

# **Lista de ejercicios 4**

**Ciclo nivelación 2025-2**

Mg. Sc. J. Eduardo Gamboa U.

1. Se lanza un dado regular. Sea  $X$  la variable aleatoria Número de puntos obtenidos e  $Y$  la variable aleatoria que toma el valor de 0 si se obtiene un número par, y 1 en caso contrario.

- a. Determinar la función de probabilidad conjunta de  $X$  e  $Y$
- b. Obtener la función de probabilidad marginal de cada variable aleatoria.
- c. Obtener la función de distribución acumulada marginal de cada variable aleatoria.
- d. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número menor a 4 y que sea impar?
- e. Obtener el valor esperado y la varianza de cada variable aleatoria.
- f. Calcular  $E(X^2 + 2Y)$
- g. Obtener y comentar la covarianza y la correlación entre las variables aleatorias
- h. ¿Son independientes las variables aleatorias?

2. Un municipio asigna proporciones de un presupuesto extraordinario a tres frentes:

X: Proporción destinada a salud

Y: Proporción destinada a infraestructura crítica

Z: Proporción destinada a logística y abastecimiento

Cada proporción es positiva y la suma no supera el total disponible a ser asignado. Se modela el vector aleatorio  $(X, Y, Z)$  con densidad conjunta uniforme en la región factible:

$$f_{X,Y,Z}(x, y, z) = c, \quad x > 0, y > 0, z > 0, x + y + z < 1$$

- a. Determinar el valor de la constante  $c$ .
- b. Obtener la densidad marginal de cada variable aleatoria.
- c. Obtener la función de distribución acumulada de cada variable aleatoria a partir de sus densidades marginales.

- d. Obtener la densidad bivariada conjunta de la proporción destinada a infraestructura crítica y la proporción destinada a logística y abastecimiento.
- e. Calcular la probabilidad de que la proporción destinada a salud sea menor a 0.2 y la de infraestructura crítica menor a 0.3
- f. Calcular la probabilidad de que la proporción destinada a salud sea mayor a 0.7 y la de infraestructura crítica menor a 0.7
- g. Calcular la probabilidad de que la proporción destinada a salud sea menor que la mitad si se sabe que más 20% se destinó a infraestructura crítica.
- h. Calcular la proporción esperada de presupuesto asignado en cada uno de los tres frentes.
- i. Calcular  $E(X + Y - 2Z)$
- j. ¿X e Y son independientes?
- k. Calcular  $Cov(X, Y)$  y  $\rho_{X,Y}$ . Interpretar este último valor.