

PROJETO 2 - Física Estatística Computacional II - IFSC - USP - 2024
EQUAÇÕES DE ONDAS - I

Considere a equação de onda unidimensional

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \quad (0.1)$$

sendo c a velocidade da onda. Tal equação descreve a amplitude de uma onda $Y(x, t)$ que se propaga sem dissipação e dispersão (por exemplo numa corda perfeita - tocada pelas harpas angelicais!). Para discretizar a equação acima faremos $x = i\Delta x$, $t = n\Delta t$ ($i, n = 0, 1, 2, \dots$)

$$\frac{Y(i, n+1) + Y(i, n-1) - 2Y(i, n)}{(\Delta t)^2} = c^2 \frac{Y(i+1, n) + Y(i-1, n) - 2Y(i, n)}{(\Delta x)^2} \quad (0.2)$$

de forma que

$$Y(i, n+1) = 2(1 - r^2)Y(i, n) + r^2[Y(i+1, n) + Y(i-1, n)] - Y(i, n-1), \quad (0.3)$$

sendo $r = c\Delta t/\Delta x$ adimensional. A solução do problema consiste em achar-se o valor de $Y(i, n)$ na grade (i, n) ($i, n = 0, 1, 2, \dots$). Para que a solução seja única ("problema bem colocado") necessitamos de condições de contorno para que possamos iterar (0.3). Por exemplo neste projeto consideraremos a situação em que a onda parte do repouso $\dot{Y}(x, 0) = 0$ ($Y(i, n) = Y_0(i)$, $n < 0$) onde possui uma forma inicial $Y(x, 0) = Y_0(x)$ ($Y = Y_0(i)$). Nestas condições estaríamos tratando da propagação de uma onda num meio infinito. Como estaremos interessados em propagação em meios finitos (tamanho L) teremos $i = 0, 1, \dots, L/\Delta x$. Precisamos neste caso especificar as condições de contorno do meio $Y(0, t)$ e $Y(L, t)$, que podem ser as mais diversas (livres, fixas, mistas, forçadas, etc.).

(I) Faça um programa que calcule as ondas perfeitas de velocidade c em um meio não dissipativo ou dispersivo de comprimento L . Especialize seu programa para a situação em que $Y(x, 0) = Y_0(x)$ é dada e $dY(x, t)/dt|_{t=0} = 0$ (onda parte do repouso). Considere fronteiras fixas. Desta forma os parâmetros do programa serão $L, c, \Delta x, r$ e Y_0 (que pode ser fornecida numa subrotina com a mesma discretização). Para testes escolha $L = 1m$ e $c = 300m/s$. Considere um pacote Gaussiano inicial

$$Y(x, 0) = Y_0(x) = \exp[-(x - x_0)^2/\sigma^2] \quad (0.4)$$

com $x_0 = L/3$ e $\sigma = L/30$.

(Ia) Escolha Δx apropriado para uma boa aproximação da equação 0.1 (reveja o que aprendeu em física computacional I) e escolha $r = 1$. Mostre graficamente o perfil da onda obtida para vários tempos.

(Ia1) Que valor de Δx você usou?

(Ia2) O pacote se deforma?

(Ia3) Discuta as reflexões.

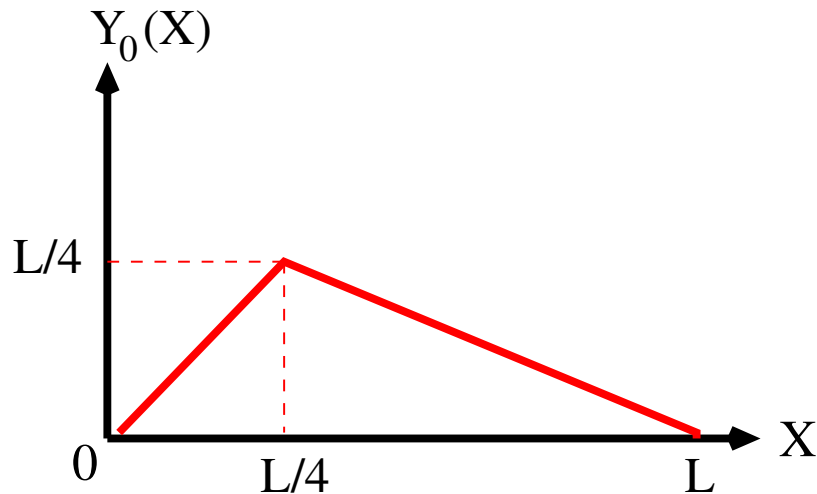
(Ia4) Discuta as interferências.

(Ia5) A configuração inicial será repetida quando?

(Ib) Use o Δx do item anterior mas escolha $r = 2$. Compare seus resultados com o item anterior. Explique seus resultados.

(Ic) Use o Δx do item (Ia) mas escolha $r = 0.25$. Compare seus resultados com o do item (Ia). Explique seus resultados.

(II) Considere o item (I) mas com $Y_0(x)$ dado com num violão, isto é:



Repita as questões (Ia2)-(Ia5).