

Carlos Uribe Gartner

La transformación en la explicación y la comprensión del movimiento



**Desde la concepción aristotélica
hacia la newtoniana**



Programa  editorial

El propósito de este libro es complementar el tratamiento matemático de la mecánica newtoniano que se encuentra en los textos tradicionales.

El texto esta estructurado en tres capítulos. El primero tiene por objetivo señalar el “punto de partida” del viaje para la física, haciendo consciente al estudiante de su “física intuitiva”, la que trae consigo cuando comienza el estudio de esta ciencia. El segundo capitulo establece, por así decir, el puente que nos llevará hasta el punto de llegada, a saber, al estructura conceptual inventada por Newton –por supuesto, en un trabajo de construcción colectiva en el que participaron otros muchos–, estructura que los estudiantes han de reinventar dentro de su mente si han de comprenderla.

La palabras “intentar” y “reinventar” se usan en el párrafo anterior en un contexto muy cercano al familiar: como también estudiaremos en el primer capítulo, “La naturaleza del conocimiento físico”, los conceptos de la física no se descubren, se inventan....Por ultimo, el tercer capitulo presenta una visión condensada de l estructura conceptual inventado por Newton para explicar el movimiento, pero sin desarrollarla en su aparato matemático, tarea que dejamos para los textos generales.



Carlos Uribe Gartner

La transformación en la explicación y la comprensión del movimiento

Desde la concepción aristotélica
hacia la newtoniana



Colección Ciencias Naturales y Exactas
Física

Uribe Gartner, Carlos

La transformación en la explicación y comprensión del movimiento : desde la concepción aristotélica hacia la newtoniana / Carlos Uribe Gartner. -- Santiago de Cali : Programa Editorial Universidad del Valle, 2010.

64 p. ; 24 cm. -- (Ciencias Naturales y Exactas)

1. Aristóteles, 384-322 a. de C. - Crítica e interpretación 2. Newton, Isaac, 1642-1727 - Crítica e interpretación 3. Física 4. Gravedad (Física) 5. Leyes de Newton I. Tít. II. Serie. 530 cd 21 ed.

A1273283

CEP-Banco de la República-Biblioteca Luis Ángel Arango

Universidad del Valle

Programa Editorial

Título: *La transformación en la explicación y comprensión del movimiento: desde la concepción aristotélica hasta la newtoniana*

Autor: Carlos Julio Uribe Gartner

ISBN: 978-958-670-862-3

ISBN PDF: XXXXXXXXXXXX

DOI:

Colección: Ciencias Naturales y Exactas-Física

Primera Edición Impresa Diciembre 2010

Edición Digital Septiembre 2017

Rector de la Universidad del Valle: Édgar Varela Barrios

Vicerrector de Investigaciones: Javier Medina Vásquez

Director del Programa Editorial: Francisco Ramírez Potes

© Universidad del Valle

© Carlos Julio Uribe Gartner

Diseño de carátula: G & G Editores

Diagramación: Artes Gráficas del Valle Editores-Impresores Ltda.

Universidad del Valle

Ciudad Universitaria, Meléndez

A.A. 025360

Cali, Colombia

Teléfonos: (57) (2) 321 2227 - 339 2470

E-mail: programa.editorial@correounivalle.edu.co

Este libro, salvo las excepciones previstas por la Ley, no puede ser reproducido por ningún medio sin previa autorización escrita por la Universidad del Valle.

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión del autor y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad del Valle, ni genera responsabilidad frente a terceros.

El autor es responsable del respeto a los derechos de autor del material contenido en la publicación (fotografías, ilustraciones, tablas, etc.), razón por la cual la Universidad no puede asumir ninguna responsabilidad en caso de omisiones o errores.

Cali, Colombia - Septiembre de 2017

“Entre todos los retos intelectuales que la mente humana ha confrontado y superado en los últimos quince siglos, el que me parece más formidable y complejo, y el que ha tenido las consecuencias de mayor alcance, es el relacionado con el problema de movimiento”.

(Herbert Butterfield, *The Origins of Modern Science*)

**PÁGINA EN BLANCO
EN LA EDICIÓN IMPRESA**

CONTENIDO

Prólogo.....	6
Introducción	21
Visión de conjunto del texto	22
Capítulo 1	
Modelo aristotélico del movimiento	25
Comprendiendo el movimiento de los objetos en el espacio	25
La naturaleza del conocimiento físico	29
Poniendo a prueba el modelo aristotélico	31
Capítulo 2	
Movimiento uniforme y primera ley de Newton	33
Movimiento uniforme	34
Conceptos de cantidad de movimiento e interacción.....	35
Velocidad, aceleración, marco de referencia.....	37
Inercia	38
Más sobre la cantidad de movimiento	42
Principio de relatividad del movimiento.....	43
Primera ley del movimiento de Newton	46
Tercera ley de Newton	49
Resistencia al movimiento	51
Preguntas de comprensión	52
Capítulo 3	
Movimiento no uniforme y segunda ley de Newton.....	55
Definición cuantitativa de masa	57

Noción cuantitativa de la cantidad de movimiento	60
Noción cuantitativa de fuerza y segunda ley del movimiento de Newton	62
Explicando la ley de caída libre: peso y masa gravitacional	66
Conclusión	71
Manos a la obra	73
Glosario	77
Fuentes	83

PRÓLOGO¹

Este material está dirigido primordialmente a los estudiantes de las carreras de ciencias, ingeniería o licenciatura en Física (y otras carreras afines) que abordan la mecánica newtoniana en su primer curso de Física, y que deseen entender realmente los abstrusos conceptos y principios de esta importante rama del conocimiento, yendo más allá de la mera resolución algorítmica de ejercicios numéricos estructuralmente idénticos a los resueltos por el profesor. El propósito de la obra es, entonces, proporcionar al docente de Física un recurso didáctico *de apoyo*, que podría complementar, de acuerdo con su enfoque didáctico, los textos universitarios clásicos dirigidos a esta población, es decir, aquellos textos cuyo objetivo es desarrollar formalmente, y por extenso, la mecánica newtoniana y que han tenido éxito en el mercado editorial educativo. Quizás también podría ser utilizado con provecho por quienes, no estando directamente interesados en aprender la Física enseñada en los cursos de ciencias y de ingeniería, desean introducirse o profundizar en el complejo y abstracto entramado conceptual que constituye la mecánica newtoniana sin ahondar en su for-

¹ Este prólogo, escrito por amable sugerencia de los anónimos evaluadores del texto, se dirige no tanto a los potenciales usuarios del texto, a saber, los estudiantes universitarios y los docentes activos de Física en la educación media, sino a los docentes universitarios de los cursos introductorios de Física. Su propósito es analizar uno de los obstáculos más notables en la enseñanza de la Física: las formidables dificultades de comprensión de sus conceptos básicos, dificultades que malogran los esfuerzos de un número considerable de estudiantes. Precisamente, la finalidad del texto, como detallo en estas páginas, es contribuir a remediar tales dificultades conceptuales ofreciendo a los docentes un recurso didáctico de apoyo complementario a los muchos, actualmente disponibles, en esta era informática, pero diseñado a partir de los estudios sistemáticos sobre las mismas.

mulación matemática, pues están interesados en conocer este aspecto tan decisivo en la historia del pensamiento. Por ejemplo, podría servir para los cursos complementarios electivos dirigidos a estudiantes de carreras no científicas.

No obstante, podría decirse que quienes más podrían beneficiarse del material son los profesores de Física, especialmente de la enseñanza básica y media. Quienes hemos tenido a cargo programas de formación permanente de docentes en esta área, sabemos que la cinemática y la dinámica de una partícula (y, en general, casi toda la Física de décimo grado) se enseña a menudo como si fuera una especie de recetario algebraico. Es decir, lo que al final terminan aprendiendo los estudiantes es un conjunto de algoritmos mecánicos para resolver ejercicios estereotipados². Entre otras razones, esta situación se explica por el escaso tiempo dedicado a la discusión de los conceptos, en comparación con el tiempo dedicado a la resolución de ejercicios de aplicación³. Por ejemplo, el tratamiento de la primera ley de Newton no suele hacer justicia al enorme esfuerzo de clarificación conceptual del concepto de inercia efectuado por los pensadores que antecedieron a Newton, que, incluso, a estas alturas, todavía suscita perplejidad en mentes tan eminentes como Richard Feynman⁴. Así, pues, este texto también pretende contribuir a la formación conceptual de los docentes de Física de secundaria, quienes, en diversos foros en los que he participado, han manifestado vivo interés en disponer de materiales dirigidos a la clarificación de los conceptos básicos de la mecánica. Por último, el material se ofrece como un posible objeto de estudio en los cursos de didáctica de las ciencias naturales o similares, para favorecer desarrollos en torno a cómo elaborar materiales apoyados en los resultados de la investigación

² En algunos trabajos de investigación educativa en los que he participado como investigador he podido constatar directamente las debilidades de la enseñanza de la Física en la educación secundaria y en la formación científica de los mismos docentes. El eminente educador en Física e investigador educativo Arnold B. Arons, a quien me refiero por extenso en la Guía y agradecimientos bibliográficos, documenta las falencias en la comprensión de la Física de los docentes en su importante manual de referencia *Teaching Introductory Physics* (John Wiley, New York, 1997): ver especialmente sección 12.10, *The Problem of Teacher Education*.

³ De ninguna manera deben leerse estas líneas como una crítica a nuestros sufridos docentes de Física del nivel medio, pues, precisamente, la idea central del prólogo es que los obstáculos cognitivos que se interponen en la comprensión de algunos principios claves de la Física, como la primera ley del movimiento de Newton, son tales que su superación requiere repensar profundamente la manera cómo se enseña la Física.

⁴ Refiriéndose a lo que Feynman llama principio de inercia en su ameno y profundo libro *El carácter de la ley física* (Tusquets Editores, Barcelona, 2005), afirma: “el movimiento en línea recta de un planeta no tiene explicación. La razón por la cual las cosas se mueven en línea recta no ha sido descubierta” (p. 18).

didáctica contemporánea, de modo que favorezcan el aprendizaje a fondo de los conceptos y principios newtonianos.

El propósito de este prólogo, cuyos destinatarios son los docentes de Física y no los estudiantes mismos a los que va dirigido el libro, es discutir brevemente la raíz fundamental de las dificultades de comprensión tan considerables que encuentran los estudiantes cuando abordan por primera vez la dinámica newtoniana, tan bien conocidas por todos los docentes que hemos intentado evaluar esa comprensión sin limitarnos a la resolución estereotipada de ejercicios de aplicación⁵. Desafortunadamente, a menudo atribuimos la responsabilidad de ese fracaso a una multiplicidad de factores que quizás no son los más decisivos. Hace ya un buen tiempo Frederick Reif invitaba a los físicos a reflexionar sobre la inconsistencia que significa abordar la problemática de la enseñanza de nuestra disciplina con el enfoque de caja negra. Es decir, sostenía, asumimos posible contentarnos con mirar el sistema cognitivo humano como algo cuyo funcionamiento interno podemos ignorar, a pesar de su importancia para nuestra tarea formadora⁶. Si bien este sistema es mucho más complejo que cualquiera de los que estamos acostumbrados a estudiar, no parece necesario tener que llegar hasta sus confines para repensar nuestra tarea educativa. Los docentes de ciencias que hemos orientado nuestra actividad investigadora hacia el campo educativo, nos inclinamos a pensar que la investigación cognitiva y psicoeducativa en las tres últimas décadas del siglo XX, y la primera década del siglo XXI, acerca de las dificultades conceptuales para el aprendizaje de las ciencias, ya está empezando a rendir algunos frutos, aunque hace falta todavía un gran esfuerzo para trasladarlos del campo teórico al aplicado⁷.

⁵ Véase P.C. Peters, "Even Honors Students have Conceptual Difficulties with Physics". *American Journal of Physics*, 50, 501-508 (1982). Este conocido artículo es uno de los muchos que muestran que la maestría en la resolución de los típicos ejercicios de fin de capítulo no garantiza de ninguna manera la comprensión del sistema conceptual de la dinámica newtoniana.

⁶ "Scientific Approaches to Science Education", *Physics Today* (noviembre, 1986), pp. 48-54.

⁷ La bibliografía especializada es muy abundante, pero desafortunadamente se han hecho pocos esfuerzos para traducirla a un lenguaje accesible a los docentes sin formación en psicología cognitiva o educativa. Remito al lector al interesante libro (aunque muchas de sus tesis son desde luego bastante discutidas) *Aprender y enseñar ciencia: del conocimiento cotidiano al conocimiento científico*, escrito por Juan Ignacio Pozo (catedrático de Psicología de la Universidad Autónoma de Madrid) y Miguel Ángel Gómez (docente de Química de la Institución Educativa Secundaria Victoria Kent, Madrid), publicado por Ediciones Morata (Madrid, 2001). Estos autores se dirigen primordialmente a docentes de secundaria, en las áreas de química y física, con el propósito de brindarles una panorámica de lo que la investigación cognitiva, psicoeducativa y didáctica tiene para ofrecerles, especialmente para ayudarles a "comprender por qué sus estudiantes no comprenden" (Gastón Bachelard), con un último capítulo en el que revisan las grandes familias de enfoques didácticos que los teóricos han propuesto para ayudar a los

Desde luego, apenas es posible en unas cuantas páginas ir más allá de un análisis esquemático de un problema tan arduo como el de la naturaleza de las dificultades de comprensión de los conceptos físicos. Me limitaré, por tanto, a señalar el resultado básico de este análisis, y sobre el cual hay un consenso unánime: *existe un profundo conflicto entre la “mecánica de los físicos” con lo que podría llamarse la “mecánica intuitiva”, un saber práctico y experiencial sobre el movimiento que todos los seres humanos poseemos, independientemente del nivel de escolaridad y de la cultura*⁸. A pesar de las marcadas diferencias epistemológicas, ontológicas y conceptuales entre una y otra, es claro no obstante que ambas tienen una estrecha relación, por cuanto se refieren al mismo ámbito de fenómenos, el movimiento macroscópico⁹. Por ello no extraña que lo que “el estudiante ya sabe” (para usar una difundida expresión de un conocido psicólogo educativo norteamericano, el profesor David Ausubel¹⁰), y sabe muy firmemente, a veces discrepe con lo que nos gustaría llegara a saber y, en

docentes a que sus estudiantes comprendan un poco más. Con excepción de este último capítulo, mucho más orientado hacia el nivel educativo secundario, casi todas las consideraciones de los siete capítulos precedentes son enteramente aplicables a los estudiantes universitarios, quienes encuentran esencialmente las mismas dificultades de comprensión de los conceptos de la química y la física que los de secundaria.

⁸ El psicólogo cognitivo Michael McCloskey publicó en *Scientific American* un artículo con el sugestivo título “*Intuitive Physics*” (número 248, abril 1983), pp. 114-122, que debería ser lectura obligada para todo profesor de Física en formación y, especialmente, para los universitarios. Lo que resta de este prólogo constituye una especie de ensayo para clarificar la naturaleza de este saber, con el ánimo de informar muy sucintamente al docente de física no familiarizado con las investigaciones en enseñanza de las ciencias de las últimas cuatro décadas, que desafortunadamente todavía siguen pasando inadvertidas.

⁹ En el lenguaje natural entendemos por movimiento algo semejante y, a la vez, distinto de lo que entiende el físico en cuanto físico por esa palabra. En el pensamiento científico todo se encuentra en un movimiento continuo, pero su naturaleza difiere si nos referimos a los niveles microscópicos (mecánica cuántica), a los macroscópicos (la experiencia ordinaria) o astronómicos (teoría general de la relatividad). En cambio, para el profano en física casi nada está en movimiento, según el uso que damos habitualmente a esta palabra. Es fácil menospreciar estas dificultades puramente lingüísticas, aunque en este prólogo no nos referiremos a ellas sino que queremos ir más a fondo.

¹⁰ En el epígrafe que abre su obra *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. (Trillas, México: 1982, p. 6) se lee una conocida máxima muchas veces citada: “Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un único principio, enunciaría éste: el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averigüese esto y enséñese en consecuencia”. Si pasamos por alto sutilezas teóricas irrelevantes para nuestros propósitos, el mensaje central de este famoso párrafo es claro: si el profesor no conoce lo que su estudiante tiene en la cabeza y qué le servirá de base a éste para interpretar su discurso, es muy probable que sea malinterpretado.

ocasiones, muy profundamente. Esta discrepancia constituiría la raíz más honda de las dificultades de comprensión de nuestra disciplina experimentadas consuetudinariamente por nuestros estudiantes. Esta tesis condensa el resultado de numerosas investigaciones sobre las interacciones entre el sistema cognitivo humano y el sistema conceptual de la Física. No es posible, en este prólogo, repito, ofrecer una justificación académica de la misma, mínimamente respetable, pues ello requeriría un trabajo de una extensión mucho mayor a la que tiene toda esta obra, y ya hay muchas y muy abundantes (*cfr.* A.B. Arons, *op. cit.* en nota 2). Me limitaré entonces a explicar la tesis al docente de Física, especialmente universitario, que ha estado al margen de esta problemática.

Todos los seres humanos hemos desarrollado en nuestra primera infancia un *saber práctico* muy robusto y confiable sobre cómo mover nuestro cuerpo en el “espacio cotidiano” y sobre cómo hacer que los demás cuerpos (sobre todo, los inanimados, las cosas) se muevan como queremos. Este saber práctico, o lo que antes llamé nuestra mecánica intuitiva, tiene una gran eficacia predictiva para los problemas de la vida cotidiana. ¿Qué relaciones existen entre este saber y el conocimiento científico que posee el físico sobre el mismo ámbito de fenómenos? Una ligera reflexión nos muestra continuidades y rupturas entre uno y otro. El conocimiento científico de alguna manera ha de provenir del saber práctico, tanto desde el punto de vista epistemológico, como en la perspectiva psicológica, aunque dilucidar sus relaciones no ha sido tarea fácil y seguirán corriendo ríos de tinta al respecto. Para ser breve me detendré muy por encima en lo que quizás constituye la distinción esencial entre la mecánica de los físicos y la mecánica intuitiva: la primera constituye un *conocimiento teórico*, la segunda un saber práctico o experiencial.

El saber práctico sobre el movimiento, compartido por todos, consiste esencialmente en un sistema de informaciones sobre el comportamiento de los objetos físicos al que accedemos inconscientemente, integrado con innumerables destrezas sensorio-motrices que, en su mayor parte, se ejecutan automáticamente. En contraste, el conocimiento teórico está constituido por un sistema de enunciados explicativos y predictivos, o, si se quiere, de creencias explícitas o verbalizables, de las que podemos llegar a ser conscientes hasta el punto de poder razonar sobre ellas y desde ellas¹¹.

¹¹ Esta caracterización es válida para el conocimiento teórico, en general, no sólo para el de la física ni para el de la mecánica. Una clarificación sencilla y muy accesible sobre el concepto general de teoría, sobre el concepto de teoría explicativa (o teoría científica) y de teoría práctica se encuentra en el breve libro de T.W. Moore, *Introducción a la teoría de la Educación* (Alianza,

Es decir, el conocimiento teórico puede ser analizado como un conjunto de estructuras o sistemas conceptuales, mediante los cuales somos capaces de explicar lógicamente lo que sucede o podría llegar a suceder en el futuro subsumiendo los casos particulares a principios generales y esquemáticos. Así, pues, y volviendo al tema, el saber teórico sobre el movimiento tiene como propósito comprender por qué las cosas que vemos se mueven como se mueven, a partir de principios universales, aplicables a cualquier cuerpo en cualquier situación.

Desde luego este “saber-en-la-acción”, que nos permite, por ejemplo, dosificar inconscientemente el esfuerzo corporal de acuerdo con el tamaño del cuerpo que quiero mover, conduce a las mismas predicciones que el físico obtendría al modelar intencional y teóricamente esas situaciones, empleando sus herramientas conceptuales y matemáticas. Pero los historiadores de la ciencia han documentado otras maneras de interpretar teóricamente el saber práctico sobre el movimiento (que al parecer, esencialmente, compartiríamos todos los miembros de nuestra especie en virtud de nuestra común arquitectura cognitiva). Me refiero, claro está, a las teorías antiguas y medievales sobre el movimiento que siguieron la estela de la propuesta por Aristóteles en el siglo IV a.C., quien, según Halloun y Hestenes, fue el primer pensador que sistemáticamente explicitó nuestra mecánica intuitiva¹². Los historiadores eruditos han sacado a la luz profundas divergencias entre los diferentes “físicos pre-newtonianos” (si se permite el anacronismo). Con todo, es evidente la convergencia en el presupuesto ontológico –sobre la naturaleza de la realidad material– formulado por la escolástica medieval en el célebre axioma: *quidquid movetur ab alio movetur*. Es decir, *cualquier cosa en movimiento* (el móvil), *está siendo movida por otra cosa* (el motor). Sin entrar a los aspectos netamente filosóficos de este principio, pues no se puede entender simplistamente como

Madrid, 1986). Menciono el concepto de “teoría práctica” para llamar la atención del lector sobre la complejidad de los saberes prácticos, desde los cuales también pueden construirse cuerpos organizados de conocimientos conceptuales comunicables.

