Instituto de Física de São Carlos
Laboratório de Física I

Prática nº

Título da prática

Gabriel Lima Alves n° 12558547
Jefter Santiago Mares n° 12559016
Vitória Bitencourte Galliac n° 12624818

São Carlos
2021

Resumo

Nessa prática serão estudados dois sistemas com corpos em colisão em um movimento unidimensional. No primeiro sistema haverá uma colisão elástica, enquanto que no segundo, a colisão será plástica. Em ambos os experimentos, será feito o mesmo conjunto de cálculos. Dessa forma, após obtido os valores da velocidade dos corpos, será estudado a quantidade de movimento, o impulso, a força média em cada carrinho, a velocidade do centro de massa e o coeficiente de elasticidade dos sistemas, para confirmar numericamente a classificação das colisões do experimento.

Objetivos

O objetivo da Prática 6 é estudar as características de um sistema com corpos em colisão, ou seja, analisar a conservação da energia cinética, e da quantidade de movimento, depois comparando tal resultado com o estudo da velocidade do centro de massa antes e depois do choque. Além disso, tem-se como objetivo o cálculo do impulso e da força média atuante em cada carrinho utilizado no experimento.

Introdução

– Quantidade de movimento

O momento linear de uma partícula, ou sua quantidade de movimento, está associada à sua velocidade, de forma que

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{1}$$

Em um sistema como no utilizado nesta prática, onde existe mais que uma partícula, a quantidade de movimento total será representada pela soma do momento linear de cada corpo.

$$\vec{P} = \vec{p_1} + \vec{p_2} \tag{2}$$

Para que haja conservação da quantidade de movimento, ou seja, para que $\vec{P}$ seja constante, a força externa resultante $\vec{F_{er}}$ deve ser nula, uma vez que

$$\vec{F} = m\vec{a} \to \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \to \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{3}$$

Logo, se $\vec{F} = 0$,

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \to \vec{p} = constante \tag{4}$$

Para estudar colisões, é interessante analisar sua quantidade de momento linear inicial e final por meio de seu impulso.

– **Impulso**

O impulso de um corpo mostra a variação $\Delta\vec{P}$ de sua quantidade de movimento durante a colisão. Assim,

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = p_{\vec{final}} - p_{\vec{inicial}} \tag{5}$$

Também é possível calcular o impulso por meio da fórmula final (3), com uma integração

$$\int_{t_i}^{t_f} \vec{F}dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{d\vec{p}}{dt}dt \rightarrow \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}dt = \int_{t_i}^{t_f} d\vec{p} = p_{\vec{final}} - p_{\vec{inicial}} \tag{6}$$

Pode-se concluir então que

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}dt \rightarrow \vec{I} = \vec{F}\Delta t \tag{7}$$

Nos experimentos, ambas as partículas serão consideradas parte do sistema. Assim, não haverá força externa atuante e consequentemente a quantidade de movimento $\vec{P}$ será constante. Dessa forma, o impulso total é igual a 0, e a mudança do momento linear de um corpo é resultado da perda da quantidade de movimento do segundo corpo. Em adição, é interessante notar que pode-se obter a força média com o impulso $\vec{I}$ e com o tempo de contato Δt da colisão, a partir de

$$\bar{\vec{F}} = \frac{\vec{I}}{\Delta t} \tag{8}$$

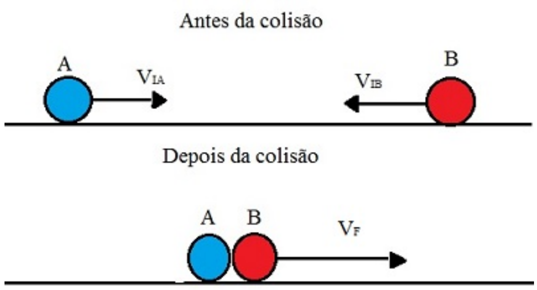
– **Colisões**

Em uma colisão, as partículas exercem simultaneamente forças iguais e opostas. As colisões podem ser classificadas em dois grupos principais, são eles:

→ **Choque inelástico ou plástico:**

Após a colisão, os corpos permanecerão unidos, e consequentemente com a mesma velocidade final. Assim, na análise da quantidade de movimento, temos que

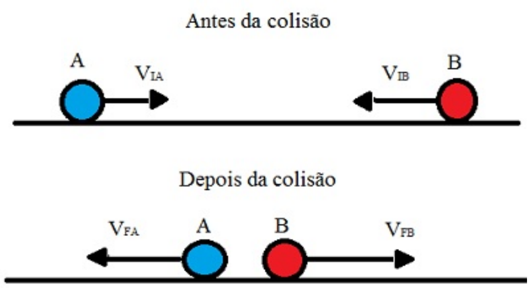
$$(m_A + m_B)v_f = m_A v_{iA} + m_B v_{iB} \tag{9}$$



