

NOTA: 6,5



**IFSC UNIVERSIDADE
DE SÃO PAULO**
Instituto de Física de São Carlos

Laboratório de Física II
Prof. Iouri Poussep

Prática III

Oscilações livres, amortecidas e forçadas

Beatriz Nascimento Pereira n° 12559295
Jefter Santiago Mares n° 12559016
Pedro dos Santos Silva n° 11849028

São Carlos
2021

Sumário

1	Resumo	4
2	Objetivo	4
3	Introdução	5
4	Método experimental	6
4.1	Experimento 1 - Oscilações simples no ar	6
4.1.1	Determinando coeficiente elástico	6
4.1.2	Medida direta to periodo	6
4.1.3	Pêndulo físico	6
4.2	Experimento 2 - Oscilações amortecidas no ar	8
4.3	Experimento 3 - Oscilações amortecidas na água	9
4.4	Experimento 4 - Oscilações forçadas no ar e na água	10
5	Resultados e Discussão	11
5.1	Experimento 1 - Oscilações simples no ar	11
5.1.1	Constante elástica	11
5.1.2	Medida direta do período	12
5.1.3	Pêndulo físico	13
5.2	Experimento 2 - Oscilações amortecidas no ar	15
5.3	Experimento 3 - Oscilações amortecidas na água	16
5.4	Experimento 4 - Oscilações forçadas no ar e na água	18
6	Conclusão	20
7	Referências	21

Lista de Figuras

1	Exemplo do comportamento das funções para diferentes γ	9
2	Montagem experimental para oscilações amortecidas na água	9
3	Sistema de oscilação forçada	10
4	Determinação da constante elástica	12
5	Gráficos do deslocamento máximo em relação ao ponto de equilíbrio	15
6	Gráficos do deslocamento máximo em relação ao ponto de equilíbrio	16
7	Gráfico de Amplitude x Frequência para a Oscilação Forçada na água e no ar	19

Lista de Tabelas

1	Medidas da força elastica	11
---	-------------------------------------	----

2	Medidas diretas coletadas do período de cada oscilação	12
3	Valores para o momento de inércia com a pela fixada no centro.	13
4	Valores coletados para o pendulo fixado no centro de massa.	13
5	Valores para o momento de inércia com a pela fixada na extremidade.	14
6	Valores coletados para o pêndulo fixo na extremidade.	14
7	Medidas dos comprimentos em relação a mola no estado de equilíbrio.	15
8	Medidas coletadas para amplitude a cada oscilação nos respectivos instantes e os fatores de amortecimento D	16
9	Frequência e Amplitude para oscilação forçada no ar	18
10	Frequência e Amplitude para oscilação forçada na água	18

1 Resumo

De uma maneira simples, uma oscilação pode ser entendida como sendo um movimento repetitivo periodicamente em intervalos de tempos iguais. Podemos dizer que o movimento oscilatório está presente na natureza de diversas formas distintas, como por exemplo, o movimento de rotação de um CD, o movimento de vai e vem de um pistão da engrenagem de um automóvel, a vibração da corda de uma guitarra, o movimento orbital de um planeta ao redor do Sol, o movimento vibratório de uma ponte ou edifício, etc. A partir disso, foram realizados alguns experimentos para testar o comportamento de tais sistemas em diversas condições: livre, amortecido, forçado e amortecido forçado. Utilizando um sistema massa-mola vertical, comparamos por meio de equações para tais movimentos com uma oscilação real. Assim, na presente prática são estudadas e calculadas as propriedades das oscilações, seus amortecimentos e formas de manter a oscilação. No primeiro experimento, das oscilações simples no ar, calculamos inicialmente a constante elástica da mola utilizada $k = (0,4672 \pm 0,002)$ e com essa medida fomos capazes de estimar o período do pêndulo simples $T = (1,751 \pm 0,006)$ essa medida se mostrou mais precisa que a medida direta $T = (1,7 \pm 0,1)s$, isso porque a medida direta depende da reação humana, portanto não é tão preciso quanto o calculado através da equação (2), embora sejam equivalentes. Na segunda parte do experimento utilizamos as oscilações para estimar o momento de inércia do sistema pêndulo simples e comparamos os resultados com a medida a partir da geometria do corpo, em duas situações onde o centro de massa do sistema são diferentes. Analisando-se a oscilação do pêndulo físico com a extremidade fixada o momento de inércia calculado geometricamente e indiretamente a partir da equação do período do pêndulo simples, respectivamente, $I = 0,0100 \pm 0,0001) kg \cdot m^2$ e $I = 0,010 \pm 0,001) kg \cdot m^2$. Nota-se a maior precisão do método geométrico, isso também relacionado ao tempo de reação humana na visualização das oscilações e na verificação do cronômetro. Para a medida com o pêndulo fixo em metade da barra, foi encontrado pelo cálculo geométrico $I = (0,00276 \pm 0,00004) kg \cdot m^2$ e pela fórmula $I = (0,00270 \pm 0,0004) kg \cdot m^2$. No experimento de amortecimento do ar, medimos a amplitude do sistema massa-mola a cada 20 oscilações. O tempo foi medido a partir do período $T = (1,751 \pm 0,006)$ se a partir dos dados obtidos podemos concluir que o atrito do sistema é do tipo linear, foi calculado o coeficiente de amortecimento $\gamma = 6,1 \pm 0,2$. Na água obtivemos o período $T = (17,6 \pm 0,2)s$, que foi usado para calcular o tempo total compilado na tabela (8) que também contém os diferentes valores de D utilizados, temos que $D = (0,064 \pm 0,002)s^{-1}$. A análise qualitativa do sistema e do comportamento da curva de amortecimento nos levou a constatar que o sistema é afetado pelo atrito quadrático. No último experimento, o objetivo era analisar a curva de ressonância de um sistema massa-mola em dois meios: no ar e na água. No primeiro caso encontramos $\omega_{ar} = (3.592443 \pm 0.000006)s^{-1}$ e no segundo $\omega_{agua} = (3.521964 \pm 0,000006)s^{-1}$, com isso constatamos que a água exerce maior grau de amortecimento do sistema.

