Lista de ejercicios 3

Ciclo nivelación 2025-2

Mg. Sc. J. Eduardo Gamboa U.

1. Si un estudiante contesta las 100 preguntas de un examen, las cuales son tipo verdadero o falso, lanzando una moneda balanceada (cara significa cierto y sello falso). Compare, de ser adecuado, la probabilidad de acertar más de 50 pero menos de 60 respuestas usando la distribución exacta y su aproximación a la Normal.
2. En una caja hay 6 bolillas azules, 2 blancas y 7 rojas. Se seleccionan al azar 5 bolillas. Halle la función de probabilidad, la media y la variancia del número de bolillas azules en la muestra si la selección se hace sin reemplazo.
3. Los trabajadores de una fábrica tienen accidentes a razón de 2.7 accidentes por semana. Si la ocurrencia de accidentes sigue un proceso Poisson, ¿cuál es la probabilidad de que no ocurran accidentes en dos semanas?
4. Un dado es lanzado hasta que el 6 aparece. ¿Cuál es la probabilidad de que deba ser lanzado más de 5 veces?
5. La vida útil de un sensor sigue modelo exponencial con media 500 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que dure entre 100 y 200 horas más si se sabe que ya duró 300?
6. La proporción de aprobación de proyectos de inversión pública sigue Beta(2,5). Genere una muestra aleatoria de 100 proyectos y estime la media y mediana a partir de esta muestra. Luego, compare con los valores teóricos.
7. Una fábrica tiene dos líneas que trabajan en simultáneo y de manera independiente:

- Línea A: La producción genera defectos según una Poisson a una tasa de 2 por día.
- Línea B: La producción genera defectos según una Poisson a una tasa de 50 por semana.

   Se selecciona, al azar, un intervalo de dos días, ¿cuál es la probabilidad de que sucedan 6 defectos en total?

8. Un punto se elije al azar sobre el segmento de línea $[0, \pi]$. Halle la probabilidad de que el punto elegido esté comprendido entre 2 y 2.5 si se sabe que es menor que exp(1)
9. Si $X \sim N(\mu = 2, \sigma^2 = 1)$, calcular $E\left[\frac{X(X+1)}{3}\right]$

10. Si X, Y y Z son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas como una Normal estándar, calcular $P(X + 2Y < 3Z - 4)$

11. Demostrar que si $X \sim Exp(\lambda)$, entonces $P(X > a + b | X > a) = P(X > b)$

12. El tiempo semanal de paro (en horas) X de una máquina industrial determinada es tal que $X \sim Gamma(\alpha = 3, \beta = 0.6)$. La pérdida, en dólares, de la operación a causa del tiempo de paro está dada por $P = 20X + 2X^2$. ¿Cuál es la pérdida esperada?

13. Se sabe que la distribución del tiempo de falla para subensambles electrónicos X es tal que $X \sim Weibull(\alpha = 0.5, \beta = 100)$. ¿Cuál es la probabilidad de que un subensamble falle luego del tiempo medio?

14. La probabilidad de aprobar un examen es 0.40. Por política académica, se permite dar dicho examen un máximo de 3 veces. Sea N el número de intentos necesarios para aprobar. (Los casos en que no se aprueba en tres intentos no se incluyen en la población de estudio).

- Obtenga la distribución de probabilidad truncada de N
- Calcular $E(N)$ y la mediana de N