→ **Choque elástico:**

Pode ser considerado parcialmente elástico, se parte da energia cinética for dissipada. Se houver conservação da energia cinética, a colisão será considerada perfeitamente elástica, e a rapidez de separação dos corpos será igual à rapidez de aproximação dos mesmos. Essa característica pode ser representada como

$$V_{fA} - V_{fB} = V_{iB} - V_{iA} \tag{10}$$



−Velocidades e Referenciais

Os valores que serão obtidos da energia cinética, da quantidade de movimento e do impulso dependem da velocidade, e consequentemente, do referencial que será utilizado para obter essa medida. Em cada experimento, esses cálculos serão feitos duas vezes. Primeiramente com o laboratório como referencial, e por último com o referencial do centro de massa do sistema. Para medir esses valores no referencial do centro de massa, é necessário obter a velocidade do mesmo. A partir da equação (2), que define o momento linear total $\vec{P}$ de um sistema, é possível obter a velocidade do centro de massa. Dessa forma,

$$\vec{P} = \vec{p_1} + \vec{p_2} \rightarrow (m_1 + m_2)\vec{v_{cm}} = m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2} \rightarrow \vec{v_{cm}} = \frac{m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2}}{(m_1 + m_2)} \tag{11}$$

O centro de massa representa um ponto imaginário onde estaria concentrada toda a massa do sistema. Tomando como base o que foi demonstrado na equação (4), ou seja, sendo a quantidade de movimento $\vec{P}$ constante quando a força externa for nula, pode-se notar que a velocidade do centro de massa também será constante. Para obter a velocidade das partículas no referencial do centro de massa ($\vec{u}$) a partir das velocidades medidas no experimento ($\vec{v}$) - referencial do laboratório - , temos

$$\vec{u} = \vec{v} - \vec{v_{cm}} \tag{12}$$

−Energia cinética para um sistema de partículas em colisão

Também é de interesse dessa prática analisar se a energia cinética de um sistema é constante em uma situação onde a força externa resultante seja nula. Para isso, é importante destacar a seguinte relação:

$$E_{mecânica} = E_{cinética} + E_{potencial} \tag{13}$$

Uma vez que não há interferência de forças externas no sistema, pode-se concluir que a energia mecânica é constante. Em adição, no experimento, os carrinhos não alteram sua altura em relação ao chão, assim, a energia potencial gravitacional também permanece inalterada. Assim, a energia cinética também poderá ser considerada constante. Porém, se houver deformação ou aquecimento dos corpos, parte da energia cinética será transformada em energia térmica e trabalho. Dessa forma, para analisarmos a perda de $E_{cinética}$ é necessário calcular o coeficiente de restituição dos corpos. Representado por

$$e = \frac{V_{Rfinal}}{V_{Rinicial}} \tag{14}$$

onde

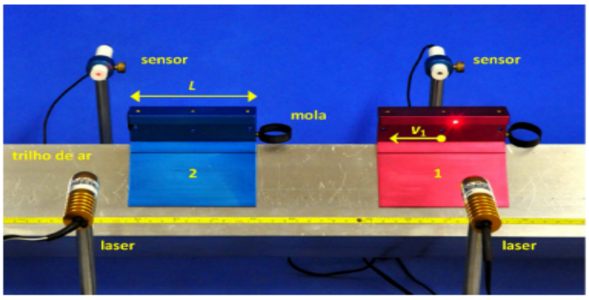
$$\vec{V_R} = \vec{v_2} - \vec{v_1} \tag{15}$$

o coeficiente diferenciará o tipo da colisão do sistema, especificado na tabela a seguir.

Colisão	Energia cinética	Coeficiente de restituição	Quantidade de movimento
Perfeitamente elástica	Conserva	$e = 1$	Conserva
Parcialmente elástica	Diminui	$0 < e < 1$	Conserva
Perfeitamente plástica	Máxima diminuição	$e = 0$	Conserva

Método experimental

Nos seguintes experimentos, foi utilizado um trilho de ar com pequenos furos, que receberão ar por meio de um compressor, gerando um colchão de ar que minimizará os efeitos do atrito e garantirá a conservação da quantidade de movimento. Para os carrinhos, será utilizado chapas de aço que possuem formato em V para receber de forma ideal o empuxo do ar. Para calcular a velocidade dos corpos, será utilizado dois lasers, que estarão alinhados com sensores ópticos conectados a cronômetros digitais. No primeiro experimento, a fim de simular uma colisão elástica, foi anexado na extremidade de um carrinho um anel de aço que funciona como uma mola. Já no segundo experimento, foi colocado na extremidade do corpo massa de calafetar, para simular uma colisão plástica.



