



**IFSC UNIVERSIDADE
DE SÃO PAULO**
Instituto de Física de São Carlos

Nota: 9,5

Prática IV

Ondas estacionárias

Jefter Santiago Mares
nº:12559016

Conteúdo

1	Resumo	2
2	Objetivo	2
3	Introdução teórica	2
3.1	Ondas longitudinais	3
3.2	Ondas estacionárias	4
3.3	Ondas sonoras	5
4	Materiais e método	5
4.1	Ondas na corda	5
4.2	Ondas sonoras	6
5	Resultados e discussão	8
5.1	Ondas estacionárias na corda	8
5.2	Ondas sonoras	9
6	Conclusão	12
7	Referências	12

São Carlos
2021

1 Resumo

Nessa prática foram estudadas as propagações de ondas mecânicas em cordas e gases, na análise das ondas sonoras foi usado o valor tabelado da velocidade de propagação no ar para realizar as comparações com os calculados. No experimento das ondas em cordas estimamos a densidade linear do material de duas formas: cálculo direto e pela fórmula que relaciona a velocidade da onda e a densidade da corda tracionada, com essa última encontramos $\rho_f = (0,000243 \pm 0,000003) \frac{kg}{m}$ e pela direta $\rho_d = (0,0002403 \pm 0,0000005) \frac{kg}{m}$. Nos experimentos das ondas sonoras primeiramente foram calculadas as velocidades de propagação com o comprimento normal fixo e encontramos $v_c = (331 \pm 11)m/s$, já no experimento seguinte, com a frequência constante foi estimado $v_f = (348,0 \pm 0,6)m/s$. A velocidade calculada para uma propagação em um gás desconhecido no experimento seguinte foi de $v_{gas} = (920,0 \pm 0,4)m/s$ e comprimento de onda $\lambda_{gas} = (0,46 \pm 0,002)m$, foi constatado que a origem do gás é o gás hélio. Por último, no experimento do tubo de Rubens, com GPL aquecido, a onda sonora se propaga com velocidade igual à $v_{Rubens} = (274 \pm 3)m/s$.

2 Objetivo

O principal objetivo dos experimentos realizados nessa prática foi determinar a velocidade da propagação de ondas em meios diferentes, em uma corda e em gases. Primeiramente foi calculado a velocidade de propagação da onda em uma corda e determinado a densidade linear desse material a partir da velocidade calculada e comparada com a medida direta para checar a equivalência. Na segunda parte foram realizados experimentos com ondas sonoras, foi estimada a velocidade do som no ar e em GLP.

3 Introdução teórica

Os fenômenos ondulatórios consistem em perturbações e suas propagações, como o comportamento do som ou ondas marítimas, ambos fenômenos estão relacionados às ondas mecânicas, o foco dessa prática. As ondas mecânicas existem apenas em meio material, diferentemente das eletromagnéticas, e podem ser descritas como vibrações que transportam energia de um ponto para o outro - apenas energia, as ondas não transportam matéria.

Temos a função geral de onda como

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}} \quad (1)$$

uma função de duas variáveis que possui dependência temporal e espacial, e para as ondas unidimensionais, temos $y(x-vt)$, uma vibração se propagando para direita.

Outro tipo de onda interessante são as ondas harmônicas, que tem propriedades similares ao movimento oscilatório harmônico, e podem ser expressas por funções trigonométricas.

$$y(x, t) = A \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} x + \omega t \right)$$

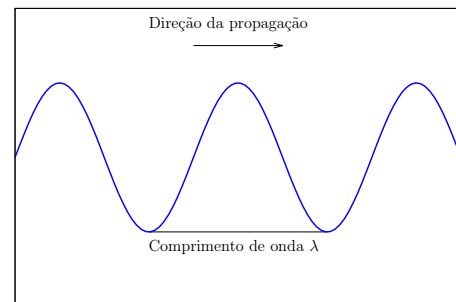


Figura 1: Exemplo de onda unidimensional se propagando para direita.