¹² Cfr. Halloun, I. y Hestenes, D. “Common Sense Concepts about Motion”. *American Journal of Physics*, 53(11), pp. 1056-1065 (1985). En esta revista se publicaron, en la década de los ochenta, varios reportes de estudios semejantes llevados a cabo por profesores universitarios de Física en Estados Unidos, en los que se enfatizó sobre la similitud entre las explicitaciones del saber cotidiano acerca del movimiento en sus estudiantes, con las racionalizaciones pre-newtonianas del mismo. Las replications en otros contextos culturales ofrecieron los mismos resultados (ver, por ejemplo, Boeha, B. “Aristotle, Alive and Well in Papua New Guinea Science Classrooms”. *Physics Education* 25, pp. 280-283; 1990). Sin embargo, los historiadores de la ciencia han protestado justificadamente por el empleo indiscriminado del término “concepciones aristotélicas del movimiento” en la literatura didáctica, que debe considerarse sólo como un modo económico de referirse al fenómeno.

un enunciado de Física *avant-la-lettre*, es claro que constituye un elemento nuclear de nuestro saber práctico sobre el movimiento. Si se lo explicáramos a un lego diría que es puro sentido común, una tonta perogrullada.

El gran debate que ocupó a la comunidad científica, desde los tiempos de Aristóteles, hasta el mismo siglo XVII, fue la naturaleza de ese tal motor en los casos de “movimiento violento” o “movimiento forzado” (lo que hoy llamamos *movimiento de proyectiles*, véase capítulo 1, p. 28). La pregunta que atormentó a los filósofos durante ese belicoso periodo fue: ¿qué es lo que continúa empujando a la flecha hacia adelante, después de haber abandonado el arco? Ahora bien, cuando en nuestros días interrogamos a los estudiantes por lo que hace volar a la pelota de béisbol después de ser bateada, es lógico que sus balbuceos de respuesta se parezcan mucho a las de aquellos. Según Peduzzi y Zylbersztajn, “las *explicaciones causales* de los estudiantes para el movimiento de un proyectil, en general, tienen una notable semejanza con el concepto, o idea de *fuerza impresa*, introducido en el siglo II a.C, por el astrónomo Hiparco, según el cual un proyectil se mueve después de haber cesado el contacto entre el proyectil y el proyectador por una fuerza ‘transmitida’ a dicho proyectil por el proyectador”¹³. Relatan estos autores los desarrollos históricos en torno al concepto que se sucedieron desde entonces, centrándose en el debate acerca de la permanencia o extinción de la fuerza impresa con el paso del tiempo. Por ejemplo, para Avicena (siglo X) esta fuerza constituye una cualidad del móvil, análoga al calor dado al agua por el fuego, que sólo puede ser consumida por la resistencia del medio. En el siglo XIV el francés Jean Buridan teorizó ampliamente en torno a este concepto; fue quien introdujo el término latino *impetus* para esa fuerza motriz (*vis motiva*), concibiéndola como proporcional a la cantidad de materia del cuerpo y a su velocidad. Hubo otros muchos aportes a este multiseccular debate, y fueron muchos los personajes que intervinieron, pero con lo dicho basta para explicar por qué tiene sentido asimilar nuestro saber práctico sobre el movimiento a la física prenewtoniana, a pesar de que, por supuesto, dicho saber, dado su carácter práctico, no se encuentra conceptualizado y organizado como se encuentra en los escritos de Aristóteles, Buridan o en los de juventud del mismo Galileo (ver capítulo 1, nota 1, p. 26). También basta esta somera discusión del tema para entender las razones por las cuales es tan difícil enseñar los conceptos básicos de la dinámica newtoniana a “estudiantes aristotélicos”, estudiantes para quienes el principio históricamente originado en la teoría causal de Aristóteles, *quidquid movetur ab alio movetur*, es mucho más creíble que su opuesto, la primera ley del movimiento de Newton.

¹³ Peduzzi, L. y Zylbersztajn, A. “La física de la fuerza impresa y sus implicaciones para la enseñanza de la dinámica”. *Enseñanza de las ciencias*, 15(3), pp. 351-359 (1997).

En efecto, el paso de uno a otro principio fue uno de las más capitales logros creativos de la mente humana. La historia de la ciencia del movimiento atestigua lo difícil que es romper la inercia mental firmemente anclada en nuestro saber cotidiano, en las innumerables experiencias que hemos tenido con el mundo no inercial que habitamos, hasta construir un nuevo mundo inercial, en el que ya no es absurdo pensar en un movimiento que prosigue *in aeternum* sin intervención de ninguna entidad motriz. El análisis de esta historia, desde el punto de vista de los cambios en las concepciones humanas acerca de la naturaleza de la realidad física y del conocimiento, es un presupuesto esencial para diseñar maneras más eficaces de ayudar a nuestros alumnos a recorrer individualmente en pocos años ese largo camino. El artículo de Peduzzy & Zylbersztajn es uno de los varios que compendian tal análisis, a los que remito al lector interesado¹⁴.

Uno de nuestros *esquemas sensoriomotrices* nos informa que para lanzar un proyectil hemos de impartirle una entidad o cualidad, cuya cantidad puede ser mayor o menor según el esfuerzo corporal realizado. De alguna manera sentimos como si, cuando la bola lanzada sale de nuestras manos, nos hubiéramos descargado de algo y se lo hubiéramos transferido a la bola. Otro esquema sensoriomotriz se pone en acción cuando detenemos un proyectil: si intentamos atraparlo en seco, mientras más velozmente se mueva y mientras más masivo sea, nos infligirá mayor daño corporal; en ese mismo proceso el proyectil impulsará nuestra mano en la misma dirección de su movimiento antecedente, de modo que la cualidad que lo mantenía en movimiento se transfiere a lo que se interponga en su camino.

¹⁴ Entre otros muchos ejemplos, véase R. Osborne, en “Construir a partir de las ideas intuitivas de los alumnos” (en: R. Osborne y P. Freyberg, editores, *El aprendizaje de las ciencias: implicaciones de las “ideas previas” de los alumnos*, 2ª ed., Narcea Ediciones, Madrid, 1995; pp. 74-89). Una investigación reciente, con cuatro personas ciegas de nacimiento y dos que perdieron totalmente la visión a los cinco años, mostró que su saber práctico sobre el movimiento es también aristotélico (Camargo, P. y otros; “Concepciones alternativas sobre reposo y movimiento, modelos históricos y deficiencia visual”. *Enseñanza de las ciencias*, 2007, 25(2), pp. 171-182.) En el capítulo “Hacia una nueva transposición didáctica para la Mecánica Elemental” (en: A.C. Zambrano, editor, *Tendencias del pensamiento educativo científico*, Universidad del Valle, Cali, 2004; pp. 95-111), incluyo una amplia lista de referencias pertinentes a este respecto. En ese trabajo encontrará el lector un desarrollo extenso de las ideas apuntadas en este prólogo, en el contexto de lo que podría llamarse el “problema curricular de la enseñanza de la Física” (¿qué hay que enseñar de Física en cada nivel educativo?), aunque formulado en términos de lo que se denota, en el lenguaje especializado de la educación en ciencias, la “transposición didáctica de la Física”. Esta última expresión técnica se refiere a la transformación de la “Física de los físicos” en contenidos a enseñar en los cursos introductorios de física, teniendo en cuenta no sólo la lógica disciplinar sino también las estructuras cognitivas del estudiante y de los escenarios pedagógicos; este doble juego de estructuras, en efecto, imponen serias restricciones al procesamiento de información y a la producción de significados por parte de los aprendices.

Parece poco probable que las personas sin una instrucción en Física nos preguntemos qué hace mover la pelota de béisbol durante su vuelo. Pero no es demasiado arriesgado imputar a esos dos esquemas, o mejor, a un único esquema con dos caras –que podemos bautizar como “*esquema aristotélico*” en honor de tan ilustre personaje–, la inequívoca tendencia que exhiben nuestros estudiantes a atribuir a los proyectiles, como tal causa, algo muy parecido al *impetus* o “fuerza impresa” de los teóricos del movimiento prenewtoniano. La “cuantificación” realizada por Buridan de su noción de fuerza impresa (recordemos, proporcional al producto de algo similar a la masa por la rapidez) nos permite asimilar al esquema aristotélico lo que ahora llamamos *cantidad de movimiento*¹⁵. Así, pues, la interpretación teórica del saber práctico que este y otros muchos esquemas sensoriomotrices nos proporcionan, acerca del movimiento, sería consistente con la concepción newtoniana del movimiento, supuesto que, en lugar de asimilarla al concepto newtoniano de fuerza, la asimila al concepto cantidad de movimiento.

Ahora bien, como los estudiantes interpretan lo que ven y escuchan desde lo que ya saben, parece entonces razonable conjeturar que, en su primera aproximación a la mecánica newtoniana, entenderán más fácilmente esta última noción que la de fuerza. Pues mientras ésta tiene sentido y cobra significado en el marco de pensamiento inercial, pero no en el marco aristotélico del *quidquid movetur ab alio movetur*, aquella es perfectamente comprensible en este último marco, en el que todavía está situado el estudiante. Es por ello que algunos profesores innovadores han propuesto modificar la manera de presentar didácticamente la mecánica newtoniana. En síntesis, la propuesta consiste en introducir primero la cantidad de movimiento, a modo de toma de conciencia y explicitación de una noción intuitiva ya poseída pacíficamente por el estudiante, para posteriormente introducir progresivamente el significado asociado al significante “fuerza” en el sistema conceptual newtoniano. Por supuesto, el paso de un marco ontológico no inercial al inercial es muy complejo, y requiere una

¹⁵ Los eruditos dirían que el nombre de “esquema aristotélico” está mal escogido, pues Aristóteles atribuía la continuación del movimiento violento a la famosa antiperistasis (ver Peduzzi y Zylbersztajn, op. cit.), pero no encuentro mejor alternativa. A propósito de esta noción, y como una corroboración de las hipótesis sobre el origen cognitivo de la creencia implícita “movimiento requiere fuerza”, vale la pena citar a Piaget: “La noción de fuerza [del niño], en particular, da lugar a curiosas observaciones: activa y sustancial, es decir, ligada a cada cuerpo e intransmisible, explica, como en la física de Aristóteles, el movimiento de los cuerpos por la unión de un disparador externo y de una fuerza interior, ambos necesarios: por ejemplo las nubes las lleva el viento, pero ellas mismas hacen viento al avanzar. Esta explicación, que recuerda el famoso esquema peripatético del movimiento de los proyectiles, la extiende el niño también a estos últimos. (Seis estudios de Psicología. Bogotá: Planeta Colombiana, 1986. Cita en la p. 47. *Cursivas mías*).

“reestructuración radical” del “modelo del mundo” del estudiante, que no puede producirse en media hora de explicación¹⁶. El hecho es que en esta reconstrucción didáctica de la física se plantea introducir la fuerza como la rapidez de cambio de la cantidad de movimiento, siguiendo por cierto al mismo Newton en sus *Principia*. Hasta donde llega mi conocimiento, el grupo de investigación dirigido por el profesor Roger Osborne (codirector del *Learning in Science Project* de la Universidad de Waikato, Nueva Zelanda, 1979-1984) fue el primero en proponer esta nueva ruta de enseñanza. Los ensayos que el grupo ha hecho de su propuesta parecen indicar que abre caminos promisorios para superar las dificultades conceptuales en cuestión¹⁷.

En el trabajo teórico al que me referí en la nota 14 elaboré las reflexiones anteriores, con el objetivo de acoger y desarrollar la propuesta de Osborne en el sentido de reestructurar didácticamente los contenidos de la Física para hacerla más amigable al usuario (*user-friendly*), más accesible al sistema cognitivo que tiene el estudiante, y cuya transformación queremos inducir con nuestra enseñanza. Pues bien, el trabajo que el lector tiene ahora en sus manos constituye un paso más en esa dirección. Su objetivo es facilitar la enseñanza de la mecánica siguiendo la innovadora trayectoria a la que me acabo de referir, si el docente considera que los argumentos expresados son suficientemente convincentes para poner en marcha una innovación de esta naturaleza en su didáctica.

A pesar de saber que cambiar las prácticas docentes es, tal vez, más difícil que comprender los conceptos newtonianos, lo que me mueve a poner por escrito estas ideas son los resultados positivos que he obtenido en mi experiencia con este enfoque y usando versiones previas de este material. Los profesores inveteradamente nos quejamos de que nuestros estudiantes no nos entienden, pero nos es difícil reconocer allí un problema que puede ser abordado con mentalidad científica. Sin embargo, también hay que reconocer que no es muy claro lo que esta última pretensión significa, teniendo en cuenta las abismales diferencias entre el mundo físico y el humano. Por ello, mi aspiración es apenas que los lectores, interesados en

¹⁶ La frase está llena de tecnicismos que no he podido evitar para ser conciso. En pocas palabras, se trata de efectuar una especie de revolución mental en el estudiante. Lo que sí es importante que el lector retenga es que es extremadamente ingenuo esperar que un modelo de enseñanza puramente expositivo, siguiendo las pautas convencionales, pueda producir esa revolución conceptual (cfr. B. A. Arons, “Generalizations to be Drawn from Results of Research on Teaching and Learning”, en: C. Bernardini y otros (Eds.), *Thinking Physics for Teaching*, Plenum Press: New York, 1995, pp. 1-7).

¹⁷ “En nuestros intentos de enseñar el concepto de cantidad de movimiento a alumnos entre los once y los trece años, hemos encontrado escasas dificultades. Los profesores nos han dicho que los estudiantes ‘parecían tener esa idea ya antes’” (op. cit. en nota 14, p. 88).

que sus estudiantes le comprendan un poco mejor, utilicen este material, si lo juzgan oportuno y de la manera en que lo estimen oportuno; en caso de que algunos lo encuentren útil, me lo hagan saber. Quizás este trabajo mancomunado nos permita afinar poco a poco nuestro repertorio de herramientas para ayudar a nuestros jóvenes a convertirse en habitantes del extraño mundo de Sir Isaac Newton.

GUÍA Y AGRADECIMIENTOS BIBLIOGRÁFICOS

Sería fabuloso poder dar un explícito reconocimiento a todas las personas y autores que han contribuido, sabiéndolo o sin saberlo, a dar contenido y forma a este material. Las referencias contenidas en las notas a pie de página que he incluido en el prólogo no son, en absoluto, representativas de la documentación que ha alimentado mis reflexiones, y que debería enlistar para hacer justicia a la enorme cantidad de trabajo ajeno sobre el que se cimienta el mío propio. El carácter didáctico de esta publicación permite eludir esa obligación, pero al precio de tener que ofrecer al docente, que desea introducirse en la literatura educativa que nutrió el trabajo cuajado en esta obra, una mínima orientación para penetrar en esta selva bibliográfica. Para que el lector se dé cuenta de que la última expresión no es una simple metáfora, lo invito a que entre en el sitio <http://www.ipn.uni-kiel.de/aktuell/stcse/>. Allí encontrará la actualización, hasta marzo 23 de 2009, de la recopilación de estudios sobre la comprensión de los conceptos científicos por parte de los estudiantes antes de ser recibidos en nuestras aulas, sobre la evolución de esa comprensión como resultado de nuestro trabajo y, en general, sobre los diferentes aspectos de la educación en ciencias. Contiene 8.342 entradas de trabajos publicados luego del arbitraje por pares, bien en revistas especializadas de reconocimiento internacional, tanto en el campo específico de la educación en ciencias (e.g., *Journal of Research in Science Education*, *Science Education*, *International Journal of Science Education*, *Physics Education*, *The Physics Teacher*, *Journal of Biological Education*, etc.), como en otros campos científicos consolidados, en especial, diversas ramas de la psicología interesadas en los fenómenos educativos (e.g., *Cognition and instruction*), o bien, en memorias de congresos. También se incluyen, desde luego, publicaciones esporádicas en revistas generales en cada una de las áreas científicas (e.g., *American Journal of Physics*, *Physics Today*) y un copioso número de libros de investigación y sistematización, entre los que destacan, por su carácter enciclopédico y cosmopolita, los dos extensos volúmenes del *International Handbook of Science Education*, publicado en 1998 (ya en 1994 se había publicado el *Handbook of Research on Science Teaching and Learning* por parte de investigadores estadounidenses).

Es posible que, ante tal plétora de trabajos, el docente en Física que me ha acompañado hasta aquí considere que no tiene sentido dar un paso más en esta tupida selva. Pero antes de tomar esa decisión, le aconsejo echar un vistazo al importante artículo divulgativo *Research on Conceptual Understanding in Mechanics* de la profesora Lillian C. McDermott, del *Physics Education Group* de la University of Washington (publicado en *Physics Today*, 37(6), 24-32, 1984). Allí podrá constatar que la amalgama entre investigación educativa e investigación científica que un creciente número de docentes universitarios de Física, preocupados sinceramente por la comprensión de sus estudiantes, ya para ese entonces había producido resultados valiosos para usted, que también comparte la misma preocupación pero cuyos intereses investigativos están en otra parte. Otro trabajo de la misma autora, de 1998, accesible en línea (<http://www.physics.ohio-state.edu/~jossem/ICPE/C1.html>), actualiza la anterior revisión. En estos dos trabajos, en especial el segundo, se encuentran prácticamente todas las referencias a la literatura primaria en inglés consultadas sobre las dificultades conceptuales de los estudiantes en mecánica, por lo cual es innecesario transcribirlas¹⁸.

Aunque más escasos, no son pocos los trabajos que intentan ir más allá del diagnóstico del conocimiento inicial del estudiante, de la constatación de la persistencia de los errores conceptuales ante la enseñanza expositiva, incluso de alta calidad (persistencia generalmente invisible a los docentes pues los exámenes suelen valorar tan sólo la habilidad algorítmica), y de la teorización sobre el porqué tenemos tan magros éxitos como enseñantes,

¹⁸ *Invito al lector interesado en asomarse al trasfondo conceptual que sustenta este trabajo (la punta de un iceberg sostenida por una enorme estructura oculta a la vista) a consultar otro de mis trabajos anteriores publicados en Colombia (además del reseñado en la nota 14): “Investigación sobre dificultades conceptuales en el aprendizaje de las ciencias”. Publicado en: Educación y formación del pensamiento científico (A.C. Zambrano, Ed., Icfes, Bogotá, 2003), pp. 81-95. El objetivo que perseguí en el mismo fue apuntar los consensos a los que parece haber llegado la comunidad de investigadores en esta área acerca de la existencia de los obstáculos “cognitivos” que se interponen en el aprendizaje de las ciencias, de los cuales son un caso particular los abordados en la presente obra. Pero los disensos son todavía muy profundos, como lo atestigua la proliferación de designaciones (e.g., concepciones alternativas, preconceptos, concepciones erróneas –misconceptions–, conocimientos previos, ciencia intuitiva, etc.). En mi opinión, esta discusión terminológica no tiene sentido, pues responde a una pregunta mal planteada. No parece que la “creencia implícita aristotélica” que se pretende desestabilizar mediante el modelo de enseñanza de la dinámica que propongo en esta obra, y que se condensa en el axioma *quidquid movetur ab alio movetur*, sea un fenómeno cognitivo de la misma naturaleza que la tendencia de los niños de primaria a clasificar los seres vivos de forma muy diferente a la de los adultos. Por ello deberíamos olvidar el problema de encontrar una denominación a gusto de todos los investigadores común para todos los obstáculos y dificultades conceptuales en el aprendizaje de las ciencias naturales.*

para ofrecer recomendaciones prácticas teóricamente fundadas. Pero los docentes acogen esas recomendaciones con displicencia (cuando no con franca hostilidad), por muchas y explicables razones, aunque también con algunas sinrazones (ver J.M. Campanario, “Contra algunas concepciones y prejuicios comunes de los profesores universitarios de ciencias sobre la didáctica de las ciencias”, *Enseñanza de las ciencias*, 21(2), 2003, pp. 319-328). De hecho, el libro que hoy tiene en sus manos constituye un modesto intento en esta dirección.

