Universidade de São Paulo
Instituto de Física de São Carlos
Laboratório de Ensino de Física

Prática III
Movimento unidimensional

Gabriel Alves Lima nº 12558547
Jefter Santiago Mares nº 12559016
Vitória Bitencourte Galliac nº 12624818

São Carlos
2021

1. Resumo

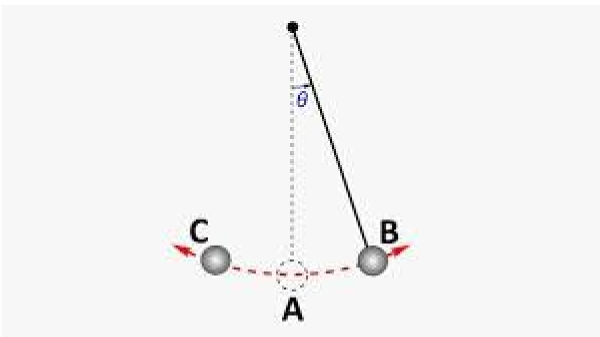
Nesta prática foram feitos dois experimentos para obter o valor da aceleração da gravidade g a partir da análise de movimentos que podem ser descritos em função de uma só coordenada (unidimensional). Foi analisado o movimento de um pêndulo simples e de um carrinho em um plano inclinado. No primeiro experimento, para obter o valor de g, foi calculado o período T de oscilação para diferentes comprimentos L. No segundo experimento, foi analisado o movimento de um carrinho sobre um plano com inclinação θ em relação à horizontal. Utilizando os valores de sua posição y para cada segundo t, foi encontrado o valor de sua aceleração e calculado o valor de g. Assim, com o resultado final do experimento 1 ($g = 9,76 \pm 0,07\, m/s^2$) e do experimento 2 ($g = 9,6 \pm 0,2\, m/s^2$), foi possível concluir que ambos os métodos utilizados foram eficientes para calcular a aceleração da gravidade (porém o método do experimento 1 é mais preciso), visto que se comparado os valores obtidos com o valor tabelado para tal aceleração ($g = 9,81\, m/s^2$), percebe-se que são equivalentes.

2. Objetivos

O objetivo dessa prática é encontrar o valor da aceleração da gravidade a partir de dois experimentos, um utilizando um pêndulo simples, e outro um carrinho em um plano inclinado. Em adição, também coloca-se como um objetivo dessa prática o estudo do movimento unidimensional de cada objeto analisado.

3. Introdução

O pêndulo simples é um sistema mecânico com uma massa puntiforme suspensa por um fio de dimensões desprezíveis que oscila em torno de um ponto fixo.

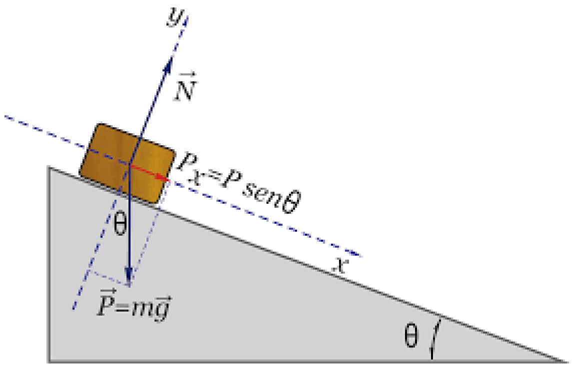


Quando o pêndulo sai do repouso devido a ação de uma força externa, ele realiza um movimento periódico e unidimensional, ou seja, ele se termina cada oscilação em um período de tempo T fixo, e seu movimento pode ser descrito com uma só coordenada.

Para o experimento 1, foi analisado o movimento alterando o comprimento L do fio, para calcular o período em cada caso. Foi possível observar que quanto menor o valor L, menor era o período T de oscilação do pêndulo. Tal comportamento pode ser descrito a partir da análise da fórmula $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$.

No experimento 2, foi utilizado um plano inclinado com um colchão de ar para simular um movimento sem atrito, assim, a seguir será analisado esse movimento desconsiderando o atrito das superfícies.

