PAA

Nome: Jeferson Gonçalves Noronha Soriano   Matricula: 471110

01) Pior caso: Vamos analisar o primeiro laço, onde o i começa em 1 e vai até o tamanho do vetor S, então esse laço vai rodar n vezes o laço interno vai variar de acordo de como o primeiro laço varia, porque o J sempre vai ser i+1, então quando o i=1 o J=2

então $\sum_{i=1}^{n} i + \sum_{J=i+1}^{n} J$ aplicando a formula do somatório

$$\frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\frac{n^2+n}{2} + \frac{n^2+n}{2} = \frac{2n^2+2n}{2} = \boxed{n^2+n}$$

Para a complexidade pegamos o maior grau e o 2º grau, então determinamos que $O(n^2)$, que nosso algoritmo irá ter um crescimento semelhante a uma função quadrática

Para o melho caso:

O melhor caso acontece quando a soma do $S[i] + S[J] = X$ na primeira interação de cada laço, então temos uma complexidade, $O(1)$, porque cada vai acontecer uma vez, o primeiro for irá acontecer uma vez, o for mais interno também irá acontecer uma vez, no se a soma já vai ser igual ao X, a vai rotorna e acabar a função, por isso $O(1)$

PAA

Nome: Jeferson Gonçalves Noronha Soriano Matricula: 471110

01) Pior caso: Vamos analisar o primeiro laço, onde o i começa em 1 e vai até o tamanho do vetor S, então esse laço vai rodar n vezes. O laço interno vai variar de acordo de como o primeiro laço varia, porque o J sempre vai ser i+1, então quando o i=1 o J=2

Então $\sum_{i=1}^{n} i + \sum_{J=i+1}^{n} J$ aplicando a formula do somatorio

$$\frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\frac{n^2+n}{2} + \frac{n^2+n}{2} = \frac{2n^2+2n}{2} = \boxed{n^2+n}$$

Para a complexidade pegamos o maior grau e o 2º grau, então determinamos que $O(n^2)$, que nosso algoritmo irá ter um crescimento semelhante a uma função quadrática

$$\frac{n^2+n}{2} + \frac{n^2+n}{2} = \frac{2n^2+2n}{2} = \boxed{n^2+n}$$

PARA A COMPLEXIDADE PEGAMOS O MAIOR GRAU E O 2º GRAU, ENTÃO DETERMINAMOS QUE $O(n^2)$, QUE NOSSO ALGORITMO IRÁ TER UM CRESCIMENTO SEMELHANTE A UMA FUNÇÃO QUADRÁTICA

PARA O MELHO CASO:

O MELHOR CASO ACONTECE QUANDO A SOMA DO $S[i] + S[J] = X$ NA PRIMEIRA INTERAÇÃO DE CADA LAÇO, ENTÃO TEMOS UMA COMPLEXIDADE, $O(1)$, PORQUE CADA VAI ACONTECER UMA VEZ, O PRIMEIRO FOR IRA ACONTECER UMA VEZ, O FOR MAIS INTERNO TAMBEM IRA ACONTECER UMA VEZ, NO SE A SOMA JA VAI SER IGUA AO X, A VAI ROTORNA E ACABAR A FUNÇÃO, POR ISSO $O(1)$

/ /

02) PRIMO(N):

MAXIMOINTERVALO ← $\lfloor \sqrt{n} \rfloor$

PARA(i ← 2 ; i < MAXIMOINTERVALO ; i++)

SE(N%i == 0)

RETORNA FALSO

SE(n = 1):

RETORNA FALSO

SENÃO

RETORNA VERDADEIRO

03) PIOR CASO VAMOS COMEÇAR ANALISANDO O LAÇO MAIS EXTERNO, VAMOS IGNORAR AS CONTANTES SEM INFLUENCIA DE n, PORQUE NO FIM DAS CONTAS AS QUE TEM INFUENCIA DE n E A QUE MAIS INFLUENCIA NO CALCULO ENTÃO TEMO QUE NO PRIMEIRO LAÇO VAMOS EXECUTAR n VEZES E TUDO QUE ESTA DENTRO DELE INCLUINDO O LAÇO MAIS INTERNO, ENTÃO TEMOS $\sum_{i=1}^{n} 2i + \sum_{i=1}^{n} i$

$$\frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\frac{n^2+n+n^2+n}{2}$$

$$\frac{2n^2+2n}{2} = \boxed{n^2+n}$$ PEGANDO

O GRAU DE MAIOR RELEVANCIA, TEMOS $O(n^2)$

02) PRIMO(N):