Para concluir esta somera reseña bibliográfica, he de mencionar nuevamente uno de los trabajos donde el lector podrá encontrar una gran cantidad de recomendaciones para repensar y, si es del caso, mejorar su práctica docente, el monumental libro de Arnold B. Arons (1916-2001), *Teaching Introductory Physics*, por otra parte, una estupenda puerta de entrada a toda la literatura sobre investigación en enseñanza y aprendizaje de la Física. Se podrían añadir muchos más nombres de docentes en Física que han hecho esfuerzos para transmitir a sus colegas su “saber práctico sobre la enseñanza de la Física”. Pero ya es hora de entrar en materia.

AGRADECIMIENTOS PERSONALES E INSTITUCIONALES

Este libro se realizó, en parte, gracias al apoyo de Colciencias, proyecto de investigación *La historia de las ciencias en los textos universitarios*¹⁹. El profesor Alfonso Claret Zambrano, director del proyecto, contribuyó, junto con los profesores Edwin García y Robinson Viáfara, a los análisis epistemológico, histórico, educativo y textual que concurrieron en el diseño del texto. Estas notas han sufrido un largo proceso, habiendo sido utilizadas en sucesivas versiones en los cursos de Física I (Mecánica newtoniana) para estudiantes de las carreras de Física, licenciatura en Matemática-Física, otras carreras de ciencias y, por supuesto, todas las ingenierías, ofrecidos por el autor en el Departamento de Física de la Universidad del Valle. Mi agradecimiento especial a todos los estudiantes que han puesto lo mejor de sí para estudiarlo, también por sus constructivas críticas y elogiosos comentarios. El texto también fue objeto de trabajo en el curso “La historia de las ciencias en la producción de textos” de la licenciatura en Educación Básica, énfasis en ciencias naturales y educación ambiental, ofrecido por el Instituto de Educación y Pedagogía de la misma Universidad. Igualmente, a los docentes Zoritz Lugó y Alexander Bonilla, especialmente por su trabajo en la producción de las ilustraciones

¹⁹ Proyecto cofinanciado por Colciencias-Universidad del Valle, código 1106-1114553 RC 258-2003. El informe final de investigación de este proyecto contiene una relación mucho más completa (sin ser tampoco exhaustiva) de la literatura sobre historia y epistemología de la física y sobre la didáctica de las ciencias experimentales sobre la que se construyó el texto.

y por la discusión de los conceptos. Por último, a mis amigos y colegas del Departamento de Física de la Universidad del Valle con quienes he compartido los avatares de la dura tarea de enseñar Física, especialmente a los profesores Álvaro Perea y Jairo Roldán: sus iluminadoras discusiones sobre la Física, su historia, su aprendizaje y su enseñanza, contribuyeron a perfilar estas ideas.

INTRODUCCIÓN

En las últimas tres décadas se han realizado innumerables estudios sobre cómo comprenden los estudiantes la Física que se les enseña. Lo que se ha encontrado una y otra vez en estos estudios es que todos hemos estado aprendiendo inconscientemente una especie de física desde que nacemos, aunque, por supuesto, no de manera intencional. Es la física que aplicamos sin darnos cuenta cuando nos movemos o movemos otras cosas; es la física que nos permite anticipar el comportamiento de los objetos en movimiento y explicarnos privadamente lo que sucede en el mundo físico. Ahora bien, resulta que esa física inconsciente, profundamente arraigada, está en conflicto con la física newtoniana objeto de estudio en los cursos de Física. Por supuesto, en el choque entre ambas, que se produce en la mente del estudiante, esta última lleva las de perder. Sólo mediante un trabajo concienzudo de confrontación con la experiencia y la consecuente reflexión podemos llegar a dar cabida en nuestra mente a las extrañas ideas de los científicos.

Este material está dirigido a los estudiantes, especialmente universitarios, verdaderamente interesados en comprender a fondo la estructura conceptual básica de la física newtoniana y que, por consiguiente, están dispuestos a emprender ese arduo trabajo de remodelación mental, pues su propósito es ayudar a la comprensión en profundidad y al aprendizaje de las ideas fundamentales de la mecánica newtoniana. Para hacer realidad este propósito, los conceptos newtonianos se desarrollan de manera novedosa, ligándolos desde un comienzo a esa física intuitiva que hemos construido en nuestra primera infancia, y teniendo en cuenta las investigaciones sobre las dificultades y los obstáculos psicológicos que encuentran los estudiantes de cualquier cultura para asimilar tales conceptos, por cier-

to muy similares a los que enfrentaron los pensadores sobre los cuales (y contra los cuales, en algunos aspectos) trabajó Newton.

Sin embargo, el texto no contiene el desarrollo matemático de la teoría newtoniana. Los estudiosos del aprendizaje de la teoría de Newton han mostrado que la prisa en introducir las ecuaciones sin haber primero comprendido los conceptos hace que la mayoría de los estudiantes se quede ya para siempre con una comprensión muy deficiente, pues aprenden a resolver ciegamente los ejercicios con que pueden pasar el curso sin entender lo que están haciendo. Así, pues, el estudio de estos apuntes no ahorra el esfuerzo de estudiar los textos tradicionales, que presentan el tratamiento matemático de la Física. También puede leerse, quizás incluso más provechosamente, por los estudiantes que ya han cursado la asignatura, y deseen mejorar su comprensión. Por último, podría emplearse como material básico en un curso de introducción a la Física con un enfoque no matemático.

VISIÓN DE CONJUNTO DEL TEXTO

Las presentes notas constan de tres capítulos. El primero tiene por objetivo señalar el “punto de partida” de nuestro viaje por la física, haciendo consciente al estudiante de su “física intuitiva”, la que trae consigo cuando comienza el estudio de esta ciencia. El segundo capítulo establece, por así decir, el puente que nos llevará hasta nuestro punto de llegada, a saber, la estructura conceptual *inventada* por Newton (por supuesto que en un trabajo de construcción colectivo en el que participaron muchas personas), y que los estudiantes han de *reinventar* si quieren comprender lo que se les enseña (uso las palabras “inventar” y “reinventar” en su significado familiar; también estudiaremos, en la primera parte, en la sección *La naturaleza del conocimiento físico*, que los conceptos de la Física no se descubren sino que se inventan). Por último, el tercer capítulo presenta una visión condensada de esa estructura conceptual, pero no la desarrolla pues tal tarea requiere un manejo del aparato matemático de la teoría newtoniana que haría de estos apuntes un texto demasiado extenso.

Adquirir conciencia de la física que ya conocemos por experiencia, aunque no somos conscientes de ella, sabemos es el primer paso en el recorrido de comprender los nuevos conceptos newtonianos, pues la física intuitiva forma una barrera conceptual para la reinención o comprensión de la mecánica, y es la misma barrera que la ciencia tuvo que superar para inventar por primera vez la mecánica newtoniana, en el proceso que los historiadores de la ciencia han bautizado como la “revolución científica”. Mientras el alumno no llegue a ser consciente explícitamente de su física intuitiva no podrá analizarla y criticarla, hasta dar cabida a los extraños conceptos newtonianos como el de inercia (que por cierto no invalidan la

física intuitiva o cotidiana, aunque sí la requieren para su reinterpretación, a la vez que reducen su ámbito de aplicación).

El segundo capítulo es el más importante, pues introduce y explica la famosa *Primera ley del movimiento de Newton*. Al contrario de lo que generalmente se piensa, esta ley no se puede demostrar mediante experimentos, sino que constituye, desde el punto de vista lógico, un axioma indemostrable. Pero entender lo que nos dice este principio exige haber comprendido dos conceptos que no tienen una base en la física intuitiva, a saber, el concepto de *relatividad del movimiento* (más precisamente, de la velocidad) y el concepto de *inercia*. Que el movimiento sea relativo significa que en un cierto sentido es simplemente consecuencia del punto de vista de quien lo observa: dos espectadores diferentes, que se mueven uno respecto al otro, definen movimientos diferentes. Por su parte, el concepto de inercia nos dice que solamente requiere explicación el cambio de movimiento —es decir, el movimiento no uniforme—, pero no el movimiento en sí mismo. También introduciremos en esta parte una primera noción cualitativa de fuerza (en el sentido newtoniano, muy diferente de los significados que tiene esta palabra en la vida cotidiana), como aquello que proporciona esa explicación del cambio de estado de movimiento, en términos de la interacción entre dos cuerpos, y, por último, la noción de “fuerzas de resistencia al movimiento”, como la explicación de la falta de evidencia del principio de inercia en nuestra experiencia cotidiana.

En el tercer capítulo se concluye la introducción de los conceptos básicos de la mecánica newtoniana, pero ahora tratando, en especial, el cambio de movimiento y la *Segunda ley del movimiento*. Comienza presentando las definiciones cuantitativas de masa y cantidad de movimiento (también llamado “momentum”), y discutiendo la naturaleza direccional de la última y de la fuerza. Así estaremos preparados para comprender la noción cuantitativa de “fuerza”, en términos del cambio de la cantidad de movimiento por unidad de tiempo.

Nota: Las palabras señaladas con un asterisco se definen en el glosario al final del texto.

**PÁGINA EN BLANCO
EN LA EDICIÓN IMPRESA**

MODELO ARISTOTÉLICO DEL MOVIMIENTO

En esta parte se pretende que el estudiante sea consciente de su *física intuitiva**, pues es la primera condición para desarrollar una nueva *física** más poderosa. Luego se estudia la naturaleza del conocimiento científico. Por último, se presenta el fenómeno de la caída de los cuerpos, que históricamente fue muy importante en el origen de la nueva física para “corregir” la física antigua, intuitiva, por lo cual es fundamental tenerlo presente a lo largo de nuestro estudio.



COMPRENDIENDO EL MOVIMIENTO DE LOS OBJETOS EN EL ESPACIO

Todos los niños pequeños son científicos informales: en su vida cotidiana y en sus juegos descubren cómo se comportan las cosas haciendo experimentos (sin ser conscientes de ello) e interpretando lo que observan; por ejemplo, todos creemos que todos los cuerpos pesados caen verticalmente, sin necesidad de que nos lo enseñen. No importa que en este continuo proceso de aprendizaje espontáneo no sigan métodos científicos

rigurosos. Las teorías intuitivas e inconscientes sobre el movimiento, que todos hemos desarrollado de esta manera, son sorprendentemente parecidas a lo largo y ancho del mundo. Por esto no extraña que sean parecidas a las teorías formales y conscientes sobre el movimiento que sostuvieron los científicos anteriores a Newton, durante muchos siglos¹.



Ilustración 1

El disco de Hockey observado en la ilustración, después de recibir el golpe del *stick* (bastón), empieza a desplazarse sobre el hielo con velocidad constante. Piense cuidadosamente en la siguiente pregunta:

¿Por qué ocurre esto?

(En otras palabras: ¿cuál es la causa de que el disco realice su desplazamiento sobre la pista, después de que el stick lo puso en movimiento?).

Antes de continuar su lectura, deténgase y reflexione sobre la respuesta que usted daría a esta pregunta, no tratando de recordar lo que le enseñaron en Física al respecto, sino razonando a partir de su intuición sobre la realidad física.

La visión espontánea acerca del movimiento que la mayoría de nosotros formamos en nuestra infancia, gracias a la experiencia cotidiana, parece enseñarnos que todo lo que se mueve es movido por algo de manera inmediata y continua (y no simplemente en el inicio de su movimiento). Si

¹ Es común menospreciar la física griega y medieval, considerándola como un conjunto de ideas especulativas sin base empírica. Según esta visión simplista, Galileo, Newton y los demás fundadores de la Física, tuvieron que luchar contra el “oscurantismo” que no quería saber nada de experimentos. La historia de la ciencia actual, junto con investigaciones psicológicas sobre la “física del sentido común” y sobre el aprendizaje de las ciencias, muestra que la física pre-newtoniana no era algo arbitrario (el lector interesado puede ver más detalles en el prólogo de esta obra). Galileo, con todas sus importantes contribuciones al desarrollo de la física que actualmente conocemos y al establecimiento del método experimental y la matematización de nuestro conocimiento sobre los fenómenos físicos, fue prisionero, en su juventud, de concepciones intuitivas en abierto conflicto con nuestra física (Clement, M., “Students’ Preconceptions in Introductory Mechanics”, *American Journal of Physics*, 50 (1), pp. 66-71, 1982).

interpretamos esta verdad “indudable”, ahondando más en nuestra percepción interna e inexpressable de las experiencias de movimiento, veremos que la respuesta más natural y obvia a la pregunta anterior es la siguiente: el golpe con el *stick* impartió o transmitió al disco esa causa motriz, una especie de “energía” o “fuerza”, que continúa moviéndolo después de haber cesado el contacto entre ambos. Las palabras entrecomillas en la anterior oración se usan en su vago significado cotidiano, como si fueran sinónimos (en la física tienen una definición precisa, cuya comprensión requiere bastante tiempo y reflexión; precisamente uno de los objetivos del texto es ayudarlo a formar esta comprensión, por lo que más adelante expondremos su significado físico). La teoría intuitiva sobre el movimiento puede formularse en palabras mediante las siguientes oraciones:

1. El movimiento es algo *absoluto*: la “velocidad verdadera” de un cuerpo es una característica inherente al cuerpo en sí en cada instante.
2. *Estar* en movimiento (la condición de un objeto fuera del reposo, cuya velocidad no es nula), es siempre *efecto* o resultado de una *causa motriz*, la cual permanece y subsiste en el objeto: “lo que se mueve es movido por otro”.
3. Tal causa motriz proviene del impulsor o propulsor, que puso al cuerpo en movimiento, mediante el cual prolonga su efecto a pesar de haber dejado de estar en contacto directo con el cuerpo.
4. La causa motriz es proporcional a la velocidad: si aumenta la intensidad de la causa, aumenta la velocidad.
5. La causa motriz va “gastándose” o consumiéndose a medida que transcurre el movimiento y, por tanto, la velocidad va disminuyendo.

Recuadro 1. Articulación explícita de la concepción aristotélica del movimiento

Es fácil reconocer estas afirmaciones abstractas en las siguientes intuiciones concretas con respecto a la ilustración 1:

1. El disco de hockey sale con una determinada velocidad.
2. y 3. El disco mantiene esta velocidad por cierto tiempo debido a la “fuerza del golpe”² que le comunicó el bastón (*stick*).

² Como veremos más adelante, algo similar es invocado por la mayoría de personas (con excepción de los físicos) como explicación del movimiento ascendente de una piedra que lanzan hacia arriba con su mano, algo que es muy frecuente denominar como la “fuerza de la mano”. Esta acción fue denominada *ímpetus** por los físicos medievales y por Galileo mismo en su juventud.

4. La velocidad inicial será mayor mientras más grande sea la fuerza del golpe.
5. La fuerza del golpe es cada vez más débil, y, en consecuencia, la velocidad del disco va disminuyendo con el transcurso del tiempo.

La “teoría” articulada en el recuadro 1 es llamada “concepción aristotélica del movimiento” pues fue Aristóteles quien primero escribió extensamente sobre ella. La hemos simplificado bastante por razones obvias, pero su interés va más allá de la historia, pues la investigación del pensamiento espontáneo sobre el movimiento ha demostrado, sin duda, que esta teoría todavía está viva en la mente de los alumnos de física. Otra afirmación aristotélica, que no suele ser explícita en el pensamiento intuitivo actual pero que también influye, y a la que nos referimos más adelante, es la diferencia entre lo que Aristóteles llamó “movimiento violento” y “movimiento natural”. Lo que hemos dicho hasta el momento se aplica a los primeros, que son impuestos al objeto por un agente exterior (otro ejemplo, además del movimiento del disco de la ilustración 1, es el de una flecha disparada por un arco, o el de una piedra lanzada verticalmente *hacia arriba*). En cambio, el origen de los segundos es la naturaleza del objeto, y son de dos clases: i) movimiento vertical rectilíneo de caída (es decir, *hacia abajo*, hacia el centro de la Tierra que, para Aristóteles, era el centro del universo)³, y ii) el movimiento circular uniforme diario de las esferas celestes en torno a dicho centro. En el trabajo no trataremos de este último, cuyo interés es puramente histó-



Aristóteles (384-322 a.C.), filósofo y científico griego, considerado, junto a Platón y Sócrates, como uno de los pensadores más destacados de la antigua filosofía griega y posiblemente el más influyente en el conjunto de toda la filosofía occidental.

³ Otro ejemplo es el movimiento ascendente de una burbuja en el agua, alejándose del centro de la Tierra.

rico; en cambio el segundo amerita una discusión detallada, pues se sigue interpretando al modo aristotélico.

LA NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO FÍSICO

Antes de discutir la concepción aristotélica del movimiento es preciso hacer un poco explícita la respuesta a la pregunta: ¿qué es una teoría científica? Nos detendremos un poco en lo que parece una discusión filosófica, pero que es necesaria para ponerse en la actitud mental adecuada para comprender lo que sigue.

Otra importante barrera que tienen inconscientemente la mayoría de los alumnos para comprender la física es creer que esta ciencia es el resultado de “descubrir” cómo *son* las cosas en realidad, es un simple producto de los experimentos. En esta corta sección veremos que la física es una “invención” de las mentes de los físicos, una construcción que pretende representar la realidad de una manera cada vez más perfecta, pues las teorías científicas son creaciones de la mente de ciertos individuos, aunque son aceptadas o rechazadas por la comunidad científica según una diversidad de criterios, entre los que destaca la consistencia con la experiencia humana. Por ello no tiene sentido hablar de “demostración” de teorías, ni mediante el experimento, ni mediante las matemáticas.

En efecto, la realidad material tangible, con todos sus detalles y particularidades, es demasiado compleja: los conceptos inventados por los científicos para describirla mentalmente y hacer predicciones sobre los sucesos son idealizaciones y simplificaciones. Decimos que estos conceptos y las estructuras mentales se integran en teorías científicas, las cuales, al ser aplicadas a cierto objeto, nos brindan un *modelo** del objeto. La palabra “modelo” se usa en un sentido que puede concebirse pensando en cosas como las maquetas o modelos-a-escala (por ejemplo, muñecos, automóviles y aeroplanos de juguete, etc.), o también en los planos y mapas que representan bidimensionalmente un edificio, una máquina o un territorio, o cualquier entidad tridimensional, mediante ciertas convenciones gráficas. Encontramos otros tipos de modelos más abstractos, como una narración de un suceso (mediante la cual representamos el suceso), las metáforas poéticas que nos evocan sentimientos, etc. Los modelos de la física tienen, en particular, que están definidos generalmente por relaciones matemáticas entre conceptos matemáticos, es decir, representan los objetos mediante variables (cantidades que pueden medirse) y ecuaciones entre variables, etc.

El carácter matemático de los modelos físicos nos permite emplearlos para hacer predicciones cuantitativas sobre el resultado de experimentos en los que se miden ciertas variables. Si las predicciones obtenidas a partir de cierto modelo concuerdan con los datos obtenidos en el laboratorio,

el modelo “funciona”. Si los datos se apartan de las predicciones a partir del modelo (teniendo en cuenta la precisión del experimento), y disponemos de otro modelo que sí funciona, desecharemos el modelo que no funciona, pues el nuevo modelo constituye una “historia” más semejante al mundo real que el viejo.

Ahora bien, el modelo aristotélico y cotidiano predice resultados para un buen número de experimentos que son contradichos por los resultados reales, como discutiremos en la sección siguiente. Existe otro modelo, el newtoniano, que está de acuerdo con los que sucede en estos experimentos. Al considerar atentamente el resultado de estos experimentos, se espera que el alumno cuestione seriamente las suposiciones sobre la realidad en que se basa el modelo aristotélico (existencia del movimiento absoluto, el axioma “lo que se mueve, es movido por otro”) y comprenda y acepte las suposiciones de base del modelo newtoniano.

Una última advertencia: el modelo newtoniano no es la última palabra. Después de Newton se ha observado una gran cantidad de fenómenos nuevos y se han realizado experimentos de una extraordinaria precisión. Las predicciones para estos experimentos obtenidas a partir del modelo newtoniano no fueron confirmadas por sus resultados. En consecuencia, los físicos han tenido que construir modelos no newtonianos. No obstante, las limitaciones del modelo newtoniano no impiden su uso en altísimo número de aplicaciones científicas y de ingeniería, por lo que todavía se sigue empleando en estas aplicaciones. Además, muchas de las suposiciones básicas del modelo newtoniano (por ejemplo, la relatividad del movimiento), siguen conservando su valor en los modelos no newtonianos actuales.



Isaac Newton (1642-1727), matemático y físico británico, considerado uno de los más grandes científicos de la historia, que hizo importantes aportaciones en muchos campos de la ciencia.