- Processo de obtenção dos resultados

O processo que será explicado a seguir foi utilizado em ambos os experimentos. Primeiramente, foram calculados a massa $m_1 = (0.18 \pm 1 \cdot 10^{-5})Kg$ e $m_2 = (0.18 \pm 1 \cdot 10^{-5}) \quad kg$ e o comprimento dos carrinhos $L_1 = (0,1051 \pm 5 \cdot 10^{-5})m$ e $L_2 = (0,1051 \pm 5 \cdot 10^{-5})m$. Em seguida, o carrinho 2 foi posicionado entre os feixes de laser ($V_{2i} = 0$) e foi dado um impulso no carrinho 1 de forma que sua mola colidiu com a parte rígida do carrinho 2.

A velocidade do carrinho 1 foi calculada com $v = \frac{L}{t}$, onde t representa o tempo marcado pelo cronômetro quando o corpo intercepta o laser. Em seguida, foi calculada a quantidade inicial de movimento (momento linear antes da colisão) $p_i = mv$ de ambos os carrinhos. O mesmo processo foi feito após a colisão. Para calcular as incertezas da velocidade e da quantidade de movimento antes e após o choque foram utilizadas, respectivamente,

$$v = \frac{L}{t} \quad \text{e} \quad \delta v = \frac{\delta L \cdot t + L \cdot \delta t}{(t)^2} \tag{16}$$

$$p = mv \quad \text{e} \quad \delta p = \delta v \cdot m + v \cdot \delta m \tag{17}$$

A partir dessas equações chegamos conseguimos fazer todos cálculos da variação de quantidade de movimento (ou impulso). Foi feita uma analise do valor encontrado com a incerteza do experimento e discutido se houve ou não conservação do momento linear.

$$I = \Delta P = p_f - p_i \quad \text{e} \quad \delta I = \delta p - f + \delta p_i \tag{18}$$

Posteriormente, foi obtida a variação percentual da quantidade de movimento ΔP do sistema e sua incerteza $\delta(\Delta P)$.

$$\Delta P = 100 \cdot \frac{|P_i - P_f|}{P_i} \quad \text{e} \quad \delta(\Delta P) = 100 \cdot \frac{(\delta P_i + \delta P_f) \cdot P_i + (P_i - P_f) \cdot \delta P_i}{(P_i)^2} \tag{19}$$

O impulso total do sistema quando há conservação de momento .

$$\begin{gathered} \vec{P_{1i}} + \vec{P_{2f}} - \cancel{\vec{P_{2i}}} \\ \vec{I} = \vec{P_{2f}} - \vec{P_{1i}} = m_2 v_{2f} - m_1 v_{1i} \\ \vec{I_1} = -\vec{I_2} \end{gathered} \tag{20}$$

E sua incerteza é dada por $\delta I_1 = \delta p_{1f} + \delta p_{1i}$

Em adição, com os valores já obtidos das velocidades finais e iniciais, foi calculada a energia cinética E_c do sistema e o coeficiente de restituição e do choque. Foi medida a variação percentual da energia cinética para então discutir a respeito de sua conservação e classificar o tipo de colisão do sistema.

Para realizar os cálculos da energia cinética no sistema:

$$E_{ci} = \frac{1}{2} m_1 \vec{v_{1i}}^2 + \frac{1}{2} m_2 \vec{v_{2i}}^2 \quad \text{e} \quad E_{cf} = \frac{1}{2} m_1 \vec{v_{1f}}^2 + \frac{1}{2} m_2 \vec{v_{2f}}^2 \tag{21}$$

E sua incerteza:

$$\delta E_{Ci} = \frac{1}{2} \cdot (\delta m \cdot v_{1_i}^2 + m_1 \cdot \delta(2 \cdot v_{1_i} \cdot \delta v_{1_i})) \quad \text{e} \quad \delta E_{cf} = \frac{1}{2} \cdot (\delta m_2 \cdot v_{2_f}^2 + m_2 \cdot \delta(2 \cdot v_{2_f} \cdot \delta v_{2_f})) \tag{22}$$

A variação percentual e sua incerteza é dada por:

$$\Delta E_c = 100 \cdot \frac{|E_{ci} - E_{cf}|}{E_{ci}} \quad \text{e} \quad \delta(\Delta E_c) = m_f v_f \Delta v_f + m_i v_i \Delta v_i \tag{23}$$

O coeficiente de restituição e sua incerteza é dado pela fórmula

$$e = \frac{|\vec{v_{Rf}}|}{|\vec{v_{Ri}}|} \quad \text{e} \quad \delta e = \frac{\delta v_{r_f} \cdot v_{r_i} + v_{r_f} \cdot \delta v_{r_i}}{(v_{r_i})^2} \tag{24}$$

Onde $\vec{v_R} = \vec{v_2} - \vec{v_1}$.