MAXIMOINTERVALO $\leftarrow \lfloor \sqrt{n} \rfloor$

PARA(i ← 2 ; i < MAXIMOINTERVALO ; i++)

SE(N% i == 0)

RETORNA FALSO

SE(n = 1)

RETORNA FALSO

SENÃO

RETORNA VERDADEIRO

03) PIOR CASO VAMOS COMEÇAR ANALISANDO O LAÇO MAIS EXTERN

SENÃO

RETORNA VERDADEIRO

03) PIOR CASO VAMOS COMEÇAR ANALISANDO O LAÇO MAIS EXTERNO, VAMOS IGNORAR AS CONTANTES SEM INFLUENCIA DE n, PORQUE NO FIM DAS CONTAS AS QUE TEM INFUENCIA DE n E A QUE MAIS INFLUENCIA NO CALCULO ENTÃO TEMO QUE NO PRIMEIRO LAÇO VAMOS EXECUTAR n VEZES E TUDO QUE ESTA DENTRO DELE INCLUINDO O LAÇO MAIS INTERNO, ENTÃO TEMOS $\sum_{i=1}^{n} 2i + \sum_{i=1}^{n} i$

$$\frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\frac{n^2+n+n^2+n}{2}$$

$$\frac{2n^2+2n}{2} = \boxed{n^2+n}$$ PEGANDO

O GRAU DE MAIOR RELEVANCIA, TEMOS $O(n^2)$

Digitalizado com CamScanner

Q4) A) $\frac{n(n-10)}{2} = O(n^2)$ O $O(n^2)$ DIZ QUE A FUNÇÃO TERÁ CRESIMENTO NO MAXIMO, COMO UMA FUNÇÃO DE CRESCIMENTO NA ORDEM QUADRÁTICA, VAMOS RESOLVER O LADO ESQUERDO E VER SE ELE SE ENCAIXA NESSA DEFINIÇÃO

$\frac{n.(n-10)}{2} \Rightarrow \frac{n^2 - 10n}{2}$, PEGAMOS O MAIOR GRAU E VEMOS QUE É O SEGUNDO GRAU,

ENTÃO ESTA CORRETO AFIRMA QUE $\frac{n(n-10)}{2} = O(n^2)$

B) $\sum_{i=1}^{n} i = \Omega(n^2)$ O $\Omega(n^2)$ DIZ QUE A FUNÇÃO É NO MINÍMO UMA FUNÇÃO QUADRATICA, O QUE QUER DIZER QUE ELA PODE SER MAIOR QUE O QUE ELA DETERMINOU, MAIS NUNCA MENOR

VAMOS RESOLVER O SOMATORIO E VER O RESULTADO

$\sum_{i=1}^{n} i \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow \frac{n^2 - n}{2}$, PEGAMOS O MAIOR GRAU E VEMOS QUE É 2º GRAU, ENTÃO ESTA CORRETO AFIRMAR QUE $\sum_{i=1}^{n} i = \Omega(n^2)$

C) $2^{n-1} = \Omega(2^n)$ O $\Omega(2^n)$ DIZ QUE A FUNÇÃO É NO MINIMO UMA FUNÇÃO EXPONENCIAL, ENTÃO NÃO É PARA EXSTIR NENHUM INTEIRO POSITIVO QUE FAÇA 2^{n-1} SEJA MENOR QUE 2^n, MAS É FALSO SE $n = 0$ O LADO EQUERDO VAI SER MENOR $2^{0-1} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$, $2^0 = 1$, ENTÃO A AFIRMAÇÃO É FALSA, PORQUE NÃO COMPRIU O REQUISITO DE SER NO MINIMO O A FUNÇÃO DO LADO DIREITO

04) A) $\frac{n(n-10)}{2} = O(n^2)$ O $O(n^2)$ DIZ QUE A FUNÇÃO TERÁ CRESCIMENTO NO MÁXIMO, COMO UMA FUNÇÃO DE CRESCIMENTO NA ORDEM QUADRÁTICA, VAMOS RESOLVER O LADO ESQUERDO E VER SE ELE SE ENCAIXA NESSA DEFINIÇÃO