PONIENDO A PRUEBA EL MODELO ARISTOTÉLICO

Es importante que al leer los párrafos siguientes, usted se esfuerce en comprender el significado del texto, no importa lo que piense en un primer momento acerca de la verdad o falsedad de lo dicho (pues hay que recordar con frecuencia que estamos construyendo modelos de la realidad). También es importante que usted mismo haga los experimentos sencillos que se indicarán, que no requieren tomar medidas sino simplemente observar lo que pasa e intentar explicarlo de manera lógica, sin hacer caso a la sensación intuitiva de que “hay algo raro en ese resultado”. Tome una hoja de papel y una cartulina gruesa del mismo tamaño, como muestra la figura 1. Si deja caer ambas una al lado de la otra desde esa posición, ¿cuál llegará primero al piso? Piense primero y luego haga la experiencia. Seguramente su predicción estuvo de acuerdo con el resultado de la experiencia.

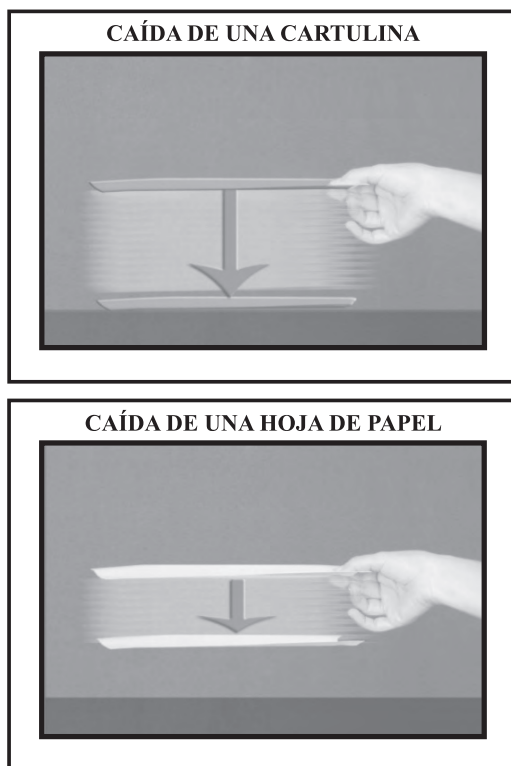


Figura 1. Experimento de la hoja y la cartulina (primera parte)

Ahora ponga el papel encima de la cartulina (figura 2), y pregúntese nuevamente cuál llega primero al piso antes de soltarlos. ¿Le sorprendió el resultado? (por si todavía no la ha hecho, compare sus pesos).

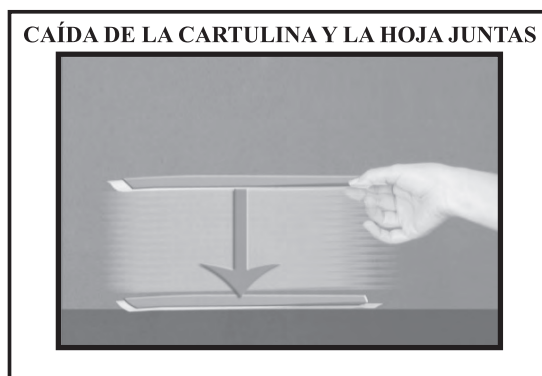


Figura 2. Experimento de la hoja y la cartulina (segunda parte)

Por último, arrugue y apriete la hoja de papel hasta formar una bolita lo más redonda y compacta posible; luego déjela caer al mismo tiempo que la cartulina (soltada nuevamente como aparece en la figura 2). ¿Le sorprendió el resultado?

Una de las consecuencias lógicas de la concepción aristotélica y cotidiana del movimiento es que los cuerpos más pesados caen más rápido que los más livianos, por *razón de su mayor peso*. En efecto la velocidad de caída de un objeto es proporcional al peso (ver recuadro 1), el cual es la fuerza intrínseca que lo impulsa hacia el suelo. Es decir, la teoría predice que a mayor peso, habrá mayor velocidad. Lo que nos indican estos resultados, junto con los de una multitud de experimentos precisos y sofisticados (por ejemplo, dejar caer una pluma y una moneda en un tubo al vacío), considerados conjuntamente, es que, cuando la resistencia del aire sobre la hoja se hace despreciable (bien sea por ponerla por encima de la cartulina o bien sea por convertirla en una bolita), los cuerpos más livianos caerían con la misma velocidad que los más pesados. Para explicar este resultado, tan contrario a nuestra comprensión de “cómo funciona el mundo”, fue necesario realizar una profunda revolución en nuestra interpretación del movimiento. Si a grandes mentes del pasado les tomó mucho tiempo asimilarla cuando fue propuesta, no se sorprenda de que usted requiera un tiempo largo de reflexión para lograrlo. Esta revolución consistió en la construcción de un sistema de nuevos conceptos bastante abstractos, cuyas interrelaciones constituyen la mecánica newtoniana. Por tanto, antes de volver al fenómeno de caída libre, lo que haremos al final de estas notas, es necesario, primero, una lenta y cuidadosa labor de reflexión conceptual.

MOVIMIENTO UNIFORME Y PRIMERA LEY DE NEWTON

Las naves espaciales Apolo que llevaron al hombre a la Luna apagaron sus motores luego de abandonar la órbita terrestre. ¿Qué las impulsaba entonces hacia nuestro satélite? “Creo que Isaac Newton realiza la mayor parte del impulso ahora”, respondió el astronauta Bill Anders, a esta pregunta de su hijo durante el viaje del Apolo 8. En este capítulo usted entenderá lo que Anders quería decir, y podrá interpretar desde el punto de vista de la física la intuición aristotélica de su hijo. Al finalizar el capítulo podrá relacionar el conocimiento científico con el conocimiento común o cotidiano, para que pueda dar explicaciones a hechos o sucesos que ocurren en su alrededor.



MOVIMIENTO UNIFORME

Mientras en la física aristotélica el movimiento se clasifica, sobre todo, en movimiento natural y violento, en la física actual se clasifica principalmente en *movimiento uniforme** (MU) y no uniforme, más comúnmente llamado *movimiento acelerado** (MA). Comprender esta distinción es esencial, pues el primero tiene una importancia fundamental, incluso para definir el segundo. La figura 4 muestra una “fotografía de destellos múltiples” de un choque entre dos bolas de billar (una de las cuales estaba inicialmente en reposo en el centro de la fotografía, saliendo después del choque por la derecha, la otra entró por la izquierda y salió por la parte superior). Este tipo de imágenes se obtiene iluminando la escena en movimiento en los instantes t_1 , $t_1 + \Delta t$, $t_1 + 2\Delta t$, $t_1 + 3\Delta t$, ..., $t_1 + n\Delta t$ (siendo Δt el intervalo entre destellos y $n+1$ el número de destellos; el resto del tiempo la escena permanece totalmente a oscuras). Las sucesivas posiciones de cada bola, destello tras destello, quedan registradas en la película. Mida con una regla el trayecto cubierto, entre destello y destello, por la bola de la izquierda antes del choque. Podrá apreciar que “recorre espacios iguales en tiempos iguales”.

La figura 5 muestra otra fotografía del mismo tipo, pero ahora se trata de una bola de billar que cae, soltada desde el reposo. Se observa con claridad el aumento progresivo de la distancia recorrida a medida que transcurre el tiempo. Para el mismo intervalo de tiempo Δt (el tiempo que media entre destellos sucesivos), hay una variación en la magnitud del “desplazamiento”, o cambio de posición. En consecuencia, el movimien-

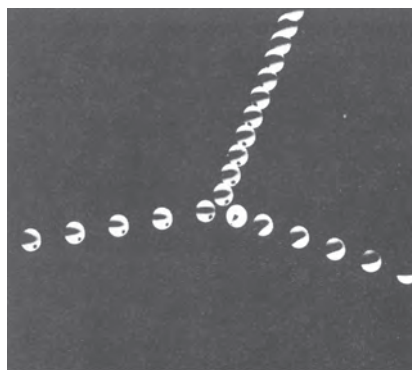


Figura 4.
Movimiento uniforme

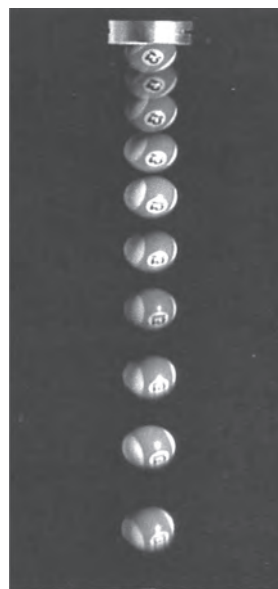


Figura 5.
Movimiento acelerado

to de esta bola no es uniforme, según el concepto que acabamos de ver (o, dicho de otra manera, es un movimiento acelerado). En estas notas no estamos interesados en el evidente patrón, regularidad, o ley que parecen seguir dichos incrementos; su estudio requiere un tratamiento matemático que dejamos para un curso formal de Física.

En la física cotidiana, cualitativa, lo esencial es el movimiento en sí, sin que importe la relación cuantitativa entre la distancia y el tiempo, lo que distingue el MU del MA. En cambio, para los físicos esta distinción es primordial. La principal razón es que el primero no necesita una causa externa para explicar su continuación, mientras el segundo sí la requiere. En esta segunda parte de las notas, en la que trataremos sobre todo del MU, expondremos la razón y las consecuencias de esta suposición, que surge de un cambio radical en el concepto mismo de movimiento. No obstante, partiremos de la intuición acerca de la necesidad de que exista un “algo” dentro del cuerpo en MU, y que hemos discutido en la primera parte de las notas, reconociendo en ella una comprensión coherente con lo que nos enseña la física newtoniana, aunque formulada en un lenguaje más preciso.

CONCEPTOS DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO E INTERACCIÓN

Según los postulados del recuadro 1, cualquier movimiento, incluyendo el MU, es un proceso complejo, pues requiere siempre un impulsor, extrínseco o intrínseco al objeto. Por el momento aceptemos el carácter absoluto del movimiento uniforme (cuando más adelante abandonemos esta suposición veremos las modificaciones que sufrirá el concepto que vamos a introducir enseguida). En el MU del disco de hockey de la ilustración 1 (es decir, en el movimiento posterior al golpe), este impulsor debe ser intrínseco, inherente al cuerpo. Aristóteles y nuestra intuición tienen cierta razón en postular su existencia, en cuanto tiene que existir algo *en* el cuerpo que lo mantenga en movimiento. La física newtoniana llama a ese algo *cantidad de movimiento** en lugar de *ímpetu** o “fuerza intrínseca”, pues establece una distinción fundamental entre la cantidad de movimiento y la fuerza: mientras la primera caracteriza el *estado** de movimiento del cuerpo considerado en sí mismo, la fuerza describe la *interacción** entre dos cuerpos: el proceso por el cual dos objetos se alteran mutuamente en algunas de sus propiedades. Esta distinción refleja dos aspectos diferentes en el movimiento: a) movimiento como estado o condición de un cuerpo en cada instante, en lo que respecta a sus relaciones de posición; b) proceso de cambio de ese estado durante un intervalo de tiempo, lo que necesariamente involucra, como veremos enseguida, dos cuerpos en interacción.

Sin embargo, la transformación conceptual obrada al poner el nombre de “cantidad de movimiento” para lo que Aristóteles (más precisamente,

los físicos del siglo XIV) llamaba el ímpetu, el “impulsor intrínseco” del MU, es muy profunda. Pues, en la física newtoniana, la cantidad de movimiento no se interpreta de manera causal, como un agente activo. Al contrario de lo que solemos creer, el MU, en la visión newtoniana, supone la ausencia completa de un *agente* impulsor, incluso interno. Para exponer el porqué de este contraste tan radical, es necesario comenzar comprendiendo que no existe, ni podrá existir jamás, un “impulsor intrínseco” a un cuerpo aislado, ya que todo cuerpo en realidad se pone en movimiento, o modifica su estado de movimiento, como resultado de una interacción con un segundo cuerpo. Una “experiencia de pensamiento” muy sencilla puede convencer al lector. ¿Le es posible levantarse de la silla sobre la que está sentado actualmente sin apoyar los pies sobre el piso ni las manos sobre la silla o cualquier otro objeto? Entre las muchas experiencias cotidianas que indican la necesidad de una interacción entre dos cuerpos para cambiar el estado de movimiento, podemos mencionar lo que sucede cuando un carro enfrenta una curva muy cerrada con la carretera cubierta de hielo, por lo que no hay adherencia o interacción entre las llantas y el pavimento. En lugar de cambiar la dirección de movimiento para tomar la curva, el auto continúa en su movimiento original y se sale de la carretera, pues es la interacción entre las llantas y el piso lo que produce la fuerza sobre el auto necesaria para cambiar su dirección –observe la ilustración 2– (al igual que es la interacción entre los pies y el suelo lo que nos hace mover y controlar nuestro cuerpo al caminar –ver ilustración 3–)¹.



Ilustración 2. Carro en curva cerrada

¹ Los cohetes pueden parecer un ejemplo que contradice la suposición de la necesidad de una interacción entre dos cuerpos para cambiar sus estados de movimiento. Lo que sucede es que en estos casos la interacción se produce entre la estructura del cohete con los gases expulsados por las toberas, gases que constituyen un material diferente.



Ilustración 3. Personas en movimiento

VELOCIDAD, ACELERACIÓN, MARCO DE REFERENCIA

Una distinción conceptual importante, relacionada con los dos aspectos del movimiento que hemos discutido (movimiento como estado versus movimiento como proceso de interacción, o cantidad de movimiento versus fuerza) es la distinción entre las magnitudes físicas *velocidad** y *aceleración**. La primera describe el estado de movimiento, o su intensidad, en un instante dado (también se puede denominar “rapidez”, con una pequeña diferencia de significado que no es necesario tener en cuenta por el momento); la segunda describe el *cambio* de velocidad como consecuencia de una interacción.

Para definir cuantitativamente la velocidad tenemos que retomar la cuestión del carácter no absoluto del movimiento (ver afirmación 1 del recuadro 1, p. 6). Comprender la física newtoniana presupone darse cuenta de que no existe ninguna razón para considerar alguna, entre todas las velocidades que observan los diferentes espectadores del movimiento, como más verdadera que las demás. En consecuencia, para establecer su valor es preciso primero definir explícitamente el *marco de referencia**: el punto considerado inmóvil en el espacio y con respecto al cual se miden las posiciones de los cuerpos. Como medida de la velocidad (para un cuerpo en MU) se toma entonces la distancia recorrida, *respecto al observador* (o su marco de referencia), por unidad de tiempo. El carácter no absoluto del movimiento significa que todos los diferentes marcos de referencia, que se mueven unos respecto de otros con movimiento uniforme, son igualmente válidos, por lo que un cuerpo puede estar, a la vez, en reposo (con respecto a cierto marco) y con una cierta velocidad uniforme (respecto a otro marco).

Podemos entender la arraigada tendencia psicológica a atribuir al movimiento un carácter absoluto debido a que en la vida cotidiana el marco de referencia está siempre implícito, porque lo constituye la superficie de la Tierra². Más adelante profundizamos en estos dos nuevos conceptos, la *relatividad del movimiento** y el de marco de referencia; por el momento continuaremos despejando el arraigado prejuicio de que todo movimiento requiere un impulsor (manifiesto u oculto), prejuicio que es el más profundo obstáculo psicológico para la comprensión de la física newtoniana.

Recapitulando, el concepto newtoniano de movimiento requiere distinguir las magnitudes que describen el movimiento como tal, de las que describen su cambio. Entre las primeras hemos hablado de la velocidad, y entre las segundas mencionamos la aceleración. Mientras la velocidad no produce efectos en el organismo (pues es relativa al marco de referencia), el cambio de velocidad, que llamamos “aceleración”, sí los produce (como lo experimentan los astronautas al despegar). En cualquier texto formal de Física estudiará estas nociones y las relaciones entre sus valores numéricos (estudio que se denomina *cinemática**, que describe de manera precisa el cómo del movimiento y de sus cambios, en términos de la relación entre la posición y el tiempo³). En la tercera parte procederemos a introducir los conceptos y variables que describen las interacciones y con ello la explicación del cambio de movimiento, pero antes es necesario analizar con más detalle el movimiento uniforme hasta estar convencidos de que la teoría de Newton al respecto es razonable.

INERCIA

El MU persiste, entonces, por sí mismo, según Newton, no solamente sin que requiera una interacción, sino que no puede haber ninguna o, si la hay, debe haber *otra* interacción compensatoria que anule exactamente el efecto de la primera (las interacciones se combinan según ciertas leyes que luego estudiaremos). Pero entonces, ¿qué queda de nuestra intuición de la causalidad, tan profundamente arraigada en nuestra mente y por la que nos es imposible imaginar un suceso que no tenga una razón para su ocurrencia? Esta necesidad psicológica explica la inclinación a atribuir la persistencia del MU a la acción de un “impulsor oculto” en el mismo cuerpo,

² Por ello pudimos suponer provisionalmente que el MU es absoluto, cuando en la sección anterior introdujimos el concepto de cantidad de movimiento. Pero, en realidad, la cantidad de movimiento de un cuerpo es también relativa a un marco de referencia, al igual que la velocidad (veremos en la tercera parte que ambas magnitudes son directamente proporcionales). Cuando no se especifica el marco de referencia es porque se trabaja con el marco de referencia terrestre.

³ Junto con la *dinámica**, constituye la *mecánica newtoniana* en su formulación pedagógica clásica.

algo transferido a éste por el “impulsor externo”, es decir, el generador del movimiento a partir del reposo. Si nos deshacemos del impulsor oculto, a la pregunta por la *causa* de esta permanencia pueden darse dos explicaciones. Una primera propone que la cantidad de movimiento obedece la siguiente *ley de conservación**:

La cantidad de movimiento de un cuerpo puede cambiar únicamente como consecuencia de interacciones con otros cuerpos.

Recuadro 2. Ley de conservación de la cantidad de movimiento

Una segunda explicación atribuye a los cuerpos una especie de “resistencia” a cambiar su estado de movimiento. La propiedad de oponer esta resistencia se denomina *inercia*⁴. Newton usó algunas veces la expresión “fuerza de inercia” para esta propiedad, pero este nombre no prosperó pues la palabra “fuerza” se reservó para describir la interacción entre dos cuerpos (además sugiere erróneamente que la inercia tiene un carácter activo).

Algunos ejemplos cotidianos nos permiten “percibir” esta propiedad. Es lo que explica la necesidad de que un bebé en un carro debe viajar en una silla especial con correas. De otra manera, ante un frenazo del carro, su movimiento respecto a la Tierra, que proseguiría luego de detenerse el vehículo, le llevaría a estrellarse contra el parabrisas (figura 6). De la misma manera, si usted lleva agua en una ponchera y para bruscamente, verá que el agua se derrama por delante. Ello es debido a la permanencia inercial del propio movimiento del volumen de agua. De hecho, mientras más rápido camina, más lejos llegará el agua.

Un último ejemplo de inercia, de los muchos que podemos imaginar, es el que se presenta a continuación. Amarre un tarro pesado a una cuerda, y por medio de ésta haga girar al tarro sobre su cabeza en un plano horizontal, a modo de honda (figura 7). Si la rapidez de giro aumenta progresivamente hasta que, ¡zás!, la cuerda se revienta (figura 8), ¿cuál va a ser la trayectoria del tarro inmediatamente después del reventón?: ¿Sigue luego girando un poco la piedra, como muestra la trayectoria rotulada como (a)?; ¿o, más bien, su nueva trayectoria será la (b)? La realidad es que el resultado es el mostrado en la trayectoria (b) –si no lo cree haga el experimento-. Así pues, esta experiencia nos muestra que la inercia se manifiesta en que

⁴ *¿No es la inercia otro nombre para el impulsor oculto que nos imaginamos intuitivamente como causa del movimiento uniforme? La distinción esencial es que este impulsor es una entidad transeúnte (es decir, que está presente en el cuerpo sólo durante el movimiento), y que produce activamente el estado de movimiento; en cambio, la inercia es una propiedad permanente por la cual el cuerpo se opone pasivamente al cambio de su estado de movimiento.*

el cuerpo conserva, no sólo la rapidez del movimiento, sino también su *dirección*.