2 Objetivo

O objetivo dessa prática é estudar o comportamento de um oscilador massa-mola vertical verificando sua amplitude e frequência por meio de alterações em condições em que o meio se encontra. Nessa prática, será estudado no ar e na água, será também abordado o estudo de oscilações forçadas, para isso, o fenômeno da ressonância será estudado.

Através de quatro experimentos distintos, buscamos medir os seguintes parâmetros: frequência de oscilação de um sistema massa-mola vertical em oscilação livre, frequência de oscilação e a amplitude de um sistema massa-mola vertical amortecido (imerso na água), frequência de ressonância de um oscilador forçado livre e a amplitude de um oscilador forçado amortecido (imerso em água).

3 Introdução

Na física, o estudo das oscilações é muito importante para entender os diversos fenômenos que envolvem movimentos repetidos em torno de um dado ponto. Esses conceitos se estendem a outros campos da física não newtoniana, como o eletromagnetismo.

O estudo desses fenômenos tem diversas aplicações práticas, exemplo disso são os satélites, que descrevem orbita ao redor de um astro. Seu movimento, quanto projetado no diâmetro de tal orbita pode ser interpretado como uma oscilação. Outra aplicação muito importante na medicina é a produção de imagens por Ressonância Magnética Nuclear, no qual se faz o uso da técnica de ressonância, isto é, de amplificar uma determinada onda fornecendo energia na frequência de precessão do sistema.

Assim, o domínio das oscilações e das suas características nos permite desenvolver tecnologias em diversas áreas do conhecimento, além de fornecer grandes benefícios no estudo de outros fenômenos que se fazem análogos à ela.

4 Método experimental

4.1 Experimento 1 - Oscilações simples no ar

Esse experimento consiste na análise de dois sistemas, um pêndulo simples e um pêndulo físico. No primeiro realizadas medidas da constante elástica da mola usada no sistema oscilatório, com isso calculamos o período de oscilação de um pêndulo simples e sua incerteza, foi discutido também a equivalência entre as medições através da fórmula da frequência de oscilação e a medida direta. No sistema do pêndulo físico calculamos o momento de inércia desse corpo de duas formas: a partir da geometria do corpo e a partir do período de oscilação e discutimos a precisão dos métodos utilizados.

4.1.1 Determinando coeficiente elástico

Para analisar o sistema relacionamos a equação da força elástica e o peso do corpo suspenso na mola, adicionamos massas de $m = (0,00464 \pm 0,0001)kg$.

Sabemos que pela relação $|mg| = k|x|$ podemos traçar uma reta partindo da origem, onde o coeficiente elástico k será o coeficiente angular da reta. Utilizamos do método dos mínimos quadrados para obter uma boa estimativa do valor de k , logo podemos escrever $k \pm \Delta k$ como

$$k \pm \Delta k = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x}) \cdot P_i}{\Sigma(x_i - \bar{x})^2} \pm \frac{\Delta P}{\sqrt{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}} \quad (1)$$

Onde x_i e \bar{x} são as diferentes medidas do deslocamento e sua média. E os termos P_i e ΔP são as medidas das forças em cada medição e o erro da força, esse está atrelado ao erro inerente da balança, pois a gravidade é considerada constante, logo o erro do peso será $\Delta P = g\Delta m$.

O período de um pêndulo simples pode ser calculado utilizando as grandezas: massa e coeficiente elástico da mola. Dado pela seguinte fórmula

$$T \pm \Delta T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \pm \pi \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \left[\frac{k \cdot \Delta m + m \cdot \Delta k}{k^2} \right] \quad (2)$$

4.1.2 Medida direta do período

Para medida direta do período de oscilação simples no ar foi usado um pêndulo e contabilizado o tempo total t do desenvolvimento do sistema e o número n de oscilações observadas, com a relação

$$T = \frac{t}{n} \quad (3)$$

e para a medida direta o único erro associado será o do cronômetro.

