

**Universidade de São Paulo
Instituto de Física de São Carlos
Laboratório de Ensino de Física**



**Prática I
Instrumentos, medidas e incertezas**

**Gabriel Alves Lima nº 12558547
Jefer Santiago Mares nº 12559016
Vitória Bitencourte Galliac nº 12624818**



**São Carlos
2021**

1. Resumo

No laboratório, é de extrema importância o conhecimento a respeito do uso de equipamentos de medida. No entanto, como novos alunos do Instituto de Física de São Carlos, esse princípio não está consolidado. Assim, esta prática tem o papel de desenvolver as habilidades dos ingressantes com os instrumentos de medida. Dessa forma, foi feito o cálculo da densidade e do volume de objetos cilíndricos, além da obtenção do diâmetro de um fio de cobre com o micrômetro. O valor do volume direto do cilindro dourado é $16 \pm 1 \text{ cm}^3$ e indireto é

$5419,10 \pm 138,75 \text{ cm}^3$, enquanto sua densidade é $2,68 \pm 0,02 \text{ g/cm}^3$. O objeto cilíndrico prateado possui um volume direto de $9 \pm 1 \text{ cm}^3$ e indireto de $8401,26 \pm 116,37 \text{ cm}^3$, densidade $2,68 \pm 0,04 \text{ g/cm}^3$. Com a média dos diâmetros do fio de cobre, foi obtido o valor $1,80 \pm 0,03$ (mm). A partir dos valores calculados, foi possível concluir que o material que compõe os cilindros é o alumínio.

2. Objetivos

O objetivo deste relatório é apresentar os resultados e as discussões da primeira prática de laboratório de física 1. Os resultados buscados nesta prática são o cálculo do volume indireto dos objetos propostos e a comparação com seu volume direto, além de determinar o elemento constituinte dos objetos por sua densidade indireta. Outro propósito a ser alcançado é a medida direta com dispersão do diâmetro de um segmento de fio de cobre.

3. Introdução

O volume de um corpo é definido como o espaço ocupado pelo mesmo, e seu cálculo indireto varia de acordo com o formato do objeto sendo estudado, mas ele também pode ser calculado diretamente. Para a análise do volume direto dos cilindros, foi utilizado o Princípio de Arquimedes, que se baseia na relação entre o volume e a quantidade de fluido deslocado por um corpo. O teorema enuncia que se um objeto é mergulhado em um fluido, surgirá uma força vertical voltada para cima (empuxo) que equivale ao valor do peso do fluido movido. O empuxo pode ser calculado com a fórmula:

$$E = d g v$$

Onde:

d: Densidade do fluido (Kg/m^3)

g: Aceleração da gravidade (m/s^2)

v: Volume do fluido deslocado (m^3)

Outro método utilizado para calcular o volume de um corpo é o indireto, a partir da identificação de suas medidas. Para o cilindro analisado nesta prática, tais medidas

correspondem à altura (H), altura da cavidade (h), diâmetro (D) e diâmetro da cavidade (d). Assim, o volume é obtido com:

$$V_f = V_e - V_i$$

Onde:

$$V_e = \pi R^2 H \quad \text{e} \quad V_i = \pi r^2 h$$

V_e : volume externo

R : raio do cilindro

V_i : volume da cavidade ou volume interno

r : raio da cavidade

A densidade de um corpo é a relação entre sua massa e seu volume a uma dada pressão e temperatura, ou seja, $d = \frac{m}{V}$. No SI, a unidade da densidade é Kg/m^3 , porém neste relatório será utilizado a unidade g/cm^3 .

4. Método Experimental

4.1. Materiais

Os materiais utilizados na prática foram: proveta, balança digital, paquímetro, micrômetro, fio de cobre e dois objetos cilíndricos (materiais mostrados respectivamente nas imagens abaixo).



4.2. Descrição da determinação das medidas direta e indireta do volume

Para determinar a medida indireta do volume, primeiramente foram coletadas as medidas do diâmetro interno, diâmetro externo, altura maior (H) e altura menor (h) de ambos os cilindros por meio do paquímetro (precisão de 0,05mm).

