp. 1474-1480.
- [18] C.R. Fuerte-Esquível, E. Acha, “Newton-Raphson Algorithm for the reliable Solution of large Power Networks with Embedded FACTS Devices”, *IEE, Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, Vol 143, No. 5, September, 1996.
- [19] H. Ambriz-Perez, E. Acha, C.R. Fuerte-Esquível and A. De La Torre, “Incorporation of a UPFC Model in an Optimal Power Flow Using Newton’s Method”, *IEE proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol.145, No.3, May 1998, pp. 336-344.
- [20] Y.L.Tan,: “Analysis of series and shunt line compensation by a Unified Power Flow Controller”, *IEEE Power Engineering Review*, September, 1999, pp. 63-64.

## CAPÍTULO 10

### FACTS BASADOS EN CONVERTIDORES CA-CA

#### RESUMEN

La historia documentada del cambiador de frecuencia estático de una etapa, comienza con el trabajo de L.A. Hazeltine, en 1923, quien estableció el principio fundamental de la construcción de una onda de voltaje CA de frecuencia elegible, a partir de ondas de voltaje sucesivas de un suministro CA multifásico de frecuencia conocida. Sin embargo, este sistema no pudo implementarse por la indisponibilidad de válvulas eléctricas con características y capacidades apropiadas.

Durante los años treinta, gracias a la disponibilidad de las válvulas de arco de mercurio de capacidad adecuada, se reportaron algunos experimentos prácticos. Se lograron frecuencias de salida variables por debajo de la de suministro y una amplitud de salida variable, mediante el control del ángulo de disparo de las válvulas.

En la segunda mitad de los treinta, H. Rissik revisó los convertidores de frecuencia de arco de mercurio y se introdujo el término cicloconversión y cicloconvertidor. A finales de los cincuenta, la evolución del rectificador controlado de silicio (SCR) o tiristor, junto con las ventajas que ofrecen sobre los rectificadores de arco de mercurio, como: menor tamaño, mayor velocidad de conmutación, menor caída de voltaje en el estado encendido, y construcción robusta, motivaron la investigación en el área de los cambiadores de frecuencia estáticos hacia aplicaciones muy útiles como sistemas de generación de potencia de frecuencia constante-velocidad variable (VSCF).

A mediados de los sesenta algunos investigadores habían avanzado en los problemas de la distorsión de la onda, asociados con los convertidores de frecuencia. Se dispuso de dispositivos con capacidad de apagado por

compuerta en capacidades grandes; a finales de los setenta, el avance de los cambiadores estáticos de frecuencia fue impedido por la limitación inherente de los tiristores, de sólo encender por compuerta y tener que apagarse por conmutación natural. Sin embargo, los investigadores, conscientes del potencial de los cicloconvertidores, insistieron en desarrollar una tecnología basada en la conmutación en-línea con éxito en términos de control de amplitud y frecuencia del voltaje de salida y la bi-direccionalidad. La principal área de aplicación fue en motores CA; los sistemas compuestos de un cicloconvertidor y un motor CA cumplieron los requerimientos esperados del motor CD, bajo un control de voltaje de armadura, en términos del rango de la variación de velocidad, características felpar, y eficiencia. Los sesenta y principios de los setenta marcaron los esfuerzos realizados para desarrollar sistemas prácticos con la combinación motor de inducción jaula de ardilla-cicloconvertidor. Los cicloconvertidores fueron los candidatos perfectos para *drives* de grandes motores de CA girando a velocidades bajas.

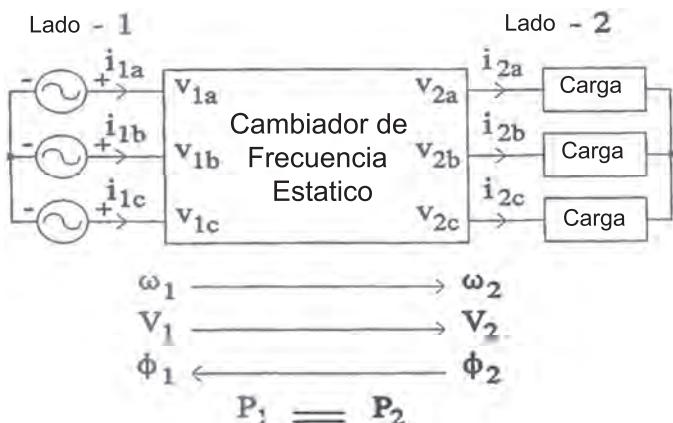
Los setenta son los años del florecimiento de los cambiadores estáticos de frecuencia. Se inventaron sistemas con nuevas características como factor de potencia de entrada controlable, y se descubrieron nuevos arreglos de conversión estática de potencia. Se publicaron dos trabajos teóricos por L. Gyugyi y B.R. Pelly que cubren el análisis de las características terminales de los diferentes tipos de cambiadores de frecuencia, incluyendo un estudio completo del cicloconvertidor naturalmente conmutado (NCC). Estos trabajos fueron seguidos por otros trabajos teóricos de W. McMurray, que cubren la teoría y diseño de los cicloconvertidores. En 1976, L. Gyugyi y B.R. Pelly publicaron su libro *Static Power Frequency Changers*. Los autores resumen el conocimiento disponible en ese tiempo, en el área de los cambiadores estáticos de frecuencia de una etapa, en un marco matemático, realizando proyecciones proféticas de los nuevos cambiadores de frecuencia basados en conmutación forzada. Se introdujeron los conceptos de la función de existencia y la matriz de existencia, los interruptores bi-direccionales o de cuatro cuadrantes, y el transformador generalizado.

## DEFINICIONES

En muchas aplicaciones industriales, la potencia CA requerida es a una frecuencia diferente a la de suministro. Por ejemplo, en *drives* de velocidad variable, para impulsar un motor a diferentes velocidades, se requiere contar con una frecuencia de suministro variable. También hay aplicaciones en las que es deseable obtener potencia CA con frecuencia fija, a partir de un suministro de frecuencia variable, como en el caso de frecuencia variable, en la generación de potencia eléctrica de una aeronave o en una turbina eólica. En ambos casos, la velocidad del generador no es fija; por

lo tanto, la frecuencia del voltaje de salida varía en proporción directa. Una solución mecánica sería utilizando un dispositivo hidráulico para regular la velocidad del generador. Como ejemplo, la frecuencia no-compatible puede considerarse la generación de potencia a partir de una turbina de alta velocidad con el generador directamente acoplado. Una solución mecánica sería una caja de engranes. Las soluciones mecánicas generalmente demandan mantenimiento frecuente y reemplazos periódicos. La solución inteligente en estas aplicaciones es un cambiador de frecuencia estático.

El término *cambiador de frecuencia estático* aplica para todos los circuitos eléctricos compuestos de interruptores semiconductores, capaces de convertir potencia eléctrica de una frecuencia,  $\omega_1$ , en otra frecuencia,  $\omega_2$ . La figura 10.1 es un diagrama de bloques de un cambiador de frecuencia estático trifásico-trifásico. El lado-1 es el suministro, mientras la carga trifásica está en el lado-2. El voltaje senoidal balanceado trifásico a frecuencia angular  $\omega_1$  en el lado-1, se transforma en voltaje senoidal balanceado trifásico a frecuencia angular  $\omega_2$  en el lado-2. Los cambiadores de frecuencia estáticos, pueden controlar la frecuencia y la magnitud del voltaje en el lado-2 y el ángulo de fase de la corriente con respecto al voltaje (factor de potencia) en el lado-1. La única restricción es la igualdad de la potencia activa:  $P_1 = P_2$  [1].



**Figura 10.1 Cambiador de frecuencia estático trifásico-trifásico**

Los cambiadores de frecuencia estáticos se dividen en dos clases principales: en la primera clase, la conversión de potencia ocurre en dos etapas con un enlace CD intermedio, como se ilustra en la figura 10.2 a). La potencia CA a la frecuencia angular  $\omega_1$  en el lado-1, se convierte primero a potencia CD a través de un rectificador. Luego, la potencia CD se reconvierte a potencia CA a la frecuencia angular deseada  $\omega_2$  a través de un inversor. La principal desventaja de este esquema es la presencia de los elementos de

almacenamiento de energía en el enlace CD que agregan volumen, peso, y costo, así como reducen la velocidad de respuesta. En la segunda clase de cambiadores de frecuencia estáticos, la conversión de potencia se desarrolla en una sola etapa, como se ilustra en la figura 10.2 b). La operación se basa en la formación de la onda de voltaje de cada fase del lado-2, a partir de segmentos de la onda de voltaje del lado-1 [1]. El primer método, y más conocido de esta clase, es el *cicloconvertidor* inventado en los años treinta. Un cicloconvertidor naturalmente comutado (NCC) trifásico-trifásico se ilustra en la figura 10.3 [2].

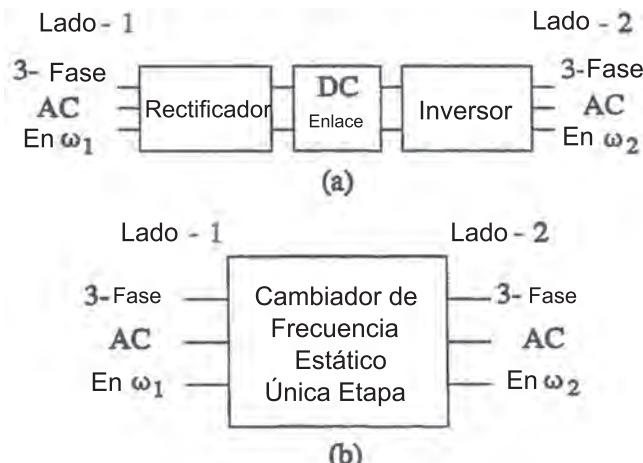


Figura 10.2 Clases de cambiadores de frecuencia estáticos

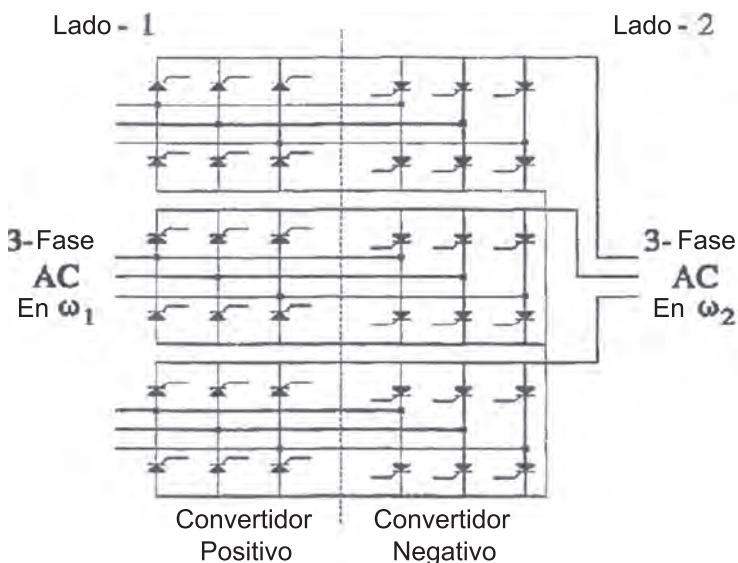


Figura 10.3 NCC trifásico-trifásico

Para cada fase del lado-2, se requieren dos puentes inversores trifásicos espalda-con-espalda naturalmente conmutados. Dependiendo de la dirección de la corriente de carga, opera el inversor positivo o negativo. El modo de operación de cada inversor (modo rectificador o inversor) se determina por el signo del voltaje del lado-2. La frecuencia alcanzable en el lado-2 del NCC siempre es inferior a la frecuencia de suministro en el lado-1. El límite para  $\omega_2$  es alrededor de un tercio de  $\omega_1$  para una forma de onda aceptable en el lado-2 con bajo contenido armónico [2].

Puede encontrarse una estructura más compacta para el cambiador de frecuencia, con el número total de dispositivos de conmutación reducidos a la mitad. Los tiristores conectados espalda-con-espalda han de conmutarse forzadamente. Por esta razón, tal estructura se denomina un *cicloconvertidor conmutado forzadamente* (FCC). Para evitar las complicaciones causadas al emplear circuitos de conmutación forzada, pueden utilizarse interruptores con capacidad de apagado inherente (GTO, BJT, MOSFET, IGBT) en lugar de tiristores, si se encuentran de la capacidad requerida. En tal caso, no hay límite en la frecuencia alcanzable en el lado-2 ya que el cambiador de frecuencia consiste de un arreglo de interruptores semiconductores conectados directamente entre las terminales del lado-1 y lado-2; esta estructura también se denomina *convertidor matricial*.

### CONCEPTO DEL CONVERTIDOR MATRICIAL

En el desarrollo de inversores de potencia, los convertidores multinivel han tenido buenos resultados. Estos convertidores son del tipo rectificador-inversor (CA-CD-CA) y presentan limitaciones por la distorsión armónica en la corriente de entrada.

Una solución al problema de la distorsión armónica en la corriente de entrada de los convertidores es la utilización de rectificadores multipulsos, de 12 pulsos, 24 pulsos, etc. Sin embargo, la implementación de rectificadores multipulsos requiere transformadores especiales, los cuales son complejos, o se puede realizar con transformadores sencillos, pero se requiere un gran número.

El uso del convertidor matricial, que es un convertidor CA-CA, en el diseño de compensadores para redes eléctricas, es factible. Una de sus desventajas es el complejo control de los dispositivos de conmutación. Se requiere un considerable número de operaciones para calcular las señales de disparo, la velocidad de actualización de dichas señales aumenta la flexibilidad del convertidor pero requiere más recursos de parte del esquema de control, esto puede ser resuelto con una eficiente estrategia de control implementado mediante microcontroladores ( $\mu$ c) o procesadores digitales de señales (DSP).