4.1.3 Pêndulo físico

Nessa etapa estimamos o momento de inércia de um pêndulo físico de duas formas, e em duas configurações do sistema diferente. A partir da geometria do corpo, onde os dados em relação à esse foram fornecidos, como o pêndulo oscilando com o eixo de rotação na extremidade e no seu centro de massa. A outra forma foi a partir da medida direta do período e utilizando a ideia associada à equação (4), à qual nos permite encontrar o momento de inércia do pêndulo a partir dos períodos, que foram, compilados em tabelas.

Determinação do período

Analisaremos também o período de oscilação do pêndulo físico, a diferença desse sistema para os anteriores é que a geometria do corpo será relevante nos cálculos que realizaremos, pois o pêndulo está em movimento de rotação e utilizaremos grandezas associadas à esse tipo de movimento para encontrar uma fórmula para estimar o período. Temos que a frequência angular do sistema é $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgD}{I_0}}$, portanto o período pode ser expresso por

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgD}}$$

logo, podemos escrever o momento de inércia a partir do período, que calculamos a partir da (3), temos:

$$I \pm \Delta I = \frac{mgDT^2}{4\pi^2} \pm \frac{gT}{4\pi^2} [\Delta mDT + m\Delta DT + 2mD\Delta T] \quad (4)$$

Determinação geométrica do momento de inércia

Para a determinação geométrica do momento de inércia do pêndulo físico foi levado em conta o sistema apresentado no vídeo dos experimentos chegamos nas equações que descrevem o comportamento do momento de inércia do sistema para os dois casos: a haste posicionada no centro de massa e a haste posicionada no seu eixo, chamaremos esses dois casos respectivamente de caso 1, com momento de inércia I_1 e caso 2, I_2 .

Na haste a equação para o cálculo do momento de inércia do caso 1 e sua incerteza será

$$I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{16}Md^2 \quad (5)$$

$$\Delta I_{cm} = \frac{1}{12} [\Delta ML^2 + 2ML\Delta L] + \frac{1}{16} (\Delta Md + 2Md\Delta d) \quad (6)$$

E para o sistema posicionado no eixo de rotação podemos usar o teorema dos eixos paralelos e encontrar o momento de inércia da barra nessa situação

$$I_e = I_{cm} + M(L_2 - L_1)^2 \quad (7)$$

$$\Delta I_e = \Delta I_{cm} + \Delta M(L_2 - L_1)^2 + 2M(L_2 - L_1)(\Delta L_2 + \Delta L_1) \quad (8)$$

Para o cilindro temos momento de inércia relativo ao centro de massa do cilindro como

$$I_{cl} = \frac{1}{16}m(d_e^2 + d_i^2) + \frac{1}{12}mh^2 \quad (9)$$

$$\Delta I_{cl} = \frac{1}{16} [\Delta m(d_e^2 + d_i^2) + 2m(d_e\Delta d_e + d_i\Delta d_i)] + \frac{1}{12} (\Delta mhr + 2mh\Delta h) \quad (10)$$

e para o cilindro como parte do sistema temos

$$I'_{cm} = I_{cl} + m \left(L_2 - \frac{h}{2} \right)^2 \quad (11)$$

$$\Delta I'_{cm} = \Delta I_{cm} + \Delta m \left(L_2 - \frac{h}{2} \right)^2 + 2m \left(L_2 - \frac{h}{2} \right) \left(\Delta L_2 + \frac{\Delta h}{2} \right) \quad (12)$$

Para o caso 2, com a haste posicionada em uma extremidade, o momento de inércia do cilindro será expresso pela seguinte fórmula

$$I'_e = I_{cl} + m \left(L - L_1 - \frac{h}{2} \right)^2 \quad (13)$$

$$\Delta I'_e = \Delta I_{cl} + \Delta m \left(L - L_1 - \frac{h}{2} \right)^2 + 2m \left(L - L_1 - \frac{h}{2} \right) \left(\Delta L + \Delta L_1 + \frac{\Delta h}{2} \right) \quad (14)$$