Em seguida, foi utilizada a fórmula do volume (indicada no tópico 5.1, “Medidas direta e indireta do volume”), onde o valor do volume menor do cilindro (V_i) foi subtraído do volume maior (V_e) para a obtenção do volume final, visto que as peças analisadas possuem uma abertura cilíndrica (modelo do objeto na figura 1). Por fim, foi feito o cálculo da propagação das incertezas.

Para o cálculo direto do volume, foi utilizado uma proveta com 75ml de água ($V_{inicial}$). Os cilindros foram submersos individualmente, e então foi anotada a nova indicação volumétrica

V_{final} . A partir dessas informações, foi possível calcular o volume de cada objeto com a diferença entre as medidas final e inicial ($V_{final} - V_{inicial}$).

4.3. Descrição da determinação indireta da densidade

Utilizando uma balança digital, foi medido diretamente a massa dos objetos cilíndricos. Depois, com os valores do volume indeterminado foi utilizada a fórmula da densidade para sua determinação indireta:

$$\rho = \frac{m}{v}$$

Onde:

ρ : densidade do cilindro dourado;

m : massa do cilindro;

$V_{indireto}$: volume indireto do cilindro;

Por fim, foi calculado suas respectivas incertezas.

4.4. Descrição da determinação da medida direta com dispersão

Para medir o diâmetro do fio de cobre foi utilizado um micrômetro (precisão de 0,01mm). Foram obtidos 13 valores d_i , um para cada ponto ao longo do fio. Após a análise das medidas, foi calculada a média \bar{d} do diâmetro e o desvio padrão Δ , onde:

$$\bar{d} \pm \Delta$$

5. Resultados e Discussão

5.1. Medidas direta e indireta do volume

A medida indireta do volume das peças foi calculada com base nas medidas tomadas com o paquímetro e na geometria dos objetos. Por conta das peças analisadas serem vazadas no centro como visto na figura 1, é necessário subtrair volume do cilindro interno do volume do cilindro externo. Como demonstrado a seguir:

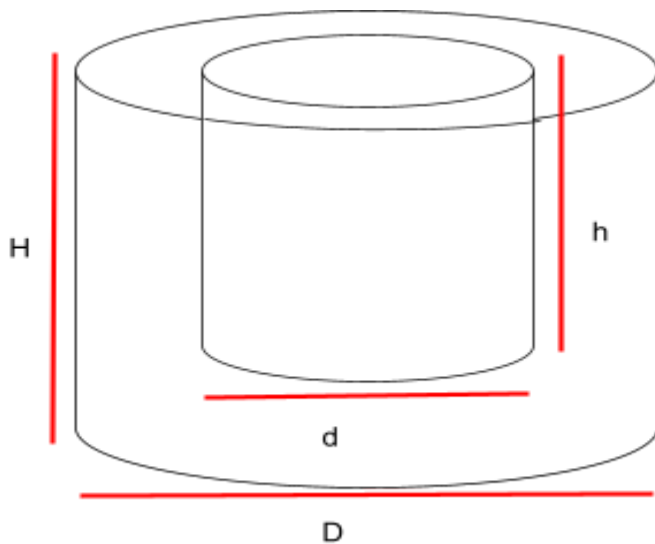
$$V_f = V_e - V_i, \text{ em que}$$

V_f : volume final;

V_e : volume externo;

V_i : volume interno;

Para o cálculo dos volumes das peças, foram feitas medições das dimensões seguindo os esquemas demonstrados na figura 1 abaixo.



- D_e : Diâmetro externo do cilindro
- H : Comprimento do cilindro maior
- d_i : Diâmetro interno do cilindro
- h : Comprimento do cilindro menor

Os valores das dimensões das peças encontrados juntamente com suas incertezas estão demonstrados nas tabelas a seguir.