Los convertidores CA-CA pueden ser aplicados al diseño de compensadores de potencia para niveles de distribución y dispositivos FACTS; entre sus ventajas está el no requerir transformadores de diseño no-convencional, y la distorsión armónica de la corriente de entrada y del voltaje de salida puede ser filtrada fácilmente.

Inicialmente se analiza el diagrama de la figura 10.4, llamado controlador de voltaje con control por modulación de ancho de pulso, PWM [4-6].

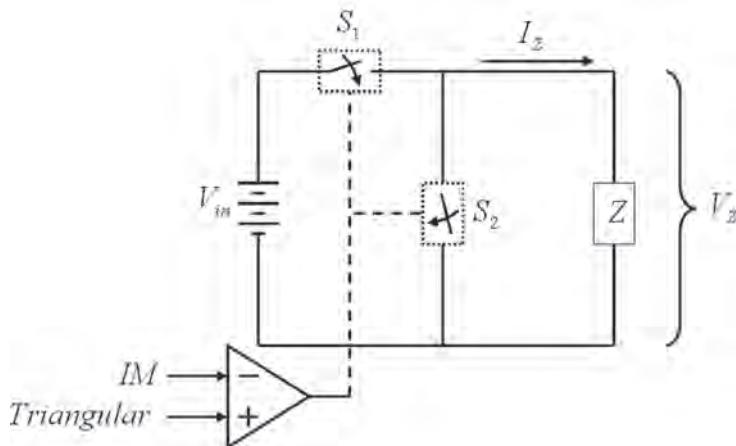


Figura 10.4 Controlador de voltaje

donde:

$M$  es la señal de índice de modulación.

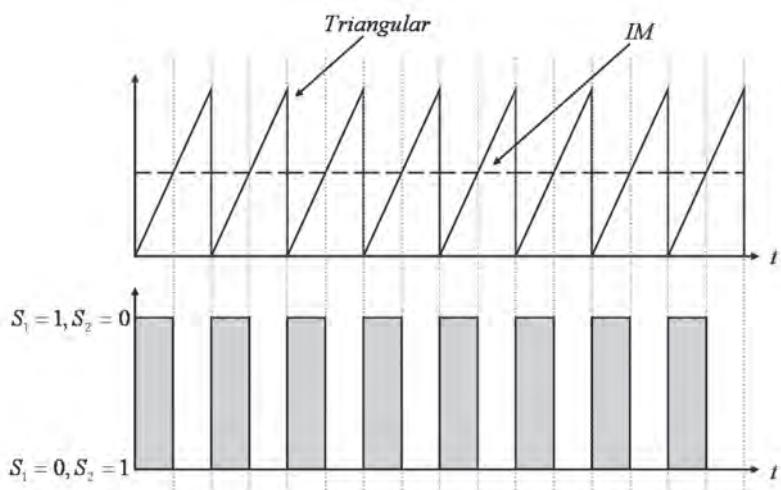
$V_{in}$  es el voltaje de alimentación.

$Z$  es la impedancia de la carga.

$I_Z$  es la corriente en la carga.

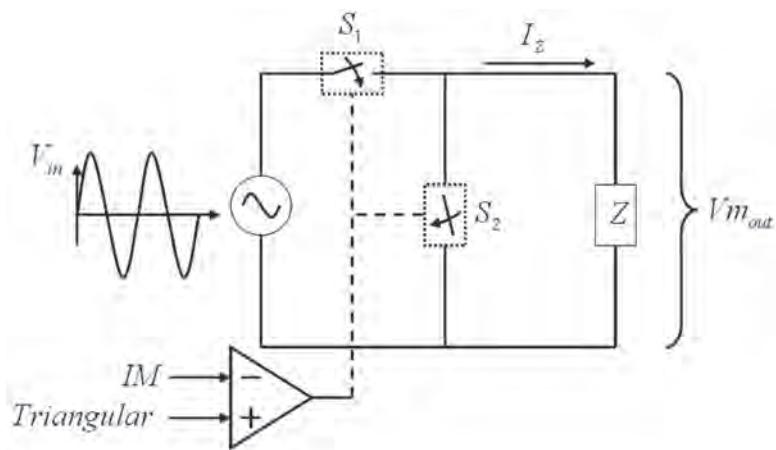
$V_Z$  es el voltaje en la carga.

Cuando la señal triangular supera en amplitud instantánea a la señal de índice de modulación, el interruptor  $S_1$  permanece abierto y el interruptor  $S_2$  permanece cerrado. En el caso contrario, el interruptor  $S_1$  permanece cerrado mientras el interruptor  $S_2$  permanece abierto. El interruptor  $S_2$  tiene la función de descargar la energía almacenada en la inductancia de la carga, para evitar sobrevoltaje en el interruptor  $S_1$ . Se definen los estados de los interruptores como  $S_x = 1$  cuando el interruptor está cerrado y  $S_x = 0$  cuando está abierto. El comportamiento de las señales con respecto al tiempo se observa en la figura 10.5.

*Figura 10.5 Señales en el controlador de voltaje*

El voltaje de entrada  $V_{in}$  es un voltaje de CD, y la salida está modulada en ancho de pulso, lo cual se define por la señal IM, el valor medio de salida está definido en la ecuación (411), el resultado también es válido para señales de entrada de CA, como se ilustra en la figura 10.6. El índice de modulación, también llamado ciclo de trabajo, es comúnmente expresado en porcentaje.

$$Vm_{out} = V_{in} \cdot IM \quad (411)$$

*Figura 10.6 Controlador de voltaje de CA*

En el ejemplo,  $IM$  es de 50%, la frecuencia de  $V_n$  es de 60 hz, la frecuencia de la señal triangular, también llamada señal portadora, es de 3840 hz, 64 veces la frecuencia de la senoidal, y la carga es puramente resistiva. El voltaje y la corriente en la carga se ilustran en la figura 10.7.

Mediante un análisis frecuencial es posible observar armónicas existentes, las cuales se obtienen mediante la ecuación (413) como en el caso de los convertidores multipulsos.

$$h = k \cdot q \pm 1 \quad (412)$$

donde:

$h$  es la armónica existente.

$k = 1, 2, 3, \dots$

$q$  es la frecuencia de la triangular/60hz.

En el ejemplo mostrado en la figura 10.7, el ciclo de trabajo es 50%, la amplitud del componente fundamental es 0.5; lo cual corresponde a la amplitud máxima, 1 unidad multiplicada por el ciclo de trabajo de 0.5. Esto concuerda con la ecuación (411).

De esta forma, no solo es posible controlar la amplitud de una señal senoidal mediante PWM, sino que también es posible controlar el orden del menor de los armónicos.

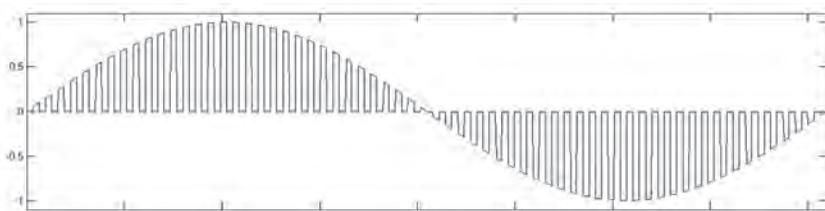


Figura 10.7 Voltaje en la carga

#### Representación vectorial de la suma de señales senoidales

La figura 10.8 ilustra un arreglo propuesto de transformadores mediante el cual es posible sumar dos señales senoidales de la misma frecuencia.

El voltaje de salida  $V_{out(t)}$ , si la relación de transformación es 1:1, está dado por:

$$V_{out(t)} = V_a(t) + V_b(t) \quad (413)$$

donde:

$V_{a(t)} = 100 \cdot \operatorname{sen}(2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot t + 0^\circ)$  es el primer voltaje de entrada.  
 $V_{b(t)} = 100 \cdot \operatorname{sen}(2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot t + 90^\circ)$  es el segundo voltaje de entrada.

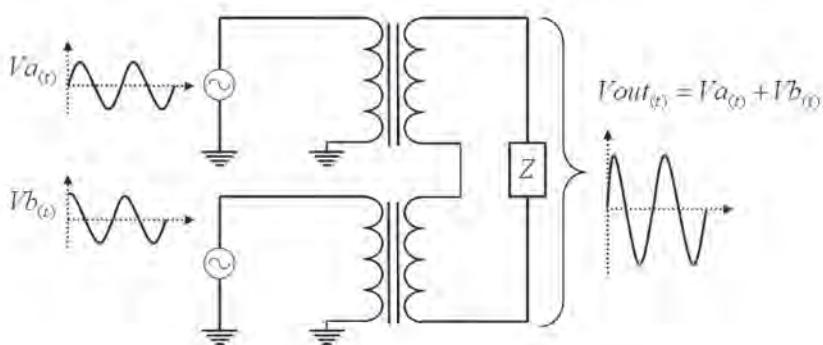


Figura 10.8 Sumador con transformadores

Las señales de entrada son voltajes de 60 hz, amplitud 100 y desfasadas  $90^\circ$  entre sí. La señal de salida es una senoidal de la misma frecuencia pero cuya amplitud es la suma instantánea de las señales de entrada. En este ejemplo, la amplitud máxima de salida es 141.42V. En la figura 10.9 se tiene la representación vectorial de esta operación. Nótese que la amplitud y la fase de la señal resultante, puede ser controlada únicamente verificando la amplitud de las señales senoidales que la componen, sin necesidad de alterar la fase o las frecuencias, y como se ha mostrado, el control de amplitud puede ser mediante PWM, este es el principio del convertidor matricial.

Además, una vez establecida la fase entre las señales de entrada con un valor fijo, la amplitud máxima de la señal resultante depende de las amplitudes máximas de señales de entrada. En este caso, se toma como referencia de fases a la señal  $V_a$ ; la fase de la señal resultante sólo puede estar entre 0 y  $90^\circ$ , tomando en cuenta que las amplitudes pueden ser variadas desde 0% hasta el 100% de la señal de entrada.

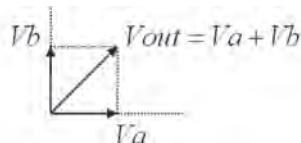


Figura 10.9 Representación vectorial de la suma de señales senoidales de la misma frecuencia

Si se aplica este principio para sumar tres señales de la misma amplitud desfasadas  $120^\circ$  una de la otra, como en el caso de los sistemas trifásicos de CA, controlando la amplitud de cada una con PWM, entonces se puede generar una señal resultante con cualquier fase, con una amplitud máxima igual a la amplitud de las señales de entrada, como se ilustra en la figura 10.10. Este circuito se utiliza para explicar el principio del convertidor matricial y la estrategia de control.

Los interruptores tienen su respectivo interruptor complementario, el cual está representado por el operador de complemento o negación lógica, así:

- $S_{11}$  es el interruptor complementario de  $S_{11}$
- $S_{21}$  es el interruptor complementario de  $S_{21}$
- $S_{31}$  es el interruptor complementario de  $S_{31}$

Además, los índices de modulación de cada uno de los PWM para los interruptores son:

- $IM_{11}$  es el índice de modulación del interruptor  $S_{11}$
- $IM_{21}$  es el índice de modulación del interruptor  $S_{21}$
- $IM_{31}$  es el índice de modulación del interruptor  $S_{31}$

Por lo tanto, el componente fundamental del voltaje de salida está definido mediante:

$$V_{out} = IM_{11} \cdot V_a + IM_{21} \cdot V_b + IM_{31} \cdot V_c \quad (414)$$

Así, resulta un convertidor matricial monofásico que puede generar una señal senoidal de amplitud y fase que dependen de los índices de modulación de cada uno de los interruptores controlados mediante PWM.

En la construcción de un convertidor vectorial trifásico, se emplean 3 convertidores monofásicos; los tres convertidores tienen la misma entrada. Los ciclos de trabajo de los interruptores de cada uno de los convertidores, tienen valores independientes, dependiendo de la señal deseada en la salida. Mediante este esquema es posible generar tres señales de voltaje variando tres esquemas de PWM independientes.

Debido a que las señales sólo se escalan, la señal de salida tendrá la misma frecuencia que las señales de entrada, por lo que no es necesario tener un módulo de sincronización como en el caso del convertidor CD-CD-CA.

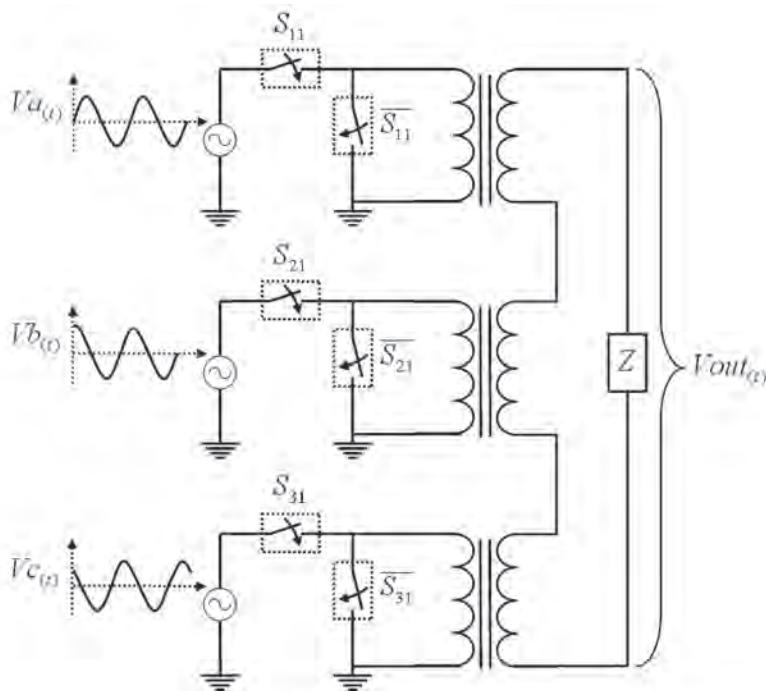


Figura 10.10. Sumador trifásico con PWM y carga resistiva

#### Cálculo de los índices de modulación con la representación vectorial

La operación del convertidor depende del dispositivo en el que sea utilizado y puede recibir la señal a generar (amplitud y fase) desde un controlador de velocidad, un control de dispositivo FACTS, etc.