Considerando que o choque durou $0,001s$, foi calculada a força média $\vec{F} = \frac{I}{\Delta t}$ de cada carrinho. Por fim, foi medida a velocidade do centro de massa antes e depois da colisão. Assim, todas as grandezas citadas no método experimental foram recalculadas com o referencial situado no centro de massa do sistema. Os cálculos foram realizados também para o referêncial no centro de massa.

$$\vec{v_{cm}} = \frac{m_1 \vec{v_1} + m_2 \vec{v_2}}{m_1 + m_2}$$

Como $m_1 = m_2 = m$ no experimento 1, temos que:

$$v_{cm_i} = \frac{m_1 v_{1i}}{m_1 + m_2} = \frac{v_{1i}}{2}$$

$$v_{cm_f} = \frac{m_1 v_{2f}}{m_1 + m_2} = \frac{v_{2f}}{2}$$

A velocidade com referencial no centro de massa é u, em que u é dado por:

$$u = v - v_{cm} \quad \text{e} \quad \delta u = \delta v + \delta v_{cm} \tag{25}$$

A partir dos valores das velocidades podemos realizar todos outros cálculos.

Resultados e discussão

Choque elástico entre dois corpos de massas iguais

No primeiro experimento, foi determinado a massa e o comprimento de ambos os carrinhos, logo depois foi cronometrado o intervalo de tempo que o carrinho 1 (antes do impacto) e carrinho 2 (depois do impacto) leva para percorrer uma determinada distancia. Esses valores encontrados estão a seguir:

$$m_1 = 0,18 \pm 0,00001 \text{ kg} \quad m_2 = 0,18 \pm 0,00001$$

$$L_1 = 0,1051 \pm 0,00005 \text{ m} \quad L_2 = 0,1051 \pm 0,00005$$

$$t_1 = 0,094 \pm 0,001 \text{ s} \quad t_2 = 0,099 \pm 0,001$$

Assim, tendo esses dados determinadas o experimento foi dividido em duas partes, na primeira parte os cálculos foram feitos levando o laboratório como referencial e na segunda parte levando o centro de massa como o referencial.

$\rightarrow$ **Referencial: Laboratório**

Primeiramente foi calculado a velocidade e quantidade de movimento de cada carrinho antes e depois do impacto, como demonstrado abaixo.

1. Antes do impacto
   (a) Velocidade dos carrinhos
      i. v_{1i}
         $v_{1i} = \dfrac{L_1}{t_1} \Longrightarrow v_{1i} = \dfrac{0,1051}{0,094} = 1,12 \ \dfrac{m}{s}$
         $\delta v_{1i} = \dfrac{\delta L_1 \cdot t_1 + L_1 \cdot \delta t_1}{(t_1)^2} = 0,06 \ \dfrac{m}{s}$
         $v_{1i} \pm \delta v_{1i} = 1,12 \pm 0,06 \ \dfrac{m}{s}$
      ii. v_{2i}
         $v_{2i} = 0 \ \dfrac{m}{s}$
   (b) Quantidade de movimento dos carrinhos
      i. p_{1i}
         $p_{1i} = m_1 \cdot v_{1i} \Longrightarrow p_{1i} = 0,18 \cdot 1,11809 = 0,20 \ kg \cdot \dfrac{m}{s}$
         $\delta p_{1i} = \delta v_{i1} \cdot m_1 + v_{i1} \cdot \delta m_1 = 0,01 \ kg \cdot \dfrac{m}{s}$
         $p_{1i} \pm \delta p_{1i} = 0,20 \pm 0,01 \ kg \cdot \dfrac{m}{s}$
      ii. p_{2i}
         $p_{2_i} = 0 \ kg \cdot \dfrac{m}{s}$
2. Depois do impacto
   (a) Velocidade dos carrinhos
      i. v_{1f}
         $v_{1f} = 0 \ \dfrac{m}{s}$

ii. v_{2f}

$$v_{2f} = \frac{L_2}{t_2} \Longrightarrow v_{2f} = \frac{0,1051}{0,099} = 1,06 \ \frac{m}{s}$$

$$\delta v_{2f} = \frac{\delta L_2 \cdot t_2 + L_2 \cdot \delta t_2}{(t_2)^2} = 0,05 \ \frac{m}{s}$$

$$v_{2f} \pm \delta v_{2f} = 1,06 \pm 0,05 \ \frac{m}{s}$$

(b) Quantidade de movimento dos carrinhos

i. p_{1f}

$$p_{1f} = 0 \ kg \cdot \frac{m}{s}$$

ii. p_{2f}

$$p_{2f} = m_2 v_{f2} \Longrightarrow p_{2f} = 0,18 \cdot 1,061 = 0,19 \ kg \cdot \frac{m}{s}$$

$$\delta p_{f2} = \delta v_{f2} \cdot m_2 + v_{f2} \cdot \delta m_2 = 0,01 \ kg \cdot \frac{m}{s}$$

$$p_{2f} \pm \delta p_{f2} = 0,19 \pm 0,01 \ kg \cdot \frac{m}{s}$$

Logo em seguida, foi calculado a variação percentual da quantidade de movimento do sistema utilizando a equação (19), o valor encontrado foi $\Delta p = 10\%$ e o seu erro calculado por (19) foi de $\delta(\Delta p) = 20\%$. O valor da incerteza da variação percentual da quantidade de movimento é muito maior que o próprio valor da variação, tornando o valor da variação desprezível. Dessa forma, pode-se concluir que houve uma conservação de momento no sistema visto que essa variação entre os momentos dos carrinhos antes e depois do impacto é desprezível.