$\frac{n.(n-10)}{2} \Rightarrow \frac{n^2 - 10n}{2}$, PEGAMOS O MAIOR GRAU E VEMOS QUE É O SEGUNDO GRAU,

ENTÃO ESTÁ CORRETO AFIRMA QUE $\frac{n(n-10)}{2} = O(n^2)$

B) $\sum_{i=1}^{n} i = \Omega(n^2)$ O $\Omega(n^2)$ DIZ QUE A FUNÇÃO É NO MÍNIMO UMA FUNÇÃO QUADRÁTICA, O QUE QUER DIZER QUE ELA PODE SER MAIOR QUE O QUE ELA DETERMINOU, MAIS NUNCA MENOR

VAMOS RESOLVER O SOMATÓRIO E VER O RESULTADO

VER SE ELE SE ENCAIXA NESSA DEFINIÇÃO

$\frac{n.(n-10)}{2} \Rightarrow \frac{n^2 - 10n}{2}$, PEGAMOS O MAIOR GRAU E VEMOS QUE É O SEGUNDO GRAU,

ENTÃO ESTA CORRETO AFIRMA QUE $\frac{n(n-10)}{2} = O(n^2)$

B) $\sum_{i=1}^{n} i = \Omega(n^2)$ O $\Omega(n^2)$ DIZ QUE A FUNÇÃO É NO MINIMO UMA FUNÇÃO QUADRATICA, O QUE QUER DIZER QUE ELA PODE SER MAIOR QUE O QUE ELA DETERMINOU, MAIS NUNCA MENOR

VAMOS RESOLVER O SOMATORIO E VER O RESULTADO

$\sum_{i=1}^{n} i \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow \frac{n^2-n}{2}$, PEGAMOS O MAIOR GRAU E VEMOS QUE É 2º GRAU, ENTÃO ESTA CORRETO AFIRMAR QUE $\sum_{i=1}^{n} i = \Omega(n^2)$

C) $2^{n-1} = \Omega(2^n)$ O $\Omega(2^n)$ DIZ QUE A FUNÇÃO É NO MINIMO UMA FUNÇÃO EXPONENCIAL, ENTÃO NÃO É PARA EXSTIR NENHUM INTEIRO POSITIVO QUE 2^{n-1} ESTA MENOR QUE 2^n MAS É FALSO SE $n=0$ O LADO

FUNÇÃO QUADRATICA, O QUE QUER DIZER QUE ELA PODE SER MAIOR QUE O QUE ELA DETERMINOU, MAIS NUNCA MENOR VAMOS RESOLVER O SOMATORIO E VER O RESULTADO

$$\sum_{i=1}^{n} i \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow \frac{n^2-n}{2}$$, PEGAMOS O MAIOR GRAU E VEMOS

QUE É 2º GRAU, ENTÃO ESTA CORRETO AFIRMAR QUE $\sum_{i=1}^{n} i = \Omega(n^2)$

c) $2^{n-1} = \Omega(2^n)$ O $\Omega(2^n)$ DIZ QUE A FUNÇÃO É NO MINIMO UMA FUNÇÃO EXPONENCIAL, ENTÃO NÃO É PARA EXSTIR NENHUM INTEIRO POSITIVO QUE FAÇA 2^{n-1} SEJA MENOR QUE 2^n, MAS É FALSO SE $n=0$ O LADO EQUERDO VAI SER MENOR $2^{0-1} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$, $2^0 = 1$, ENTÃO A

AFIRMAÇÃO É FALSA, PORQUE NÃO COMPRIU O REQUISITO DE SER NO MINIMO O A FUNÇÃO DO LADO DIREITO

D) $\binom{n}{2} = \Theta(n^2)$ O THETA DIZ QUE A FUNÇÃO TEM QUE SER EXATAMENTE IGUAL, ENTÃO SE UM LADO FOR UMA FUNÇÃO QUADRATICA, O OUTRO LADO TAMBEM TEM QUE SER QUADRATICA, NEM MAIS NEM MENOS, ENTÃO VAMOS RESOLVER

$$\binom{n}{2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-2+1)}{2!}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} i \cdot (n-2+1)}{2} = \frac{\frac{n.(n-1)}{2} \cdot (n-2+1)}{2}$$

$$= \frac{\frac{n^2-1}{2} \cdot n-3}{2} = \frac{\frac{n^3-3n^2-n+4}{2}}{2}$$

$$= \frac{n^3-3n^2-n+4}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{n^3-3n^2-n+4}{4}$$