Logo, para o sistema no caso 1, teremos

$$I_1 \pm \Delta I_1 = (I_{cm} + I'_{cm}) \pm (\Delta I_{cm} + \Delta I'_{cm}) \quad (15)$$

e para o caso 2 temos

$$I_2 \pm \Delta I_2 = (I_e + I'_e) \pm (\Delta I_e + \Delta I'_e) \quad (16)$$

4.2 Experimento 2 - Oscilações amortecidas no ar

Para esse sistema não podemos ignorar os efeitos do atrito do meio, pois produzem um amortecimento da oscilação, que com o tempo, acaba com o movimento. A equação que descreve a contribuição do atrito no sistema amortecido é

$$\ddot{x} + \frac{b}{m} \dot{x} + \omega_0^2 = 0$$

com solução

$$x(t) = A \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega t + \delta) \quad (17)$$

onde

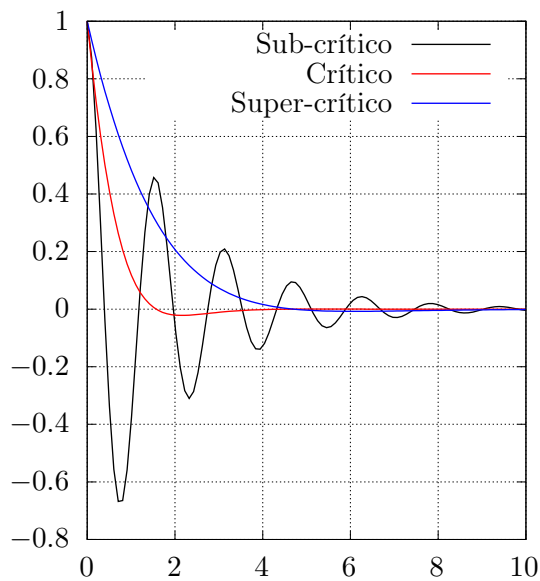
$$\gamma = \frac{b}{2m} \text{ e } \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \quad (18)$$

O termo γ é chamado de **fator de amortecimento**, isso porque ele determina o quão abrupto será a diminuição do movimento. Note que em (18) a raiz descreve a condição crítica de amortecimento, ou seja, para um $\gamma \rightarrow \omega_0$ menos o sistema oscila. Quanto maior o valor γ , mais rápido o decréscimo das amplitudes.

Podemos generalizar os possíveis comportamentos em 3 diferentes equações:

- (I) Amortecimento sub-crítico ($\omega_0 > \gamma$) : O sistema demora mais tempo para parar de oscilar.
- (II) Amortecimento crítico ($\omega_0 = \gamma$) : O sistema oscila pouco, e logo para.
- (III) Amortecimento super-crítico ($\omega_0 < \gamma$): O sistema imediatamente após o início do movimento é amortecido.

Fig. 1: Exemplo do comportamento das funções para diferentes γ



Fonte: Elaborado pelos autores

4.3 Experimento 3 - Oscilações amortecidas na água

De forma análoga ao descrito na seção 4.2, a montagem desse experimento se dá num tubo de água, ao qual a equação 17 se faz verdadeira. A montagem do experimento pode ser melhor visualizada na figura a seguir:

Fig. 2: Montagem experimental para oscilações amortecidas na água



Fonte: Vídeo da prática

4.4 Experimento 4 - Oscilações forçadas no ar e na água

A montagem experimental é idêntica à das seções 4.2 e 4.3. No entanto, agora há um sistema que força oscilações no sistema. Esse sistema está representado na figura 3, onde um disco girante possui um motor: Nesse sistema podemos essa equação como fator de amortecimento em função do tempo.

$$D = \frac{A_0 - x(t)}{t \cdot x(t)} \quad (19)$$

Fig. 3: Sistema de oscilação forçada



Fonte: Vídeo da prática

5 Resultados e Discussão

5.1 Experimento 1 - Oscilações simples no ar

No experimento 1 foram calculado o período de oscilação do sistema de duas formas diferentes, uma utilizando a relação da força de restauração elástica e a partir disso encontrando o período pela relação $T = \frac{2\pi}{\omega}$ e com $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, mais precisamente abordada em (2). A outra forma de se obter o período de oscilação foi a medição direta, escolhendo um tempo total arbitrário e observando o número total de oscilações que o sistema realizava durante esse.

Por fim foram feitas comparações entre os resultados encontrados para determinar se houve equivalência entre os dois tipos de estimativas usando a relação

$$|x_1 - x_2| < 2 \cdot (\sigma_1 + \sigma_2) \quad (20)$$

5.1.1 Constante elástica

Para encontrar resultados com boa precisão foram feitas uma série de medições da força agindo sob a mola. O experimento consistiu em adicionar pares de argolas - cuja massa é conhecida - iguais à um gancho preso na mola e analisar a distensão causada na mola. Cada argola adicionada possui uma massa $m = (0,00464 \pm 0,0001)kg$ e foram feitas um total de 8 medidas. A força peso possui uma incerteza igual $\Delta P = (9,81 \cdot 10^{-5})N$ e abaixo está compilado o valor de cada medida a partir deslocamento.

Para a incerteza do deslocamento temos que $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$ e sabemos que a incerteza de ambos são iguais $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0,01(m)$, pois as medições foram feitas com o mesmo equipamento, logo $\Delta x = 0,02(m)$.