Seguidamente, foi calculado o impulso de cada carrinho e o impulso total, demonstrado a seguir.

1. Impulso carrinho 1 I_1

$$I_1 = 0 - 0,20 = -0,20 \ kg \cdot \frac{m}{s}$$

$$\delta I_1 = \delta p_{1f} + \delta p_{1i} = 0,01 \ kg \cdot \frac{m}{s}$$

$$I_1 \pm \delta I_1 = -0,20 \pm 0,01 \ kg \cdot \frac{m}{s}$$

2. Impulso carrinho 2 I_2

$$I_2 = 0,19 - 0 = 0,19 \ kg \cdot \frac{m}{s}$$

$$\delta I_2 = \delta p_{2f} + \delta p_{2i} = 0,01 \ kg \cdot \frac{m}{s}$$

$$I_2 \pm \delta I_2 = 0,19 \pm 0,01 \ kg \cdot \frac{m}{s}$$

3. Impulso Total I_t

$$\vec{I_t} = I_2 + I_1 = 0,19 - 0,20 = -0,01 \ kg \cdot \frac{m}{s}$$

$$\delta \vec{I_t} = \delta I_2 + \delta I_1 = 0,01 + 0,01 = 0,02 \ kg \cdot \frac{m}{s}$$

$$\vec{I_t} \pm \delta \vec{I_t} = -0,01 \pm 0,02 \ kg \cdot \frac{m}{s}$$

Analisando os resultados encontrados é possível inferir que assim como esperado o impulso se conservou, visto que o impulso total deu um valor desprezível, pois sua incerteza foi maior que seu valor.

A seguir, foi calculado a energia cinética do sistema antes e depois do impacto, bem como o coeficiente de restituição e e variação percentual da energia cinética ΔE_c.

1. Energia cinética antes do impacto E_{ci}

   $$E_{ci} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (v_{i1})^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot (v_{i1})^2 = 0,11\ J$$

   $$\delta E_{Ci} = \frac{1}{2} \cdot (\delta m_1 \cdot v_{i1}^2 + m_1 \cdot \delta(2 \cdot v_{i1} \cdot \delta v_{i1})) = 0,01\ J$$

   $$E_{ci} \pm \delta E_{ci} = 0,11 \pm 0,01\ J$$

2. Energia cinética depois do impacto E_f

   $$E_{cf} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (v_{f1})^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot (v_{f2})^2 = 0,10\ J$$

   $$\delta E_{cf} = \frac{1}{2} \cdot (\delta m_2 \cdot v_{f2}^2 + m_2 \cdot \delta(2 \cdot v_{f2} \cdot \delta v_{f2})) = 0,01\ J$$

   $$E_{cf} \pm \delta E_{cf} = 0,10 \pm 0,01\ J$$

3. Coeficiente de restituição e

   Pela equação (24) obtém se $e \pm \delta e = 0,949 \pm 0,003$

4. Variação percentual da energia cinética ΔE_c

   Utilizando a equação (23) encontra se $\Delta E \pm \delta \Delta E = 10 \pm 20\%$

Observando a variação percentual da energia cinética percebe-se que sua incerteza é também maior que seu próprio valor. Assim é possível concluir essa variação percentual é desprezível e portanto houve conservação de energia cinética. Pode-se ainda concluir que esse choque se trata de um choque elástico visto que houve conservação de momento e energia cinética.

Em seguida, foi calculado a força media durante o impacto para ambos carrinhos, como demonstrado abaixo.

1. Carrinho 1

   $$\vec{F_1} = \frac{I_1}{\Delta t} = \frac{-0,20}{0,001} = -200\ N$$

   $$\delta \vec{F_1} = \frac{t \cdot \delta I_1 + \cancel{\delta t \cdot F_1}}{t^2} = 10\ N$$

   $$\vec{F_1} \pm \delta \vec{F_1} = -200 \pm 10\ N$$

2. Carrinho 2

   $$\vec{F_2} = \frac{I_2}{\Delta t} = \frac{0,19}{0,001} = 190\ N$$

   $$\delta \vec{F_2} = \frac{t \cdot \delta I_2 + \cancel{\delta t \cdot F_2}}{t^2} = 10\ N$$

   $$\vec{F_2} \pm \delta \vec{F_2} = 190 \pm 10\ N$$

Estudando as duas forças medias encontradas, observa-se que elas tem modulo equivalente $(||F_1| - |F_2|| < 2(\delta F_1 + \delta F_2))$ mas sentidos opostos, o que é esperado pela 3ª lei de Newton.