Nesse sistema existem duas forças, a força normal F_n que faz um ângulo de 90^o com o plano inclinado, e a força peso P, vertical para baixo.



Assim, para calcular a aceleração do objeto no eixo x, a força peso é decomposta em P_x e P_y e é obtido $a = sen\theta\,.\,g$, a partir de $F_{total\ em\ x} = ma_x$, considerando a massa m do objeto desprezível no sistema.

4. Método Experimental

4.1 Pêndulo Simples

No primeiro experimento, foi utilizado um pêndulo simples composto por uma massa m suspensa por um fio de comprimento L, inextensível. Primeiramente, o pêndulo foi largado a partir de um ângulo máximo $\theta_{m < 15°}$ em relação à vertical, entrando em um movimento periódico. Assim, foi anotado o tempo t_{10} levado para a realização de 10 oscilações para cada comprimento L_i utilizado no fio.

Para calcular o período de tal movimento, foi utilizado $T = \frac{t_{10}}{n}$, onde n é o número de oscilações em um tempo t em segundos. As medidas encontradas foram colocadas em uma tabela, e construindo um gráfico, constatamos a relação linear entre L e T^2 calculamos o coeficiente angular e seu erro usando o método dos mínimos quadrados

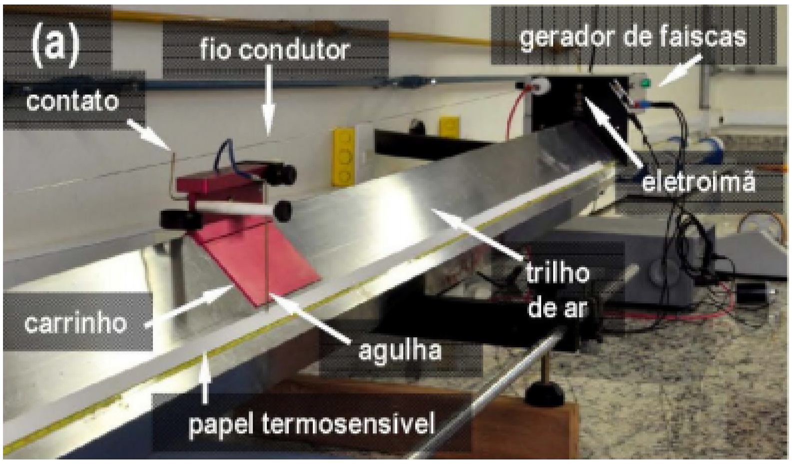
$$a = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})y_i}{\Sigma(x_i - \bar{x})^2} \text{ e } \Delta a = \frac{\Delta y}{\sqrt{(x_i - \bar{x})^2}}$$

Com esses resultados conseguimos estimar o valor de g, pois $T^2 = \frac{(2\pi)^2}{g} \cdot L$, logo

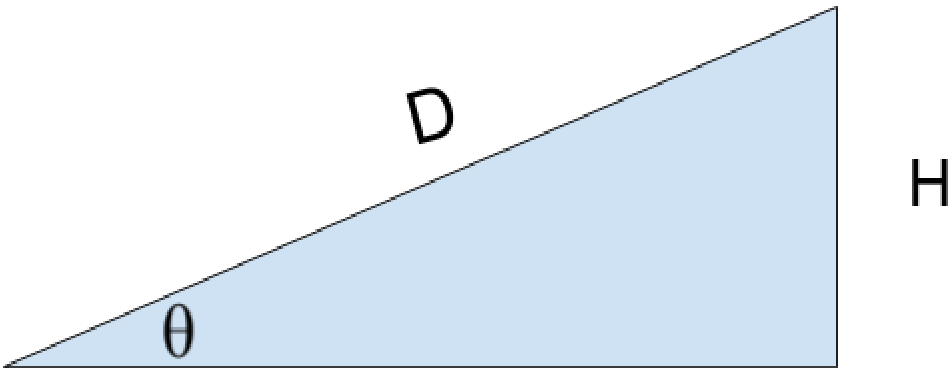
$$a = \frac{(2\pi)^2}{g} \text{ e } g = \frac{a}{(2\cdot\pi)^2} \quad e\ \Delta g = (-1)\cdot\left(a \cdot \frac{1}{(2\pi)^2}\right)^{-2} \cdot \left(\Delta a\, \frac{1}{(2\pi)^2}\right)$$