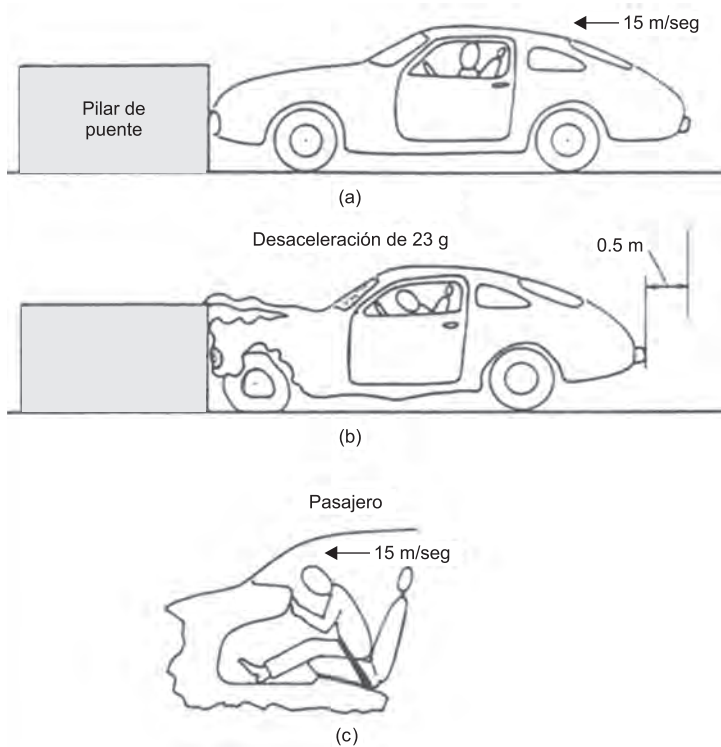


Figura 6. Inercia



Figura 7. Situación inicial



Figura 8. ¿Qué camino sigue el móvil?

La propiedad de la inercia puede verse desde otro punto de vista: si el movimiento no es uniforme, entonces sí que es necesario atribuir el cambio del estado de movimiento (bien sea en magnitud o dirección) a una “interacción neta”, un conjunto de interacciones no compensadas. La existencia de la inercia hace que se necesite una interacción para pasar del reposo a un estado de movimiento, del movimiento al reposo o para cambiar la dirección de movimiento. Esta propiedad, considerada cuantitativamente, también da cuenta de la mayor o menor “intensidad de interacción” (lo que llamaremos más adelante “fuerza”) que se necesita aplicar a diferentes cuerpos para *ponerlos en movimiento*, según su mayor o menor inercia.

En consecuencia, nuestra intuición, y con ella el modelo aristotélico, tiene razón al sostener el principio: para que un cuerpo *empiece* a moverse, se necesita un motor que lo ponga en movimiento. En otras palabras, cuando hablamos del paso del reposo al movimiento, es verdad que *todo lo que se mueve es movido por otro*. Este principio, al que todos estamos correctamente habituados, nos habla, por tanto, de algo que podríamos llamar *inercia de reposo*. La *inercia de movimiento*, el que los cuerpos conserven por sí mismos su estado actual de movimiento, es mucho más difícil de aceptar, aunque la creciente familiaridad con la tecnología moderna del transporte nos puede hacer más fácil esta aceptación. Más adelante nos preguntaremos: *¿Cómo se llegó al concepto de inercia, tan contrario al sentido común que ha sido muchas veces llamado “revolucionario”?* Para responder esta pregunta tendremos que profundizar en la relatividad del movimiento, que nos permitirá disipar un poco el misterio de la inercia al despegarnos, por decirlo así, del planeta Tierra.

MÁS SOBRE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Hemos dicho que la pregunta por la causa de que un cuerpo en MU continúe en su estado de movimiento, después de haber cesado la interacción impulsora, admite otra respuesta, que rescata, en parte, nuestra intuición familiar del movimiento, por lo que tiene una historia importante: todo cuerpo en estado de movimiento uniforme mantiene este movimiento debido a que hay algo en ellos, una especie de poder o cualidad cuantificable asociada a su movimiento⁵, que hemos denominado anteriormente cantidad de movimiento. También hemos visto que esta cualidad permanece constante, o se conserva, en ausencia de interacciones con otros cuerpos. Asignar a los cuerpos esta cualidad es una manera de dar cuenta de la sensación que se tiene, al detener una pelota de béisbol, de recibir un golpe en la dirección que lleva la pelota (ver ilustración 4). De la misma manera podemos explicar los efectos destructores que causa el choque de un camión contra un auto detenido, así como las innumerables experiencias que nos llevan a imaginar el movimiento como una situación completamente distinta del reposo.

Nota terminológica: Es muy probable que usted respondiera la pregunta por el nombre de ese “algo” que tiene un cuerpo en movimiento, y que *no tiene* cuando está en reposo, usando el término *energía** (aunque no podría explicar lo que entiende por energía). En este uso del término, el lenguaje cotidiano y el científico coinciden: un cuerpo que se mueve (respecto a un observador) tiene más energía (también respecto a ese observador) que un cuerpo en reposo, al igual que tiene mayor cantidad de movimiento.



Ilustración 4. El bateador comunica a la pelota una cantidad de movimiento. Si el receptor detuviera sin guante la pelota, esta cantidad de movimiento produciría un daño considerable.

⁵ Más, precisamente, esta cantidad está asociada a la relación entre el objeto y el marco de referencia, no al objeto en sí mismo, puesto que el movimiento se define con respecto a un cierto marco de referencia. En la siguiente sección nos detendremos en esta importante aclaración.

PRINCIPIO DE RELATIVIDAD DEL MOVIMIENTO

Este principio, que enunciamos unas páginas más atrás, afirma que el valor de la velocidad depende del marco de referencia respecto al cual se mide. Históricamente, la evolución desde la inercia de reposo, hasta la inercia de movimiento, es muy compleja y en ella ocupó un papel esencial este principio fundamental de la Física. Pero nuestro objetivo no es convertirnos en historiadores sino facilitar la formación en nuestra mente de la concepción newtoniana. Por eso vamos a simplificar esa historia a sus rasgos esenciales.

Si la Tierra está en movimiento en el espacio, ¿por qué no lo vemos así?

La gran discusión científica y filosófica en los siglos XVI y XVII, en los que ocurrió la llamada “revolución científica”, fue sobre el movimiento o no de la Tierra, tanto el de rotación diaria como el movimiento siguiendo una órbita alrededor del Sol (figura 9). Nosotros, como habitantes de la Tierra, desde nuestro punto de observación, desde nuestra nave espacial que es este planeta, *vemos* que nuestro planeta está en reposo, y que el Sol está en movimiento a nuestro alrededor. Si viajáramos al Sol y nos detuviéramos sobre su superficie veríamos lo contrario: el Sol en reposo y la Tierra girando a nuestro alrededor. Así, pues, el modelo astronómico propuesto por Copérnico presupone implícitamente que estar o no en movimiento depende del punto de vista.

Sucede lo mismo dentro de un vehículo: para los pasajeros, las sillas del vehículo están en reposo, pero para el observador parado en el andén, las mismas sillas están en movimiento (figura 10). En conclusión, para hablar de movimiento o reposo necesi-



Nicolás Copérnico (1473-1543), astrónomo polaco, conocido por su teoría según la cual el Sol se encontraba en el centro del Universo y la Tierra, que giraba una vez al día sobre su eje, completaba cada año una vuelta alrededor de él. Este sistema recibió el nombre de heliocéntrico o centrado en el Sol.

riamente se necesita definir lo que anteriormente hemos llamado un *marco o sistema de referencia* determinado. Es decir, un objeto considerado en reposo por el observador y respecto al cual éste determina la posición. Decimos así que *el movimiento es relativo al marco que se toma como referencia*. Esta noción de movimiento nos permite comprender el significado del principio de relatividad: *el estado de reposo es “físicamente equivalente” al estado de movimiento uniforme*. En general, el principio afirma que todos los marcos de referencia que se encuentran en movimiento uniforme entre sí son igualmente válidos⁶. Una de las principales contribuciones de Galileo a la física fue este principio.

El principio de relatividad significa, volviendo a nuestro ejemplo del tren, que no tiene sentido pensar que la verdad sobre el movimiento o reposo de las sillas dentro del tren la tenga, o bien el pasajero, o bien el observador en el andén. Desde el punto de vista particular de cada uno, ambos están en lo cierto. Debemos abandonar nuestra intuición de que estar en reposo es una condición fundamentalmente diferente de la condición de movimiento uniforme, si queremos comprender el movimiento tal como lo concibe la física actual.

Aunque el concepto de relatividad se formuló primero que el concepto de inercia, el primero depende del segundo pedagógicamente y lógicamente. Pues, sin la inercia, el concepto de relatividad parece un contrasentido, pues afirma algo que contradice nuestra



Galileo (Galileo Galilei) (1564-1642), físico y astrónomo italiano que, junto con el astrónomo alemán Johannes Kepler, comenzó la revolución científica que culminó con la obra del físico inglés Isaac Newton.

⁶ *Al cambiar de marco de referencia, cambia el valor numérico de la velocidad; pero este cambio no es arbitrario: estos valores están relacionados entre sí y con la velocidad de uno de los marcos de referencia respecto al otro. En el curso formal de Física se estudia la relación matemática entre los valores de la velocidad para los diferentes marcos de referencia.*

percepción: “el movimiento es equivalente al reposo”. Esta percepción se debe a que estamos tan acostumbrados a referir todo el movimiento a la Tierra, que concebimos el movimiento como algo absoluto, dejando implícito el marco de referencia.

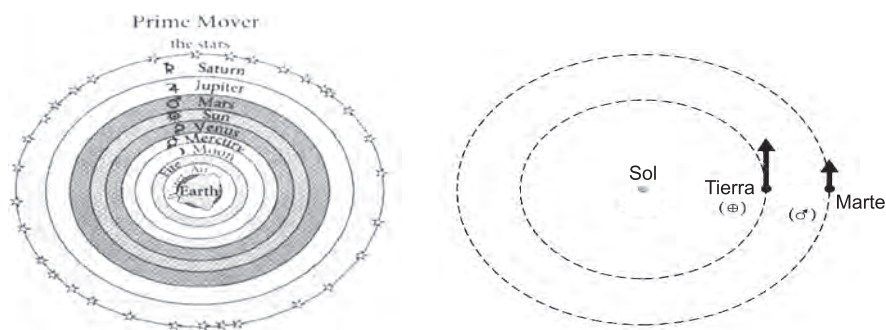
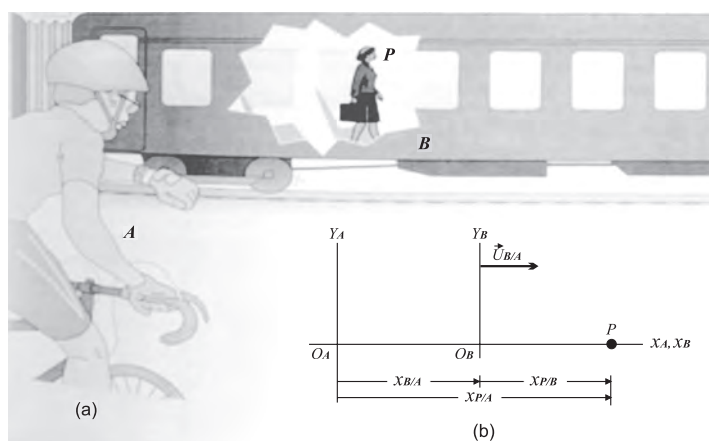


Figura 9. Modelos astronómicos aristotélico y copernicano



**Figura 10. El reposo es equivalente al movimiento uniforme:
¿quién está en lo cierto respecto al movimiento o reposo de las sillas del tren:
el pasajero o el observador en el andén?**

El principio de relatividad se puede expresar de otra manera, más cuantitativa, mediante la cantidad de movimiento: *el valor de la cantidad de movimiento depende del marco de referencia*. Es la diferencia conceptual fundamental de este concepto con el pre-newtoniano de ímpetu (aparte de su definición cuantitativa, rigurosa en términos de masa y velocidad, como veremos en la tercera parte). Podemos aumentar nuestra comprensión de este principio volviendo a nuestro jugador de béisbol en trance de detener

una bola con su manilla. Si nos imaginamos que corre a la misma velocidad que la bola y en su misma dirección, al cogerla no sentiría presión contra el guante, pues, en ese caso, la cantidad de movimiento de la bola sería cero (respecto al jugador).

PRIMERA LEY DEL MOVIMIENTO DE NEWTON

Newton publicó su construcción teórica en el año 1687, en su famoso libro *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (*Principios matemáticos de la filosofía natural*), siguiendo el modelo axiomático de la geometría de Euclides⁷. El punto de partida de sus deducciones fueron sus famosas tres leyes, de las cuales la primera postulaba:

Todo cuerpo persevera en su estado de reposo o movimiento uniforme hacia delante, a menos que sea obligado por las fuerzas impresas a cambiar su estado.

Recuadro 3. Primera ley del movimiento de Newton

Este postulado resume la discusión sostenida durante el medio siglo precedente, en Europa, por los científicos, a la que contribuyeron especialmente Galileo y Descartes. Combina el concepto de inercia que hemos discutido y el principio de relatividad del movimiento, a la vez que introduce la noción científica de *fuerza** como la explicación del cambio de velocidad. En términos más modernos, esta ley se suele expresar así: *la velocidad de un cuerpo es constante si y sólo si no hay “interacción neta”*⁸. Otra forma equivalente de expresarla es: *la cantidad de movimiento de un cuerpo es constante en ausencia de interacción y únicamente las interacciones ocasionan la variación de la cantidad de movimiento*.

Otros argumentos a favor de la primera ley de Newton

Un cambio de visión tan radical, como el que propone la Física, entre la concepción aristotélica-cotidiana (el movimiento uniforme requiere un impulsor) y la newtoniana (el movimiento uniforme se mantiene por

⁷ Se atribuye al famoso matemático Euclides (cuya vida es poco conocida, y se supone que vivió en el siglo III a. C.) el famoso libro *Elementos de Geometría*, en los que el saber geométrico de los griegos se organizó en un sistema deductivo de axiomas, postulados y teoremas.

⁸ Hay diferencias cualitativas fundamentales entre la situación de ausencia de interacción (algo que no se da en la realidad) e interacciones compensadas (lo que se da con mucha frecuencia, por ejemplo, al intentar arrastrar una caja muy pesada y no lograr moverla). Sin embargo, estas dos situaciones no se diferencian matemáticamente.



René Descartes (1596-1650), filósofo, científico y matemático francés, considerado el fundador de la filosofía moderna.

inercia, o por conservación de la cantidad de movimiento), necesita algo más que argumentos lógicos para ser aceptado y asimilado. Afortunadamente ahora disponemos de la posibilidad de realizar experimentos con objetos sometidos a interacciones que se compensan exactamente, *de modo que no haya interacción neta*. Es el caso del llamado “riel de aire” que se encuentra en los laboratorios universitarios de física. Se trata efectivamente de un riel sobre el que se monta “a caballo” un carrito adaptado a la forma del riel, como se ve en la ilustración 5. A lo largo de los lados superiores del riel se han hecho agujeritos por los que fluye aire a presión. El aire evita el contacto entre el carrito y el metal, formando un colchón de aire. Se comprueba que efectivamente los carritos se mueven a velocidad prácticamente constante después de ser impulsados.



Ilustración 5. Riel de aire

Galileo, el primer defensor del concepto de inercia de movimiento, argumentó a favor de este principio a partir de la periodicidad del movimiento pendular (ver figura 11). Es bien sabido que la esfera tiende a volver a la

altura inicial una vez y otra. En realidad sabemos que un péndulo termina, al cabo de muchas oscilaciones, por detenerse. Sin embargo, Galileo sostuvo, si pudiéramos eliminar la presencia de cualquier fuerza de resistencia al movimiento (de las que hablaremos más adelante), el movimiento pendular persistiría indefinidamente. El péndulo imaginario de Galileo constituye lo que se llama actualmente un *experimento mental*: una modificación hipotética e ideal de un experimento real o de la experiencia común, que extrapola lógicamente el comportamiento realmente observado a condiciones que podemos pensar teóricamente, pero que, por razones prácticas, no se pueden realizar.

Así, si imaginamos el péndulo en el vacío y que está soportado en un pivote perfecto, veríamos que continúa oscilando indefinidamente. Para llegar a esta conclusión, consideremos que construimos péndulos cada vez más perfectos, que se aproximan de modo cada vez mejor a las condiciones ideales del experimento mental (es decir, que vamos eliminando las fuerzas de resistencia al movimiento): si vamos disminuyendo más y más éstas, el movimiento de subida de la pesa se va acercando más y más al nivel de partida, hasta que en el límite matemático de fricción cero alcanzaría exactamente dicho nivel.

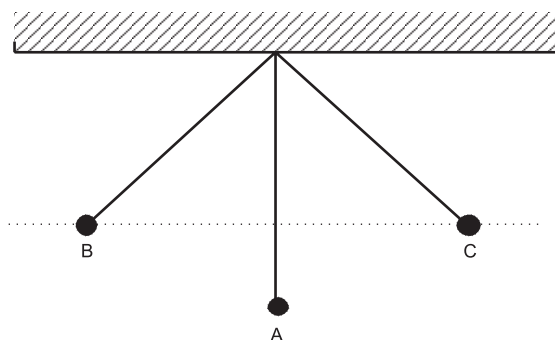


Figura 11. Soltamos en B una bola amarrada por una cuerda al techo. Si consideramos el caso límite en el que las fuerzas de fricción se hacen despreciables, la bola alcanza el mismo nivel de partida en el punto C. Desde C se devuelve hasta B y así sucesivamente.

Las figuras 12 y 13 representan otro experimento mental de Galileo, mediante el cual construyó uno de sus argumentos más poderosos para defender la inercia de movimiento. Un cuerpo se mueve entre dos planos inclinados separados por una superficie horizontal. Los tres planos nuevamente se consideran imaginariamente como sin fricción. Por un razonamiento similar al empleado con el péndulo, sabemos que la bola ascendería por la pared derecha hasta el nivel de partida. Si disminuimos la

pendiente de esta pared (figura 13), la bola recorrería distancias cada vez mayores, siempre alcanzando el nivel de partida. En el caso límite en el que la “pared” llega al caso límite de inclinación nula (es decir, se convierte en una prolongación indefinida del plano horizontal), la bola recorrería una distancia infinita.



Figura 12. *Si las superficies fueran perfectamente lisas el movimiento de vaivén continuaría por siempre.*



Figura 13. *La pared de la derecha tiende a una posición horizontal. ¿Hasta dónde llega la bola en el caso límite?*

TERCERA LEY DE NEWTON

En la tercera sección, al estudiar la segunda ley de Newton, precisaremos cuantitativamente la noción de fuerza para el caso en que existe una interacción neta. Por el momento la hemos introducido como la descripción del proceso de interacción entre dos cuerpos que *explica* el cambio de velocidad. El concepto de fuerza, en la teoría newtoniana, es más sofisticado que la noción cotidiana. La tercera ley de Newton formula varios aspectos fundamentales de tal concepto, por lo cual la introduciremos antes que la segunda. El hecho de que las fuerzas describan interacciones, procesos que tienen lugar *entre dos cuerpos* (un cuerpo no puede interactuar consigo mismo), implica que la fuerza no tiene una existencia independiente del *proceso* de interacción que describe. También implica que siempre se dan en pareja: la fuerza que ejerce un cuerpo sobre otro va acompañada necesariamente de otra fuerza que ejerce el segundo cuerpo sobre el primero. Es un hecho experimental que, cuando se define cuantitativamente la magnitud “fuerza” (de la manera que indicaremos en la tercera parte), ambos elementos de la pareja de fuerzas tienen el mismo valor numérico (aunque

el cambio de movimiento que tienden a producir sigue direcciones opuestas). Este hecho experimental es el contenido esencial de la tercera ley de Newton:

A la acción se opone siempre una reacción contraria e igual, o sea, las acciones recíprocas entre dos cuerpos son siempre iguales y se dirigen en sentidos contrarios.

Recuadro 4. Tercera ley de Newton.

Por ejemplo, el caballo de la figura 14 ejerce sobre la carreta una cierta fuerza, representada mediante la flecha que va de izquierda a derecha con la letra **F**. A la vez; la carreta ejerce sobre el caballo *otra* fuerza, **P**, representada mediante la flecha que va de derecha a izquierda. Ambas fuerzas describen la misma interacción, que es diferente de otras interacciones también presentes, como la que hay entre las herraduras del caballo y el piso. Las fuerzas **F** y **P** forman lo que se llama un “par de acción y reacción”, y tienen la misma magnitud, pero su sentido es contrario.