Tabela 1: Valores das dimensões da peça dourada				
	$H \pm 0,05 \text{ (mm)}$	$h \pm 0,05 \text{ (mm)}$	$D_e \pm 0,05 \text{ (mm)}$	$d_i \pm 0,05 \text{ (mm)}$
Integrante 1	39,05	19,60	24,00	12,05
Integrante 2	39,05	19,95	23,95	12,00
Integrante 3	39,05	19,60	23,95	12,00

Tabela 2: Valores das dimensões da peça prateada				
	$H \pm 0,05 \text{ (mm)}$	$h \pm 0,05 \text{ (mm)}$	$D_e \pm 0,05 \text{ (mm)}$	$d_i \pm 0,05 \text{ (mm)}$
Integrante 1	27,35	17,00	23,35	15,75
Integrante 2	27,35	17,00	23,35	15,75
Integrante 3	27,35	17,00	23,35	15,75

Depois de descoberto as dimensões das peças, os respectivos volumes finais foram calculados utilizando a seguinte equação.

$$V_f = \frac{\pi}{4} (H \cdot d_e^2 - h \cdot d_i^2)$$

A incerteza do volume final foi determinada com a seguinte fórmula de dispersão de incerteza.

$$\Delta V_f = \frac{\pi}{4} \cdot [(2d_e \cdot \Delta d_e \cdot H + \Delta H \cdot d_e^2) + (2d_i \cdot \Delta d_i \cdot h + \Delta h \cdot d_i^2)]$$

Dessa forma, os volumes indiretos das peças encontrados pelo grupo estão apresentados nas seguintes tabelas.

Tabela 3: Valores dos volumes finais da peça dourada	
	$V_f \pm \Delta V_f (mm^3)$
Integrante 1	15419,10 \pm 138,75
Integrante 2	15429,94 \pm 118,00
Integrante 3	15367,77 \pm 211,92



Tabela 4: Valores dos volumes finais da peça prateada	
	$V_f \pm \Delta V_f (mm^3)$
Integrante 1	8401,26 \pm 116,37
Integrante 2	8395,40 \pm 92,95
Integrante 3	8395,40 \pm 121,66

Logo em seguida foi comparado o volume final encontrado por cada integrante utilizando a expressão a seguir:

$$|V_{f1} - V_{f2}| < 2 \cdot (\Delta V_{f1} + \Delta V_{f2})$$

A tabela abaixo mostra os resultados identificados.

Tabela 5: Comparação entre os volumes finais da peça dourada com incertezas	
Comparação	$ V_{f1} - V_{f2} < 2 \cdot (\Delta V_{f1} + \Delta V_{f2})$
Integrante 1 com Integrante 2	10,84 < 513,50

Integrante 1 com Integrante 3	$51,33 < 701,34$
Integrante 2 com Integrante 3	$62,17 < 659,84$

Tabela 6: Comparação entre os volumes finais da peça prateada com incertezas	
Comparação	$ V_{f1} - V_{f2} < 2 \cdot (\Delta V_{f1} + \Delta V_{f2})$
Integrante 1 com Integrante 2	$5,86 < 418,64$
Integrante 1 com Integrante 3	$5,86 < 476,06$
Integrante 2 com Integrante 3	$0 < 429,22$

Portanto, pode-se concluir analisando os resultados apresentados nas tabelas que as medidas dos integrantes do grupos são equivalentes entre si para cada peça do experimento, por isso para todos os cálculos que virão a seguir será usado o volume indireto do integrante 1. Por último, também foi calculado o volume direto de cada peça utilizando a proveta e os resultados encontrados foram comparados com o volume indireto.

O volume direto encontrado foi $V_{direto} = 16 \pm 1 \text{ ml}$ e o volume indireto do participante 1 $V_{indireto} = 15,4 \pm 0,1 \text{ ml}$, comparando os dois volumes utilizando a seguinte equação:

$$|V_{direto} - V_{indireto}| < 2 \cdot (\Delta V_{direto} + \Delta V_{indireto})$$

$$|16 - 15,4| < 2 \cdot (1 + 0,1)$$

$$|16 - 15,4| < 2 \cdot (1,1)$$

$$|0,6| < 2 \cdot (1 + 0,1)$$

$$0,6 < 2,2$$



Observando os resultados pode-se concluir que o volume indireto e o volume direto são equivalentes.


5.2. Medida indireta da densidade

A medida indireta da densidade pode ser obtida pela fórmula $\rho = \frac{m}{v}$ em g/cm^3 , usando os dados obtidos pelas medidas do paquímetro e da balança. As massas medidas possuem incerteza de $\pm 0,01g$. Para a peça dourada a massa foi de $41,37g$ e para prateada $22,53g$. A partir da análise da tabela com informações sobre os elementos, fornecida pelo professor, foi possível definir que o material que compõe ambas as peças é o alumínio, que possui densidade

$2,699 \text{ g/cm}^3$. A seguir, os dados da tabela confirmam que os valores da densidade encontrados podem ser considerados equivalentes à densidade do alumínio.

