

## Gabarito Lista de Exercícios 2

- ① (a)  $T(t) = Ce^{-kt} + T_a$  (para a discussão, esboce um gráfico dessa solução e descreva seu comportamento para uma constante  $C$  genérica);
- (b)  $T(t) = C^{-kt} + T_m + \frac{k\Delta}{(k^2 + \omega^2)}(k \cos \omega t + \omega \sin \omega t)$   
 $= C^{-kt} + T_m + \frac{k\Delta}{\sqrt{k^2 + \omega^2}} \cos(\omega t - \phi_k)$ , onde  $\phi_k = \arctan(\omega/k)$ .  
 Analise o que acontece com  $\phi_k$  quando  $k \ll \omega$  e compare com a função original  $T_a(t)$  dada.
- ② (a)  $y(t) = \frac{C}{t^2} - \frac{\cos t}{t} + \frac{\sin t}{t^2}$ ;  
 (b)  $y_h(t) = c/t^2$ ,  $c' = t \sin t \Rightarrow c(t) = C - t \cos t + \sin t$ .
- ③ (a)  $x' - x/y = y^2$ ,  $x(1) = 2$ ;  
 (b)  $x(y) = (y^3 + 3y)/2$ .
- ④ (a)  $3y(x) + y(x)^3 - x^3 = C$ ;  
 (b)  $y(x)^3 - 3y(x)^2 - x^3 - x = -2$ ;  
 (c)  $y(x) = 1/\sqrt{3 - 2\sqrt{1 + x^2}}$ .
- ⑤ (a)  $xv' = (1 - 5v^2)/(2v) \Rightarrow v(x) = \pm \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{C}{x^5}} \Rightarrow y(x) = \pm \sqrt{\frac{x^2}{5} + \frac{C}{x^3}}$ ;  
 (b)  $xv' = 1 + 2v + v^2 \Rightarrow v(x) = -1 - \frac{1}{C + \ln|x|} \Rightarrow y(x) = -x - \frac{x}{C + \ln|x|}$ .
- ⑥ (a)  $ax + by + (bx + cy)y' = 0$  é exata. Solução  $y(x)$  na forma implícita:  $cy(x)^2 + 2bxy(x) + ax^2 = C$ ;  
 (b) Exata. Solução  $y(x)$  na forma implícita:  $e^x \sin y(x) + 2y(x) \cos x = C$ ;  
 (c)  $2x^2y + 1 + (x^3 + 2xy)y' = 0$  não é exata. Fator integrante:  $\mu = 1/x$ . Solução  $y(x)$  na forma implícita:  $x^2y(x) + y(x)^2 + \ln|x| = C$ ;  
 (d) Não é exata. Fator integrante:  $\mu = (x/y)^2$ . Solução:  $y(x) = \frac{C}{x^2} + e^x \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}\right)$ .
- ⑦ (a)  $\alpha = 2$ ;  
 (b)  $W = W_0 x^5 e^{x^2}$ ;  
 (c)  $y(x) = C_1 x^2 + C_2 x^2 e^{x^2}$ .

- ⑧ (a)  $y(t) = 3 \cos(2t) + \frac{1}{2} \sin(2t)$ ;  
(b)  $y(t) = 2e^{-t/2} - 2e^{-t}$ ;  
(c)  $y(t) = e^t (\cos t - \sin t)$ ;  
(d)  $y(t) = e^{2t}$ .