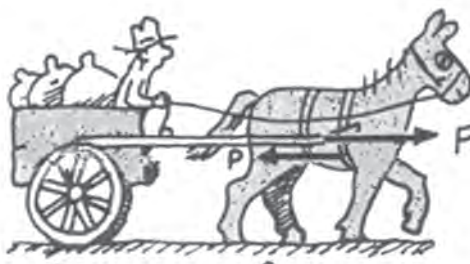


Figura 14. Par de acción y reacción

Cuando intenta empujar lateralmente una caja grande llena de papeles sobre una alfombra usted ejerce una fuerza hacia delante mientras la caja ejerce, como respuesta a esta interacción, una fuerza sobre usted (que es la fuerza que percibe). Esto sucede sea que la caja se mueva o sea que la fuerza que usted ejerce no logre ponerla en movimiento. Pero ¿cómo puede ocurrir esto último, si la fuerza es lo que causa el cambio de velocidad?

RESISTENCIA AL MOVIMIENTO

Nuestro estudio del movimiento uniforme deja algunos cabos sueltos, que tenemos que atar antes de pasar de lleno al movimiento acelerado. Por ejemplo: *¿cómo explicar la ausencia de movimiento cuando hay fuerza, o su disminución, cuando parece no haberla?* (por ejemplo, sabemos que cuando vamos en bicicleta y dejamos de pedalear nos vamos frenando poco a poco).

Según la concepción intuitiva del movimiento, la persistencia de la velocidad requiere la persistencia de la fuerza intrínseca, denominada ímpetu en la física prenewtoniana, y viceversa. Por tanto, la experiencia común de la disminución progresiva de velocidad que sufre un cuerpo en movimiento que se desplaza sobre un piso horizontal rugoso, por ejemplo, se interpretaría intuitivamente como si tal ímpetu se fuera agotando o consumiendo, hasta que su efecto, el movimiento, desapareciera por completo. Ya hemos visto que este modelo del movimiento se puede rescatar desde la física cambiando la noción de ímpetu por la de cantidad de movimiento. Desde la perspectiva newtoniana o inercial, la progresiva disminución de la cantidad de movimiento (manifestada en la disminución de la velocidad), requiere una explicación. También la requieren las muchas ocasiones como la de la caja que se niega tercamente a moverse a pesar de nuestro esfuerzo. La teoría newtoniana construye esta explicación suponiendo una clase de interacciones entre los cuerpos y el medio que los rodea y las superficies sobre las que se mueven. La totalidad de los movimientos que experimentamos cotidianamente terminan por extinguirse debido a la actuación de una diversidad de fuerzas que oponen *resistencia al movimiento**. Por ejemplo, la adhesión entre dos superficies sólidas rugosas en contacto que se desplazan entre sí (como en el caso de nuestra caja y la alfombra), el efecto contrario al movimiento del *océano de aire* dentro del cual nos movemos (como en el caso del ciclista), entre otros. Es comprensible haber pasado por alto tales fuerzas, siempre “destructoras del movimiento”, a diferencia de las fuerzas aristotélicas, que producen movimiento; en efecto, la palabra “fuerza”, en su significado más general, nos trae a la mente acción, desarrollo, aumento, etc.

Desde la visión aristotélica del movimiento, en la que la fuerza es aquello que *causa* el movimiento, hablar de fuerzas que se oponen al movimiento parece contradictorio. Debemos distinguir conceptualmente dos clases de fuerzas por su origen (aunque matemáticamente no se diferencian), que podrían llamarse “fuerzas activas” y “fuerzas pasivas”. Las primeras son las que corresponden al concepto intuitivo de fuerza: los empujones, jalones, entre otros, cuyo efecto es producir movimiento en la dirección en que se ejercen (a menos que sean contrarrestadas por otras fuerzas). Las

fuerzas pasivas, en cambio, son siempre contrarias al movimiento (actual o posible), y surgen como respuesta a una fuerza activa. Para entender este hecho, observe la figura 15. Al presionar una pared, las moléculas de ésta actúan como un muelle comprimido y siento mi interacción con la pared (es decir, con los muelles microscópicos que la forman) como una presión contra mi mano, de acuerdo con la tercera ley de Newton. Las fuerzas de resistencia del aire son del tipo pasivo.



Figura 15

El estudio matemático de las fuerzas de resistencia al movimiento es sumamente complejo, y todavía hoy existen aspectos que no se comprenden por completo. Por lo general no existe una ley simple que permita obtener el valor cuantitativo de la fuerza de resistencia (al contrario de lo que sucede con el peso, como se conoce cotidianamente la fuerza de atracción gravitatoria que estudiaremos en el siguiente capítulo). No obstante, existen leyes aproximadamente válidas, que permiten construir modelos de los sistemas físicos, útiles para un amplio rango de aplicaciones.

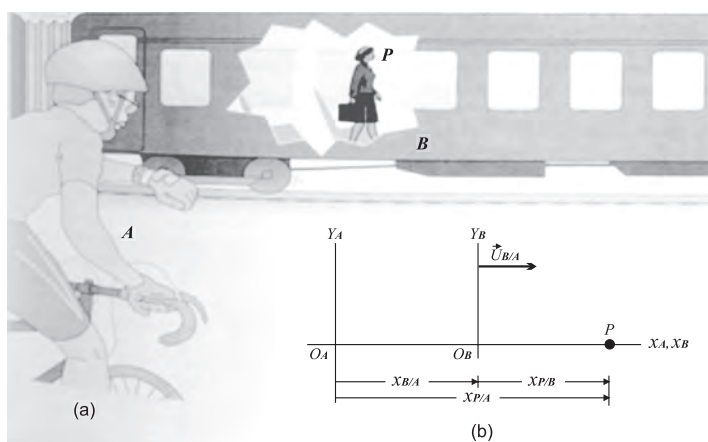
Recuerde:

Lo más importante del capítulo es la primera ley de Newton, que define la propiedad de la inercia y elimina la necesidad de una causa para la continuidad del movimiento uniforme. También es importante el principio de relatividad, según el cual el movimiento uniforme es equivalente al reposo (visto desde otro sistema de referencia).

PREGUNTAS DE COMPRENSIÓN

1. ¿Cómo puede ser compatible con el principio de relatividad la frase publicitaria de algunas campañas promovidas por la Secretaría de Tránsito, a saber: *la velocidad mata*?

2. Suponga que el pasajero A dentro del tren mencionado en el texto (figura 10, repetida al margen) realiza algunos experimentos sobre el suelo de su vehículo. Recuérdese que el observador B está situado en una posición fija en el andén. B observa los experimentos que A realiza dentro del tren. En cada uno de los siguientes experimentos, describa lo que cada observador aprecia desde su propio marco de referencia, mediante un diagrama de la trayectoria observada por A y por B.



- A coloca en reposo una bola en cierta posición del piso.
 - A hace que la bola ruede sobre el piso en línea recta con velocidad uniforme con respecto a él: 1) hacia el chofer; 2) hacia la parte posterior del tren; 3) en dirección perpendicular a la del movimiento del tren.
 - A deja caer la bola desde sus manos, directamente hacia sus pies.
 - A lanza la bola hacia arriba verticalmente y la agarra cuando desciende.
 - A suspende la bola del techo mediante una cuerda.
 - A arroja la bola hacia delante con una velocidad horizontal inicial.
 - A arroja la bola hacia atrás con una velocidad inicial horizontal (como parte de este problema, considere el caso especial en que la magnitud de su velocidad horizontal es igual a la magnitud de la velocidad horizontal del tren relativa a la Tierra).
3. ¿Por qué es necesario que el movimiento del tren, en el ejercicio 2, sea uniforme?

4. Una mariposa vuela dentro del tren del ejercicio 2.
 - i) ¿Tiene que hacer más esfuerzo al volar hacia delante que hacia atrás?;
 - ii) ¿Afecta la velocidad del tren (con respecto a la Tierra) el vuelo de la mariposa?
5. La Tierra ha estado girando sobre sí misma y alrededor del Sol por miles de millones de años. ¿De dónde ha obtenido el combustible para mantener este movimiento?
6. ¿En qué sentido es correcto decir que *una fuerza causa que un cuerpo se mueva* y en qué sentido no es correcto?
7. Algunas personas hablan de que *la fuerza del motor vence la fuerza de inercia del carro* . ¿Es correcta esta expresión?

MOVIMIENTO NO UNIFORME Y SEGUNDA LEY DE NEWTON

El gran logro de Newton fue calcular las posiciones, velocidades y aceleraciones de los planetas a partir de unos cuantos postulados, de los cuales hemos visto dos: su primera y su tercera ley del movimiento. En este capítulo veremos los dos postulados restantes, que tienen un carácter más cuantitativo: la segunda ley del movimiento y la gravitación universal. La introducción de la segunda ley nos obliga a definir cuantitativamente la inercia (mediante la noción de masa), y con ella la cantidad de movimiento. La ley de gravitación universal nos permitirá interpretar el fenómeno tan familiar de la caída libre, en función de los conceptos de peso y masa gravitacional. Una vez estudiada esta tercera etapa, se espera que el estudiante tenga la capacidad de construir la estructura matemática formal de la física newtoniana, pues ya podrá entender sus conceptos fundamentales y mediante ellos explicar muchos de los fenómenos que se le presentan en su vida cotidiana.



En el segundo capítulo nos hemos detenido en el movimiento uniforme porque es allí donde la mayoría de estudiantes encuentra el obstáculo psicológico más fuerte para descifrar el rompecabezas newtoniano. No es extraño y sorprendente que los cambios en el estado de movimiento o, lo que es lo mismo, el movimiento acelerado, requieran una fuerza; lo que desconcierta al sentido común es que el movimiento uniforme no la requiere. Ya hemos visto que el concepto de inercia permite “explicar” cualitativamente tal hecho¹, por lo que constituye la clave maestra para interpretar el movimiento en el modelo newtoniano.

En consecuencia, el siguiente paso es profundizar en la noción de inercia, hasta cuantificarla: es decir, hasta *construir* una magnitud medible, junto con el correspondiente método para determinar su valor numérico para un determinado sistema físico. Esta magnitud se denomina *masa inercial** (o simplemente “masa”). El adjetivo “inercial” permite distinguir esta magnitud de *otra* que tiene poco que ver conceptualmente con la “medida de la inercia”, a saber, la *masa gravitacional** (como veremos al final, ésta debe llamarse mejor “carga gravitacional”). Simultáneamente introducimos la definición cuantitativa de cantidad de movimiento. Posteriormente efectuamos, en términos de ésta, la definición cuantitativa de fuerza. Terminaremos la construcción del modelo newtoniano del movimiento acelerado (lo que concluye nuestra exposición conceptual del modelo como un todo) hablando de la determinación de las fuerzas gravitacionales, o del *peso** (de manera independiente de la definición anterior), lo cual permite dar un sentido físico a la *segunda ley del movimiento de Newton* y, a la vez, obtener teóricamente la ley de caída libre².

¹ Es probable que el lector se pregunte por la explicación de la propiedad de la inercia. Hasta donde sabemos no existe o, por lo menos, nadie ha encontrado una satisfactoria, a pesar de que se han sucedido muchas especulaciones desde los tiempos de Newton (ver nota 4 en el prólogo para ampliar esta información).

² Nota didáctica (para el profesor pero también para el estudiante): para comprender esta sección son necesarias buenas habilidades de razonamiento lógico y matemático; por ejemplo, se requiere muy buen manejo de la proporcionalidad directa entre dos variables, de la representación en el plano cartesiano de esta relación, etc. Aunque los conocimientos matemáticos que el estudiante debe aplicar para comprender el capítulo son los que todo estudiante de bachillerato debería haber adquirido, su lectura requiere un esfuerzo de reflexión atenta y cuidadosa, no un uso mecánico de algoritmos (en términos de la psicología de Piaget, este capítulo requiere un especial nivel de razonamiento formal).

DEFINICIÓN CUANTITATIVA DE MASA

La definición cuantitativa de la inercia se ha realizado con referencia al experimento de choques rectilíneos sin fricción. Esta situación se puede conseguir con buena aproximación mediante el *riel de aire* (ver ilustración 5). En la figura 16 se indican las variables que emplearemos en la definición de masa.

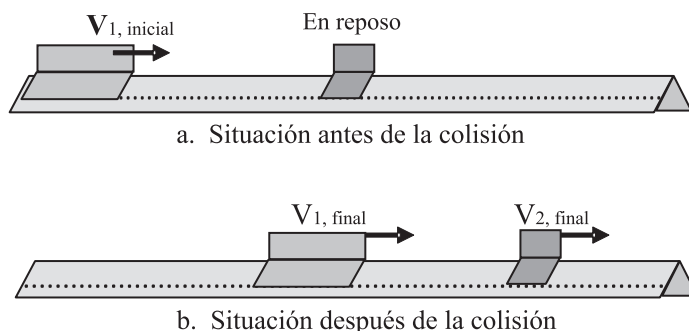
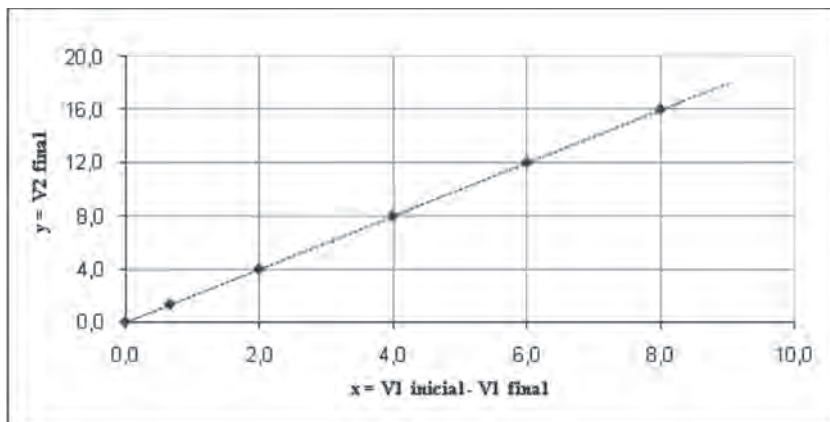


Figura 16: Choques sobre el “riel de aire”; ambos deslizadores son del mismo material y la misma forma, excepto que el izquierdo (cuerpo 1) tiene doble longitud que el derecho (cuerpo 2).

La tabla 1 representa el resultado que se obtendría en una serie de mediciones muy precisas de la velocidad inicial del cuerpo 1 y las velocidades finales de ambos cuerpos (respecto al sistema de referencia constituido por el riel). La gráfica 1 representa la relación entre la variable y , *velocidad final ganada por el cuerpo 2*, con la variable x , *“pérdida” de velocidad del cuerpo 1*, a saber, el resultado de restar su velocidad final de la inicial, ($V_{1\text{ inicial}} - V_{1\text{ final}}$). Observamos en la gráfica que estas variables son directamente proporcionales, habiéndose encontrado una constante de proporcionalidad (y/x) igual a 2.

Tabla 1. Datos del experimento de choque representado en la figura 16.

V1 inicial	V1 final	V1 inicial - V1 final	V2 final
1,00	0,33	0,67	1,33
3,00	1,00	2,00	4,00
6,00	2,00	4,00	8,00
9,00	3,00	6,00	12,00
12,00	4,00	8,00	16,00



Gráfica 1. Representación de los datos de la tabla 1.

Como dijimos en la leyenda de la figura 16, una particularidad de este experimento es que ambos móviles son de idéntico material y forma, excepto que el de la izquierda (cuerpo 1) es el doble de largo que el cuerpo 2. Podemos suponer entonces que la inercia de aquél (cuerpo 2), o, más precisamente, su masa, es el doble que la del cuerpo 1, pues tiene el doble de contenido de materia. Al cuerpo 2 le asignamos *por convención* un valor de masa m_2 igual a la unidad (en otras palabras, lo tomamos como “cuerpo patrón”), y al cuerpo 1, cuya inercia es el doble, se le debe asignar, en consecuencia, una masa doble, a saber m_1 igual a 2 unidades de masa. Lo importante no son los valores de los coeficientes m_1 y m_2 , sino su cociente o razón, *definida* de modo que satisfaga la relación experimental:

$$m_1 / m_2 \equiv V_{2 \text{ final}} / (V_{1 \text{ inicial}} - V_{1 \text{ final}}) = \text{constante} \quad (1)$$

La definición (1) satisface lo que nos dice la intuición. Recordemos que el cuerpo 2 está inicialmente en reposo, por lo cual el cociente en el lado derecho de la ecuación es la razón entre la velocidad impartida al cuerpo 2 y la correspondiente pérdida de velocidad del cuerpo 1. Mayor valor de esta razón, significará que el cuerpo 1 tendrá una mayor “inercia relativa” con respecto al cuerpo 2 (es decir, el cociente entre la masa del primero y el segundo será mayor). En efecto, a mayor velocidad que imparta un camión a un carro al chocar contra éste (en proporción a la velocidad perdida por el primero), el camión tendrá tanta mayor inercia (también en proporción a la del carro). En otras palabras, los cambios de velocidad en el choque están en proporción inversa a las masas de los cuerpos que chocan.

Si intercambiamos los carritos (es decir, si hacemos incidir el pequeño, que será entonces el cuerpo 1, contra el grande, el nuevo cuerpo 2), la constante de proporcionalidad $V_{2 \text{ final}} / (V_{1 \text{ inicial}} - V_{1 \text{ final}})$ obtenida experimentalmente será ahora $1/2$, satisfaciéndose entonces la ecuación (1) con los mismos coeficientes de masa asignados anteriormente a cada carrito³. Cuando se hacen chocar carritos idénticos, se obtiene, para nuestras variables, una gráfica de pendiente 1, tal como lo establece la ecuación (1), con $m_1 \equiv m_2 \equiv 1$. Cuando el experimento de la figura 16 se realiza con carritos de longitudes L_1 y L_2 (siendo, por lo demás, idénticos), encontramos que se satisface la relación:

$$V_{2 \text{ final}} = (L_1 / L_2) (V_{1 \text{ inicial}} - V_{1 \text{ final}})$$

Evidentemente la razón entre las longitudes de los carritos es proporcional a la razón entre sus masas, de acuerdo con la ecuación (1).

¿Qué camino tomar cuando los carritos no tienen idéntico material y forma, de modo que ya no es posible adoptar la longitud como medida de la inercia? Simplemente los físicos han adoptado la ecuación (1) como definición general del cociente entre masas. Esto es posible teniendo en cuenta que en todas las *colisiones unidimensionales* (aquellas en las que las velocidades inicial y final siguen la misma dirección) se ha encontrado que se satisface experimentalmente la ecuación (2), que es una generalización de la ecuación (1) para cuando ambos cuerpos tienen velocidades iniciales no nulas:

$$(V_{2 \text{ final}} - V_{2 \text{ inicial}}) / (V_{1 \text{ inicial}} - V_{1 \text{ final}}) = \text{constante} \equiv m_1 / m_2 \quad (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2), repetimos, definen la razón aritmética entre las masas de dos cuerpos que chocan, no el valor de las masas mismas. Como dijimos anteriormente, los físicos han tomado por convención aceptada universalmente, que un cierto cuerpo patrón, llamado “kilogramo patrón”, tiene una masa de valor unitario. Una vez fijado este valor, los demás cuerpos se pueden comparar con el cuerpo patrón mediante choques u otros procedimientos físicos equivalentes para asignarles valores de masa, que

³ En este caso sabemos intuitivamente que el carrito pequeño debe rebotar e invertir el sentido de su velocidad (como en efecto ocurre). Matemáticamente esto significa que $V_{1 \text{ final}}$ es un número negativo. Como esta cantidad está precedida de un signo menos en la ecuación (1), en ningún caso la proporción de masas será un número negativo.

se representan con la letra m^4 . Para indicar que la asignación de esta magnitud se ha realizado específicamente respecto a tal cuerpo patrón, se añade a su valor numérico la abreviatura “kg”. Es decir, en nuestro primer experimento, decimos que $m_1 = 2 \text{ kg}$.

NOCIÓN CUANTITATIVA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

La ecuación (2) puede reescribirse, después de una manipulación algebraica elemental, de la siguiente manera:

$$m_1 V_{1 \text{ inicial}} + m_2 V_{2 \text{ inicial}} = m_1 V_{1 \text{ final}} + m_2 V_{2 \text{ final}} \quad (3)$$

Observe con cuidado lo que nos dice la ecuación (3): la suma de dos cantidades asociadas a los cuerpos que colisionan, a saber, los productos de la masa por la respectiva velocidad, evaluadas *antes* del choque, es igual a la suma de las mismas cantidades, evaluadas *después* del choque. Los experimentos nos muestran entonces la *conservación* (en el sentido de esta palabra que explicamos en la segunda parte del capítulo –recuerde el recuadro 2), durante el choque, de la cantidad $m_1 V_1 + m_2 V_2$. Ahora bien, un choque es un tipo de interacción (en la que participan dos cuerpos y cuya duración es muy breve). En la naturaleza existen muchas interacciones, en las que pueden participar muchos cuerpos y cuya duración puede ser prolongada. En ninguna de las muchas clases de interacciones observadas por los físicos hasta el presente se ha encontrado el más pequeño aumento o disminución de la suma de los productos $m_i V_i$ ($i=1, 2, 3, \text{etc.}$) para la totalidad de los cuerpos que participan en la interacción, durante todo el proceso de interacción (el uso de las negrillas para la velocidad es una forma de expresar el carácter direccional de esta magnitud, cuando se describen movimientos en el espacio tridimensional).

