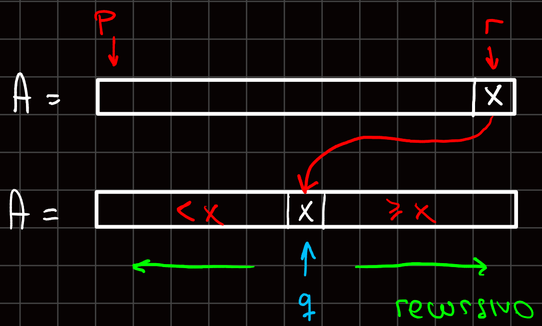
QUICKSORT (A, p, r)

```
1: if p < r
2:     q = PARTITION(A, p, r)
3:     QUICKSORT(A, p, q-1)
4:     QUICKSORT(A, q+1, r)
```

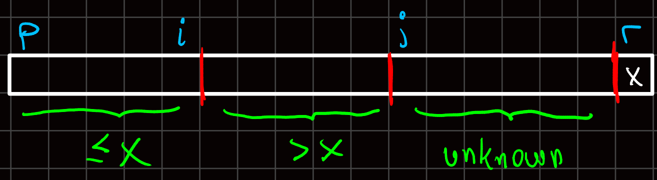
PARTITION(A, p, r)

```
x = A[r]
i = p - 1
for j = p to r-1
    if A[j] ≤ x
        i = i + 1
        exchange A[j] with A[i]
exchange A[r] with A[i+1]
return i+1
```

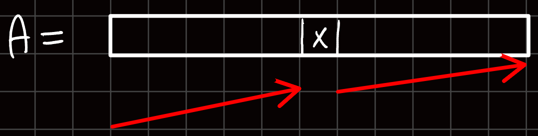
Linea 3:



Invariante:



Luego de la línea 4 y 5:



Complejidad ?

$$\boxed{n_L + n_R = n - 1}$$

$$T(n) = T(n_L) + T(n_R) + \Theta(n)$$

Cuando está ordenado creciente o decreciente ?

1	2	3	4	5	6

$$T(n) = \underbrace{T(n-1)}_{T(n_L)} + n = O(n^2)$$

6	5	4	3	2	1

$$T(n) = \underbrace{T(n-1)}_{T(n_R)} + n = O(n^2)$$

Análisis de complejidad

$T(n) = O(n^2)$

$T(n) = \Omega(n \lg n)$

<u>Proof 1</u>:

- $W(n)$ = # ejecuciones en el peor de los casos
- $B(n)$ = # ejecuciones en el mejor de los casos

$$\_\, n\lg n \leq B(n) \leq T(n) \leq W(n) \leq \_\, n^2$$

$$W(6) = \begin{cases} W(0) + W(5) \\ W(1) + W(4) \\ W(2) + W(3) \\ \vdots \\ W(5) + W(0) \end{cases} \qquad W(6) \leq \max_{i=0}^{5} \big(W(i) + W(5-i) \big) + 6$$

Para el peor caso

$$W(n) \leq \Theta(n) + \max_{q=1}^{n} \{ W(q-1) + W(n-1-q) \}$$

Probaremos x inducción en n que $W(n) = O(n^2)$

$$W(n) \leq \_\, n^2$$

<u>C.B</u>:

$$W(0) = 0 \leq \underline{5}\, 0^2$$
$$W(1) = 1 \leq \underline{5}\, 1^2$$

<u>H.I</u>: Supongamos que $W(k) \leq \_\, k^2 \ \forall\, 0 \leq k \leq n-1 \rightarrow$ ¿$W(n) \leq \_\, n^2$?

$$W(n) \leq 5n + \max_{q=1}^{n} \{ W(q-1) + W(n-1-q) \}$$

¿?

$$\leq 5n + \max_{q=1}^{n} \{ \underline{5}\,(q-1)^2 + \underline{5}\,(n-1-q)^2 \}$$

$$\leq 5n + \underline{5} \max_{q=1}^{n} \{ \underbrace{(q-1)^2 + (n-1-q)^2} \}$$

$$\leq 5n + \underline{5}\,(n-1)^2$$

Lista de ejercicios

$$= 5(n^2 - n + 1) \leq 5n^2$$

$T(n) = O(n^2)$

$$\boxed{\text{Si } f \text{ es convexa } \rightarrow F\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \frac{1}{2} f(a) + f(b)}$$ Desigualdad de Johnson

Para el mejor caso:

$$B(n) \geq \Theta(n) + \min_{q=1}^{n} \{B(q-1) + B(n-1-q)\}$$

Probaremos x inducción en n que $W(n) = O(n^2)$

$W(n) \leq \_\ n^2$

C.B:

$W(0) = 0 \leq \frac{5}{\_}\ 0^2$

$W(1) = 1 \leq \frac{5}{\_}\ 1^2$

H.I: Supongamos que $B(k) \geq \_\ k \lg k \quad \forall\ 1 \leq k \leq n-1 \longrightarrow$ ¿$B(n) \geq \_\ n \lg n$?

$$B(n) \geq n + \min_{q=1}^{n} \{B(q-1) + B(n-1-q)\}$$

$$\geq n + \min_{q=1}^{n} \{\_\ (q-1)\lg(q-1) + (n-1-q)\lg(n-1-q)\}$$

$$\geq n + \_\_\ (n-1)\lg\left(\frac{n-1}{2}\right)$$ $x \lg x$ es convexa

$$\geq 1/4\ n \lg n$$