Fonte: elaborado pelo autor.

uma onda harmônica que se propaga para direita. a partir da análise da dependência temporal dessa função, chegamos à fórmula

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad (2)$$

3.1 Ondas longitudinais

As ondas longitudinais são caracterizadas por compressões que se propagam pelo meio, com rarefações formadas após as compressões. Nas imagens abaixo estão exemplos de ondas longitudinais se propagando em uma mola e o comportamento em um gráfico.

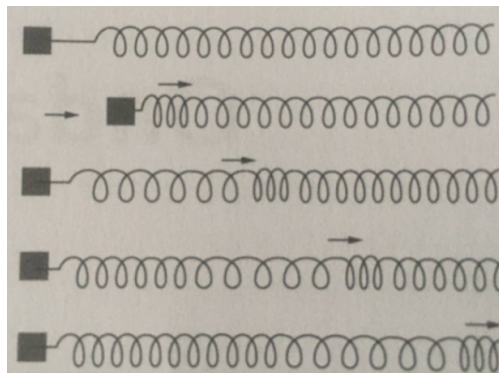


Figura 2: Propagação de onda longitudinal em uma mola.
Fonte: [1].

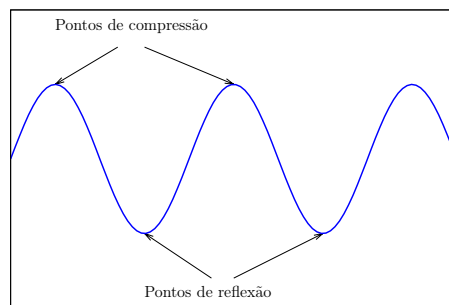


Figura 3: Exemplo de propagação de uma onda longitudinal.
Fonte: elaborado pelo autor.

A propagação de ondas longitudinais na atmosfera gera compressão e rarefação do ar, que produz sons, esse comportamento será melhor explicado na 3.3.

3.2 Ondas estacionárias

Primeiramente, podemos definir uma onda estacionária como uma onda que não se propaga para direita ou esquerda - isso pensando em um gráfico como o da imagem (??)- e sim se propaga apenas no eixo vertical, portanto uma onda, descrita pela função (1) passa a ter oscilação espacial e temporal com comportamento independente:

$$y(x, t) = 2A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \sin(\omega t) \quad (3)$$

pela equação também fica evidente que nas ondas estacionárias todas partículas oscilam em MHS.

A partir da função (3) sabemos a onda terá pontos nulos, também chamados de nós, em todos os pontos em que $\sin(\frac{2\pi}{\lambda}x) = 0 \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = n\pi, n \in \mathbb{Z}$, isso está exposto no exemplo 4 de ondas estacionárias. Pela condição de estacionariedade, temos que o comprimento de onda será dado pela equação

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (4)$$

Na prática, foi analisado um sistema com formação de modos normais e encontramos uma fórmula que relaciona a velocidade de propagação de uma onda na corda com a sua densidade linear do material e uma tração aplicada em uma de suas extremidades.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho}} \quad (5)$$

Dessa equação já podemos evidenciar que, para alterar a velocidade é necessário:

- Alterar a tração na corda.
- Alterar a densidade da corda.

Relacionando as (2), (4) e (5) chegamos à expressão para a frequência de uma onda estacionária:

$$f_n = n \frac{v}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}}, n \in \mathbb{Z}$$

Com isso constatamos a dependência da frequência com as grandezas tração, densidade e comprimento e podemos utilizar o oscilador citado no video [2], para estimar a frequência para os diferentes modos normais. Nessa prática utilizamos essa ideia para fazer o cálculo da velocidade.

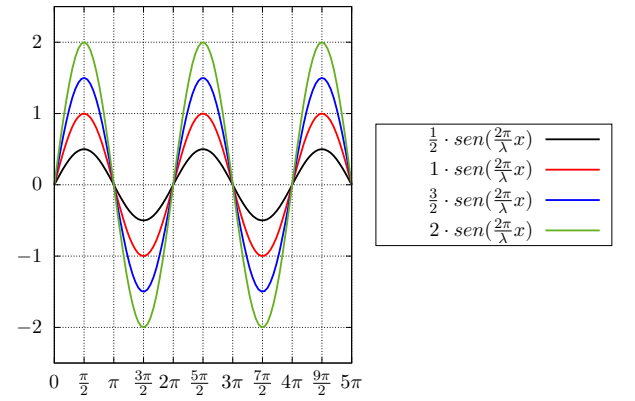


Figura 4: Exemplo do comportamento de ondas estacionárias.