Tabela 1: Medidas da força elastica

n	$x \pm (0,01)(m)$	$x - x_0 \pm (0,02)(m)$	$F \pm (0,0001)(N)$
1	0,93	0,00	0,0000
2	1,02	0,09	0,0455
3	1,09	0,16	0,0779
4	1,16	0,23	0,1103
5	1,23	0,30	0,1426
6	1,30	0,37	0,1750
7	1,37	0,44	0,2074
8	1,44	0,51	0,2398

Fonte: Elaborado pelos autores

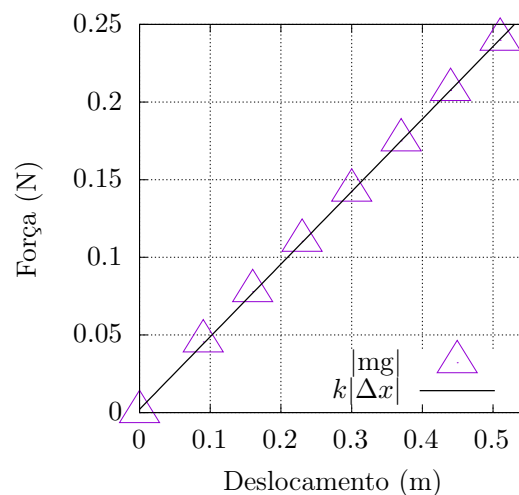
A partir dos dados da tabela acima podemos realizar os cálculos descritos pelas equações (1), então determinar o coeficiente elástico da mola e período de oscilação.

Tabela 2: Medidas diretas coletadas do período de cada oscilação

Oscilação	Período $\pm(0,1)s$
1	1,7
2	1,8
3	1,6
4	1,7
5	1,8
6	1,8
7	1,9
8	1,9
9	1,5
10	1,8
11	1,8
12	1,7
13	1,8

Fonte: Elaborado pelos autores

Fig. 4: Determinação da constante elástica



Fonte: Elaborado pelos autores

Utilizando a relação (1) com os dados da tabela (1) conseguimos calcular a constante elástica $k = (0,4672 \pm 0,002)$, que é o coeficiente angular da reta no gráfico (4).

Assim obter o período, a partir da equação (2), com a massa $m = (0,0363 \pm 0,0001)kg$ e encontramos o período igual a $T = (1,751 \pm 0,006)s$

5.1.2 Medida direta do período

Também podemos calcular o período diretamente, a partir do tempo total gasto para realizar o número de oscilações n de oscilações podemos encontrar o período de acordo com a (3). Na tabela (2) constam os períodos e oscilações observadas em um tempo total de aproximadamente 22 segundos.

Com isso, ao fazer os desvios médio e padrão, para o cálculo do período e seu erro, encontramos um período igual a $T = (1,7 \pm 0,1)s$.

As formas de estimar o período, pela medida direta e pela equação (2) são equivalentes, cons-

tatamos isso utilizando da equação (20), e mostramos abaixo.

$$|1,751 - 1,7| < 2 \cdot (0,006 + 0,1)$$

$$0,05 < 0,21$$

Era esperada uma precisão maior para o período calculado utilizando o sistema massa mola, pois para o outro sistema o tempo de reação humana era muito relevante para a medição do período de tempo de oscilação. Outro fato é que ao se usar o sistema massa-mola, associamos as grandezas à balança, que possui precisão alta, que se propaga pela estimativa do erro.

5.1.3 Pêndulo físico

Primeiramente calculamos o momento de inércia dos objetos pela geometria para as duas configurações do sistema, os valores encontrados foram compilados nas tabelas (3) e (5), abaixo.

Tabela 3: Valores para o momento de inércia com a pela fixada no centro.

Objeto	Momento de inércia ($kg \cdot m^2$)	Incerteza ($kg \cdot m^2$)
Cilindro	0,00244	0,00004
Barra	0,000321	0,000002
Pêndulo(Total)	0,00276	0,00004

Fonte: Elaborado pelos autores

Tabela 4: Valores coletados para o pendulo fixado no centro de massa.

Oscilação	Período $\pm(0,02)s$
1	0,70
2	1,00
3	0,90
4	1,00
5	0,90
6	0,90
7	0,80
8	1,00
9	0,90
10	0,90
11	0,90
12	0,90
13	0,90
14	0,90
15	1,00
16	0,80
17	1,00
18	0,80
19	0,90
20	1,00

Fonte: Elaborado pelos autores

Com isso calculamos o período médio de oscilação e o erro associado, este por meio do desvio padrão, temos que $T = (0,9 \pm 0,1)s$. Para o pendulo fixado no centro de massa do sistema

temos $D = (0,132 \pm 0,001)m$, assim, por meio da (4) encontramos o momento de inércia $I = (0,00276 \pm 0,00004)kg \cdot m^2$. Esse valor é equivalente ao encontrado para o sistema na mesma configuração, no centro de massa, a partir da relação (20)

$$|I_{direto} - I_{geometrico}| < 2 \cdot (\Delta I_{direto} + \Delta I_{geometrico})$$

$$|0,00270 - 0,00276| < 2 \cdot (0,0004 + 0,00005)$$

Como antes, era esperado uma precisão maior da a partir da geometria, pois não é afetada pela reação humana, como na medida direta.