$\rightarrow$ **Referencial: Centro de massa**

Nessa parte do experimento foram feitos os mesmo cálculos da parte anterior porém foi tomado como referencial o centro de massa dos carrinhos.

Primeiramente foi calculado a velocidade do centro de massa, utilizando a equação $\vec{v_{cm}} = \dfrac{m_1 \vec{v_1} + m_2 \vec{v_2}}{m_1 + m_2}$, como demonstrado abaixo.

1. Velocidade do centro de massa antes do impacto v_{cm_i}

   $v_{cm_i} = \frac{v_{1i}}{2} = \frac{1,12}{2} = 0,56\ \frac{m}{s}$

   $\delta v_{cm_i} = \frac{\delta v_{1i}}{2} = \frac{0,06}{2} = 0,03\ \frac{m}{s}$

   $v_{cm_i} \pm \delta v_{cm_i} = 0,56 \pm 0,03\ \frac{m}{s}$

2. Velocidade do centro de massa depois do impacto v_{cm_f}

   $v_{cm_f} = \frac{v_{2_f}}{2} = \frac{1,06}{2} = 0,53\ \frac{m}{s}$

   $\delta v_{cm_f} = \frac{\delta v_{2_f}}{2} = \frac{0,05}{2} = 0,03\ \frac{m}{s}$

   $v_{cm_f} \pm \delta v_{cm_f} = 0,53 \pm 0,03\ \frac{m}{s}$

Analisando as velocidades do centro de massa encontradas pode se concluir, pela equação $|v_{cm_f} - v_{cm_i}| < 2(\delta v_{cm_f} + \delta v_{cm_i})$, que elas são equivalentes e como o sistema não teve variação de massa pode se afirmar que houve conservação de quantidade de movimento.

Em seguida foi calculado as velocidades de cada carrinhos em relação ao centro de massa, como visto a seguir.

1. Antes do impacto
   (a) Velocidade dos carrinhos
      i. u_{1_i}

      $$u_{1_i} = v_{1_i} - v_{cm_i} \rightarrow u_{1_i} = 0,56 \pm 0,09\ \frac{m}{s}$$

      ii. u_{2_i}

      $$u_{2_i} = v_{2_i} - v_{cm_i} \rightarrow u_{1_f} = -0,53 \pm 0,03\ \frac{m}{s}$$

   (b) Quantidade de movimento dos carrinhos
      i. P_{1_i}

      $$P_{1_i} = 0,1 \pm 0,0000009\ kg \cdot \frac{m}{s}$$

      ii. P_{2_i}

      $$P_{2_i} = -0,1 \pm 0,0000003\ kg \cdot \frac{m}{s}$$

2. Depois do impacto
   (a) Velocidade dos carrinhos
      i. u_{1_f}

      $$u_{1_f} = v_{1_f} - v_{cm_f} \rightarrow u_{2i} = -0,56 \pm 0,03\ \frac{m}{s}$$

      ii. u_{2_f}

      $$u_{2_f} = v_{2_f} - v_{cm_f} \rightarrow u_{2_f} = 0,53 \pm 0,08\ \frac{m}{s}$$

   (b) Quantidade de movimento dos carrinhos

i. P_{1_f}

$$P_{1_f} = -0,095 \pm 0,0000003 \ kg \cdot \frac{m}{s}$$

ii. P_{2_f}

$$P_{2_f} = 0,095 \pm 0,0000008 \ kg \cdot \frac{m}{s}$$

Logo depois, foi calculado a variação percentual da quantidade de movimento do sistema utilizando o conceito de módulo e a equação (19), o valor encontrado foi $\Delta p = 8,3\%$ e o seu erro calculado por (19) foi de $\delta(\Delta p) = 200\%$. O valor da incerteza da variação percentual da quantidade de movimento é muito maior que o próprio valor da variação, tornando o valor da variação desprezível. Dessa forma, pode-se concluir que houve uma conservação de momento no sistema visto que essa variação entre os momentos dos carrinhos antes e depois do impacto é desprezível.

Em seguida foi calculado o impulso dos carrinhos, como demonstrado abaixo.