Fonte: elaborado pelo autor.

3.3 Ondas sonoras

São ondas longitudinais que estão relacionadas à variações de pressão na atmosfera à sua volta e por isso sua velocidade depende do meio. A velocidade das ondas sonoras são inversamente proporcionais à densidade do meio $v \sim 1/\rho_{meio}$, então, quanto mais denso o material, mais lenta será a propagação da onda - pois este meio terá inércia maior. Quanto à rigidez do meio, está associada à seguinte relação: $B = \frac{-\Delta P}{\Delta V/V}$, chamada de módulo de bulk. Assim sendo, podemos denotar a velocidade do som em função da densidade e do módulo de Bulk com

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

onde $v_{som} \sim B$ são proporcionais pois com maior interação molecular mais facil a propagação. A onda estacionária do som é dada por

$$s(x, t) = 2s_0 \cos\left(\frac{n\pi}{2L}x\right) \sin(\omega t)$$

e nos fornece a condição de formação de modos normais, que será

$$\begin{cases} \lambda_n = \frac{4L}{n} \rightarrow f_n = \frac{nv}{4L}, \text{ para um tubo semi-aberto.} \\ \lambda_n = \frac{2L}{n} \rightarrow f_n = \frac{nv}{2L}, \text{ para um tubo aberto.} \end{cases}, n \in \mathbb{Z} \quad (6)$$

4 Materiais e método

4.1 Ondas na corda

Inicialmente foi calculado a densidade linear da corda de forma direta, a partir da sua massa $m_c = (0,00552 \pm 0,00001)kg$ e comprimento total $L = (22,97 \pm 0,01)m$, que foram fornecidos, o valor ρ encontrado foi comparado com o valor encontrado a partir de cálculos que envolvem as ondas na corda. Essas estimativas foram feitas a partir do sistema ilustrado na imagem abaixo:



Figura 5: Sistema das ondas em uma mola

Fonte: [2].

Onde um comprimento de $l = (1,36 \pm 0,01)m$ da corda em questão foi colocado em oscilação e sob tração constante de um objeto de massa $m_b = (0,06067 \pm 0,0001)kg$, a partir dessa montagem pudemos estimar as frequências de oscilação dessa onda e, escrevendo a equação (5) em função da velocidade, temos

$$\rho_1 = \frac{T}{v^2} \quad (7)$$

onde a velocidade será uma média das velocidades calculadas diversas vezes função das frequências e sua incerteza será o desvio padrão. A medida direta da densidade linear da corda foi calculada usando a seguinte fórmula:

$$\rho_2 = \frac{m_c}{L} \quad (8)$$

E por fim, foi feita a checagem da equivalência das medidas ρ_1 e ρ_2 , calculadas, respectivamente, pelas equações (8) e (7) por meio da relação

$$|x_1 - x_2| < 2 \cdot (\sigma_1 + \sigma_2) \quad (9)$$

4.2 Ondas sonoras

Os experimentos principais da prática foram os relativos às ondas sonoras, para esse experimento foram usadas majoritariamente as ferramentas na figura (8).

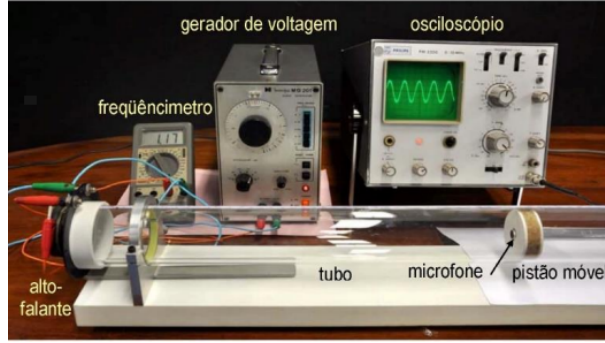


Figura 6: Ferramentas usadas nos experimentos relativos às ondas sonoras.