Tabela 5: Valores para o momento de inércia com a pela fixada na extremidade.

Objeto	Momento de inércia ($kg \cdot m^2$)	Incerteza ($kg \cdot m^2$)
Cilindro	0,00896	0,00002
Barra	0,00104	0,000002
Pêndulo(Total)	0,0100	0,0001

Fonte: Elaborado pelos autores

Tabela 6: Valores coletados para o pêndulo fixo na extremidade.

Oscilação	Período $\pm(0,02)s$
1	0,90
2	1,20
3	1,20
4	0,90
5	1,30
6	1,20
7	1,00
8	1,10
9	1,20
10	1,30
11	1,20
12	1,20
13	1,00
14	1,30
15	1,20
16	1,20
17	1,00
18	1,20
19	1,20
20	1,10

Fonte: Elaborado pelos autores

A partir dos dados coletados das medidas diretas realizamos o cálculo do momento de inércia para o caso em que o pendulo está fixado na extremidade. Realizando a média dos períodos da tabela (5) e realizando o desvio padrão para estimar sua incerteza temos $T = (0,9 \pm 0,1)s$, o momento de inércia foi calculado pela (4), onde $D = (0,300 \pm 0,003)m$, temos então o momento de inércia $I = 0,0100 \pm 0,0001)kg \cdot m^2$, que é equivalente ao encontrado geometricamente

$$|I_{direto} - I_{geometrico}| < 2 \cdot (\Delta I_{direto} + \Delta I_{geometrico})$$

$$|0,010 - 0,0100| < 2 \cdot (0,001 + 0,0001)$$

Assim como antes era esperado melhor precisão das medidas pela geometria dos corpos.

5.2 Experimento 2 - Oscilações amortecidas no ar

A posição inicial da corpo é $x = (\pm 0,005)m$ Compilamos nessa tabela os dados coletados do experimento.

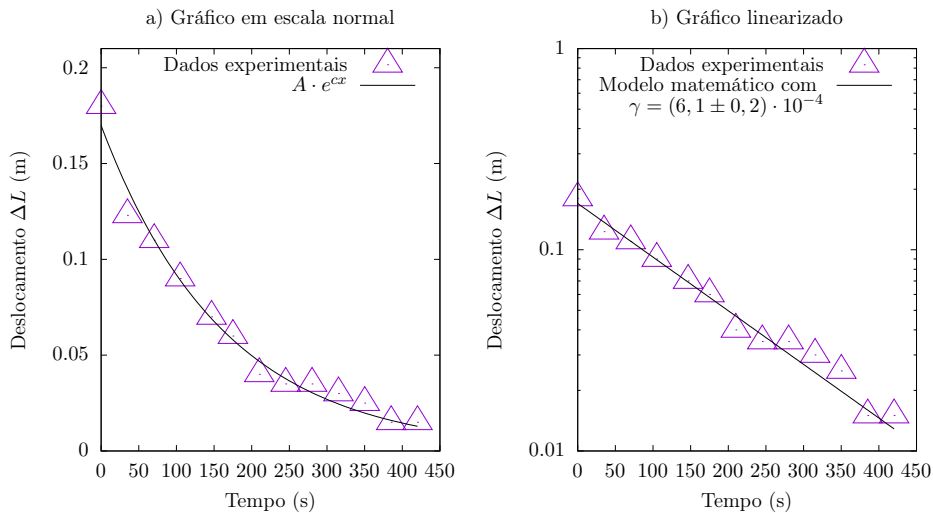
Tabela 7: Medidas dos comprimentos em relação a mola no estado de equilíbrio.

Oscilações	Tempo $\pm 0,01$ (s)	Deslocamento $\pm 0,01(m)$
0	0,18	0,18
20	35,00	0,12
40	70,50	0,11
60	105,00	0,09
80	140,60	0,07
100	175,10	0,06
120	210,10	0,04
140	245,10	0,04
160	280,20	0,04
180	315,20	0,03
200	350,10	0,04
220	385,20	0,02
240	420,20	0,02

Fonte: Elaborado pelos autores

A partir dos dados da tabela compilamos esses gráficos para analisar o comportamento das oscilações, o gráfico (a) em escala normal e o (b) com o eixo da função em escala logaritmica.

Fig. 5: Gráficos do deslocamento máximo em relação ao ponto de equilíbrio



Fonte: Elaborado pelos autores

Os gráficos descrevem uma função exponencial decrescente, típico comportamento dissipativo de $F_{at} = -bv$, logo, essa oscilação pode ser descrita pela equação (17) temos que $\gamma = 6,1 \pm 0,2$ e $A = (0,17 \pm 0,005)m$.