4.2 Plano Inclinado

Nesse experimento, foi utilizado um trilho de ar com inclinação θ em relação à horizontal, que irá simular um plano inclinado sem atrito para a análise do movimento de um carrinho. Além disso, será utilizado um dispositivo que registrará sua posição ao longo do tempo com um sistema de faiscamento.



Primeiramente, com os valores da altura h - eixo horizontal até o ponto mais alto do plano inclinado - e do comprimento D do trilho de ar, foi calculado o ângulo $\theta = arcsen(\frac{H}{D})$ de sua inclinação e o erro $\Delta\theta = \frac{H \cdot \Delta D + D \cdot \Delta H}{D^2 \cdot cos(\theta)}$.



Em seguida, foi construída uma tabela com os valores da posição y (em metros) do carrinho ao longo do tempo t (em segundos), para então construir um gráfico de $\frac{y}{t}$em função de t e calcular o coeficiente angular da reta $\frac{y}{t} = v_0 + \frac{1}{2}at$ com o método dos mínimos quadrados. Por fim, para obter o valor da aceleração da gravidade, foi utilizado $a = sen\theta \cdot g$.

5. Resultados e Discussão

5.1. Experimento 1 - Pêndulo Simples

Neste experimento foi mensurado o comprimento entre ponto de suspensão e centro de massa do pêndulo em repouso (L). Além disso, também foi calculado o tempo que esse pêndulo de comprimento L leva para completar 10 oscilações (t_{10}). Esse comprimento L foi alterado 10 vezes de maneira decrescente para se obter os dados do experimento.

Para cada comprimento L foi calculado o período de oscilação do pêndulo seguindo a seguinte equação:

$$T = \frac{t_{10}}{10}$$

T: $período\ do\ pêndulo$
t_{10}: $o\ tempo\ \ que\ o\ pêndulo\ leva\ \ para\ completar\ 10\ oscilações$

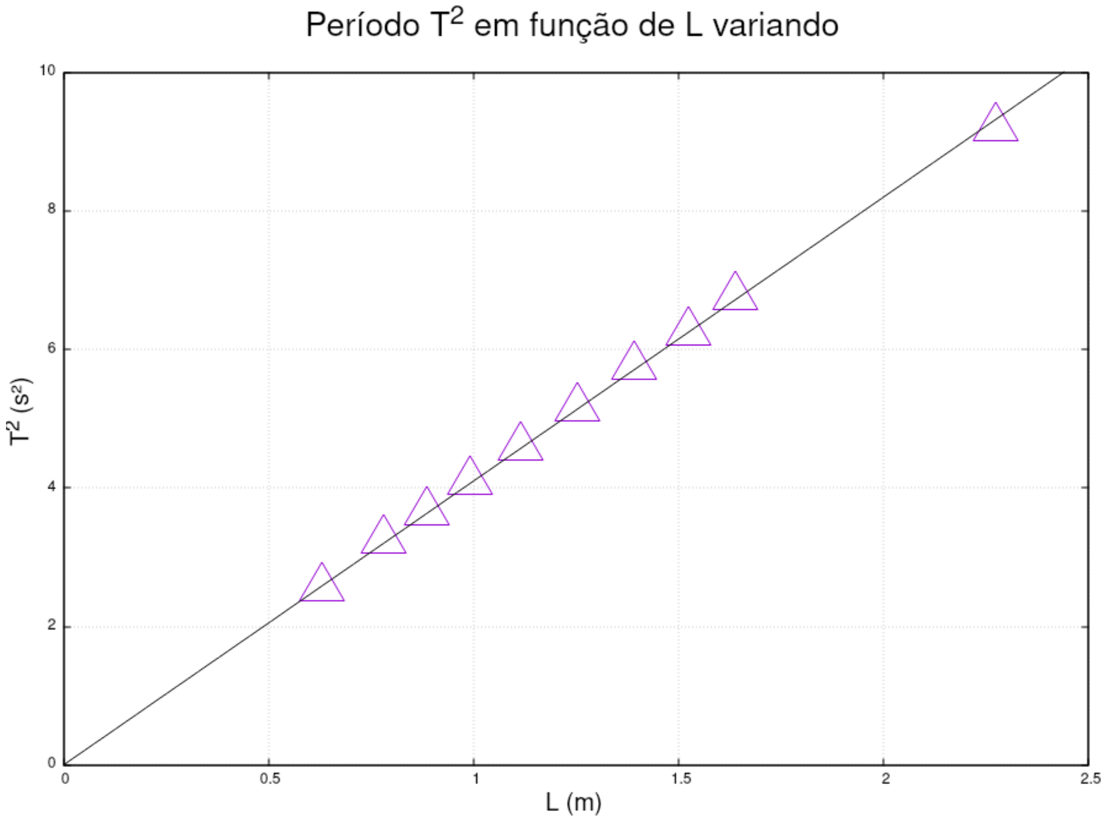
Os dados adquiridos foram organizados na tabela abaixo.