Tabela 7: Comparação entre valores da densidade	
Comparação	$ D_{f1} - D_{f2} < 2 \cdot (\Delta D_{f1} + \Delta D_{f2})$
Densidade do alumínio e densidade da peça dourada	$0,01 < 0,04$
Densidade do alumínio e densidade da peça prata	$0,01 < 0,08$

As propriedades encontradas para cada peça:

Tabela 8 : Propriedades das peças				
Peça	$V_{direto} \pm (cm^3)$	$V_{indireto} \pm (cm^3)$ 	Densidade (g/cm^3)	Material identificado $\rho (g/cm^3)$
Dourada	16 ± 1	$15419,10 \pm 138,7$	$2,68 \pm 0,02$	Alumínio - 2,699
Prateada	9 ± 1	$8401,26 \pm 116,37$	$2,68 \pm 0,04$	Alumínio - 2,699

5.3. Medida direta com dispersão

Para a obtenção do diâmetro médio do fio de cobre, foi analisado com o micrômetro o valor do diâmetro em 13 pontos diferentes de sua extensão, uma vez que com uma maior amostragem, é possível obter uma média \bar{d} mais próxima do valor verdadeiro do diâmetro do fio, visto que se espera que a média aritmética da medida cancele as irregularidades do fio. Dessa forma, foi obtida a média \bar{d} a partir de:

$$\bar{d} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N d_i$$


No cálculo do erro das medidas observadas, foi utilizado desvio absoluto médio Δ , ou seja, a média aritmética dos desvios de cada dado em relação à \bar{d} :

$$\Delta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |d_i - \bar{d}|$$

Os valores obtidos para calcular o desvio absoluto médio estão demonstrados na tabela a seguir.

Tabela 9: Diâmetro d_i obtido e desvio dos dados		
N	$d \pm 0,01 \text{ (mm)}$	$- \bar{d} \text{ (mm)}, \bar{d} = 1,80\text{mm}$
1	1,76	0,04
2	1,86	-0,06
3	1,87	-0,07
4	1,77	0,03
5	1,83	-0,03
6	1,87	-0,07
7	1,81	-0,01
8	1,80	0
9	1,76	0,04
10	1,76	0,04
11	1,80	0
12	1,82	-0,02
13	1,80	0

Observando os dados da primeira coluna da tabela, pode-se concluir que o fio de cobre utilizado é irregular em grande parte de seu comprimento. A ponta do fio (valores N_{11} , N_{12} e N_{13}) é relativamente uniforme, com uma variação máxima de 0,02mm. Por fim,

ao calcular o valor final do Δ , encontrou-se o valor de 0,03 mm. Considerando que o desvio absoluto médio para o \bar{d} apresenta um valor maior que a precisão do micrômetro (0,01 mm) a incerteza que será utilizada é o desvio absoluto médio, $\Delta = 0.03\text{mm}$. Assim, o resultado da medida direta com dispersão é $1,80 \pm 0,03 \text{ (mm)}$. 



6. Conclusão

Com esse experimento nos familiarizamos com os métodos de medidas, análise de dados e comparação de grandezas físicas com incertezas. Na parte inicial do experimento, no cálculo dos volumes, constatamos a diferença de precisão entre o paquímetro e a proveta, sendo o paquímetro mais preciso, com valor de incerteza de 0,01 mm e a proveta 1 ml. As densidades das peças encontradas foram iguais e a partir da tabela de elementos fornecida foi percebido que consistem de alumínio. Com cálculo do diâmetro do fio de cobre podemos notar que há pequenas deformidades na extensão do objeto.

7. Referência

HODGMAN, Charles D. *et al* (ed.). **Handbook of Chemistry and Physics**. 43. ed. Cleveland: The Chemical Rubber, 1961.

SCHNEIDER, José F. **Laboratório de Física 1**: Livro de práticas. São Carlos: 2016.