El convertidor tendrá internamente un sistema embebido, microcontrolador, o DSP, para generar las señales de disparo PWM de los interruptores. Es conveniente que el dispositivo implementado cuente con un lazo cerrado de control para asegurarse que la señal generada sea la que se desea.

Como se ha analizado, el sistema embebido, que de ahora en adelante será llamado *controlador*, debe modificar las amplitudes de tres señales mediante PWM, por lo que el controlador debe generar tres señales de PWM y calcular sus índices de modulación para la señal a generar deseada. Hay que resaltar que la generación de señales PWM utiliza menos recursos que la generación de señales SPWM, pues, en este último, es necesario hacer operaciones de punto flotante.

Además, en el caso de la generación de señales con PWM para acoplarlas a la red eléctrica, es necesario tener elementos de *hardware* y *software* que permitan mantener la frecuencia generada igual a la frecuencia de la red eléctrica. Un cambio pequeño en la frecuencia de alguna de estas frecuencias, mientras la otra se mantiene constante, provocará un cambio en

la fase, lo que modifica el flujo de potencia. Esto se evita con la estrategia de control utilizada en el convertidor matricial.

En el cálculo de los índices de modulación, las variables de entrada al controlador son los parámetros de la señal a generar, magnitud y fase; es conveniente analizar las señales en su representación vectorial en un sistema de ejes real e imaginario, como el que se ilustra a continuación.

Sea un convertidor matricial en el que se desea generar el voltaje  $V_a$  a partir de la suma ponderada de los voltajes  $F_a$ ,  $F_b$  y  $F_c$ . La representación vectorial se muestra en la figura 10.11. Los voltajes de alimentación del convertidor están dispuestos como en un sistema trifásico de CA, y la línea punteada representa el fasor de voltaje que se desea generar escalando las tres señales de entrada.

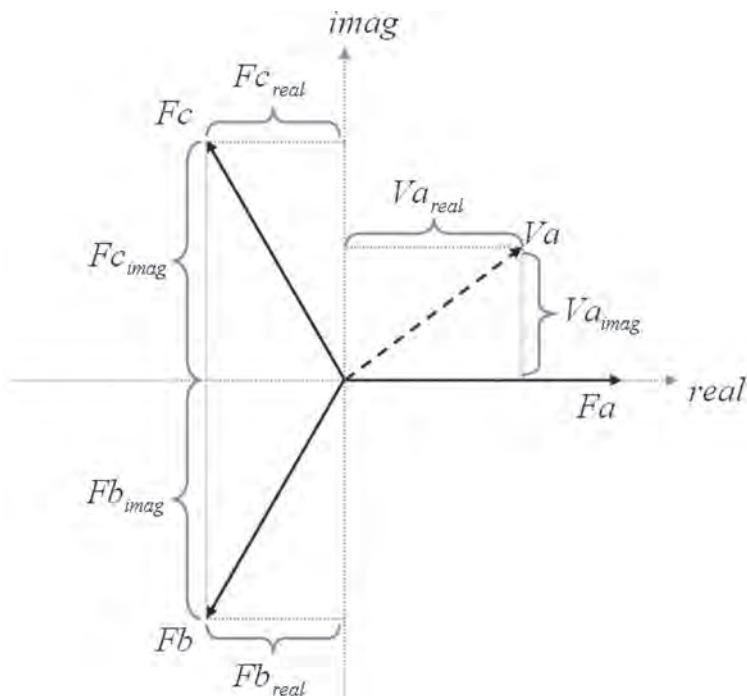
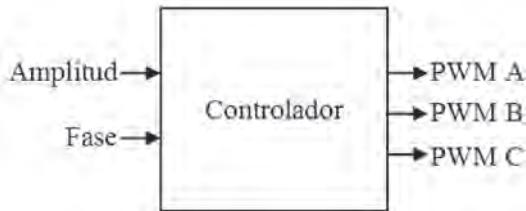


Figura 10.11 Voltajes de entrada al convertidor y señal de referencia

Las variables de entrada al controlador son la magnitud y fase de la señal a generar, y las señales de salida del controlador son los índices de modulación o ciclos de trabajo que tendrá cada PWM, como se ilustra en la figura 10.12. En la representación vectorial, se espera encontrar tres números entre 0 y 1, uno para cada voltaje de alimentación o fase, estos valores escalarán los voltajes de entrada de tal forma que al sumarse vectorialmente, sumen el voltaje que se desea generar, en este caso  $V_a$ .

De aquí en adelante, el término *magnitud del vector* será utilizado para hablar del ciclo de trabajo de cada uno de los interruptores, ya que son directamente proporcionales.



*Figura 10.12 Diagrama a bloques del esquema de control*

Es posible que la suma de los ciclos de trabajo sea diferente de 100%, mientras que en la implementación real, en donde no existen transformadores y el acoplamiento es con interruptores simples, la suma de los ciclos de trabajo siempre debe ser del 100%. En la solución de este ejemplo se tomarán en cuenta ambos casos.

Regresando al ejemplo de la figura 10.11, se desea calcular los índices de modulación para cada una de las fases de entrada, para aplicarlos a los PWM, tal como se ilustra en la figura 10.12.

$$V_a = I_{Ma} \cdot F_a + I_{Mb} \cdot F_b + I_{Mc} \cdot F_c \quad (415)$$

Para generar el vector punteado con una suma escalada de los tres vectores FA, FB y FC, la magnitud del vector FB puede ser cero, lo que simplifica el análisis que se requiere para obtener las magnitudes de FA y FC.

$$F_{b\text{ magnitud}} = 0 \quad (416)$$

$$V_a = I_{Ma} \cdot F_a + I_{Mc} \cdot F_c \quad (417)$$

Además, como se está utilizando a Fa como referencia para medir las fases de todas las señales, se considera como real y:

$$F_{a\text{ img}} = 0 \quad (418)$$

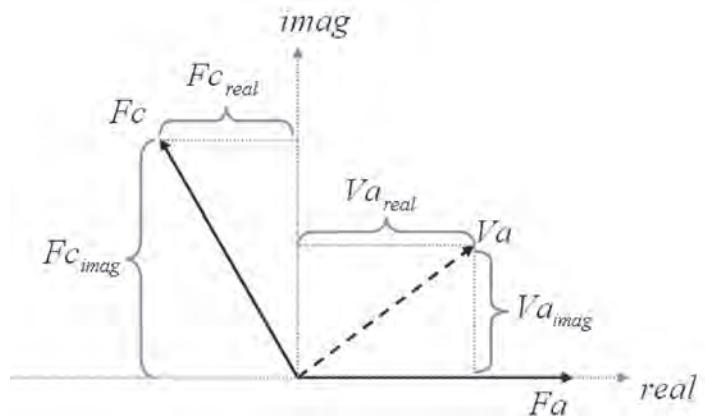


Figura 10.13 Obtención de las magnitudes

A continuación se definen los vectores primos de las fases para evitar escribir todos los vectores multiplicados por sus respectivos índices de modulación:

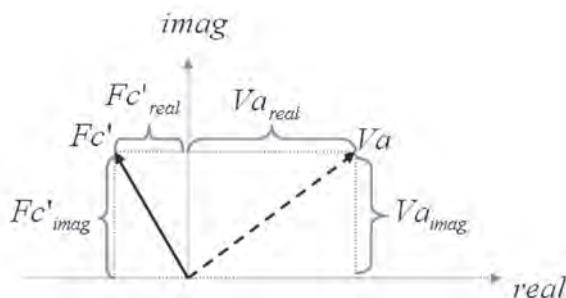
$$Fa' = IMa \cdot Fa \quad (419)$$

$$Fb' = IMb \cdot Fb \quad (420)$$

$$Fc' = IMc \cdot Fc \quad (421)$$

La única fase que aporta componente en el eje imaginario es  $Fc$ , como se ilustra en la figura 10.13, por lo tanto:

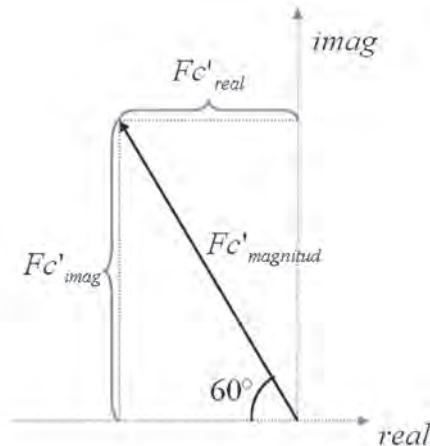
$$Fc'_{\text{imag}} = Va_{\text{imag}} \quad (422)$$

Figura 10.14 Las componentes imaginarias de  $Fc'$  y  $Va$  son iguales

La fase de  $F_c'$  está  $120^\circ$  adelantada de  $F_a$ . Por lo tanto, es posible obtener su componente en el eje imaginario mediante, la figura 10.15:

$$F_{c'}^{\prime \text{ imag}} = F_{c'}^{\prime \text{ magnitud}} \cdot \sin(60^\circ) = F_{c'}^{\prime \text{ magnitud}} \cdot 0.8660 \quad (423)$$

$$F_{c'}^{\prime \text{ magnitud}} = F_{c'}^{\prime \text{ imag}} / 0.8660 \quad (424)$$

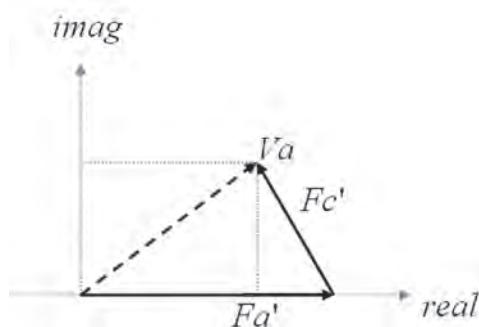


*Figura 10.15 Descomposición vectorial de  $F_c'$*

Así mismo, es posible calcular el componente real de  $F_c'$ ,

$$F_{c'}^{\prime \text{ real}} = F_{c'}^{\prime \text{ magnitud}} \cdot \cos(60^\circ) = F_{c'}^{\prime \text{ magnitud}} \cdot 0.5 \quad (425)$$

La magnitud de  $F_a'$  se calcula usando los componentes encontrados, como se ilustra en la figura 10.16:



*Figura 10.16 Resta de las componentes reales de  $F_c'$  y  $F_a'$*

$$Fa'_{real} = Va_{real} + Fc'_{real} \quad (426)$$

Por último, se debe recordar que el resultado del análisis es calcular los vectores  $Fa'$ ,  $Fb'$  y  $Fc'$ , cuyas magnitudes son los índices de modulación buscados. Si se suma  $Fa'$  y  $Fc'$  resulta  $Va$ .

Para la implementación real existe la restricción de que la suma de los índices de modulación debe ser 100%. Si a los resultados anteriores se le suma un número constante a todos los índices de modulación, el resultado es que todas las fases tendrán componentes que se cancelan mediante la suma vectorial para obtener cero. De esta forma es posible observar que para que todos los índices de modulación sumen 1 ó 100%, se debe seguir el procedimiento del siguiente ejemplo.

Supóngase que los resultados obtenidos son los siguientes:

$$Fa'_{magnitud} = 0.4$$

$$Fb'_{magnitud} = 0$$

$$Fc'_{magnitud} = 0.4$$

Con estos valores se obtiene la representación vectorial, ilustrada en la figura 10.17.

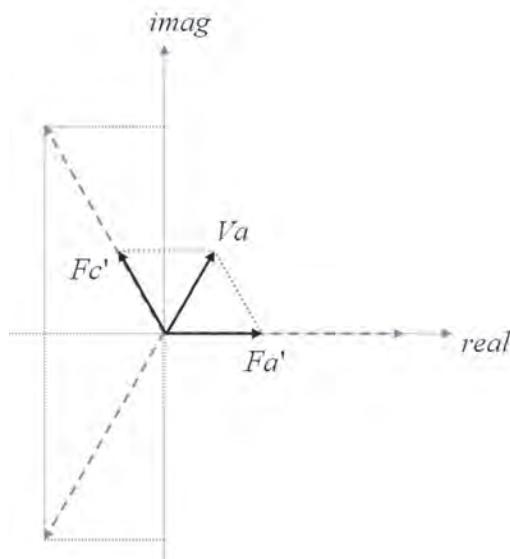


Figura 10.17  $Va$  cuando  $IMa = 0.4$ ,  $IMb = 0$  e  $IMc = 0.4$

Se observa que:

$$Va = 0.4 \cdot Fa + 0 \cdot Fb + 0.4 \cdot Fc \quad (427)$$

La suma de los índices de modulación es 0.8. Se quiere que sea 1, sin alterar el resultado de Va, por lo tanto, se suman los índices de modulación obtenidos, y se restan de 1 para obtener la modulación faltante:

$$Mod - Fal = 1 - (Fa_{magnitud} + Fb_{magnitud} + Fc_{magnitud}) \quad (428)$$

$$Mod - Fal = 1 - (0.4 + 0 + 0.4) = 0.2 \quad (429)$$

La modulación faltante se divide entre las tres fases para repartirla equitativamente y no alterar la suma:

$$Fa'_{magnitud} = Fa_{magnitud} + Mod - Fal / 3 = 0.4 + 0.066 \quad (430)$$

$$Fb'_{magnitud} = Fb_{magnitud} + Mod - Fal / 3 = 0 + 0.066 \quad (431)$$

$$Fc'_{magnitud} = Fc_{magnitud} + Mod - Fal / 3 = 0.4 + 0.066 \quad (432)$$

Si se realiza la suma vectorial, el resultado no se altera ya que al sumar el mismo valor a los índices de modulación; es como sumar tres vectores en fase con los voltajes de entrada, de la misma magnitud y el resultado es el vector cero.