Fonte: [3].

4.2.1 Geração de harmônicos

O objetivo desse experimento é estimar a velocidade do som no tubo de ar, a partir de diferentes comprimentos e frequências, com harmônicos cujo comportamento do som é conhecido. Para esse experimento foi montado o seguinte sistema:

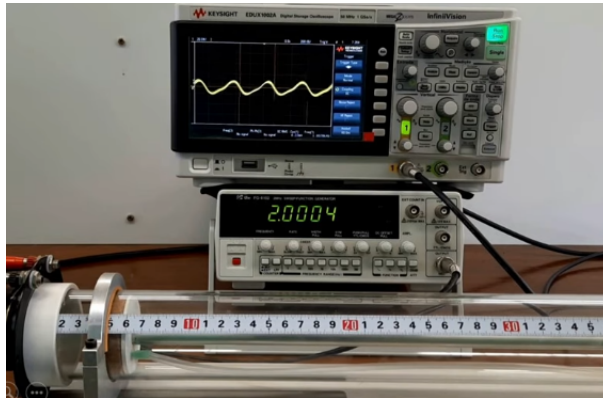


Figura 7: Montagem do experimento da geração de harmônicos.

Fonte: [3].

Nesse sistema foram compiladas inicialmente as medidas de frequências com o comprimento constante $L = (0,1100 \pm 0,0001)m$, depois as diferentes medidas do comprimento L para uma

frequência constante $f = (2,0 \pm 0,1)kHz$. A partir desses dados foram construídos os gráficos e calculado as velocidades, que é o coeficiente angular.

4.2.2 Velocidade do som em um gás desconhecido

Neste experimento foi mantido uma frequência constante de oscilação $f = (2,0 \pm 0,1)kHz$ e diminuindo o comprimento do tubo por meio de um êmbolo, com o comprimento inicial igual à $L = (0,23 \pm 0,0001)m$, com isso podemos encontrar a condição de formação do primeiro harmônico referente ao momento em que acontece o sinal máximo no osciloscópio (8), então usei a equação (6) para o caso do tubo aberto para estimar a velocidade.

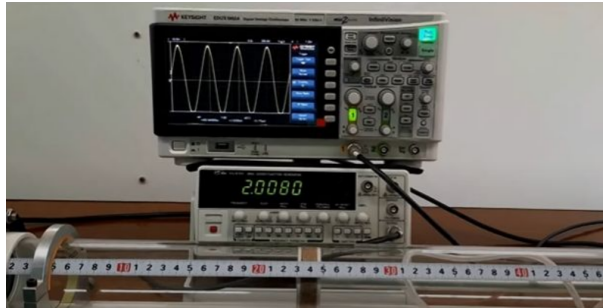


Figura 8: Ferramentas usadas no experimento do gás desconhecido.
Fonte: [3].

4.2.3 Tubo de Rubens

Nesse experimento buscamos estimar a velocidade da onda em um gás (GLP). Na montagem do sistema são feitos furos em um tubo e ao variar a pressão podemos ver os nós aparecendo na intensidade das chamas. O tubo tem comprimento $L = (1,45 \pm 0,01)m$ e foi calculado diversas frequências de oscilação no gás, com isso, a partir da (6), sabendo que o tubo é aberto, consegui estimar a velocidade do som no GLP aquecido.



Figura 9: Montagem do experimento do tubo de Rubens.
Fonte: [3].

5 Resultados e discussão

5.1 Ondas estacionárias na corda

Na tabela estão as medidas de comprimento de onda em cada harmônico e as frequências relativas à cada um, as velocidades foram calculadas usando a fórmula (2) e a incerteza foi calculada por meio do desvio padrão.

Tabela 1: Velocidades calculadas para cada harmônico.

