大同大學 107 學年度第 1 學期期末考試試題

科目代號:XXXX 科目名稱: 微積分 (一) 班級: XXXX 座號: 姓名: 註: 本次考試不可參考自己的書籍、筆記。不可用計算機、電子辭典。

1.
$$(10 \%)$$
 Let $F(x) = \int_{x^3}^{x^2} \left(t^5 + \frac{4}{(1+t^2)^3} \right) dt$, find $F'(x)$.

2. (10分) Find the following limits:

(a)
$$\lim_{x\to 0^+} (1+2x)^{3/x}$$

(b)
$$\lim_{x \to 0} \frac{6e^{3x} - 6 - 18x - 27x^2}{x^3}$$

3. (每題10分) Find the following integrals:

(a)
$$\int \frac{2x^3 + 4x}{\sqrt[5]{x^4 + 4x^2 + e^8}} \, dx$$

(b)
$$\int x^9 \ln x \, dx$$

(c)
$$\int \sin^{95}(3x)\cos^3(3x) dx$$

(d)
$$\int \tan^{107}(3x) \sec^4(3x) dx$$

(e)
$$\int \frac{4x^3 + 13x}{(x^2 + 2)^2} dx$$

(f)
$$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} e^{-4x} \sin(2x) \ dx$$

4. (10分) Evaluate the integral:

$$\int_{1}^{\infty} \left(x^{2}e^{-2x} + \frac{1}{x^{2} + 1} \right) dx$$

5. (10分) Solve the differential equation:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3-x}{x^2+4x+7}$$