Si se conoce la fase de Va, la cual se localiza entre Fa y Fc, el resultado son tres casos: uno en el que el voltaje deseado está entre Fa y Fb; otro en el que la fase está entre Fb y Fc; por último, el caso en el que está entre Fc y Fa. El resultado puede obtenerse con un análisis similar al previo.

### Elementos de hardware

El esquema mostrado en la figura 10.18 es capaz de generar una señal senoidal de voltaje de cualquier fase y amplitud variable, a partir de la suma ponderada de tres voltajes de entrada. Se ha analizado la suma de dichas señales de entrada y su ponderación por medio del cambio de amplitud con PWM; y cuál es el principio del convertidor matricial [6].

Se analiza ahora el caso en el que no existen los transformadores ni los interruptores complementarios, como se muestra en la figura 10.19. Es posible ver que el efecto sobre la carga es el mismo, sólo que ahora hay que asegurarse que dos interruptores no se encuentren cerrados al mismo tiempo, pues ocasionaría una corriente sin control entre dos fases de entrada, y, además, los tres interruptores no pueden estar abiertos al mismo tiempo porque la carga quedaría abierta, y la energía almacenada en su inductancia ocasionaría un sobre voltaje en los interruptores.

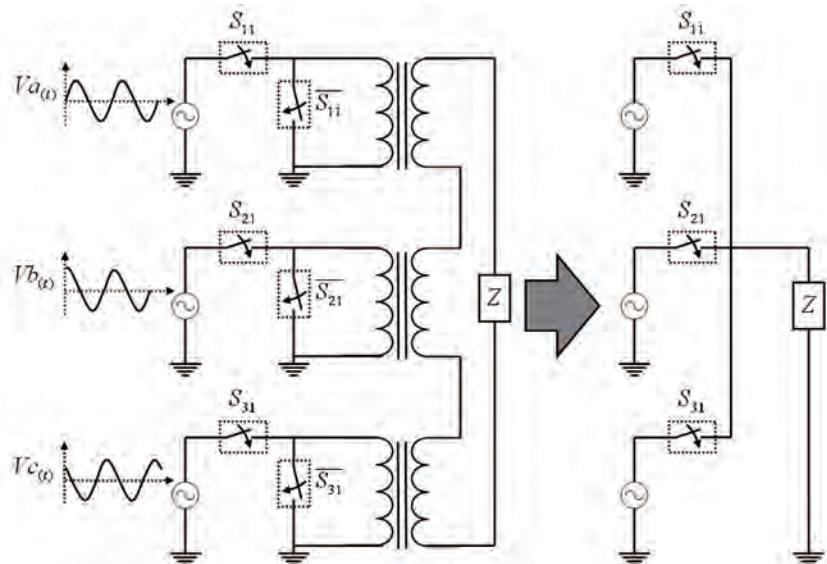


Figura 10.18 Dos esquemas del convertidor monofásico matricial

Partiendo del esquema mostrado en la figura 10.18, es posible desarrollar la implementación trifásica, como se ilustra en la figura 10.19. Debe notarse que en esta topología, los interruptores están conectados directamente sin un transformador que los aísle.

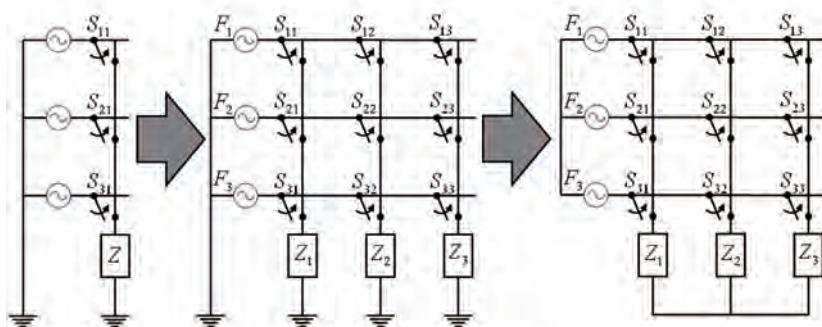
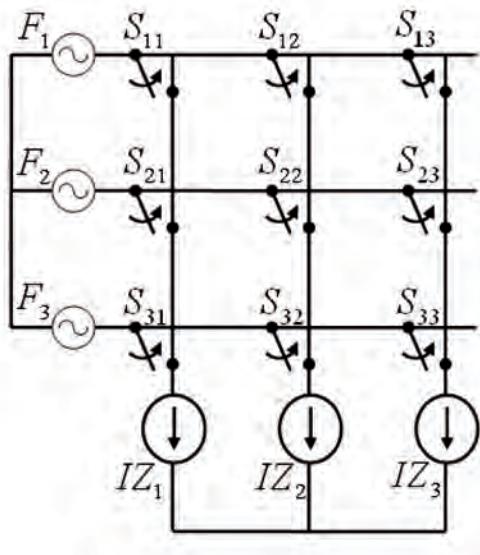


Figura 10.19 Convertidor matricial trifásico

En cuanto a los convertidores matriciales, la primera topología que se analiza es la esquematizada en la figura 10.20, la cual será nombrada como *de acoplamiento simple*. En este caso los voltajes de alimentación se representan como fuentes de tensión y las cargas como fuentes de corriente; la interacción entre fuentes y cargas se hace mediante una serie de interruptores.



*Figura 10.20 Convertidor matricial con acoplamiento simple*

En la implementación con acoplamiento simple, como se ilustra en la figura 10.20, si todos los interruptores que alimentan a una de las fuentes de corriente quedan abiertos en un instante determinado, se genera un voltaje elevado que podría dañarlos. Asimismo, si dos o más interruptores de alimentación a una fuente de corriente quedan cerrados, generan una elevada corriente que también puede dañarlos. Los PWM ahora deben funcionar de manera secuencial.

Las reglas de diseño serán más claras después de analizar los siguientes ejemplos. Las fuentes de voltaje proporcionan la corriente necesaria para mantener su voltaje constante, así como las fuentes de corriente proporcionan el voltaje necesario para mantener su corriente constante. Los capacitores e inductores que tienen energía almacenada se comportan como una fuente de voltaje y corriente, respectivamente, para circunstancias acordes con su capacidad, cuando se trabajan en conmutación.

Debe tenerse cuidado al cambiar el sentido de la corriente en la carga, debido a las diferencias en las velocidades de los circuitos de control y en los interruptores. Es posible que en un pequeño instante de tiempo, interruptores complementarios queden cerrados, generando una alta corriente que puede dañar los interruptores o causar sobrecalentamiento. Este problema se soluciona mediante *software* en el controlador del convertidor, insertando un tiempo muerto, en el que los circuitos complementarios, quedan abiertos simultáneamente a propósito en cada conmutación, para prevenir que se genere una alta corriente a través de ellos.

## INCORPORACIÓN DEL CONTROLADOR-Γ EN LA FORMULACIÓN DE FLUJOS DE POTENCIA

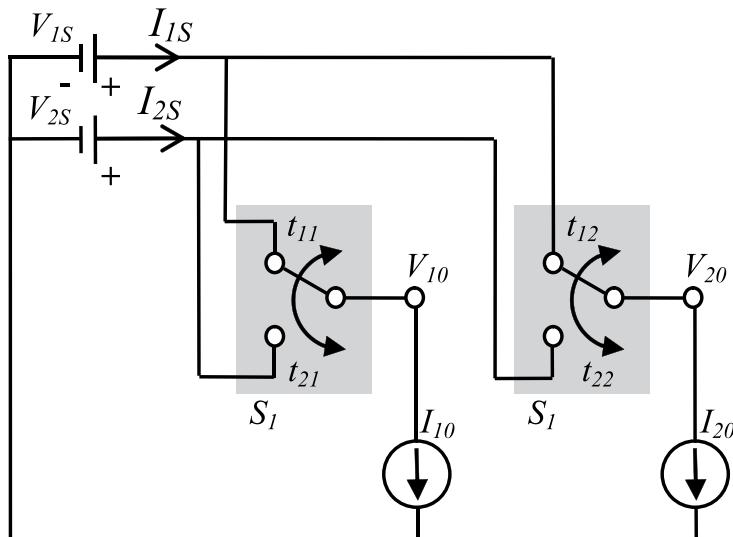
Los sistemas flexibles de transmisión de CA (FACTS) están experimentando un desarrollo continuo que los hace muy atractivos, ya que ayudan a mejorar la operación de un sistema eléctrico de potencia. En años recientes, se han propuesto dispositivos basados en convertidores CA/CA para controlar el flujo de potencia compleja [7-10]. Estos dispositivos tienen la ventaja de no requerir un enlace de CD, ya que su principio de operación se basa en la modulación por ancho de pulso para controlar el flujo en las líneas de transmisión, siendo posible lograr los mismos objetivos que los dispositivos FACTS convencionales. Típicamente se configuran para regular el ciclo de trabajo en el voltaje o en la corriente; sin embargo, ciertas aplicaciones requieren que el flujo de potencia, entre fuentes de voltaje que alimentan a varias cargas, deban ser manejadas por estos dispositivos, para satisfacer algunas funciones con el objetivo de controlar el flujo en las líneas [7]. Algunas de estas aplicaciones incluyen el manejo de la energía con el uso de baterías múltiples.

El control en sistemas de transmisión de CA es complejo, ya que en éstos se debe tener cuidado en el manejo del flujo de potencia activa y reactiva entre nodos y ramas interconectadas. Aunque los sistemas de potencia de CA tienen muchas interconexiones, la capacidad de controlar el flujo de potencia había sido mínima hasta la introducción de controladores electrónicos de potencia (FACTS) [11-12]. El compensador estático de Vars (SVC), el capacitor serie controlado por tiristores (TCSC), el compensador estático síncrono (StatCom), y el controlador unificado de flujos de potencia (UPFC) son algunos de los dispositivos FACTS que mejoran la capacidad de controlar sistemas de transmisión de CA. Entre éstos, el SVC y el TCSC utilizan tiristores que funcionan controlando su fase de disparo y que al operar modifican la cantidad de potencia reactiva al sistema de potencia, realizando así un control en el flujo de potencia. Por otro lado, los dispositivos más modernos como el StatCom y el UPFC están basados en inversores de CD que permiten modificar la magnitud y fase del voltaje a compensar, realizando así un efectivo control en el flujo de potencia.

### Convertidor de CD conmutado para el control de flujo de potencia

Un esquema de un convertidor se ilustra en la figura 10.21. El sistema administra el flujo de potencia entre dos fuentes de voltaje CD ( $V_{1S}$  y  $V_{2S}$ ) y dos cargas de CD representadas como fuentes de corriente ( $I_{10}$  y  $I_{20}$ ). Se asume que las dos fuentes de voltaje tienen el mismo valor de voltaje nominal  $V_s$ . El objetivo funcional del controlador es el de regular la entrega de potencia a cada carga desde cada una de las fuentes de voltaje de CD. El controlador consiste de dos polos monofásicos de dos tiros cada uno.

El número de interruptores es igual al número de corrientes de carga. Las fuentes y las cargas comparten una terminal de referencia que sirve como trayectoria para la corriente [7].



*Figura 10.21 Esquema de un convertidor de CD conmutado para el control de flujo de potencia*

Como es común en análisis preliminares de fuentes convertidoras de potencia, los interruptores se asumen ideales. Las suposiciones incluyen también:

- En estado de conducción de los interruptores, la caída de voltaje es insignificante.
- El voltaje de bloqueo de los semiconductores es compatible con los valores de voltaje y corriente del sistema.
- El período de transición entre los disparos de los interruptores es despreciable, permitiendo altas frecuencias de conmutación.
- Los voltajes en las terminales de los interruptores son rígidos, de tal forma que sus variaciones durante la conmutación se pueden considerar insignificantes; similarmente con las corrientes en los polos.

En la práctica los convertidores de potencia usan elementos de filtrado en la entrada y en la salida del sistema para asegurar que estas suposiciones sean válidas. Pueden aplicarse circuitos *snubber* para proveer una característica adecuada de protección durante los períodos de conmutación de los interruptores.