Harmônico	Nós	$\lambda \pm 0,1(m)$	$f \pm 0,1(Hz)$	$v \pm 0,3(m/s)$
1°	2	2,72	18,0	48,9
2°	3	1,36	36,4	49,5
3°	4	0,91	54,8	49,8
4°	5	0,68	73,2	49,7
5°	6	0,54	91,4	49,3

Com isso, foi estimado que a velocidade é em torno de $v = (49,4 \pm 0,3) \frac{m}{s}$, sabemos que a força de tração na corda é equivalente ao peso do bloco de massa $m_b = (0,06067 \pm 0,0001)kg$, logo $T = (0,5951 \pm 0,0001)N$, assim podemos estimar a densidade linear da corda por meio da (7) temos

$$\rho_f = (0,000243 \pm 0,000003) \frac{kg}{m}$$

O cálculo da densidade linear de forma direta, pela (8), sabendo que o comprimento total da corda é $L = (22,97 \pm 0,01)m$ e sua massa $m_c = (0,00552 \pm 0,00001)kg$ temos

$$\rho_d = (0,00024030,0000005) \frac{kg}{m}$$

Usando a relação de equivalência (9)

$$|0,000243 - 0,0002403| < 2 \cdot (0,000003 + 0,0000005)$$

Portanto, as medidas são equivalentes, então podemos concluir que a densidade linear calculada através da fórmula é condizente com a medida direta.

5.2 Ondas sonoras

5.2.1 Geração de harmônicos com comprimento constante

Mantendo o comprimento constante foram compiladas as diferentes frequências na tabela abaixo, com isso podemos construir um gráfico com a frequência em função do harmônico e a velocidade será o coeficiente angular da reta traçada.

Tabela 2: Frequências medidas com comprimento constante $L = (0,1100 \pm 0,0001)m$.

Harmônico	$f \pm 0,1(Hz)$
1°	1563,4
2°	3062,5
3°	4515,0
4°	6041,9
5°	7050,5

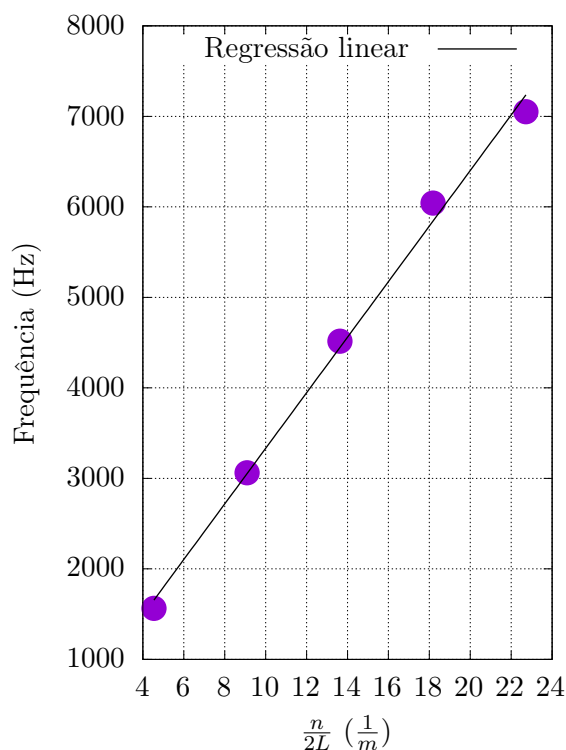


Figura 10: Frequência em função do comprimento constante.

Foi calculada a velocidade por meio do método dos mínimos quadrados e sua incerteza feita por desvio padrão. Temos então

$$v_c = (331 \pm 11)m/s$$



Esse valor é bem próximo do tabelado para a velocidade do som na atmosfera à $25^\circ C$, que é $343(m/s)$, entretanto, o coeficiente linear difere do esperado (próximo de zero), ficou em torno de $(261,0 \pm 0,1)Hz$.

Fazendo o cálculo da frequência do primeiro harmônico pela fórmula (6) para um tubo aberto usando a velocidade encontrada, temos que $f_1 = (1504,5 \pm 0,1)Hz$ um valor próximo do primeiro

harmônico medido no experimento, de $(1563,4 \pm 0,1)Hz$, sendo assim, podemos considerar que a frequência do modo normal coincide com a do valor calculado para o primeiro harmônico.