La ley de conservación de la suma de productos mV para dos cuerpos, ecuación (3), se generaliza entonces para un número arbitrario de cuerpos en interacción:

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 + m_3 V_3 + \dots + m_n V_n = \text{constante} \quad (4)$$

siendo n el número de cuerpos que están en interacción, que forman nuestro *sistema* físico.

⁴ El procedimiento práctico para medir la masa no utiliza la ecuación (2), sino la balanza. La equivalencia entre ambos procedimientos depende de la relación de proporcionalidad que existe entre la masa (inercial) y la masa gravitatoria, como más adelante veremos.

Si el valor de n es igual a la unidad, significa que nuestro sistema está formado por un único cuerpo libre de interacciones con otros cuerpos. En tal caso, la suma que aparece en la ecuación (4) se reduce a un simple término, $m\mathbf{V}$, siendo m la masa del cuerpo y \mathbf{V} su velocidad. Por tanto, el experimento, junto con la definición de masa que hemos adoptado, nos dice que para un cuerpo aislado se conserva la cantidad:

$$\mathbf{P} \equiv m\mathbf{V} \quad (5)$$

El último paso de nuestro argumento es la identificación de la magnitud física \mathbf{P} con la cantidad de movimiento, introducida en la segunda parte. Esta identificación, aunque no está forzada por los experimentos, sí es consistente con ellos y con nuestra intuición física. Pues el concepto cotidiano cualitativo que corresponde a la cantidad de movimiento, puede redescibirse, recordando el experimento de la figura 16, como la “capacidad impulsiva” que un objeto tiene en virtud de su tamaño y movimiento. Es decir, la capacidad que tiene un cuerpo de poner en movimiento otro cuerpo interpuesto en su camino. Por tanto, la capacidad impulsiva es proporcionada al contenido de materia del objeto, a su vez, proporcionada a la inercia, y cuantitativamente a la masa. También es evidente que esta capacidad es proporcionada a la velocidad del camión.

La sección anterior describe un experimento similar al del choque del camión y el auto, con la diferencia de que se realizan mediciones precisas y las condiciones son las más simples posibles. Lo que nos muestra el experimento es que esta “capacidad impulsiva” es simplemente el producto de la masa por la velocidad.

Ahora bien, en el choque entre nuestro camión y el automóvil son importantes, no sólo la rapidez que adquiere el auto, sino la dirección en que se empieza a mover. Por ello, la “capacidad impulsiva” es una magnitud direccional (que debe especificarse mediante un número y una dirección en el espacio). Su dirección es evidentemente la misma que tiene la velocidad del objeto en cuestión. Este carácter direccional (llamado técnicamente “vectorial”), de ambas magnitudes, se indica, utilizando para las letras que las representan algebraicamente, un carácter en negrilla. Las magnitudes que no tienen tal carácter, denominadas “magnitudes escalares”, como la masa, se representan con letras normales.

En la segunda parte sugerimos una posible respuesta a la pregunta que naturalmente viene a la mente de quien observa el movimiento uniforme de un deslizador en un riel de aire, sobre la *causa* del movimiento del deslizador. Podríamos pensar que éste continúa en su movimiento uniforme a causa de la cantidad de movimiento que se le *impartió* al ponerlo en movi-

miento. En otras palabras, lo que hace las veces del impulsor intrínseco del cuerpo (el agente que mantiene el móvil en movimiento uniforme) es, en el modelo newtoniano, la cantidad de movimiento **P**. Lo que hace posible esta forma de interpretar el movimiento es el hecho de que esta magnitud integra la inercia del objeto con su velocidad.

La constancia de **P** para un cuerpo aislado, y el hecho de que la masa sea un coeficiente independiente de la velocidad, implican, entonces, la primera ley de Newton ($V = \text{constante}$, supuesto que no haya interacciones). Esta resulta ser, entonces, un caso particular del principio de conservación de la cantidad de movimiento.

NOCIÓN CUANTITATIVA DE FUERZA Y SEGUNDA LEY DEL MOVIMIENTO DE NEWTON

Newton construyó el conjunto de conceptos, cuyas relaciones forman lo que ahora llamamos “mecánica newtoniana”, para explicar la igualdad de las velocidades de caída de los cuerpos con distinto peso en ausencia de resistencia al movimiento, y otros muchos resultados experimentales y de observación⁵. Algunos de estos conceptos están tomados del lenguaje cotidiano, entre los que destaca el concepto de *fuerza*, aunque profundamente transformados en su significado. Otros fueron inventados por el mismo Newton, como el concepto de masa que acabamos de introducir. La enseñanza de estos conceptos debe hacerse poco a poco, reflexionando sobre ellos y sus relaciones.

Según hemos visto, la primera ley de Newton postula que las fuerzas que actúan sobre un objeto en movimiento uniforme (respecto a la superficie de la Tierra, o un objeto con movimiento uniforme respecto a esta superficie), suman exactamente cero. Y viceversa, cuando la suma de fuerzas no es cero, el movimiento no es uniforme sino que la velocidad cambia, bien sea en magnitud o dirección. La noción de fuerza en las dos frases anteriores corresponde parcialmente a la noción intuitiva, pues es aquello que hace poner a un cuerpo en movimiento (pero ya no es lo que mantiene el movimiento uniforme).

Una fuerza es, entonces, una acción semejante a los empujones o jalones que damos a los cuerpos, por ejemplo, cuando arrastramos una caja pesada sobre un piso no demasiado liso (figura 17). Nuestra experiencia con las fuerzas nos dice que son cantidades que se pueden combinar o componer de manera especial, en la que se debe tener en cuenta la dirección a lo largo de la cual se ejercen y no solamente su “intensidad”.

⁵ *Los más importantes de los cuales son las famosas leyes de Kepler mediante las cuales este astrónomo resumió un enorme conjunto de mediciones de las posiciones planetarias.*



Figura 17. Composición o combinación de fuerzas

Por ejemplo, las fuerzas aplicadas por los dos caballos de la figura 18 (que suponemos equivalentes en cuanto si actuaran aisladas provocarían la misma velocidad, en su correspondiente dirección) se contrarrestan hasta el punto de anularse.



Figura 18. Otra composición de fuerza

Otro ejemplo, un poco más complicado, se muestra en la figura 19. El caballo ejerce el doble de fuerza que la ejercida por el hombre. El efecto resultante es el mismo que se obtendría si se ejerciera una única fuerza igual a tres veces la fuerza ejercida por el hombre: ¿por qué? En estos dos ejemplos las fuerzas que se combinan van en la misma dirección, o en direcciones opuestas; cuando esto no ocurre, la combinación o composición es más complicada, y usted podrá estudiar las reglas para ello (es decir, las reglas de *suma vectorial*), en el curso de física.

Desarrollar la noción intuitiva y cualitativa de fuerza hasta la noción cuantitativa newtoniana requiere mucho más que comprender su naturaleza direccional. En la segunda parte de estas notas hemos hablado de otro aspecto de esta nueva noción: la fuerza describe los procesos de interacción entre dos cuerpos y, por lo tanto, no pueden existir aisladamente sino en parejas (que satisfacen la tercera ley de Newton). Nos resta definir la magnitud o intensidad de la fuerza. En lo que sigue dejamos implícita la especificación del marco de referencia.



Figura 19. Una tercera composición de fuerzas

Cuando un cuerpo se encuentra en reposo, su cantidad de movimiento es cero. Para cambiar este estado se requiere la acción de una fuerza, de acuerdo con la primera ley del movimiento. Dicho de otra manera, este cambio se produce por la transferencia de cantidad de movimiento, su flujo desde un cuerpo hasta otro. Así, pues, aplicar fuerza es equivalente a transferir cantidad de movimiento. La definición cuantitativa de la fuerza tiene que considerar, a la vez, la cantidad de movimiento transferido y el intervalo durante el cual se efectúa la transferencia. Mientras mayor sea el primero, o menor el segundo, se requiere una interacción más intensa. Es evidente la proporcionalidad directa entre la intensidad de interacción y la cantidad de movimiento transferido. La proporcionalidad inversa entre la fuerza y el tiempo que dura la transferencia se comprende mejor al considerar la experiencia cotidiana en la situación de paso del movimiento al reposo (que también requiere una interacción, según la primera ley). Un automóvil que sufre una colisión contra una pared (figura 20) transfiere cantidad de movimiento a la pared, en un proceso que tiene lugar durante un intervalo muy pequeño.

La interacción con el obstáculo en esa circunstancia es de una intensidad tan grande que provoca una gran deformación en ambos cuerpos. En cambio, no produce ese efecto la misma transferencia de cantidad de movimiento entre el automóvil y el pavimento cuando tiene lugar como resultado de frenar normalmente. La razón de ello es que esta interacción tiene lugar durante un tiempo mucho mayor, por lo cual su intensidad es mucho más reducida. Las proporcionalidades directa e inversa que hemos discutido se presentan simultáneamente, por lo cual tiene sentido cuantificar la intensidad de la interacción mediante la razón “cambio de cantidad de movimiento por unidad de tiempo”, que se denomina “Fuerza” (F). Por lo tanto, la fuerza se define mediante la relación⁶:

⁶ Estrictamente, la expresión (6) define la “fuerza promedio” para el intervalo dado. Cuando se toma un intervalo cada vez menor alrededor de cierto instante, la razón entre el correspondiente

$$F = (\text{cambio de cantidad de movimiento}) / (\text{duración del intervalo}) \quad (6)$$

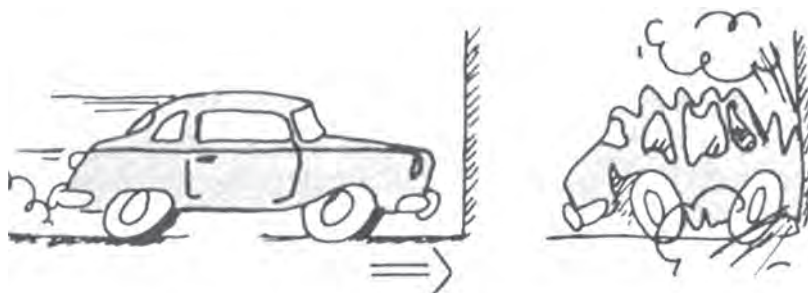


Figura 20. Definición de fuerza teniendo en cuenta la transferencia de cantidad de movimiento y el tiempo de interacción

En el llamado “Sistema Internacional de Unidades” el tiempo se mide en segundos (s), la masa en kilogramos (kg) y la velocidad en metros por segundo (m/s); por lo tanto, teniendo en cuenta la definición de cantidad de movimiento, ecuación (5), la cantidad de movimiento se mide en kg m/s. Por lo tanto, la fuerza se mide en kg m/s², unidad que recibe el nombre de *Newton* (símbolo N).

En el lado izquierdo de la relación (6) se debe incluir la fuerza neta o total, en la que se combinan vectorialmente todas las interacciones presentes. Pues es esta fuerza la que determina el cambio de movimiento global, y no las fuerzas componentes por separado. Entonces, *la fuerza neta es igual al cambio de la cantidad de movimiento por unidad de tiempo*. Las fuerzas que se combinan vectorialmente para dar la fuerza neta tienen que determinarse mediante experimentos, no utilizando la ecuación (6). Pues lo que hace esta ecuación no es más que darnos una única palabra para referirnos al cambio de cantidad de movimiento por unidad de tiempo. En efecto, existen *leyes de la naturaleza*, determinadas mediante complejos experimentos y que son específicas de cada tipo de sistemas físicos, cuya función es describir matemáticamente las interacciones, denominadas *leyes de fuerza*. Para comprender mejor este último y fundamental concepto es conveniente considerar algunos ejemplos, que por cierto constituyen las primeras leyes de fuerza que se establecieron.

La más famosa de todas las leyes de fuerza es la Ley de la Gravitación Universal de Newton. Esta ley establece que todo cuerpo ejerce sobre otro una fuerza atractiva (y viceversa, en virtud de la tercera ley de Newton),

cambio de momentum y el intervalo se aproxima cada vez mejor a la fuerza aplicada en ese instante. La definición rigurosa de la “fuerza en un instante” requiere los conceptos matemáticos de límite y derivada (al igual que las definiciones precisas de velocidad y aceleración instantáneas).

determinando la intensidad de esta fuerza según la distancia que separa los cuerpos y lo que llamaremos sus “masas gravitacionales”. Otra ley de fuerza bien conocida es la ley de Hooke, la cual determina la fuerza que un resorte estirado ejerce en virtud de sus propiedades elásticas. Luego, para aplicar las leyes de Newton en la resolución de problemas mecánicos (es decir, para determinar el movimiento de un sistema de cuerpos), se requiere conocer las correspondientes leyes de fuerza. Encontrarlas es la parte más difícil del planteo de un problema mecánico, pues, en la mayoría de las situaciones de interés, existe gran cantidad de interacciones complejas, la mayoría de las cuales no se pueden describir con matemáticas sencillas. Por ejemplo, la resistencia del aire sobre una pluma que cae es de una abrumadora complejidad, y no puede ser modelada en todos sus detalles.

Según la ecuación (5), si la masa es constante, el cambio de la cantidad de movimiento por unidad de tiempo es igual a la masa multiplicada por la aceleración, cambio de velocidad por unidad de tiempo. Así, de la relación (6) y de las “leyes de las fuerzas” (cuando se conocen) se puede deducir la “ecuación de movimiento”, ecuación (7). Es decir, la igualdad que permite calcular matemáticamente el movimiento de un cuerpo (conociendo la posición y velocidad para cierto instante de tiempo dado).

Suma de fuerzas presentes = masa x aceleración
--

(7)

EXPLICANDO LA LEY DE CAÍDA LIBRE: PESO Y MASA GRAVITACIONAL

Comenzamos estas notas planteando unos sencillos experimentos que sugieren que todos los cuerpos caen, cuando se elimina la resistencia del aire, con una misma velocidad (cuando parten desde una misma altura). Todo lo que hemos construido hasta el momento tenía por objetivo permiternos reinterpretar esta observación. Lo único que nos falta para ello es la ley de la fuerza que interviene en este proceso, que afortunadamente sigue una forma matemática sencilla. Newton completó su construcción teórica postulando su “Ley de Gravitación Universal” (ver figura 21 y ecuación 8): *entre dos cuerpos cualquiera, existe una interacción, cuya intensidad (F) es inversamente proporcional a la distancia que los separa (r) elevada al cuadrado y es directamente proporcional al producto de ciertas cantidades constantes, asociadas intrínsecamente a cada uno de los cuerpos (m_{g1} y m_{g2})*. La propiedad inherente a todo cuerpo cuantificada por estas últimas cantidades se denomina “masa gravitacional”⁷. La masa gravita-

⁷ La masa gravitacional y la masa inercial son dos propiedades esencialmente distintas. Una serie muy cuidadosa de experimentos con cuerpos muy diferentes, llevados a cabo por el mismo Newton, le llevó a postular que estas propiedades son proporcionales entre sí: si la masa inercial

cional se determina mediante un simple número (es un escalar, en términos matemáticos).

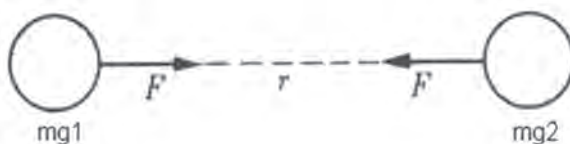


Figura 21. Definición de las variables que figuran en la Ley de Gravitación Universal (Ec. 8)

$$F = G (m_{g1} \times m_{g2}) / r^2 \quad (8)$$

La masa gravitacional puede considerarse como la medida del poder gravitatorio del cuerpo, aquello que determina su capacidad de causar atracción gravitatoria sobre cualquier otro cuerpo. La constante de proporcionalidad G tiene un valor, medido experimentalmente, de aproximadamente $6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{kg}^2$. La pequeñez de este valor refleja el hecho de que la interacción gravitacional produce fuerzas completamente despreciables, excepto cuando alguno de los dos cuerpos tiene una enorme masa gravitacional. Este es precisamente el caso de nuestro planeta. En consecuencia, la interacción gravitacional entre la Tierra y los objetos sólidos de tamaño similar al nuestro es una fuerza bastante notable, constituyendo lo que llamamos (aunque impropiamente) el *peso* de tales objetos⁸. La distancia al centro de la Tierra, cuando nos encontramos sobre la superficie del planeta, o muy cerca de ella, es una constante. Como la masa de la Tierra es también una constante, la única variable que nos queda en la ecuación (8) es la masa gravitacional propia del cuerpo atraído por la Tierra y localizado en la vecindad de la superficie terrestre. Por consiguiente, el peso de cualquier cuerpo en nuestra experiencia ordinaria, o en un laboratorio, obedece la siguiente *ley de fuerza**:

se duplica, la gravitacional también se duplica, y así si se cambia en cualquier factor. Con una definición adecuada de patrones para medirlas, es posible utilizar las mismas dimensiones y unidades para ambas propiedades, haciendo que sus valores numéricos coincidan. Por ello la unidad "kilogramo" también se utiliza para medir la masa gravitacional. Unos párrafos más adelante hablaremos más de este tema, pues es de gran importancia para comprender los fundamentos de la física newtoniana.

⁸ *Pues un objeto no tiene peso de por sí, como una propiedad intrínseca. Recordemos que la fuerza existe únicamente como la descripción de un proceso de interacción entre dos cuerpos; por tanto, el peso es algo que debe atribuirse al sistema Tierra-objeto.*

$$\text{Peso} = m_{g, \text{ cuerpo}} g$$

(9)

Siendo g una constante igual a $(Gm_{g, \text{ tierra}})/(r_{\text{ tierra}})^2$. El valor numérico de esta constante, obtenido al sustituir los valores conocidos de la masa y el radio de la Tierra, resulta ser el conocido número $9,8 \text{ m/s}^2$. Debemos tomar el radio de la Tierra porque Newton pudo demostrar que la masa gravitacional de un cuerpo esférico actúa como si estuviera concentrada en el centro.

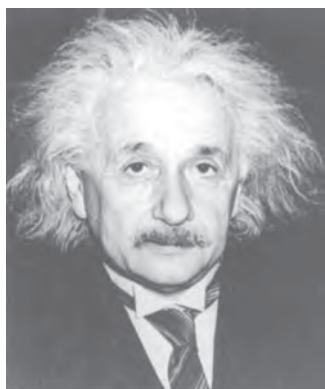
Estamos ahora en condiciones de aplicar la segunda ley de Newton al sistema en movimiento acelerado más simple: *un cuerpo que se deja caer cerca de la superficie terrestre en el vacío, fenómeno que llamamos “caída libre”*. Basta entonces tomar la ley de fuerza de la única interacción presente en este caso, dada por la ecuación (9). Después de sustituir la fuerza que esta ley nos proporciona en la segunda ley de Newton, ecuación (7), y efectuar unas simples e inmediatas manipulaciones algebraicas, obtenemos de inmediato la ecuación de movimiento:

$$\text{Aceleración} = (m_{g, \text{ cuerpo}} / \text{ masa}) g$$

(10)

Ahora bien, como ya anticipamos en una nota anterior, Newton y otros científicos después de él no han encontrado la más mínima variación en la razón entre la masa gravitacional y la masa inercial, cuando se han tomado el trabajo de medirla para diferentes cuerpos, cada vez con mayor precisión. La constancia experimental de esta razón, hasta donde llega la precisión de los experimentos, difícilmente puede ser una coincidencia. Por ello ha sido objeto de extenuantes investigaciones que sólo vinieron a fructificar a comienzos del siglo XX cuando Einstein propuso su *Teoría General de la Relatividad*. Como este es un tema bastante avanzado lo dejamos de lado; limitándonos a recordar que su postulado fundamental es la estricta igualdad de la razón $(m_{g, \text{ cuerpo}} / \text{ masa})$ para todos los cuerpos. Este postulado había sido asumido por Newton, impropriamente, como un aspecto de su ley de gravitación universal.