En un instante de tiempo dado, uno de los polos de cada interruptor debe estar conectado a cualquiera de las fuentes de voltaje para mantener la continuidad de la corriente en la carga. Al menos se debe enviar un disparo a uno de los polos del interruptor para que éste se conecte, pero ningún otro polo se debe conectar al terminal común que une a la fuente con la carga, de lo contrario, las fuentes de voltaje y de corriente serían puestas en cortocircuito, produciendo corrientes incontrolables a través de los interruptores. Matemáticamente esto se puede expresar usando la formulación de la función de conmutación [13-14]. Sea  $H_{ij}(t)$  la función de conmutación de un disparo del interruptor que conecta la fuente  $V_{is}$  a la fuente de corriente  $I_{oj}$  que se define como:

$$H_{ij}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t_{ij} \text{ está cerrado} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad \text{para } i = 1,2 \text{ y } j = 1,2 \quad (433)$$

Entonces:

$$\sum_{i=1}^2 H_{ij}(t) = 1 \quad \text{para } j = 1,2 \quad (434)$$

Así, la corriente inyectada por cada una de las fuentes de voltaje es determinada por la función de conmutación. Similarmente, el voltaje en cada una de las fuentes de corriente es la suma del producto de las fuentes de voltaje y la correspondiente función de conmutación:

$$V_{j0}(t) = \sum_{i=1}^2 H_{ij}(t) V_{is} \quad \text{para } j = 1,2 \quad (435)$$

$$I_{is}(t) = \sum_{j=1}^2 H_{ij}(t) I_{j0} \quad \text{para } i = 1,2 \quad (436)$$

Cuando la frecuencia de conmutación es grande, la potencia neta transferida entre los puertos de voltaje y de corriente es el valor medio de la función de conmutación (componente CD). El componente de CD de la función de conmutación puede representarse por el ciclo de trabajo de un disparo en particular. Las relaciones de la transferencia entre (435) y (436) pueden simplificarse mediante:

$$V_{j0}(t) = \sum_{i=1}^2 d_{ij}(t) V_{is} \quad \text{para } j = 1,2 \quad (437)$$

$$I_{is}(t) = \sum_{j=1}^2 d_{ij}(t) I_{j0} \quad \text{para } i = 1, 2 \quad (438)$$

Donde el ciclo de trabajo del i-ésimo disparo de cada j-ésimo interruptor se define como:

$$d_{ij}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{\tau-T}^{\tau} H_{ij}(t) \cdot dt \quad \text{para } i, j = 1, 2 \quad (439)$$

siendo T el periodo de conmutación. Para ilustrar la acción del control de flujo de potencia entre diferentes fuentes, se asumirá un caso base donde  $V_{1S}$  y  $V_{2S}$  son de la misma magnitud de voltaje, digamos que es  $V_s$ . La suma del ciclo de trabajo de los diferentes disparos en cualquier interruptor es la unidad, entonces (437) se simplifica como:

$$V_{j0}(t) = V_s \quad \text{para } j = 1, 2 \quad (440)$$

La potencia en la i-ésima fuente de voltaje y en la j-ésima fuente de corriente se define como  $P_{is}$  y  $P_{j0}$  (para  $i, j = 1, 2$ ), respectivamente y:

$$\begin{aligned} P_{is} &= V_{is} I_{is} \\ &= V_{is} \sum_{j=1}^2 d_{ij}(t) I_{j0} \\ &= \sum_{j=1}^2 V_s d_{ij}(t) I_{j0} \quad \text{para } i=1, 2 \\ &= \sum_{j=1}^2 d_{ij}(t) V_{j0} I_{j0} \\ &= \sum_{j=1}^2 d_{ij}(t) P_{j0} \end{aligned} \quad (441)$$

Esta relación puede escribirse en forma matricial como sigue:

$$\begin{bmatrix} P_{1S} \\ P_{2S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{10} \\ P_{20} \end{bmatrix} \quad (442)$$

De la ecuación (442) se concluye que se pueden usar diferentes ciclos de trabajo, según convenga, para controlar el flujo de potencia.

### Convertidor de conmutación vectorial (VeSC)

Un esquema del VeSC trifásico para el control de flujo de potencia se ilustra en la figura 10.22 [7]. El sistema maneja el flujo de potencia a través de dos fuentes trifásicas de voltaje ( $V_{1S(A-C)}$  y  $V_{2S(A-C)}$ ) y dos cargas trifásicas de CA ( $I_{10(A-C)}$  y  $I_{20(A-C)}$ ) representadas como fuentes trifásicas de corriente. El objetivo del controlador es el de regular el flujo de potencia en cada una de las cargas desde las fuentes de CA.

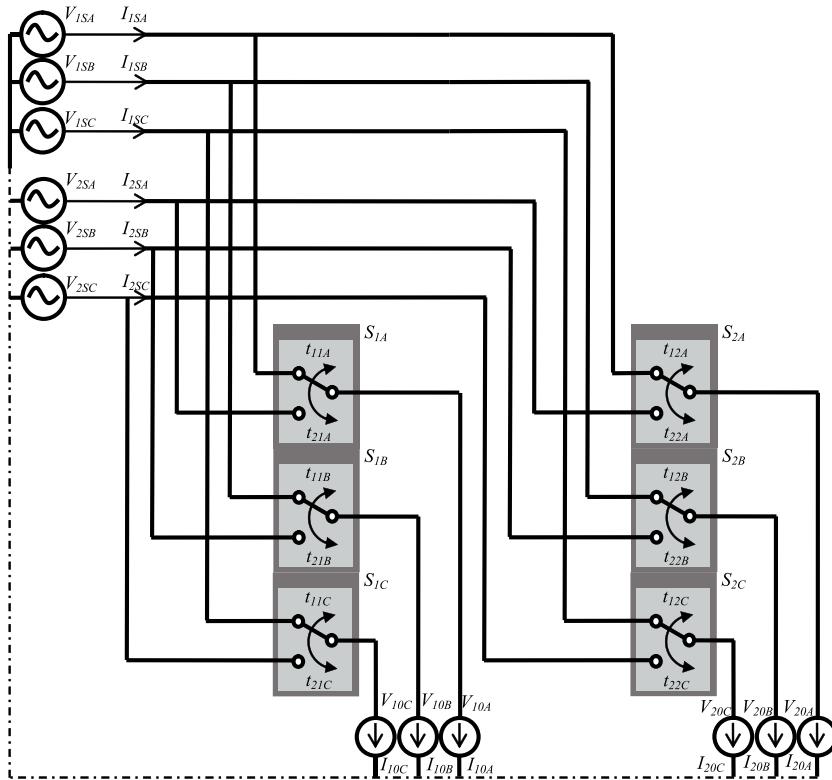


Figura 10.22 Esquema trifásico del VeSC

Las fuentes de voltaje y de corriente se pueden transformar conectando capacitores en paralelo o inductores en serie, respectivamente, para algunas aplicaciones en particular. Como las fuentes son de CA, el flujo de potencia en este caso dependerá de la relación entre las fases en las terminales. Aunque la operación del convertidor no requiere que las fuentes ni la carga sean balanceadas, el desarrollo analítico presentado está limitado a un caso balanceado.

La referencia terminal de retorno de un sistema en estrella se denota por la línea punteada, figura 10.22. En este caso, el controlador del flujo de po-

tencia consiste de dos interruptores trifásicos de dos polos. El número de interruptores es igual al número de corrientes trifásicas de carga. Como se indica en la figura 10.22, al menos uno de los polos de un interruptor debe ser conectado para mantener la continuidad del servicio a la carga. Como es usual, las propiedades de los interruptores, fuentes y cargas se asumen ideales. Para el estudio del control de flujo de potencia en el sistema, se pueden usar ecuaciones vectoriales para representar matemáticamente las propiedades en la transferencia de potencia en las líneas de transmisión. En este caso, los vectores que representan las fuentes de voltajes y corrientes en la entrada y salida de los interruptores son:  $V_{is} = [V_{iSA} \ V_{iSB} \ V_{iBC}]^T$ ,  $I_{is} = [I_{iSA} \ I_{iSB} \ I_{iBC}]^T$ ,  $V_{j0} = [V_{j0A} \ V_{j0B} \ V_{j0C}]^T$ ,  $I_{j0} = [I_{j0A} \ I_{j0B} \ I_{j0C}]^T$ , respectivamente, para  $i$  y  $j = 1, 2$ .

$$V_{j0}(t) = \sum_{i=1}^2 H_{ij}(t) \cdot V_{is} \quad \text{para } j = 1, 2 \quad (443)$$

$$I_{is}(t) = \sum_{j=1}^2 H_{ij}(t) \cdot I_{j0} \quad \text{para } i = 1, 2 \quad (444)$$

Como en el caso del convertidor de CD, se puede representar el ciclo de trabajo de un disparo en particular usando el valor medio de la función de conmutación, las ecuaciones (443) y (444) se pueden simplificar por:

$$V_{j0}(t) = \sum_{i=1}^2 d_{ij}(t) \cdot V_{is} \quad \text{para } j = 1, 2 \quad (445)$$

$$I_{is}(t) = \sum_{j=1}^2 d_{ij}(t) \cdot I_{j0} \quad \text{para } i = 1, 2 \quad (446)$$

donde  $d_{ij}(t)$  es el ciclo de trabajo del  $i$ -ésimo disparo del  $j$ -ésimo interruptor. Se puede observar que para un disparo en particular, los ciclos de trabajo  $t_{ijA}$ ,  $t_{ijB}$  y  $t_{ijC}$  son idénticos para un valor cualquiera de  $i$  y de  $j$ ; por ejemplo,  $d_{i2A} = d_{i2B} = d_{i2C}$ . Ya que la operación principal de éste convertidor está basada en controlar el voltaje y/o corriente mediante la conmutación entre los dispositivos semiconductores, se emplea el término *Vector Switching Converter* (VeSC).

La relación entre las ecuaciones (445)-(446) indica que existe una reciprocidad entre la entrada y la salida similares a las de un transformador. Por lo tanto, el circuito equivalente de la figura 10.23 representa el componente fundamental rms para una fase de la figura 10.22. Como se observa en esta figura, la potencia transferida entre las diferentes fuentes de voltaje a las

cargas dependen del ciclo de trabajo del convertidor. El circuito equivalente puede utilizarse para deducir y estudiar la aplicación del VeSC en programas para el control de flujo de potencia o para estudios de análisis dinámicos. Ya que el flujo de potencia entre las fuentes de corriente y de voltaje tienen características diferentes, se considera un caso simple donde los voltajes  $V_{1S}$  y  $V_{2S}$  son iguales ( $V_S$ ) para ilustrar el control del flujo de potencia.

La potencia instantánea transferida  $P$  en un sistema trifásico balanceado se expresa como el producto del vector de voltajes y de corrientes:

$$P = V^T I \quad (447)$$

La potencia que fluye desde la i-ésima fuente de voltaje a la j-ésima fuente de corriente se define como  $P_{is}$  y  $P_{j0}$  (para  $i,j = 1,2$ ), respectivamente:

$$\begin{aligned} P_{is} &= V_{is}^T I_{is} \\ &= V_{is}^T \sum_{j=1}^2 d_{ij}(t) I_{j0} \\ &= \sum_{j=1}^2 V_s^T d_{ij}(t) I_{j0} \quad \text{para } i=1,2 \\ &= \sum_{j=1}^2 d_{ij}(t) V_{j0}^T I_{j0} \\ &= \sum_{j=1}^2 d_{ij}(t) P_{j0} \end{aligned} \quad (448)$$

Esta relación puede escribirse en forma matricial como sigue:

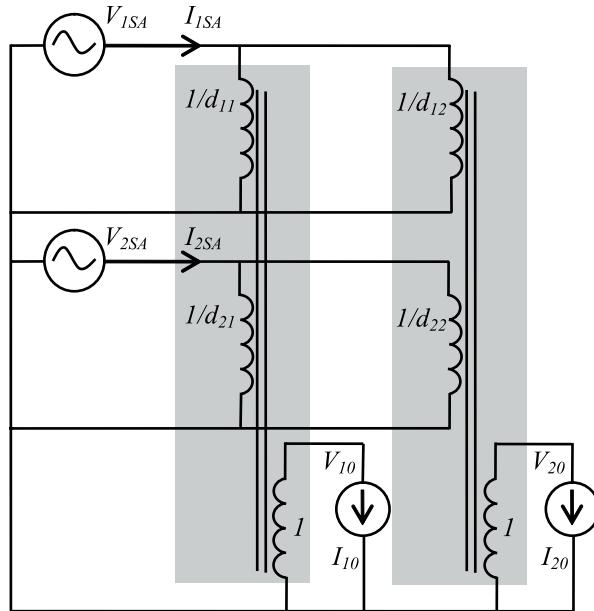
$$\begin{bmatrix} P_{1S} \\ P_{2S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{10} \\ P_{20} \end{bmatrix} \quad (449)$$

De la misma manera, la potencia reactiva transferida en un sistema trifásico balanceado a un sistema de cargas [15]:

$$Q = V^T T I \quad (450)$$

donde:

$$T = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (451)$$



**Figura 10.23 Circuito equivalente monofásico para el componente fundamental del VeSC**

La potencia reactiva que fluye desde la i-ésima fuente de voltaje a la j-ésima fuente de corriente se define como  $Q_{is}$  y  $Q_{j0}$  (para  $i, j = 1, 2$ ), respectivamente:

$$\begin{bmatrix} Q_{1S} \\ Q_{2S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{10} \\ Q_{20} \end{bmatrix} \quad (452)$$

Ya que la potencia aparente en un sistema trifásico esta compuesta de potencia real y reactiva, las ecuaciones (449)-(452) se pueden simplificar como:

$$\begin{bmatrix} S_{1S} \\ S_{2S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{10} \\ S_{20} \end{bmatrix} \quad (453)$$

#### EJEMPLO DE UN CONVERTIDOR

El esquema de dos fuentes trifásicas ideales del convertidor ( $v_{1s}, v_{2s}$ ) y una carga ( $I_{10}$ ) usando IGBT se ilustra en la figura 10.24 [7]. El objetivo funcional del controlador es regular la potencia a la carga desde cada una de las fuentes de voltaje. El principio de este convertidor está basado en

controlar la conexión entre las dos fuentes de voltaje trifásicas con la comutación de los interruptores (IGBT), de manera que la potencia que fluye hacia la carga se pueda regular al controlar la comutación.

Un interruptor tripolar está representado por tres IGBT, que se conectan al mismo tiempo a las fuentes de voltaje. Así que en este convertidor, mostrado en la figura 10.24, hay dos interruptores tripolares, que son comutados continuamente entre ellos para alimentar la carga.