5.2.2 Geração de harmônicos com frequência constante

Nesse experimento foram medidas os diferentes comprimentos com a frequência de oscilação constante. Os dados foram compilados na tabela (3) e a partir deles foram feitas as seguintes análises: do comprimento de onda λ médio e foi construído um gráfico que usamos para estimar a velocidade do som.

Tabela 3: Comprimentos medidos com frequência constante $f = (2,0 \pm 0,1)kHz$.

Harmônico	$L \pm 0,1(m)$	$L_{n+1} - L_n \pm 0,1(m)$
1°	0,078	0,087
2°	0,165	0,088
3°	0,253	0,086
4°	0,339	0,087
5°	0,426	—

Temos então, pela equação (6) que para o primeiro harmônico o comprimento de onda será

$$\lambda = (0,1740 \pm 0,0008)m$$

Sabemos que a velocidade é o coeficiente angular da reta, portanto, calculando a média temos que será em torno de

$$v_s = (343 \pm 1)m/s$$

esse valor é muito próximo da velocidade do som tabelada $v_s = 343(m/s)$ e é uma estimativa mais precisa que a do experimento anterior.

Essa diferença de precisão pode se dar pelo fato de que no experimento anterior havia uma maior dependência humana na determinação da frequência normal, pode ter havido pequenas diferenças entre a frequência encontrada e a frequência normal real e no experimento com frequência constante, com a frequência fixa essa dificuldade não existe e a precisão acaba sendo determinado pela medida do comprimento feita usando a fita métrica.

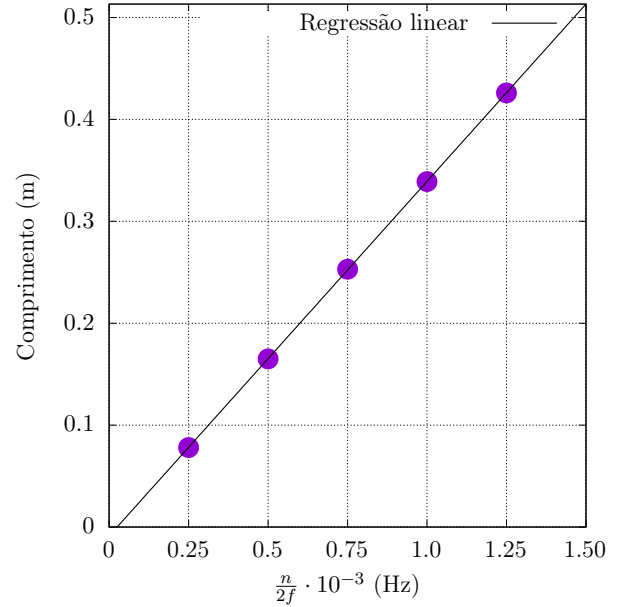


Figura 11: Comprimento em função do frequência constante.

5.2.3 Determinando gás desconhecido a partir da sua velocidade no 1º harmônico

Nesse experimento a medida da velocidade é feita no primeiro harmônico ($n = 1$), que tem comprimento igual à $L = (0,23 \pm 0,0001)m$, sabendo que a frequência é mantida constante em $f = (2,0 \pm 0,1)kHz$, podemos utilizar a (6) para encontrar a velocidade da onda no gás, que foi de

$$v_{gas} = (920,00 \pm 0,4)m/s$$

o comprimento de onda é de

$$\lambda_{gas} = (0,46 \pm 0,002)m$$

com isso, podemos dizer que o gás em questão é o gás hélio, no vídeo da prática [3] é dito que estão usando um gás nobre e o hélio [4] é o gás nobre cuja velocidade é próxima da encontrada, sendo $973(m/s)$.

5.2.4 Tubo de Rubens

Nesse último experimento foi calculada a velocidade do som em um gás liquefeito de petróleo, utilizamos um tubo de Rubens de comprimento $L = (1,45 \pm 0,01)m$. As frequências dos modos normais medidas pelo osciloscópio foram compiladas na tabela abaixo e partir destas estimamos os comprimentos de onda por meio da (6)

Tabela 4: Comprimentos de onda e frequências para cada modo normal.