PEGANDO O GRAU DE MAIOR RELEVANCIA TEMOS O TERCEIRO GRAU QUE É MAIOR QUE 2º GRAU, O QUE TORNA A AFIRMAÇÃO FALSA

06) VAMOS COMEÇAR ANALISANDO A LAÇO QUE VARIA DE i ATE n, ASSIM PODEMOS DIZER QUE O QUE ESTA DENTRO DO LAÇO VAI ACONTECER n VEZES A MEDIDA QUE O n AUMENTA A QUANTIDADE DE VEZES AUMENTA TAMBEM VAMOS DIZER QUE O LAÇO ESTA NA ORDEM DE n, $O(n)$

VAMOS MONTAR AGORA A PARTE DA RECUSIVIDADE, ASSIM MONTAR A FORMULA PARA FAZER A RECORRENCIA, DIZENDO AQUI QUE ESTOU IGNORANDO A OPERAÇÕES CONTANTES, QUE NÃO INTERVEREM NO CALCULO DE COMPLEXIDADE

QUANDO O $n = 1$, $T(n) = 1$

$$\begin{cases} T(1) = 1 \\ T(n) = T(N/2) + N \quad \text{PARA } N > 1 \end{cases}$$

$T(N/2)$ É COMO A CHAMADA RECUSIVA ESTA SENDO CHAMADA E O $+N$ E JUSTAMENTE A COMPLEXIDADE QUE ACABAMOS DE CALCULAR, DO QUE VEM ANTES DAS CHAMADAS RECUSIVAS

$$T(N/2) + N$$
$$T(T(N/4) + N/2) + N$$
$$T(T(T(N/8) + N/4) + N/2) + N$$
$$T(T(T(T(N/16) + N/8) + N/4) + N/2) + N$$
$$\vdots$$
$$K \cdot T(N/2^K) + N/2^{K-1}$$

$N/2^K = 1$

$2^K = n$

$K = \log_2 n$

$$\log_2 n \cdot T(1) + N/2^{\log_2 n - 1}$$
$$\log_2 n \cdot 1 + N/2^{\log_2 n}/2^1$$
$$\log_2 n + N/N/2$$
$$\log_2 n + N \cdot \frac{2}{N}$$

$\boxed{\log_2 n + 2}$ ENTÃO CONCLUIMOS QUE A COMPLEXIDADE É $\log n$, $O(\log n)$

07) A) $T(n) = T(n/2) + 15$, $T(1) = 1$

$T(n/2) + 15$

$(T(n/4) + 15) + 15$

$(T(n/8) + 15) + 15) + 15$

$(T(n/16) + \underbrace{15) + 15) + 15) + 15}_{K}$

⋮

$T(n/2^K) + 15K$, COMO CHEGAMOS NO CASO BASE, TEMOS

QUE

$n/2^K = 1$

$\Rightarrow n = 2^K$

$\log_2 n = K$, ENTÃO $T(1) + 15 \log_2 n$

$\boxed{1 + 15 \log_2 n}$

B) $F(n) = 2F(n/2) + n$, $F(1) = 1$

$2F(n/2) + n$

$2F(2F(n/4) + n/2) + n = 2^K(n/2^K) + 2n$

$2F(2F(2F(n/8) + n/4 + n/2) + n = 2^K(n/2^K) + 3n$

$2F(2F(2F(2F(n/16) + n/8) + n/4) + n/2) + n = 2^K(n/2^K) + 4n$

⋮

$2^K . F(n/2^K) + K . n^k$

$n/2^K = 1$

$n = 2^K$

$K = \log_2 n$, ENTÃO $2^{\log_2 n} F(1) + \log_2 n . n$

$n . 1 + n \log_2 n$

$\boxed{n + n \log_2 n}$

c) ~~T(n) = T(0,9n) + 5~~

$G(n) = 2G(\sqrt{n})$, $G(1) = 1$

$2G(\sqrt{n})$

$2G(2G(\sqrt{\sqrt{n}})) = 2^2 G(\sqrt[2^2]{n})$

$2G(2G(2G(\sqrt{\sqrt{\sqrt{n}}}))) \quad 2^3 G(\sqrt[2^3]{n})$

$\vdots$

$2^K G(\sqrt[2^K]{n})$

$\sqrt[2^K]{n^1} = 1$