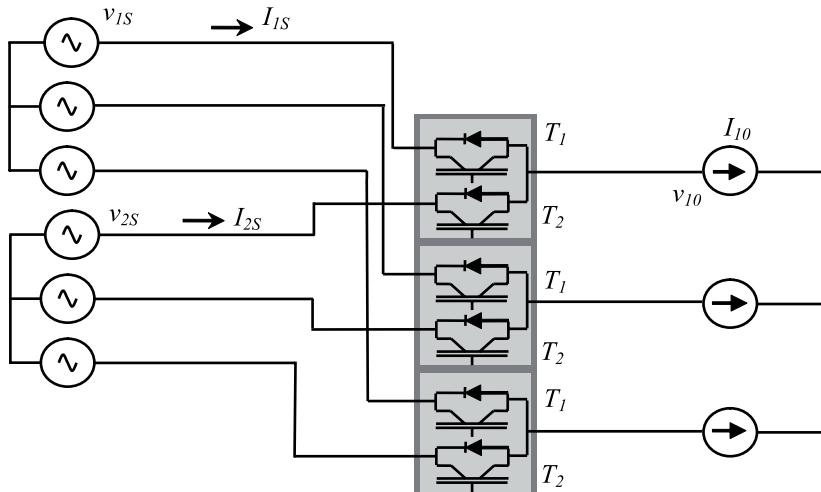


Figura 10.24 VeSC trifásico de dos polos usando IGBT

Un diagrama de simulación detallada del sistema descrito en la figura 10.24 se ilustra en la figura 10.25. La tabla 10.1 muestra los parámetros del sistema por unidad que representa el caso base de este ejemplo.

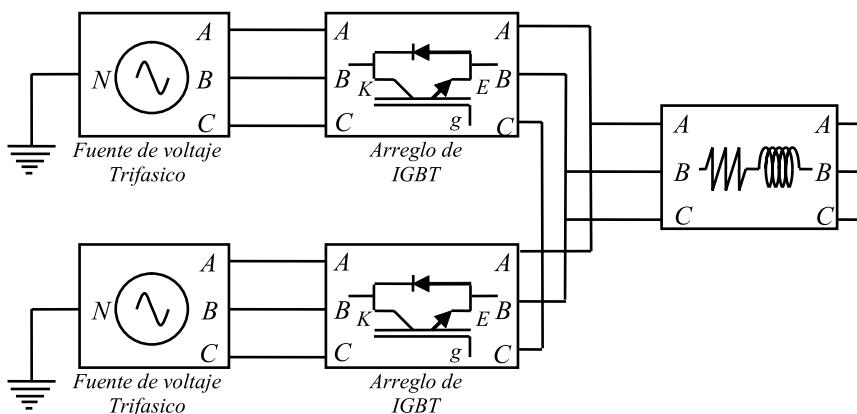


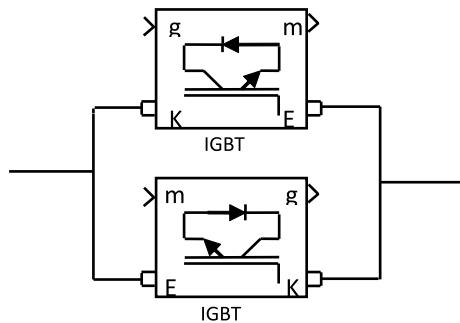
Figura 10.25 Diagrama de bloques para Matlab-Simulink

La calidad de la energía entregada a la carga depende de los valores de los elementos de filtrado y de la frecuencia de conmutación de los interruptores, así que la frecuencia de conmutación que requiere este sistema para obtener una buena calidad de la energía puede ser de 5kHz.

**Tabla 10.1 Parámetros de la Fig. 10.25**

<b>Símbolo</b>	<b>Valor p.u.</b>	<b>Valor actual</b>
		<b>230V 50kW base</b>
$v_{1S}$	1	230V
$v_{2S}$	0.8	184V
$r_{Load}$	1	$1.83 \Omega$
$x_{Load}$	j0.08	39mH

La figura 10.26 ilustra la realización del arreglo de IGBT de la figura 10.25 para propósitos de simulación, ya que el convertidor requiere de interruptores capaces de conducir una corriente bi-direccional con voltaje de bloqueo. Los IGBT mostrados son conectados en anti-paralelo y son conmutados simultáneamente.



**Figura 10.26 Interruptor monopolar**

Las formas de onda de las fuentes de voltaje y de corriente se muestran en la figura 10.27, donde se puede notar que la amplitud de la fuente de voltaje  $v_{1S}$  es mayor que  $v_{2S}$ . El voltaje de salida  $v_{10}$  está determinado por la conmutación de los IGBT, mientras que  $I_{1S}$  e  $I_{2S}$  consisten en segmentos discontinuos de  $I_{10}$ . El convertidor tiene un ciclo de trabajo de 50%. Las formas de onda mostradas en la figura 10.27 exhiben un importante contenido armónico, por lo que el convertidor deberá usar elementos de filtrado para reducir algunos de ellos. La figura 10.28 presenta estos elementos ( $L_{1S}$ ,  $L_{2S}$ ,  $C_{1S}$ ,  $C_{2S}$ ,  $L_{10}$  y  $C_{10}$ ).

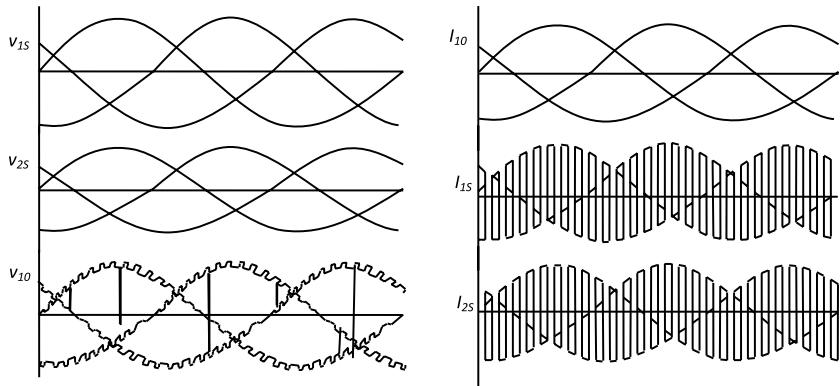


Figura 10.27 Formas de onda de voltajes y corrientes del convertidor

La magnitud de los elementos depende de la calidad de las formas de onda que se requieran y de la frecuencia de conmutación, como es común en la modulación por ancho de pulso (PWM). En la figura 10.29 se ilustra una representación detallada del sistema descrito en la figura 10.25. La tabla 10.2 presenta los parámetros del sistema en por unidad. La frecuencia de conmutación es de 5kHz.

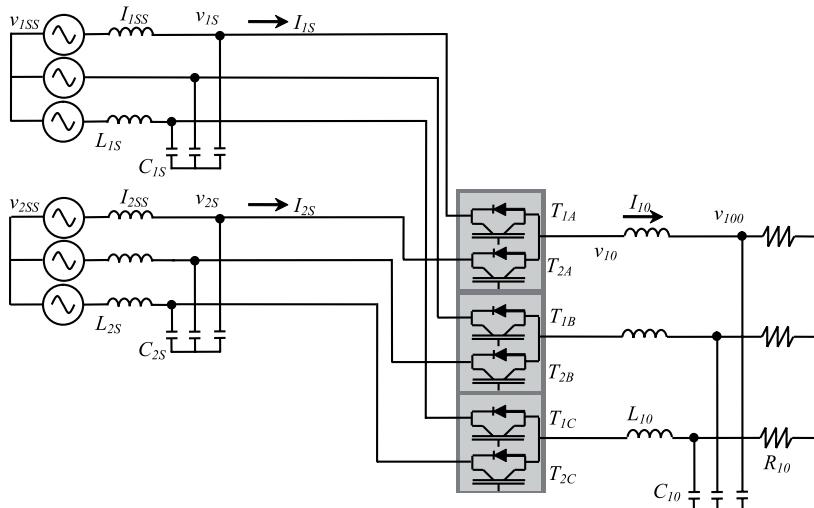
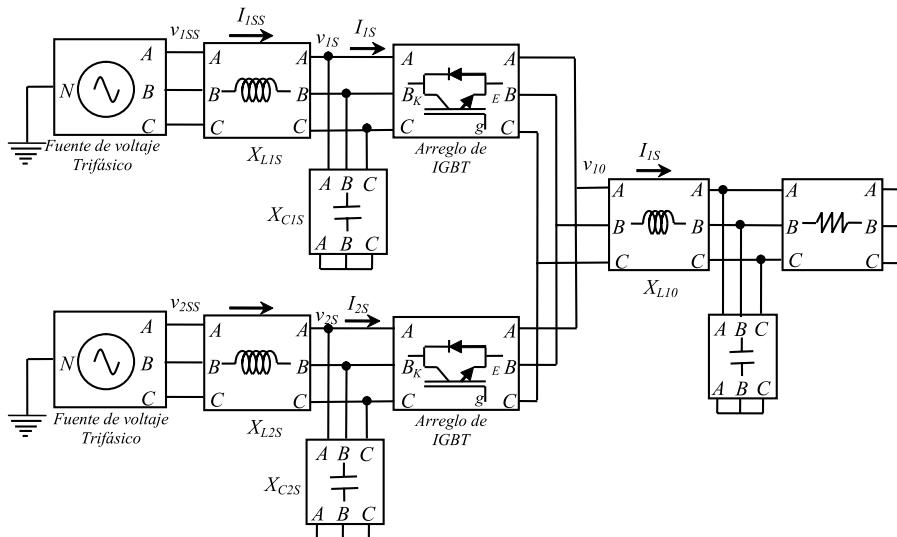


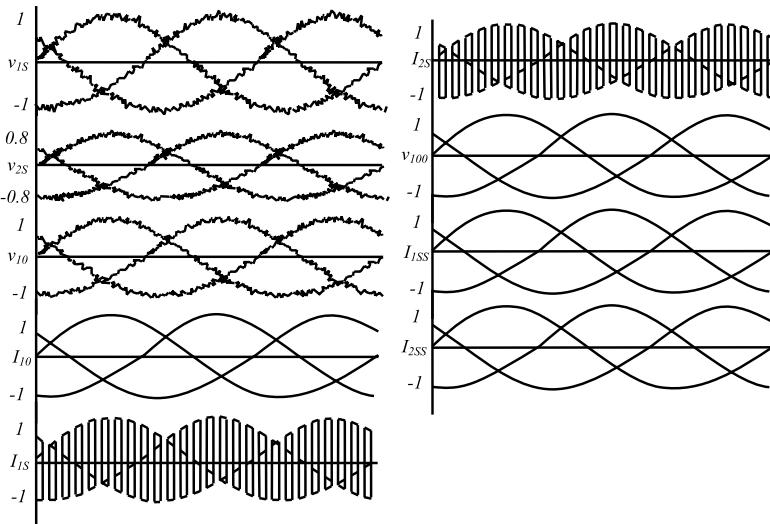
Figura 10.28 Convertidor con elementos de filtrado

**Tabla 10.2 Parámetros de la Fig. 10.27**

Símbolo	Valor p.u.	Valor actual
		230V 50kW base
$v_{1SS}$	1	230V
$v_{2SS}$	0.8	184V
$X_{L1S}$	j0.08	39mH
$X_{L2S}$	j0.08	39mH
$X_{C1S}$	-j12.5	29 $\mu$ F
$X_{C2S}$	-j12.5	29 $\mu$ F
$X_{L10}$	j0.08	39mH
$X_{C10}$	-j12.5	29 $\mu$ F
$R_{10}$	1	1.83 $\Omega$

**Figura 10.29 Modelo en Matlab-Simulink con elementos de filtrado**

La figura 10.30 presenta los resultados de la simulación, y se observa la efectividad de los elementos de filtrado en las formas de onda de voltaje y corriente en la carga.



**Figura 10.30 Formas de onda de voltaje y corriente del convertidor con los elementos de filtrado**

### APLICACIÓN DEL VESC USADO COMO UN UPFC

El esquema del VeSC usando un PWM (modulador por ancho de pulso) para aplicaciones de control de flujo de potencia usado como UPFC, se propone en la figura 10.31 [8]. La característica central es controlar el flujo de potencia compleja a lo largo de la línea de transmisión, inyectando un voltaje de CA con un ángulo controlable en serie con la línea de transmisión. La configuración del sistema se realiza incluyendo un transformador desfasador en paralelo (SPT “Shunt Phase-shifting Transformer”), un filtro de capacitores (FC), el VeSC trifásico de cuatro ramas y un transformador en serie con la línea (SIT “Series Injection Transformer”). Este sistema se puede colocar en cualquier punto de la línea.

El transformador SPT (con cuatro bobinados en el secundario) tiene doble función, disminuir el nivel de voltaje para que los interruptores puedan operar, y simultáneamente modificar las fases del voltaje de entrada en  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $270^\circ$ , respectivamente, para generar cuatro conjuntos de voltajes trifásicos. El banco de capacitores es usado para absorber las altas frecuencias de la corriente que se introducen por la commutación de los interruptores, y que se pueden introducir al sistema por el transformador.

El voltaje controlado es reducido a los niveles adecuados para que los interruptores puedan funcionar de modo que ajuste la relación de transformación  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  y  $d_4$  que se definirán más adelante. Finalmente, el transformador localizado en el lado de recepción ajusta el voltaje al nivel correspondiente para inyectarlo a la línea de transmisión.