Harmônico	$f \pm 0,1(m)$	$\lambda \pm 0,1(m)$
1º	94,81	2,90
2º	193,21	1,45
3º	293,62	0,96
4º	387,27	0,72
5º	474,26	0,58

A partir dos dados da tabela somos capazes de construir um gráfico de frequência em função do comprimento de onda e com isso calcular o coeficiente angular da reta de regressão, que será a velocidade.

Temos então que a velocidade no GLP é em torno de

$$v_{Rubens} = (274 \pm 3)m/s$$

este valor é coerente com o esperado, este tipo de gás possui densidade maior que a do ar comum, logo, sua inércia é maior e isto dificulta a propagação da onda, causando ela a ter menor velocidade que à média no ar $v_{ar} = (343 \pm 1)m/s$.

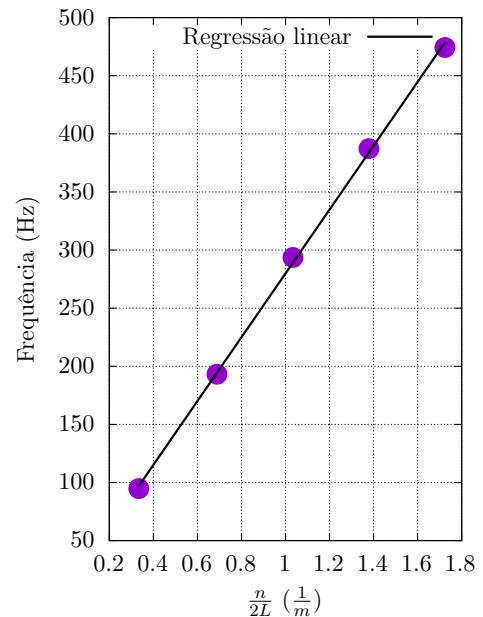


Figura 12: Frequência em função do comprimento.

6 Conclusão

No primeiro experimento, ondas na corda, foi estimado uma velocidade de propagação igual à $v = (49,4 \pm 0,3) \frac{m}{s}$ e foi constatado que a densidade linear da corda é de $\rho_f = (0,000243 \pm 0,000003) \frac{kg}{m}$, calculada a partir da velocidade encontrada e equivalente à medida direta. Nos experimentos envolvendo as ondas sonoras, encontrei a velocidade $v_c = (331 \pm 11) m/s$ para o experimento com comprimento constante e $v_f = (348,0 \pm 0,6) m/s$ para frequência constante, essas estimativas são boas aproximação da velocidade esperada de $v_{ar} = (343 \pm 1) m/s$. Na estimativa da velocidade de propagação em um gás desconhecido foi de $v_{gas} = (920,0 \pm 0,4) m/s$ e o gás em questão deve ser hélio, que possui uma velocidade do som mais próxima da encontrada, em torno de $973(m/s)$ [4]. O último experimento, o tubo de Rubens, foi estimado uma velocidade de $v_{Rubens} = (274 \pm 3) m/s$, um valor menor que a velocidade no ar, isso pois a o gás é mais denso e portanto possui maior inércia, que dificulta a propagação da onda.

7 Referências

- [1] H. Nussenzveig, *Curso de física básica: Fluidos, oscilações e ondas, calor*, Editora Blucher, **2018**.
- [2] E. Riberido de Azevedo em Vídeo "Ondas em uma corda", Complementos de Física, **2020**.
- [3] E. Riberido de Azevedo em Vídeo "Ondas sonoras", Complementos de Física, **2020**.
- [4] J. Rumble, J. Rumble, *CRC Handbook of Chemistry and Physics, 98th Edition*, CRC Press LLC, **2017**.
- [5] J. Fabian Schneider, E. Ribeiro de Azevedo, *Laboratório de Física II: livro de práticas*, Instituto de Física de São Carlos, **2016**.
- [6] P. Tipler, G. Mosca, *Física para cientistas e engenheiros: mecânica, oscilações e ondas, termodinâmica. vol. 1*, Grupo Gen - LTC, **2011**.