Tabela 1 - Comprimento do pêndulo L , tempo de 10 oscilações t_{10} , período de oscilação T e valores de T² para linearização dos dados.

i	L (m)	t_{10} (s)	T (s)	T² (s²)
1	0,63	16,03	1,60	2,56
2	0,78	17,97	1,80	3,24
3	0,885	19,13	1,91	3,65
4	0,992	20,18	2,02	4,10
5	1,115	21,44	2,14	4,58
6	1,252	22,72	2,27	5,15
7	1,391	23,94	2,40	5,76
8	1,524	25,03	2,50	6,25
9	1,639	25,91	2,60	6,76
10	2,272	30,28	3,03	9,20

Com as informações da tabela foi feito um gráfico com os eixos em L e T² para encontrar a relação linear entre os dados.

$Gráfico$ 1:



Depois de constatada a relação linear entre as variações de L e T^2 calculamos o coeficiente angular da reta usando o método dos mínimos quadrados, em que $a = 4,0449\ s^2/m$ e a incerteza é $\Delta a = 0,0300\ s^2/m$.

Em seguida calculamos o valor de g utilizando as equações abaixo:

$$T^2 = \frac{(2\pi)^2}{g} \cdot L \text{ e } a = \frac{(2\pi)^2}{g}$$

$$g = \frac{(2 \cdot 3,1415)^2}{4,0449} \Rightarrow g = 9,7599\ \frac{m}{s^2}$$

Para o erro de foi utilizado a seguinte equação:

$$|\Delta g| = (-1) \cdot \left(a \cdot \frac{1}{(2\pi)^2}\right)^{-2} \cdot \left(\Delta a \cdot \frac{1}{(2\pi)^2}\right)$$

$$|\Delta g| = (-1) \cdot \left(4,0449 \cdot \frac{1}{(2\pi)^2}\right)^{-2} \cdot \left(0,03 \cdot \frac{1}{(2\pi)^2}\right) \Rightarrow |\Delta g| = 0,0723767789\ \frac{m}{s^2}$$

Com isso temos que g = 9,76 $\pm$ 0,07 m/s². O valor médio tabelado do módulo da aceleração da gravidade é 9,81 m/s² comparando os dois valores temos:

$$|g - g_t| < 2 \cdot (\Delta g + \Delta g_t)$$

$$|9,76 - 9,81| < 2 \cdot (0,07 + 0)$$

$0,05 < 0,14$

Assim, é possível afirmar que o valor encontrado e o valor tabelado (g_t)da gravidade são equivalentes.