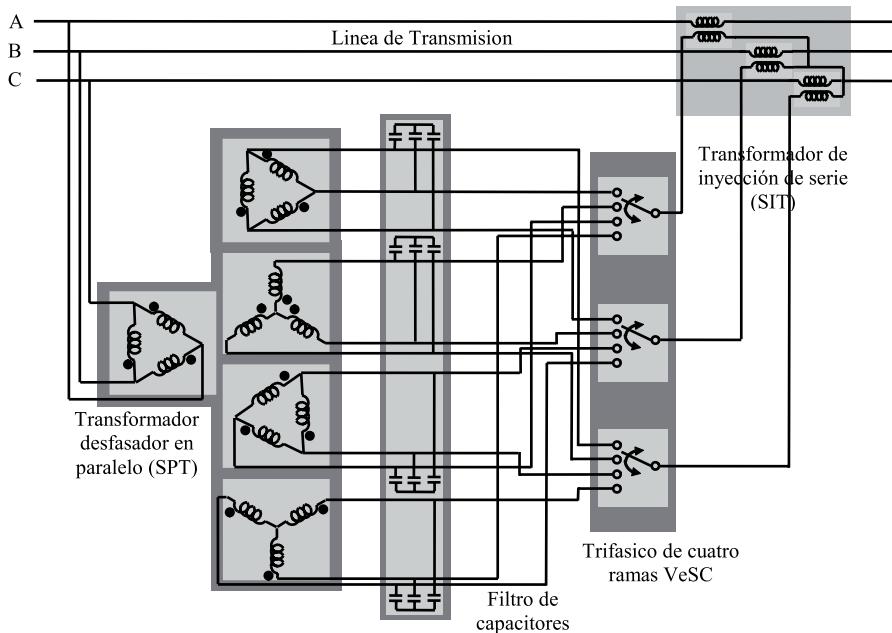


Figura 10.31 Controlador conectado como UPFC

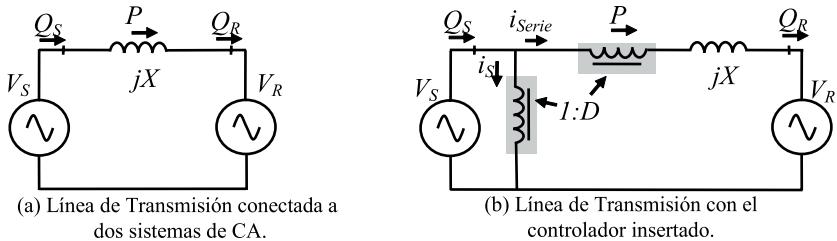
### Principio de operación

Considerando sólo la inductancia de la línea de transmisión conectada a dos nodos como se ilustra en la figura 10.32 a), se asume que los voltajes en el nodo de envío ( $V_s$ ) y recepción ( $V_R$ ) tienen la misma magnitud  $V$  y el ángulo de fase en la línea es  $\theta$  [8]. Así que el flujo de potencia activa y reactiva a través de la línea de transmisión se puede calcular como:

$$P = \frac{V^2}{X} \sin \theta \quad (454)$$

$$Q_S = -Q_R = \frac{V^2}{X} (1 - \cos \theta) \quad (455)$$

La figura 10.32 b) muestra la inserción del VeSC acoplado como un UPFC en el nodo de envío, considerando que los transformadores SPT y SIT son ideales y que tienen una relación de transformación igual a la unidad, y considerando que la inyección de potencia reactiva del filtro de capacitores (FC) es insignificante [8]. Debido a que el transformador del controlador se conecta con una bobina en paralelo, seguida de otra en serie con la línea de transmisión, el esquema tiene una apariencia de la letra gama  $\Gamma$ , así que por este motivo el dispositivo es llamado controlador- $\Gamma$ .



*Figura 10.32 Controlador conectado como UPFC en la linea de transmisión*

La relación de transformación del controlador- $\Gamma$  se puede representar como:

$$D = (d_1 - d_3) + j(d_2 - d_4) = d_{13} + jd_{24} \quad (456)$$

Para satisfacer la continuidad de las variables en la conmutación del VeSC, el ciclo de trabajo deberá satisfacer la siguiente expresión:

$$d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = 1 \quad (457)$$

La relación de transformación del transformador mostrado en la figura 228 b) es:

$$\frac{V_S}{V_{Serie}} = \frac{1}{D} \quad (458)$$

También, por conservación de potencia:

$$V_S i_S^* + V_{Serie} i_{Serie}^* = 0 \quad (459)$$

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff:

$$V_S - V_{Serie} - jX i_{Serie} - V_R = 0 \quad (460)$$

Despejando  $i_{Serie}$ :

$$i_{Serie} = \frac{V_S - V_{Serie} - V_R}{jX} \quad (461)$$

La potencia total desde el nodo de envío:

$$S_S = V_S I^* = V_S (i_{Serie} + i_S)^* \quad (462)$$

Sustituyendo  $i_{Serie}$  de la ecuación (460) en la ecuación (462):

$$S_s = V_s i_s^* (1-D) \quad (463)$$

Como:

$$\begin{aligned} V_s &= |V| \angle 0^\circ \\ V_R &= |V| \angle -\theta \end{aligned} \quad (464)$$

Sustituyendo la ecuación (461) y (464) en la ecuación (463):

$$S_s = \left[ \frac{|V|^2 - D^* |V|^2 - |V|^2 (\cos \theta + j \sin \theta)}{-jX} \right] (1-D) \quad (465)$$

Sustituyendo la ecuación (456) en la ecuación (457) y simplificando:

$$S_s = \frac{|V|^2}{X} [( \sin \theta - d_{24} ) + j (1 - d_{13}) - \cos \theta] (1 - d_{13} - j d_{24}) \quad (466)$$

Separando parte real e imaginaria:

$$P = \frac{|V|^2}{X} (\sin \theta - d_{13} \sin \theta - d_{24} \cos \theta) \quad (467)$$

$$Q_s = \frac{|V|^2}{X} (1 - \cos \theta + d_{13}^2 + d_{13} \cos \theta - 2d_{13} + d_{24}^2 - d_{24} \sin \theta) \quad (468)$$

Realizando un análisis similar desde el lado de recepción:

$$Q_R = \frac{|V|^2}{X} (\cos \theta - d_{13} \cos \theta + d_{24} \sin \theta - 1) \quad (469)$$

Las ecuaciones (467) y (469), y (456)-(457) dictan la capacidad de controlar la potencia activa y reactiva del controlador- $\Gamma$ . Como se puede ver, al escoger apropiadamente los valores de  $d_{13}$  y  $d_{24}$  es posible controlar ( $P, Q_s$ ) o ( $P, Q_R$ ), independientemente del control de la potencia a través de la línea de transmisión.

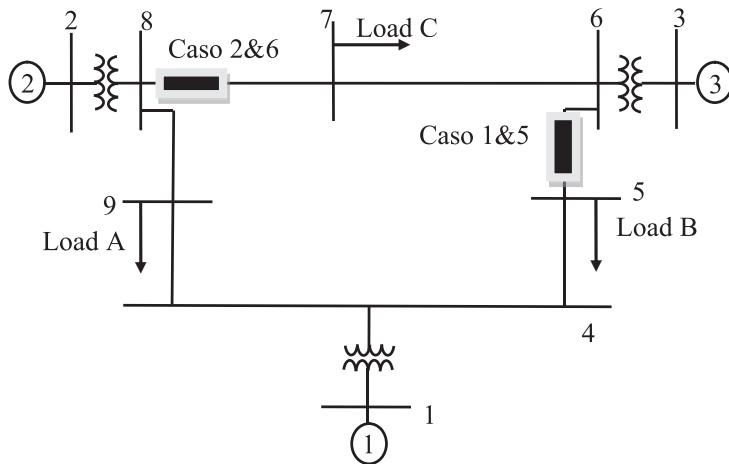
## RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Una vez que el dispositivo se incluye en la formulación de estado estacionario, los siguientes ejemplos exhiben su aplicabilidad en el control del flujo de potencia.

### Caso de 9 nodos

Se utiliza el sistema de potencia de tres máquinas descrito en la figura 10.33 [16], y para exemplificar las posibilidades del dispositivo para controlar el flujo de potencia, se consideran tres casos:

- Caso nominal.
- Caso 1, con el dispositivo FACTS insertado en la línea 5-6, con el propósito de controlar la potencia compleja en  $S_{cont5-6} = -0.95 - j0.2487$  p.u.
- Caso 2, con el dispositivo FACTS insertado en la línea 7-8, con el propósito de controlar la potencia compleja en  $S_{cont7-8} = -0.975 - j0.234$  p.u.



**Figura 10.33 Sistema de potencia de tres máquinas**

La tabla 10.3 exhibe los resultados de los voltajes; la segunda columna corresponde a los voltajes del caso nominal [16]. Asimismo, la tabla 10.4 despliega los flujos de potencia compleja en las líneas de enlace. La convergencia se obtiene después de cuatro iteraciones con una tolerancia de  $1 \times 10^{-4}$ . El número de iteraciones depende del punto de operación inicial de las variables  $d_{13}$  y  $d_{24}$ . Para estos ejemplos las variables resultan:

- Caso 1:  $d_{13} = 0.1126$ ,  $d_{24} = 0.2264$
- Caso 2:  $d_{13} = 0.0514$ ,  $d_{24} = 0.1323$

Los valores de  $d_1$  a  $d_4$  se obtienen resolviendo las ecuaciones (456)-(457), que constituyen un sistema de ecuaciones algebraicas con un número infinito de soluciones.

Tabla 10.3 Voltajes complejos de la Fig. 10.33

Bus	Caso nominal	Caso 1	Caso 2
1	$1.04 \angle 0^\circ$	$1.04 \angle 0^\circ$	$1.04 \angle 0^\circ$
2	$1.02 \angle 9.27^\circ$	$1.025 \angle 4.02^\circ$	$1.025 \angle 6.39^\circ$
3	$1.02 \angle 4.65^\circ$	$1.025 \angle -4.22^\circ$	$1.025 \angle 7.63^\circ$
4	$1.02 \angle -2.21^\circ$	$1.034 \angle -2.25^\circ$	$1.024 \angle -2.23^\circ$
5	$1.01 \angle -3.68^\circ$	$1.038 \angle -2.03^\circ$	$1.012 \angle -2.63^\circ$
6	$1.03 \angle 1.96^\circ$	$1.018 \angle -6.95^\circ$	$1.039 \angle 4.95^\circ$
7	$1.01 \angle 0.72^\circ$	$1.007 \angle -6.08^\circ$	$1.039 \angle 4.82^\circ$
8	$1.02 \angle 3.71^\circ$	$1.023 \angle -1.54^\circ$	$1.017 \angle 0.78^\circ$
9	$0.99 \angle -3.98^\circ$	$1.003 \angle -5.76^\circ$	$0.994 \angle -5.02^\circ$

Tabla 10.4 Flujo de potencia compleja (casos 1 y 2)

De Bus	A Bus	Flujo de Potencia	Potencia en la línea 5-6	Potencia en la línea 7-8
		Caso nominal	Caso 1	Caso 2
1	4	0.714+0.268i	0.7343+0.1175i	0.721+0.286i
4	5	0.307+0.009i	-0.0499-0.118i	0.100+0.032i
5	6	<b>-0.594-0.135i</b>	<b>-0.950-0.2487i</b>	-0.80 - 0.105i
3	6	0.850-0.107i	0.850+0.1335i	0.850 - 0.231i
6	7	0.241+0.031i	-0.1393+0.020i	0.025 - 0.109i
7	8	<b>-0.759-0.106</b>	-1.1397-0.118i	<b>-0.975 - 0.234i</b>
2	8	1.63+0.061i	1.630+0.1040i	1.630+0.208i
8	9	0.866-0.083i	0.4794-0.1118i	0.646 - 0.106i
4	9	0.409+0.228	0.7843+0.2061i	0.621+0.221i

**Caso de 39 nodos**

Se emplea ahora el sistema de potencia de 10 máquinas descrito en la figura 10.34 [17], y para ejemplificar las posibilidades del dispositivo para controlar el flujo de potencia, se consideran 3 casos:

- Caso nominal.
- Caso 3, con el dispositivo FACTS insertado en la línea 26-29, con el propósito de controlar la potencia compleja en  $S_{cont26-29} = -2.24 - j0.447$  p.u.
- Caso 4, con el dispositivo FACTS insertado en la línea 36-39, con el propósito de controlar la potencia compleja en  $S_{cont37-27} = 0.5 - j0.935$  p.u.

La tabla 10.5 se presenta los resultados de los voltajes; la segunda columna corresponde a los voltajes del caso nominal [17]. Asimismo, las tablas 10.6-10.7 muestran los flujos de potencia compleja en las líneas de enlace. La convergencia se obtiene después de seis iteraciones con una tolerancia de  $1 \times 10^{-4}$ . El número de iteraciones depende del punto de operación inicial de las variables  $d_{13}$  y  $d_{24}$ . Para estos ejemplos las variables resultan:

- Caso 3:  $d_{13} = 0.0170$ ,  $d_{24} = 0.0424$
- Caso 4:  $d_{13} = 0.0104$ ,  $d_{24} = -0.0341$

Los valores de  $d_1$  a  $d_4$  se obtienen resolviendo las ecuaciones (456)-(457), que constituyen un sistema de ecuaciones algebraicas con un número infinito de soluciones.