5.3 Experimento 3 - Oscilações amortecidas na água

Para o sistema massa mola amortecido pela água temos os dados medidos na tabela 8:

Tabela 8: Medidas coletadas para amplitude a cada oscilação nos respectivos instantes e os fatores de amortecimento D .

Tempo $\pm 0,01$ (s)	Amplitude ($\pm 0,002$)m	$D \pm 0,002$
0,00	0,190	0,000
17,60	0,100	0,051
35,20	0,061	0,060
52,80	0,046	0,061
70,40	0,037	0,060
88,00	0,030	0,060
105,60	0,025	0,062
123,20	0,022	0,062
140,80	0,020	0,060
158,90	0,016	0,068
176,00	0,014	0,064
193,60	0,012	0,076
211,20	0,011	0,077
228,80	0,010	0,078
246,40	0,009	0,081
264,00	0,007	0,098

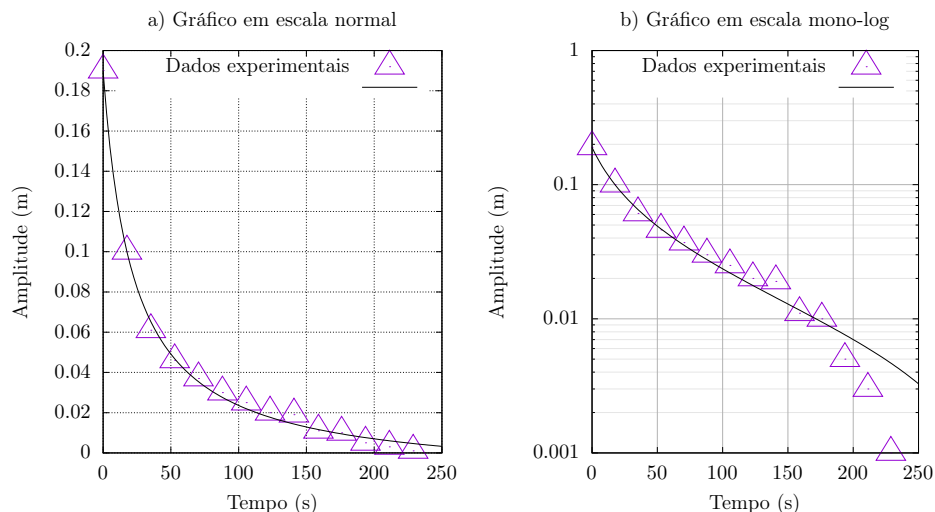
Fonte: Elaborado pelos autores



A partir da tabela temos que o período de oscilação médio $T = (17,6 \pm 0,2)s$. Encontramos o fator de amortecimento médio e calculamos sua incerteza pelo desvio padrão igual a $D = (0,064 \pm 0,002)s^{-1}$.

Além disso, é possível trabalharmos com a hipótese de que o amortecimento nesse caso é quadrático ($-cv^2$), dado que a curva em escala normal apresenta comportamento exponencial, e ao trabalhar com ela em escala mono-log não é possível traçar uma linha que a linearize, como é possível observar na figura 6.

Fig. 6: Gráficos do deslocamento máximo em relação ao ponto de equilíbrio



Fonte: Elaborado pelos autores

Por meio do processo de regressão linear em uma curva exponencial do tipo $A \cdot e^{-\gamma t}$ temos que $A = 0,10 \pm 0,01$ e $\gamma = \underline{0,011} \pm \underline{0,001}$.

5.4 Experimento 4 - Oscilações forçadas no ar e na água

As medições a respeito do experimento realizado no ar e na água estão nas tabelas 9 e 10.

Tabela 9: Frequência e Amplitude para oscilação forçada no ar

Frequência $\pm 0,000001$ (Hz)	Amplitude $\pm 0,2$ (cm)
0,364830	1,5
0,377216	1,6
0,396983	1,7
0,418760	1,8
0,445038	2,4
0,467946	2,9
0,485201	3,3
0,508130	3,8
0,516262	3,9
0,522739	4,5
0,529101	5,3
0,533333	5,6
0,539084	6,4
0,543774	7,8
0,550055	9,3
0,556793	12,3
0,563698	18,3
0,571755	19,3
0,578704	15,3
0,585138	11,8
0,585480	11,3
0,591366	9,8
0,596659	7,8
0,603136	6,8
0,610128	5,5
0,617665	4,7
0,621504	3,8
0,627746	3,6
0,636943	3,3
0,640205	2,8
0,652742	2,3
0,661376	2
0,666223	1,9
0,685871	1,8
0,708215	1,3
0,728332	1,1
0,749625	1
0,769231	0,8
0,790514	0,7
0,804505	0,5
0,803859	0,4