El postulado y la ecuación (10) implican que todos los cuerpos cerca de la superficie terrestre caen en el vacío con una misma aceleración. El Sistema Internacional de Unidades se ha construido haciendo que la razón $(m_{g, \text{ cuerpo}} / \text{ masa})$ tenga el valor de 1, por lo cual el modelo newtoniano predice que la aceleración de caída libre tiene el valor de g , sea cual sea el peso del cuerpo. Este valor concuerda con el que se obtiene experimentalmente



Albert Einstein (1879-1955), físico alemán nacionalizado estadounidense, premiado con un Nobel, famoso por ser el autor de las teorías general y restringida de la relatividad y por sus hipótesis

con muy buena aproximación, en el caso en que la resistencia del aire al movimiento de caída sea muy pequeña en comparación con el peso.

El cómic de la figura 22 recapitula el argumento que hemos desarrollado. En conclusión, hemos obtenido *teóricamente* el resultado empírico que nos proponíamos explicar cuando empezamos nuestro estudio, y que era inconsistente con el modelo del movimiento aristotélico cotidiano. Esta explicación se construyó combinando la segunda ley de Newton, la Ley de la Gravita-



Figura 22. Ley de caída libre

CONCLUSIÓN

Los conceptos estudiados⁹ y los enunciados en que aparecen (entre los que destacan las tres leyes de Newton), junto con las relaciones matemáticas entre las interacciones (o fuerzas) y el estado del mundo, constituyen el modelo newtoniano del movimiento. Hemos efectuado un profundo salto desde el modelo prenewtoniano, intuitivo, o más precisamente, desde tales modelos –pues fueron muchos los propuestos, aunque sus diferencias no son tan marcadas como sus semejanzas. Tal salto ha introducido, sin duda, una complejidad conceptual apreciable; la estructura cognoscitiva que hemos presentado no puede comprenderse aisladamente sino como una unidad integrada. Usando un par de comparaciones cotidianas, dicha estructura no se parece a una cadena lineal de ideas, sino a una malla o red conceptual, cuyos nudos son conceptos y cuyas cuerdas son los principios y enunciados que los ligan. Mientras el alumno no construya esta estructura cognoscitiva en su mente, estará obligado a manejar el formalismo de la mecánica pero sin comprender su sustancia. Las anteriores notas son apenas un esbozo de esta estructura, pero hay una distancia enorme entre los planos de una casa y la casa misma. Sólo al reflexionar por sí mismo en los

⁹ *En realidad nos falta un concepto fundamental, desde el punto de vista conceptual y lógico: marco “inercial” de referencia. En algunos marcos de referencia no se cumplen la primera ley de Newton: un cuerpo libre de interacciones no se mueve uniformemente. Tales marcos de referencia se denominan marcos no inerciales de referencia. Los inerciales son aquellos en los que se satisface la primera ley. Distinguir experimentalmente los marcos inerciales y los no inerciales requiere disponer de un ambiente libre de interacciones, lo cual es prácticamente imposible. Sin embargo, se puede mostrar que, para una gran parte de fines prácticos, la Tierra constituye un marco de referencia inercial. Dejamos para un texto avanzado de mecánica la profundización en estos conceptos.*

conceptos expuestos, buscando relaciones entre ellos, el alumno llegará a unirlos hasta construir en su mente el edificio que forman.

Sin embargo, la anterior tarea es apenas un primer paso en el dominio de la mecánica newtoniana, pues no se puede olvidar que, en contraste con el modelo aristotélico-cotidiano, la física newtoniana tiene una “superestructura matemática” muy abstracta, que permite utilizar el modelo newtoniano para hacer predicciones cuantitativas muy precisas. Pero nuestro objetivo en estas notas, como decíamos en la introducción, no es una exposición sistemática y completa de la mecánica newtoniana. Esperamos que sirvan de base para una lectura más informada y provechosa de los textos tradicionales.

MANOS A LA OBRA

1. ¿Cuál es la *causa* de que la pelota lanzada hacia arriba, en dirección vertical (ver figura 23), continúe *subiendo*, después de haber abandonado la mano?¹⁰



Figura 23 (problema 1)

¹⁰ Después de haber respondido esta pregunta desde su física intuitiva, siguiendo su primer impulso, trate de analizar la situación desde el modelo newtoniano del movimiento. Es decir, describa las interacciones presentes (considere insignificantemente pequeña la resistencia al movimiento por el aire), y busque luego las leyes de fuerza que describen estas interacciones. Para analizar el efecto de las interacciones es conveniente emplear la noción de cantidad de movimiento y seguir el modelo que se desarrolló en el ejemplo resuelto.

2. Sobre una superficie tenemos dos carros de masas m_1 y m_2 inicialmente unidos gracias a un cordel, y entre los cuales se encuentra un resorte comprimido, como se muestra en la figura 24. Al quemar el cordel, el resorte impulsa los carros en dirección opuesta, con velocidades v_1 y v_2 .

- Aplicando su intuición y su experiencia, prediga *cualitativamente*, o conjeture cómo podría ser la relación entre las velocidades v_1 y v_2 en función de la relación entre las masas. Considere los siguientes casos posibles: i) $m_1 / m_2 = 1$; ii) $m_1 / m_2 > 1$; iii) $m_1 / m_2 < 1$; iv) $m_1 / m_2 \gg 1$.
- Mediante el principio de conservación de la cantidad de movimiento (ecuación 3), calcule la relación entre las velocidades respectivas en términos m_1 / m_2 y compare, con su respuesta, la pregunta a.

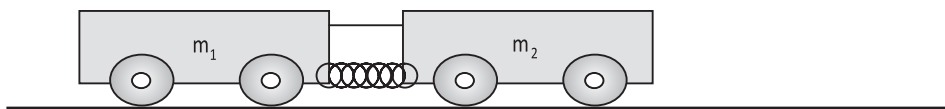


Figura 24 (problema 2)

Nuestro sentido de la simetría y nuestra experiencia nos dicen, como en efecto sucede, que dos bolas de billar idénticas, que chocan con velocidades de igual magnitud y dirección opuesta, rebotan sin que cambie la magnitud de la velocidad, como se ilustra en la figura siguiente. La figura 24(a) muestra la situación desde el marco de referencia de la mesa de billar. Las dos bolas, A y B, se mueven paralelas al eje X con velocidades antes y después del choque v_{A1} , v_{A2} , v_{B1} y v_{B2} , respectivamente.

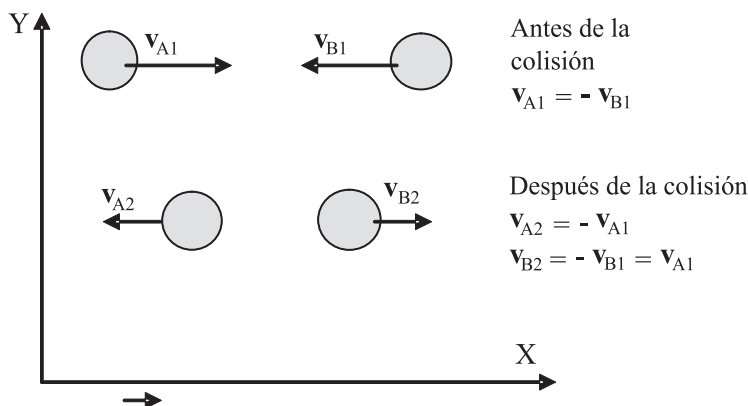


Figura 24(a). Descripción del choque de dos bolas de billar en el marco de referencia XY (la mesa de billar)

El proceso se puede estudiar desde otro marco de referencia, el que tendría un observador que se desplaza respecto a la mesa de billar con una velocidad horizontal hacia la izquierda $\mathbf{V}_{\text{observador}} = \mathbf{V}_{B1}$. Para este observador (cuyo marco de referencia se denomina $X'Y'$, ver figura 24(b)), la situación se presenta entonces como un caso de choque de un cuerpo A, con velocidad inicial $\mathbf{V}'_A = 2\mathbf{V}_{A1}$ contra otro cuerpo *en reposo* B.

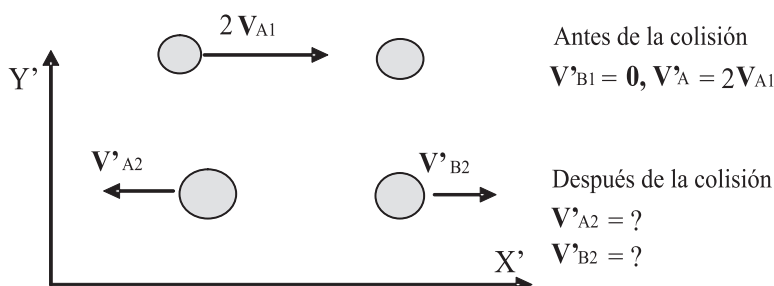


Figura 24(b): Descripción del choque de las bolas de billar de la figura 24(a) visto desde el marco de referencia que se desplaza con la bola B antes del choque

Encuentre las velocidades finales que mide el observador en movimiento, \mathbf{V}'_{A2} y \mathbf{V}'_{B2} en función de la velocidad inicial \mathbf{V}_{A1} de la bola A para el observador en reposo.

Encuentre la cantidad de movimiento *total*, tal como se mide por cada observador, antes y después del choque.

Muestre que el principio de conservación de la cantidad de movimiento se satisface para ambos observadores.

Ayuda: Para comprender y resolver el problema usted necesita efectuar un cambio de perspectiva, es decir, imaginarse viajando con el cuerpo 2 antes de la colisión (respecto al primer marco de referencia) pero, a la vez, en reposo (con respecto a usted mismo). Una reflexión geométrica (que requiere un poco de abstracción, pero no un manejo de operaciones) le permitirá transformar las velocidades desde un marco de referencia al otro.

RESPUESTA A LOS PROBLEMAS Y EJERCICIOS

1. La causa de la continuación del movimiento ascendente *no* es la “fuerza de la mano” (como debe quedar claro tras el estudio de la segunda parte). La pregunta, tal como se plantea (aunque la mayoría de los físicos son reacios a usar el concepto de causa), admite dos respuestas: i) por la inercia de la pelota; ii) por la cantidad de movimiento impartida por la mano al lanzarla, que apunta en la dirección hacia arriba, y que tiende a conservarse (de hecho, no lo hace debido a la atracción que ejerce la Tierra sobre la pelota, por la cual disminuye progresivamente hasta que finalmente llega a ser cero, en la parte más alta de la trayectoria; posteriormente aumenta progresivamente, ahora en la dirección hacia abajo, nuevamente por efecto de la atracción terrestre).

2. b) $v_2/v_1 = m_1 / m_2$. En consecuencia, si las masas son iguales, las velocidades también lo serán (no se considera su signo). Si $m_1 > m_2$, entonces $v_1 < v_2$ y viceversa. Si $m_1 \gg m_2$, entonces $v_1 \approx 0$.

3. a) $\mathbf{V}'_{A2} = 0$; $\mathbf{V}'_{B2} = 2 \mathbf{V}_{A1}$

b) $\mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_2 = 0$ (cantidades de movimiento total desde la perspectiva de la mesa de billar, antes y después del choque); $\mathbf{P}'_1 = \mathbf{P}'_2 = 2m \mathbf{V}_{A1}$ (siendo $m = m_A = m_B$).

GLOSARIO

Los siguientes conceptos, aquí explicados, son los conceptos fundamentales presentados en estas notas. Recomendamos repasarlos, una vez se haga la lectura minuciosa del texto. Los términos en cursiva tienen una entrada propia en el glosario.

Aceleración: variación de la *velocidad* de un objeto por unidad de tiempo. Como la velocidad se define como vector, es decir, tiene módulo (magnitud), dirección y sentido, un objeto se acelera si cambia su rapidez (la magnitud de la velocidad), su dirección de movimiento, o ambas cosas. La aceleración de un cuerpo es el efecto sobre su *estado* de movimiento de las *interacciones* que existen con otros cuerpos.

Cantidad de movimiento: magnitud física vectorial relacionada con el esfuerzo (de acuerdo con el significado común de la palabra) requerido para detener un cuerpo en movimiento, determinada por la *inercia* del cuerpo y por su *velocidad* (no es lo mismo intentar parar un bala disparada por una pistola que tirada con la mano, o una piedra que una pieza de ico-por arrojada a la misma velocidad que la piedra). Su valor cambia con el movimiento del observador (alguien que corra casi a la misma velocidad que una bala podrá detenerla muy fácilmente), o, en otras palabras, según el *marco de referencia*. También se denomina “momentum lineal”.

Cinemática: descripción matemática del *estado de movimiento* en los cuerpos mediante las variables de posición y tiempo (a partir de las cuales se define la *velocidad* y la *aceleración*).

Conservación: en física, es la característica de ciertas magnitudes como la *cantidad de movimiento* o la *energía*, cuyo valor para un sistema (o para el universo entero) se mantiene a lo largo del tiempo.

Dinámica: parte de la mecánica que se ocupa de explicar los cambios del *estado de movimiento* en los cuerpos a partir del conocimiento de sus *interacciones* y otras variables o magnitudes físicas (como *masa*, *cantidad de movimiento*, *fuerza*, *energía*).

Energía: capacidad de la materia (más precisamente, de los sistemas físicos) para producir cambios en su alrededor en virtud de su movimiento, de su posición, de su estructura y estado internos, etc. Es una magnitud escalar abstracta, no es una sustancia.

Estado: situación o condición de un cuerpo en sí mismo (o, en general, de un sistema físico) en un instante determinado, y que supone un cierto valor en las variables que lo describen (variables de estado).

Experimento mental: razonamiento lógico sobre una situación imaginaria o un proceso no realizable en la práctica, pero cuyos resultados pueden ser explorados mediante la imaginación o la extrapolación de experimentos reales o experiencias comunes, a veces utilizando matemáticas. También llamados “experimentos de pensamiento”.

Física: como parte de las ciencias, los esfuerzos humanos para comprender de manera racional y sistemática nuestra experiencia, se ocupa principalmente de la constitución última de la materia y sus *interacciones*.

Física intuitiva (o física del sentido común): la *física* que todos los seres humanos desarrollamos desde nuestra infancia espontáneamente al interactuar con nuestro alrededor. Sin embargo, se diferencia de la física propiamente dicha en que no se articula en un lenguaje explícito sino que en gran parte es inconsciente.

Fuerza: en física, la descripción de las interacciones mediante el cambio en la cantidad de movimiento por unidad de tiempo que ocasionan en un objeto dado.

Ímpetu: en la física anterior a Newton, una cualidad inherente a los cuerpos en movimiento que explicaba la permanencia de éste a pesar de haber cesado la acción de la causa impulsora.

Inercia: conceptualmente, se puede comprender como una especie de “oposición” que tiene la materia a cambiar su estado de movimiento, o como “tendencia” a conservar tal estado, a menos que una interacción lo modifique. Para la física intuitiva sólo existe la inercia de reposo (resistencia del cuerpo a ponerse en movimiento), pues su resistencia a cambiar de estado de movimiento (bien sea en dirección o en magnitud), que se puede denominar “inercia de movimiento”, se atribuye a una fuerza intrínseca debida al movimiento y comunicada al cuerpo por el impulsor (ver *ímpetu*).

Interacción: cualquier acción o influencia entre dos cuerpos que modifica el estado de movimiento de ambos objetos.

Ley de fuerza: a diferencia de la segunda ley de Newton, que *establece* la variable “fuerza resultante ejercida sobre un cuerpo”, como nombre para el cambio de la cantidad de movimiento de ese cuerpo por unidad de tiempo, las leyes de fuerza describen experimentalmente las interacciones fundamentales de la naturaleza. El ejemplo discutido en el texto es la Ley de la Gravitación Universal de Newton.

Marco de referencia: el punto en el espacio considerado inmóvil o en reposo para determinar las posiciones de los cuerpos en relación con el tiempo (en consecuencia, sus velocidades). El observador se sitúa en el origen del marco de referencia o sistema de coordenadas. También requiere un medio de medición del tiempo.

Masa inercial: propiedad intrínseca de un cuerpo, que mide su *inercia*. La masa no es lo mismo que el peso, que mide la atracción que ejerce la Tierra sobre el cuerpo.

Masa gravitacional: propiedad de un cuerpo que determina la intensidad de la atracción gravitatoria sobre los demás cuerpos. Es diferente conceptualmente de la *masa inercial*, aunque se ha encontrado que existe una proporcionalidad entre ambas para todos los cuerpos, cualquiera sea su naturaleza, tamaño, etc.

Modelo: mapas o representaciones conceptuales de algunos aspectos de la realidad en las cuales se idealizan teóricamente. Así, una esfera matemática es un modelo de una pelota. Los físicos construyen modelos de los sistemas físicos para poder manipularlos en su mente y efectuar predicciones de los resultados de los experimentos, las cuales son siempre aproximaciones más o menos exactas.

Peso: fuerza gravitatoria ejercida sobre un objeto en las proximidades de la Tierra por el planeta, despreciando las variaciones de tal fuerza debidas a las variaciones de la distancia del cuerpo al centro de la Tierra (y otros efectos físicos complejos pero muy pequeños debidos a la rotación de la Tierra, su curvatura).

Relatividad del movimiento: característica fundamental del movimiento por el cual esta noción entraña conceptualmente la definición de un *marco de referencia*. Decimos que el movimiento (o, más precisamente, la *velocidad*) es relativo a un marco de referencia, pues diferentes observadores, que se desplazan entre sí, miden diferentes valores para la velocidad del cuerpo.

Velocidad: variación de la posición de un cuerpo (desplazamiento) por unidad de tiempo. La velocidad es un vector, es decir, tiene módulo (magnitud), dirección y sentido. La magnitud de la velocidad, conocida también como rapidez, se suele expresar como distancia recorrida por unidad de tiempo (normalmente, una hora o un segundo); se expresa, por ejemplo, en kilómetros por hora o metros por segundo. La dirección de la velocidad en un movimiento curvilíneo es tangente a la trayectoria recorrida por el objeto, es decir, el lugar geométrico de todas sus posiciones.

FUENTES

- Las imágenes utilizadas en el libro fueron tomadas de las siguientes fuentes:

- p. 28: <http://www.google.com.co/imgres?imgurl=http://www.vandal.net>
- p. 30: <http://www.google.com.co/imgres?imgurl=http://fcom.us.es>
- p. 32: <http://www.google.com.co/imgres?imgurl=http://3.bp.blogspot.com>
- p. 35: <http://www.google.com.co/imgres?imgurl=http://tecnoculto.com>
- p. 45: <http://www.google.com.co/imgres?imgurl=http://doc.noticias24.com>
- p. 46: <http://www.google.com.co/imgres?imgurl=http://www.aratrice.it>
- p. 49: <http://www.google.com.co/imgres?imgurl=http://faculty.frostburg.edu>
- p. 57: <http://www.google.com.co/imgres?imgurl=http://image53.webshots.com>
- p. 71: <http://www.google.com.co/imgres?imgurl=http://www.essentialart.com>

- Las ilustraciones, así mismo, tienen las siguientes fuentes:

- p. 34: FINN, M.A. (1986). *Física*, Vol. I. Wilmington: Addison-Wesley Iberoamericana. p. 265.
- p. 42: Figura 6: Inercia
CAMERON, J.; KOFRONICK, C. *Medical Physics*. New York: John Wiley. p. 30.
- p. 42: HEWITT, P.G. (1998). *Física conceptual*. Segunda edición. México: Addison-Wesley Longman de México S.A. p. 135.
- p. 43: HEWITT, P.G. (1998). *Física conceptual*. Segunda edición. México: Addison-Wesley Longman de México S.A. p. 137.
- p. 47: ZEMANSKY, S.; FREEDMAN, Y. *Física universitaria*. Undécima edición, Vol. 2. México: Editorial Pearson, 2004. p. 101.
- p. 52: HEWITT, P.G. (1998). *Física conceptual*. Segunda edición. México: Addison-Wesley Longman de México S.A. p. 70.

- p. 54: HEWITT, P.G. (1998). *Física conceptual*. Segunda edición. México: Addison-Wesley Longman de México S.A. p. 62.
- p. 55: ZEMANSKY, S.; FREEDMAN, Y. *Física universitaria*. Undécima edición, Vol. 2. México: Editorial Pearson, 2004. p. 101.
- p. 65: HEWITT, P.G. (1998). *Física conceptual*. Segunda edición. México: Addison-Wesley Longman de México S.A. p. 50.
- p. 66: HEWITT, P.G. (1998). *Física conceptual*. Segunda edición. México: Addison-Wesley Longman de México S.A. p. 76.
- p. 67: HEWITT, P.G. (1998). *Física conceptual*. Segunda edición. México: Addison-Wesley Longman de México S.A. p. 100.
- p. 72: HEWITT, P.G. (1998). *Física conceptual*. Segunda edición. México: Addison-Wesley Longman de México S.A. p. 55.
- Las imágenes e ilustraciones no referenciadas aquí pertenecen al autor.



Programa  ditorial