1. Impulso carrinho 1 I_1

   $I_1 = \Delta P_1 = (-0,09) - 0.1 = -0,2 \ kg \cdot \frac{m}{s}$

   $\delta I_1 = 0,0000009 + 0,0000003 = 0,0000012 \ kg \cdot \frac{m}{s}$

   $I_1 \pm \delta I_1 = -0,2 \pm 0,0000012 \ kg \cdot \frac{m}{s}$

2. Impulso carrinho I_2

   $I_2 = \Delta P_2 = 0,09 - (-0,1) = 0,2 \ kg \cdot \frac{m}{s}$

   $\delta I_2 = 0,0000003 + 0,0000008 = 0,0000011 \ kg \cdot \frac{m}{s}$

   $I_2 \pm \delta I_2 = 0,2 \pm 0,0000011 \ kg \cdot \frac{m}{s}$

3. Impulso Total I_t

   $I = I_1 + I_2 = 0 \ kg \cdot \frac{m}{s}$

   $\delta I_t = 0,0000012 + 0,0000011 = 0,0000023 \ kg \cdot \frac{m}{s}$

   $I_2 \pm \delta I_2 = 0 \pm 0,0000023 \ kg \cdot \frac{m}{s}$

Assim como na parte anterior, analisando os resultados encontrados foi possível inferir que o impulso se conservou, visto que o impulso total deu um valor desprezível, pois sua incerteza foi maior que seu valor.

Por ultimo, foi calculado a energia cinética do sistema antes e depois do impacto, bem como o coeficiente de restituição e e variação percentual da energia cinética ΔE_c.

1. Energia cinética antes do impacto E_{ci}

   $E_{ci} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (u_{1i}^2 + u_{2i}^2) = 0,054 \ J$

   $\delta E_{ci} = \frac{1}{2} \cdot (\delta m \cdot u_{i1}^2 + m \cdot \delta(2 \cdot u_{i1} \cdot \delta u_{i1})) + \frac{1}{2} \cdot (\delta m \cdot u_{i2}^2 + m \cdot \delta(2 \cdot u_{i2} \cdot \delta u_{i2})) = 0,006 \ J$

   $E_{ci} \pm \delta E_{ci} = 0,054 \pm 0,006 \ J$

2. Energia cinética depois do impacto E_{cf}

   $E_{cf} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (u_{1f}^2 + u_{2f}^2) = 0,054\ J$

   $\delta E_{cf} = \frac{1}{2} \cdot (\delta m \cdot u_{f1}^2 + m \cdot \delta(2 \cdot u_{f1} \cdot \delta u_{f1})) + \frac{1}{2} \cdot (\delta m \cdot u_{f2}^2 + m \cdot \delta(2 \cdot u_{f2} \cdot \delta u_{f2})) = 0,005\ J$

   $E_{cf} \pm \delta E_{cf} = 0,054 \pm 0,005\ J$

3. Coeficiente de restituição e

   Utilizando a equação (24) obtém se $e \pm \delta e = 0,95 \pm 0,009$

4. Variação percentual da energia cinética ΔE_c

   Pela equação (23) encontra se $\Delta E \pm \delta \Delta E = 0 \pm 20\%$

Estudando a variação percentual da energia cinética percebe-se que sua incerteza também é maior que seu próprio valor. Assim é possível concluir essa variação percentual é desprezível e portanto houve conservação de energia cinética. Pode-se ainda concluir que esse choque se trata de um choque elástico visto que houve conservação de momento e energia cinética da mesma forma que a parte anterior.

Choque plástico entre dois corpos de massas iguais

Nesse experimento foi calculado novamente as velocidades, momento linear e sua variação percentual, energia cinética do sistema e sua variação percentual e coeficiente de restituição do sistema. Porém, para o caso de colisão plástica, ou seja, na colisão ocorre variação da massa.

Foram fornecidos os seguintes dados para realização dos cálculos:

1. Antes da colisão

   (a) Dados

   $m_i = 0,18 \pm 1 \cdot 10^{-5} \quad kg$

   $L_i = 0,1051 \pm 5 \cdot 10^{-5} \quad m$

   $t_i = 0,170 \pm 0,001 \quad s$

   (b) Cálculos

   i. Velocidade

   $v_i = \frac{L_i}{t_i} = \frac{0,1051}{0,170} = 0,62 \quad \frac{m}{s}$

   $\delta v_i = \frac{\delta L_i \cdot t_i + \delta t_i \cdot L_i}{t_i^2} = \frac{5 \cdot 10^{-5} \cdot 0,170 + 0,001 \cdot 0,1051)}{(0,170)^2}$

   $\delta v_i = 0,004 \quad \frac{m}{s}$

   $v_i = 0,62 \pm 0,004 \quad \frac{m}{s}$

   ii. Momento Linear

   $p_i = m_i v_i = 0,18 \cdot 0,62 = 0,1113 \quad kg\frac{m}{s}$

   $\delta p_i = \delta m_i v_i + m_i \delta v_i = 10^{-5} \cdot 0,62 + 0,18 \cdot 0,004$

   $\delta p_i = 0,0007$

   $p_i = 0,1113 \pm 0,0007 \quad kg\frac{m}{s} \quad kg\frac{m}{s}$

   A velocidade inicial foi de $v_i = 0,620 \pm 0,004 \quad \frac{m}{s}$ e o momento linear $p_i = 0,1113 \pm 0,0007 \quad kg\frac{m}{s}$.