5.2. Experimento 2 - Plano Inclinado

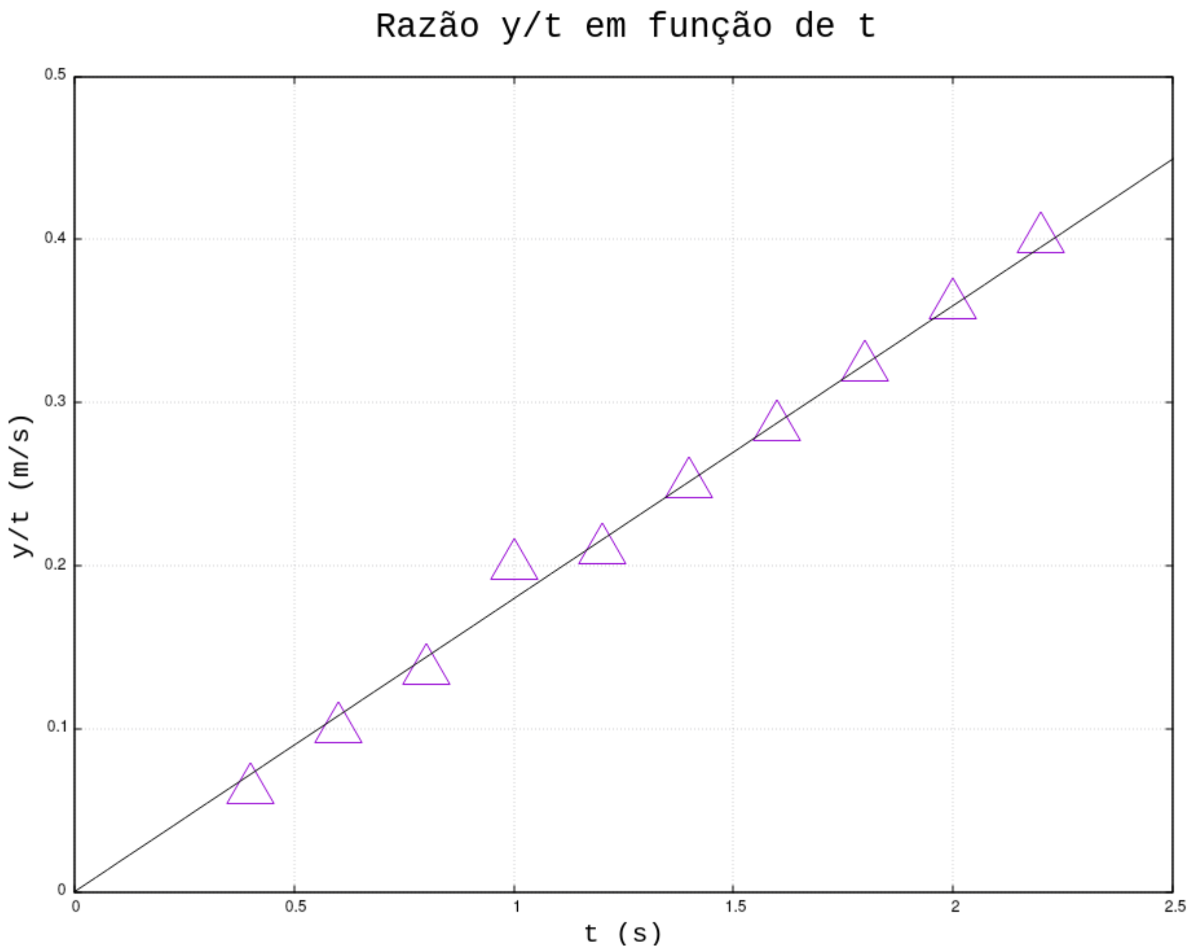
Primeiramente neste experimento foi medido o deslocamento do carrinho e o tempo necessário para percorrê-lo em vários pontos da trajetória. Esses dados podem ser vistos na tabela a seguir.