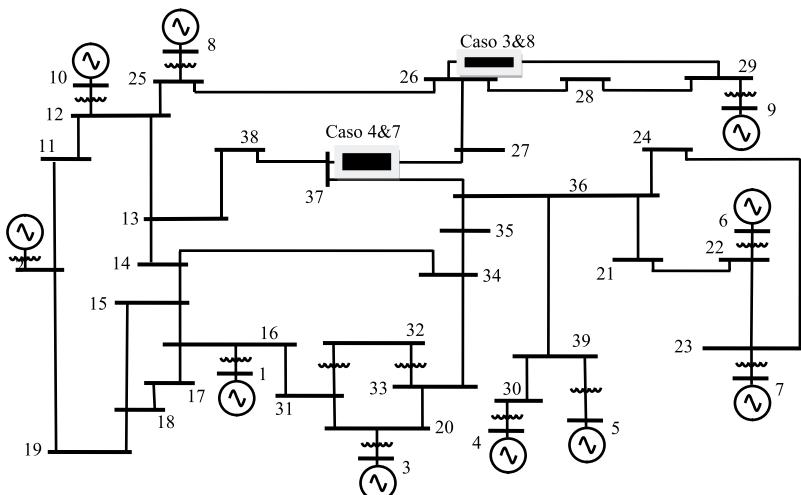


Figura 10.34 Sistema de potencia de 10 máquinas

**Tabla 10.5 Voltajes complejos de la Fig. 10.34**

<b>Bus</b>	<b>Caso nominal</b>	<b>Caso 3</b>	<b>Caso 4</b>
1	$0.982 \angle 0^\circ$	$0.982 \angle 0^\circ$	$0.982 \angle 0^\circ$
2	$1.03 \angle -10.96^\circ$	$1.03 \angle -10.97^\circ$	$1.03 \angle -10.84^\circ$
3	$0.983 \angle 2.341^\circ$	$0.983 \angle 2.337^\circ$	$0.983 \angle 2.29^\circ$
4	$1.012 \angle 3.166^\circ$	$1.012 \angle 3.158^\circ$	$1.012 \angle 2.91^\circ$
5	$0.997 \angle 4.189^\circ$	$0.997 \angle 4.181^\circ$	$0.997 \angle 3.93^\circ$
6	$1.049 \angle 5.198^\circ$	$1.049 \angle 5.188^\circ$	$1.049 \angle 4.94^\circ$
7	$1.063 \angle 7.991^\circ$	$1.063 \angle 7.981^\circ$	$1.063 \angle 7.73^\circ$
8	$1.027 \angle 1.841^\circ$	$1.027 \angle 1.822^\circ$	$1.027 \angle 2.31^\circ$
9	$1.026 \angle 7.544^\circ$	$1.026 \angle 6.34^\circ$	$1.026 \angle 8.62^\circ$
10	$1.047 \angle -4.01^\circ$	$1.047 \angle -4.014^\circ$	$1.047 \angle -3.73^\circ$
11	$1.035 \angle -9.32^\circ$	$1.035 \angle -9.32^\circ$	$1.034 \angle -9.14^\circ$
12	$1.016 \angle -6.44^\circ$	$1.017 \angle -6.448^\circ$	$1.015 \angle -6.17^\circ$
13	$0.985 \angle -9.44^\circ$	$0.986 \angle -9.443^\circ$	$0.985 \angle -9.42^\circ$
14	$0.949 \angle -10.3^\circ$	$0.95 \angle -10.373^\circ$	$0.950 \angle -10.40^\circ$
15	$0.950 \angle -9.12^\circ$	$0.95 \angle -9.119^\circ$	$0.951 \angle -9.13^\circ$
16	$0.952 \angle -8.35^\circ$	$0.952 \angle -8.347^\circ$	$0.952 \angle -8.36^\circ$
17	$0.944 \angle -10.8^\circ$	$0.944 \angle -10.80^\circ$	$0.944 \angle -10.80^\circ$
18	$0.945 \angle -11.3^\circ$	$0.944 \angle -11.36^\circ$	$0.945 \angle -11.36^\circ$
19	$1.007 \angle -11.1^\circ$	$1.007 \angle -11.18^\circ$	$1.007 \angle -11.10^\circ$
20	$0.958 \angle -5.59^\circ$	$0.958 \angle -5.591^\circ$	$0.958 \angle -5.63^\circ$
21	$0.985 \angle -4.34^\circ$	$0.985 \angle -4.347^\circ$	$0.985 \angle -4.58^\circ$
22	$1.015 \angle 0.19^\circ$	$1.015 \angle 0.181^\circ$	$1.015 \angle -0.06^\circ$
23	$1.012 \angle -0.08^\circ$	$1.012 \angle -0.091^\circ$	$1.012 \angle -0.333^\circ$
24	$0.973 \angle -6.80^\circ$	$0.973 \angle -6.807^\circ$	$0.974 \angle -7.04^\circ$
25	$1.026 \angle -4.97^\circ$	$1.026 \angle -4.991^\circ$	$1.025 \angle -4.507^\circ$
26	$1.012 \angle -6.21^\circ$	$1.014 \angle -6.232^\circ$	$1.009 \angle -5.146^\circ$
27	$0.992 \angle -8.33^\circ$	$0.993 \angle -8.341^\circ$	$0.986 \angle -6.998^\circ$
28	$1.016 \angle -2.46^\circ$	$1.015 \angle -3.40^\circ$	$1.015 \angle -1.39^\circ$
29	$1.018 \angle 0.45^\circ$	$1.016 \angle -0.753^\circ$	$1.017 \angle 1.533^\circ$

30	$0.984 \angle -2.01^\circ$	$0.984 \angle -2.026^\circ$	$0.984 \angle -2.26^\circ$
31	$0.955 \angle -6.52^\circ$	$0.955 \angle -6.531^\circ$	$0.955 \angle -6.56^\circ$
32	$0.935 \angle -6.51^\circ$	$0.935 \angle -6.514^\circ$	$0.935 \angle -6.55^\circ$
33	$0.956 \angle -6.37^\circ$	$0.956 \angle -6.380^\circ$	$0.956 \angle -6.42^\circ$
34	$0.955 \angle -8.21^\circ$	$0.954 \angle -8.218^\circ$	$0.955 \angle -8.28^\circ$
35	$0.957 \angle -8.53^\circ$	$0.957 \angle -8.539^\circ$	$0.957 \angle -8.726^\circ$
36	$0.973 \angle -6.89^\circ$	$0.974 \angle -6.897^\circ$	$0.974 \angle -7.137^\circ$
37	$0.981 \angle -8.10^\circ$	$0.982 \angle -8.108^\circ$	$0.983 \angle -8.392^\circ$
38	$0.981 \angle -9.08^\circ$	$0.982 \angle -9.091^\circ$	$0.982 \angle -9.256^\circ$
39	$0.985 \angle -1.01^\circ$	$0.985 \angle -1.027^\circ$	$0.982 \angle -1.268^\circ$

Tabla 10.6 Flujo de potencia compleja (caso 3)

De Bus	A Bus	Flujo de potencia	Potencia en la línea <sub>26-29</sub>
		Caso nominal	Caso 3
37	27	$0.178 - 0.758i$	$0.1801 - 0.8041i$
37	38	$2.005 - 0.226i$	$2.0050 - 0.2147i$
36	37	$2.188 - 1.058i$	$2.1894 - 1.0923i$
28	29	$-3.476 + 0.123i$	$-3.1301 + 0.171i$
<b>26</b>	<b>29</b>	<b><math>-1.899 - 0.345i</math></b>	<b><math>-2.2400 - 0.447i</math></b>
26	28	$-1.408 - 0.311i$	$-1.0654 - 0.3044i$
26	27	$2.643 + 1.087i$	$2.6422 + 1.1342i$
26	25	$-0.726 - 0.600i$	$-0.7268 - 0.5529i$
29	9	$-8.247 + 0.428i$	$-8.2473 + 0.2970i$

**Tabla 10.7 Flujo de potencia compleja (caso 4)**

De Bus	A Bus	Flujo de potencia	Potencia en la línea <sub>37-27</sub>
		Caso nominal	Caso 4
37	27	<b>0.178 - 0.758i</b>	<b>0.500 - 0.935i</b>
37	38	2.005 - 0.226i	1.7700 - 0.1411i
36	24	-0.250 + 0.014i	-0.2506 + 0.0270i
36	21	-3.195 - 0.671i	-3.1952 - 0.6506i
36	39	-5.022 - 0.034i	-5.0231 - 0.0026i
36	37	2.188 - 1.058i	2.2747 - 1.1453i
36	35	2.986 + 1.426i	2.9002 + 1.4486i
38	13	0.4220 - 0.2311i	0.1877 - 0.3403i
27	26	-2.6432 - 1.0877i	-2.3112 - 1.3968i

## CONCLUSIONES

Los sistemas flexibles de transmisión de CA (FACTS) que utilizan un enlace de CA/CA pueden llegar a realizar los mismos objetivos funcionales que los FACTS convencionales para mejorar la operación de un sistema eléctrico de potencia.

El dispositivo maneja el flujo de potencia a través de fuentes de voltaje que alimentan a las cargas mediante interruptores que se disparan al controlar la modulación del ancho de pulso. El objetivo del controlador es el de regular el flujo de potencia en cada una de las cargas desde las fuentes de CA. Estos dispositivos controlan la conexión entre las fuentes de voltaje, de manera que la potencia fluya hacia la carga controlando la commutación de los IGBT. Las expresiones que describen el funcionamiento del controlador han sido incluidas en la formulación de flujos de potencia basados en el método de Newton-Raphson. Este dispositivo es capaz de controlar la potencia activa y reactiva que fluye a través de una línea de transmisión. El modelo del controlador- $\Gamma$  se puede comparar como el del UPFC, sólo que el controlador- $\Gamma$  tiene la ventaja de que no utiliza un enlace de DC. Los resultados mostrados exhiben la capacidad del dispositivo para controlar el flujo de potencia compleja en la línea de transmisión.

## REFERENCIAS

- [1] L. Gyugyi and B.P. Pelly, *Static Power Frequency Changers: Theory, Performance. and Applications*, New York: John Wiley & Sons Inc., 1976.
- [2] N. Mohan, T.M. Undeland, and W.P. Rabbins, *Power Electronics: Converters. Applications, and Design*, New York: John Wiley & Sons Inc., 1989.
- [3] Khan, P.D. Ziogas, and M.H. Rashid, “Forced Commutated Cycloconverters for High-frequency Link Applications”, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, Vol. IA-23, No. 4, pp. 661-672, July/Aug 1987.
- [4] H. Rashid Muhammad. *Electrónica de potencia*. Tercera Edición. Editorial Prentice-Hall, México 2004.
- [5] Fang Z. Peng, “Z-Source Inverter.” *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 39, No. 2, March/April 2003. pages 504-510.
- [6] Xu Peng Fang, Zhao Ming Qian, Fang Zheng Peng, “Single-Phase Z-Source PWM AC-AC Converters.” *IEEE Power Electronics Letters*, Vol. 3, No. 4, December 2005 pages 121-124.
- [7] G. Venkataramanan, “Three-phase Vector Switching Converters for Power Flow Control”, *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, Vol. 151, No. 3, pp. 312-333, May 2004.
- [8] Fernando Mancilla-David, Giri Venkataramanan, “A Pulse width Modulated AC Link Unified Power Flow Controller”, in Proc. 2005 *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, San Francisco, CA, USA.
- [9] Fernando Mancilla-David, Giri Venkataramanan, “A Synchronous Back-to-back Intertie Using the Vector Switching Converter” in *Proc. The 36 annual North American Power Symposium*, 2004, University of Idaho, USA.
- [10] G. Venkataramanan and B. K. Johnson, “Pulse width Modulated Series Compensator” *IEE Proc.-Gener. Trans. Distrib.*, Vol. 149, No. 1, pp 71-75, January 2002.
- [11] Hingorani, N.G.: “Power Electronics in Electric Utilities: Role of Power Electronics in Future Power Systems”. *Proc. IEEE*, 1988, 76, (3), pp 481-482.
- [12] Larson, E., and Weaver, T.: “FACTS Overview”. *IEEE/CIGRE 95TP* 108, 1995.
- [13] Venturini, M., and Alesina, A., “The Generalized Transformer: A New Bidirectional Sinusoidal Waveform Frequency Converter with Adjustable Input Power Factor”. *Proc. IEEE-PESC*, 1980, pp 242-252.
- [14] Wood, P.: “Switching Power Converters” (Van Nostrand Reinhold, New York, 1981).
- [15] Peng, F.Z., and Lai, J.-S.: “Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-phase Power Systems”, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 1996, 45,(1), pp. 293-297.
- [16] P. M. Anderson, and A. A. Fouad, “Power System Control and Stability”, *IEEE Press*, 1994.
- [17] Padiyar K.R., *Power System Dynamics: Stability and Control*, John Wiley & Sons, 1995.

## TÉRMINOS Y SIGLAS

BJT	Transistor de unión bipolar.
FACTS	Sistema de transmisión flexible en CA.
FCC	Cicloconvertidor conmutado forzadamente.
FET-CTH	Tristores controlados por FET.
GTO	Tristores de desactivación por compuerta.
IGBT	Transistor bipolar de compuerta aislada.
IGCT	Tiristor conmutado de compuerta integrada.
IPFC	Controlador de flujos de potencia interlínea.
LASCR	Rectificadores controlados por silicio activados por luz.
MCT	Tristores controlados por MOS.
MOSFET	Transistor de metal óxido semiconductor de efecto de campo.
PWM	Modulación por ancho de pulso.
RTC	Tristores de conducción inversa.
SCR	Tristores de conmutación rápida.
SEP	Sistema eléctrico de potencia.
SIT	Transformador en serie con la línea.
SITH	Tristores de inducción estática.
SPT	Transformador desfasador en paralelo.
SPWM	Modulación por ancho de pulso por el método senoidal.
SSSC	Compensador de serie estático síncrono.
StatCom	Compensador estático sincrónico.
SVC	Compensador estático de VAR.
TCPAR	Regulador de ángulo de fase controlado por tristores.
TCR	Reactor controlado por tristores.
TCSC	Capacitor en serie controlado por tristores.

TCVR	Regulador de voltaje controlado por tiristores.
TRIAC	Tiristores de triodo bidireccional.
UPFC	Controlador unificado de flujos de potencia.
VeSC	Convertidor de conmutación vectorial.
VSC	Fuente convertidora de voltaje.



Universidad  
del Valle

Programa Editorial