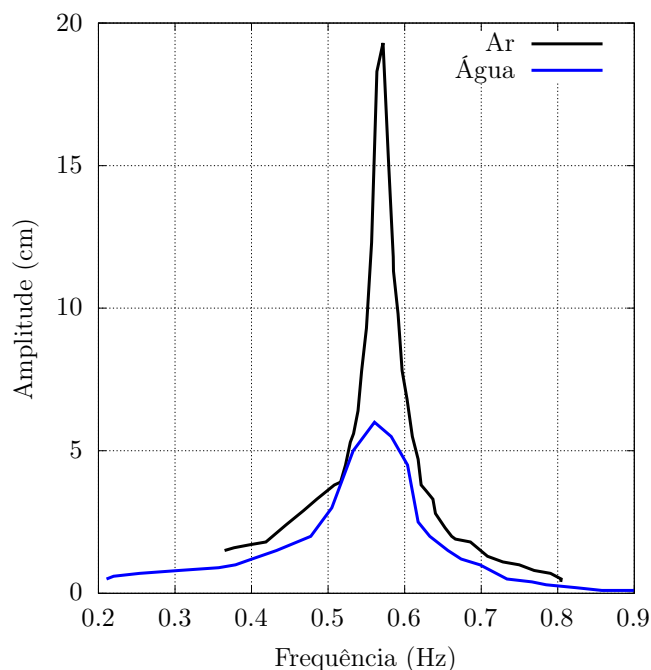
Tabela 10: Frequência e Amplitude para oscilação forçada na água

Frequência $\pm 0,000001$ (Hz)	Amplitude $\pm 0,2$ (cm)
0,210526	0,5
0,219780	0,6
0,253936	0,7
0,305250	0,8
0,357015	0,9
0,379075	1,0
0,400481	1,2
0,432526	1,5
0,477327	2,0
0,504796	3,0
0,532765	5,0
0,560538	6,0
0,582411	5,5
0,603865	4,5
0,617665	2,5
0,632911	2,0
0,656599	1,5
0,673854	1,2
0,698324	1,0
0,733676	0,5
0,766284	0,4
0,784929	0,3
0,823723	0,2
0,857633	0,1
0,907441	0,1

Fonte: Elaborado pelos autores

Com esses dados é possível construir o gráfico da figura 7:

Fig. 7: Gráfico de Amplitude x Frequência para a Oscilação Forçada na água e no ar



Fonte: Elaborado pelos autores

Ao fazer a análise é possível notar que a amplitude máxima no ar é de $(19,3 \pm 0,2)$ cm e na água de $(6,0 \pm 0,2)$ cm. De fato, era o esperado, visto que a resistência ao movimento é maior na água.

A frequência de ressonância para estes, é portanto de $(0,571755 \pm 0,000001)$ Hz e $(0,560538 \pm 0,000001)$ respectivamente.

Além disso, a largura da banda a meia altura na água (aproximadamente 0,5 - 0,65 Hz) acaba sendo maior do que no ar (aproximadamente 0,55 - 0,60 Hz).



6 Conclusão

Na presente prática fomos capazes de analisar como se comporta um oscilador massa mola em diferentes condições, isto é, como a amplitude e frequência das oscilações se comporta de acordo com a variação da viscosidade do meio (sendo este o ar e a água). Foi possível notar que quanto mais viscoso o meio, menor será amplitude, conforme demonstrado no experimento 4. Outra análise feita foi a respeito do fornecimento de energia por um agente externo, tornando as oscilações forçadas, de modo que a ressonância seja atingida na frequência de precessão do sistema.

Dessa maneira, o experimento foi bem sucedido em colocar em prática os conceitos teóricos trabalhados nas aulas teóricas, dando um sentido visual e práticos às equações teóricas.

7 Referências

- [1] **Laboratório de Física II: livro de práticas** / compilado por Jose F. Schneider e Eduardo Ribeiro Azevedo. São Carlos: Instituto de Física de São Carlos, 2018.
- [2] TIPLER, P. A. **Física**. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois, 1978. v. 1
- [3] Azevedo, E. R. Complementos de Física. **Oscilador Harmônico Forçado: ressonância mecânica (com coleta de dados)** Youtube, 16 de out. de 2020. Disponível em: <https://youtu.be/qCoqFwZtwUI>. Acesso em: 15/10/2021
- [4] Azevedo, E. R. Complementos de Física. **Oscilador Harmônico Simples: Sistema massa-mola e pêndulos (com coleta de dados)** Youtube, 31 de out. de 2020. Disponível em: <https://youtu.be/p1jOpYQWqP0>. Acesso em: 15/10/2021
- [5] Azevedo, E. R. Complementos de Física. **Oscilador Harmônico Simples: formulação, equação do movimento e sua solução** Youtube, 31 de out. de 2020. Disponível em: <https://youtu.be/OpwliJc6XkI>. Acesso em: 15/10/2021
- [5] Azevedo, E. R. Complementos de Física. **Oscilador Harmônico Amortecido: regimes de amortecimento em sistemas massa-mola (com coleta de dados)** Youtube, 17 de out. de 2020. Disponível em: <https://youtu.be/CtbpuWuW0j4>. Acesso em: 15/10/2021