Tabela 2 - Posição y em função do tempo t para movimento do carrinho sobre o trilho de ar inclinado.

i	t (s)	y (m)	y/t (m/s)
1	0,4	0,025	0,063
2	0,6	0,059	0,100
3	0,8	0,109	0,136
4	1,0	0,174	0,200
5	1,2	0,250	0,210
6	1,4	0,348	0,250
7	1,6	0,456	0,285
8	1,8	0,580	0,322
9	2,0	0,720	0,360
10	2,2	0,875	0,400

Logo em seguida foi feito um gráfico da velocidade do carrinho em função do tempo.

$Gráfico$ 2:



Após a confecção do gráfico 2, foi calculado seu coeficiente angular pelo método dos mínimos quadrados que é $a = 0,184 \pm 0,005\, m/s^2$, e seu coeficiente linear que é $b = -0,007 \pm 0,007\, m/s$. Esse coeficiente linear representa a velocidade inicial do carrinho, o qual deu um valor diferente do esperado ($v_i = 0\, m/s$) uma vez que o carrinho está em repouso ao iniciar o movimento. Porém, pode se supor que essa diferença é devido a incerteza do método de cálculo, visto que os valores são equivalentes.

Depois, para cálculo do módulo da aceleração da gravidade, foi determinado o ângulo θ da inclinação do plano inclinado. Sabendo os valores de D ($1,6 \pm 0,001\, m$) e h ($0,0628 \pm 0,0005\, m$) esse ângulo foi calculado utilizando as seguintes equações:

$$\theta = arcsen(\frac{h}{D})$$

$$\Delta\theta = \frac{H \cdot \Delta D + D \cdot \Delta H}{D^2 \cdot cos(\theta)} = \frac{1{,}6 \cdot 0{,}001 + 0{,}0628 \cdot 0{,}0005}{(1{,}6)^2 \cdot cos(2{,}2°)} = 0,01929$$

o valor encontrado para o ângulo foi de $\theta = 2,20 \pm 0,02°$.

Em seguida tendo o coeficiente angular do gráfico 2 e o valor de θ é possível determinar o valor da aceleração da gravidade pela equação abaixo:

$2a = g \cdot sin(\theta) \Rightarrow g = \frac{2a}{sin(\theta)} \Rightarrow \frac{2 \cdot 0,184}{0,03925}$

assim temos que o valor da aceleração da gravidade é $9,58638\, m/s^2$ e para seu erro foi utilizado a seguinte equação.

$\Delta g = \frac{2\Delta a - (cos(\theta)\Delta\theta) \cdot g}{sin(\theta)}$

$\Delta\, g = \frac{0,01 - (cos(2,2°) \cdot (0,00033728) \cdot 9,58638}{sin(2,2°)}$

$\Delta g = 0,176334\, m/s^2$

Dessa forma o valor encontrado para a aceleração da gravidade foi de $g = 9,6 \pm 0,2\, m/s^2$. Comparando-o com o valor médio tabelado do módulo da aceleração da gravidade $(9,81\, m/s^2)$ temos:

$\left|g - g_t\right| < 2 \cdot \left(\Delta g + \Delta g_t\right)$

$|9,6 - 9,81| < 2 \cdot (0,1 + 0)$

$0,21 < 0,4$

Assim, é possível afirmar que o valor encontrado e o valor tabelado (g_t)da gravidade são equivalentes.

6. Conclusão

Com a análise dos valores da aceleração da gravidade obtidos nos experimentos, é possível concluir que ambos os métodos são eficientes, já que os resultados podem ser considerados equivalentes ao valor tabelado $g = 9,81\, m/s^2$ e equivalentes entre si (uma diferença de apenas 0,16). Porém, o valor encontrado no experimento 1 ($g = 9,76 \pm 0,07\, m/s^2$) é mais próximo do valor esperado, com uma diferença de apenas 0,05 , e com uma incerteza menor do que a calculada no experimento 2 ($g = 9,6 \pm 0,2\, m/s^2$), enquanto que a diferença entre o valor obtido e o valor tabelado para a aceleração da gravidade no último experimento foi de 0,21. Assim, o método utilizado no primeiro experimento pode ser considerado mais preciso.

7. Referências

SCHNEIDER, José F. **Laboratório de Física 1**: Livro de práticas. São Carlos: 2016.