2. Depois da colisão

(a) Dados

$m_f = 0,36096 \pm 1 \cdot 10^{-5} \quad kg$
$L_f = 0,213 \pm 0,001m$
$t_f = 0,697 \pm 0,001s$

(b) Cálculos

i. Velocidade

$v_f = \frac{L_f}{t_f} = \frac{0{,}213}{0{,}697} = 0,300 \quad m/s$
$\delta v_f = \frac{\delta L_f \cdot t_f + \delta t_f \cdot L_f}{t_f^2} = \frac{0{,}001 \cdot 0{,}697 + 0{,}001 \cdot 0{,}213}{(0{,}697)^2}$
$\delta v_f = 0,002$

$v_f = 0,300 \pm 0,002$

ii. Momento linear

$p_f = m_f \cdot v_f$
$p_f = 0,1103 \quad kg\frac{m}{s}$
$\delta p_f = \delta m_f \cdot v_f + \delta v_f \cdot m_f$
$\delta p_f = 0,0007 \quad kg\frac{m}{s}$

Após a colisão temos que a velocidade das partículas agora em movimento plástico é de $v_f = 0,30 \pm 0,002 \quad \frac{m}{s}$ e a quantidade de movimento é $p_f = 0,1103 \pm 0,0007 \quad kg\frac{m}{s}$, menor que a inicial. Logo em seguida, foi calculado a variação percentual. (19)

$$\Delta P\% = 100 \cdot \frac{|0,1113 - 0.1103|}{0,1113} = 0,9$$

$$\Delta P\% = 0,9\%$$

$$\delta(\Delta P) = 100 \cdot \frac{(0,0007 + 0,0007) \cdot 0,1113 + (0,1113 - 0,1103) \cdot 0,0007}{(0,1113)^2}$$

$$\delta(\Delta P) = 1,26\%$$

A incerteza da variação percentual da quantidade de movimento é maior que a variação percentual, logo,o valor variação é desprezível. Assim é possível afirmar que o o sistema conserva o momento.

O impulso (20).

$$I_t = 0,1103077 - 0,1113 = -0,001 \quad kg\frac{m}{s}$$

$$\delta I_t = 0,0007 + 0,0007 = 0,0014 \quad kg\frac{m}{s}$$

O impulso total do sistema é desprezível.

Cálculos da energia cinética.

(a) Antes da colisão

i. Dados

$$m_i = 0,18 \pm 1 \cdot 10^{-5} \quad kg$$

$$v_i = 0,62 \pm 0,004 \quad \frac{m}{s}$$

ii. Cálculos

$$E_{ci} = 0,5 \cdot 0,18 \cdot (0,62)^2 = 0.034 \quad (J)$$

(b) Após Colisão

i. Dados

$$m_f = 0,36096 \pm 1 \cdot 10^{-5} \quad kg$$
$$v_f = 0,30 \pm 0,002 \quad \frac{m}{s}$$

ii. Cálculos

$$E_{cf} = 0,5 \cdot (0,36096) \cdot (0,30)^2 = 0.016 \quad (J)$$

(c) Variação Percentual (23)

$$\Delta E_c = 100 \cdot \frac{|0.034 - 0.016]}{0.034} = 53\%$$
$$\delta(\Delta E_c) = 0.0006\%$$

Era esperado uma uma variação da energia cinética do sistema pois após a colisão a velocidade diminui ao colocar o segundo carrinho em movimento.

(d) Coeficiente de restituição (24)

$$v_R = 0,30 - 0,61 = -0,31 \quad \frac{m}{s}$$
$$\delta v_R = 0,0019 + 0,004 = 0,004 \quad \frac{m}{s}$$
$$e = \frac{|-0,31|}{|0,61|} = 0.5$$
$$\delta e = \frac{0,0019 \cdot 0,61 + 0,30 \cdot 0,004}{(0,61)^2} = 0.0061$$

O coeficiente de restituição está dentro do esperado para uma colisão plástica, lembrar que para esse tipo de colisão quanto menor o valor de e mais grudados ficam os carrinhos.

Conclusão

No experimento 1 pode se concluir que o choque estudado trata se de uma colisão elástica visto que houve conservação de momento e de energia cinética, além disso é possível concluir que a mudança de referencial não afetou a conservação de momento ou energia, como era de se esperar.
No experimento 2 chegamos a resultados que concordam com a teoria, a velocidade final aproximadamente metade da inicial, assim como a energia cinética. O coeficiente de restituição é um valor pequeno, como esperado para colisões plásticas. Como a variação do momento linear é desprezível, também podemos afirmar que ele se conserva.

Referências

SCHNEIDER, José F. **Laboratório de Física 1**: Livro de práticas. São Carlos: 2016.