Gamma

$$\frac{1}{2^{k/2}\Gamma(k/2)}\; x^{(k/2)-1} e^{-x/2}$$

Si $X \sim \chi^2_{(k)} \Rightarrow X \sim \text{Gamma}\left(\frac{k}{2}, \frac{1}{2}\right)$

---

Cauchy

$$\frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi\nu}\,\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}\left(1+\frac{x^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}$$

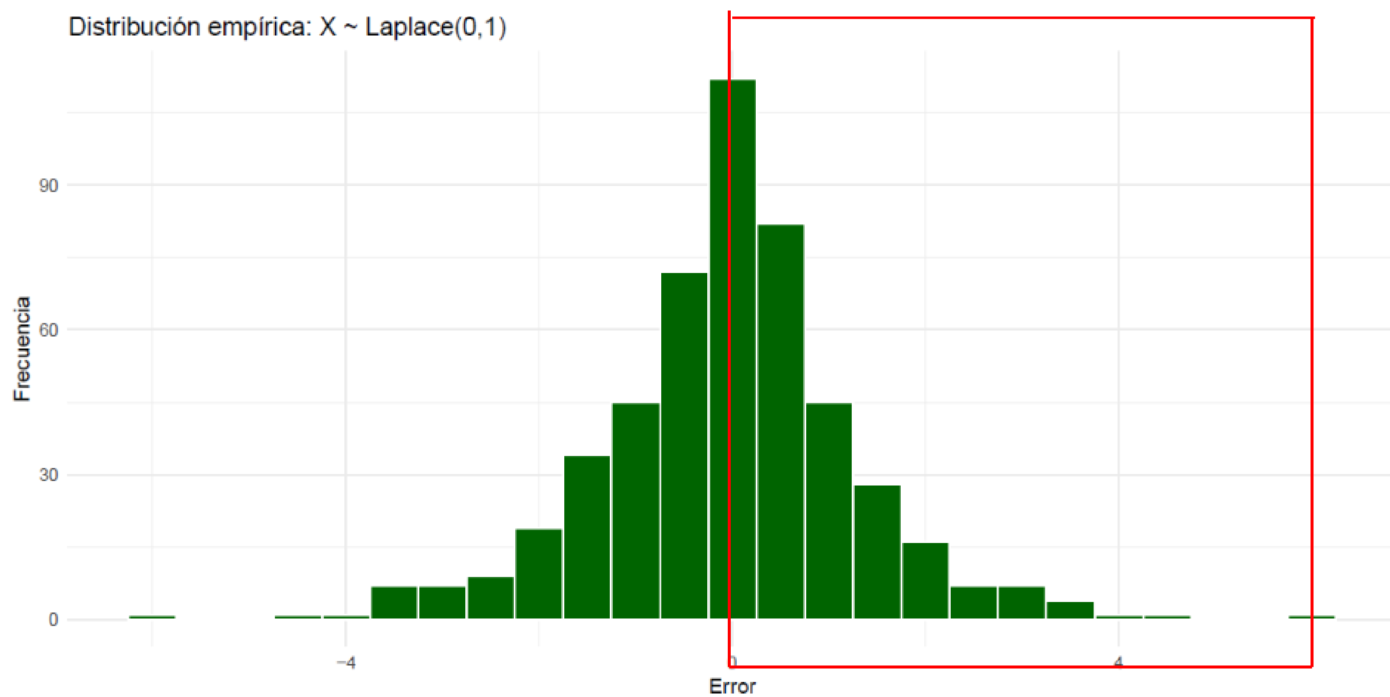
centrada en 0

$t_{(1)} \sim$ Cauchy

$$\frac{\cancel{\Gamma(1)}^{\,1}}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}\left(1+x^2\right)^{-1}$$

$$f(x) = \frac{1}{\pi\gamma}\frac{1}{1+\left(\frac{x-x_0}{\gamma}\right)^2} I_{(-\infty,\infty)}(x)$$

## Laplace



Distribución empírica: X ~ Laplace(0,1)
Frecuencia
90
60
30
0
−4
0
4
Error

**Estimación** por máxima **verosimilitud** (likelihood)

¿$\theta$? → $\hat{\theta}$

- Creíble
  posible
  factible

4, 6.5, 5.1, 3.9, 5.3, 5.9, 4.8

¿$N(\mu=5, \sigma^2=1)$?

¿$N(\mu=6, \sigma^2=1)$?

**Prueba de bondad de ajuste**

**$H_0$: Los datos se ajustan a una distribución ..**

**$H_1$: Los datos no se ajustan a una distribución ...**

# INFERENCIA

1. Si un estudiante contesta las 100 preguntas de un examen, las cuales son tipo verdadero o falso, lanzando una moneda balanceada (cara significa cierto y sello falso). Compare, de ser adecuado, la probabilidad de acertar más de 50 pero menos de 60 respuestas usando la distribución exacta y su aproximación a la Normal.

$X$ = Número de aciertos

$X \sim Bin(n = 100, \pi = 0.5)$

0 ... 49 50 51 52 53 ... 58 59

$P(50 < X < 60) = P(51 \leq X \leq 59) = P(X \leq 59) - P(X \leq 50) = 0.4318$

```
> pbinom(59, size = 100, prob = 0.5)
[1] 0.971556
> pbinom(50, size = 100, prob = 0.5)
[1] 0.5397946
> pbinom(59, size = 100, prob = 0.5) - pbinom(50, size = 100, prob = 0.5)
[1] 0.4317614
```

- $E(X) = 100 \times 0.5 = 50$
- $V(X) = 100 \times 0.5 \times 0.5 = 25$

$n\pi = 100 \times 0.5 = 50 > 5$ y $n(1-\pi) = 50 > 5$ $\Rightarrow$ Se puede usar la Aprox. Normal

$X \sim N(\mu = 50, \sigma^2 = 25) \Rightarrow P(\underset{50.5}{51} \leq X \leq \underset{59.5}{59}) = P(X \leq 59.5) - P(X \leq 50.5) = 0.4315$

```
> pnorm(59.5, mean = 50, sd = 5) - pnorm(50.5, mean = 50, sd = 5)
[1] 0.4314556
```

2. En una caja hay 6 bolillas azules, 2 blancas y 7 rojas. Se seleccionan al azar 5 bolillas. Halle la función de probabilidad, la media y la varianza del número de bolillas azules en la muestra si la selección se hace sin reemplazo.

$X$ = Número de bolillas azules en la muestra

$X \sim \text{Hiper}(N=15, A=6, n=5)$

$$\text{máx}(0, \underbrace{n+A-N}_{-4}) \ \ldots \ \underbrace{\text{mín}(n, A)}_{5}$$

$$f(x) = \frac{\binom{6}{x}\binom{9}{5-x}}{\binom{15}{5}} I_{\{0,1,2,3,4,5\}}(x)$$

$$\mu_X = E(X) = n\frac{A}{N} = \frac{5 \times 6}{15} = 2$$

$$\sigma_X^2 = V(X) = n\frac{A}{N}\left(1-\frac{A}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right) = 5 \times \frac{6}{15} \times \frac{9}{15} \times \frac{10}{14} = \ldots$$

3. Los trabajadores de una fábrica tienen accidentes a razón de 2.7 accidentes por semana. Si la ocurrencia de accidentes sigue un proceso Poisson, ¿cuál es la probabilidad de que no ocurran accidentes en dos semanas?

$X$ = Número de accidentes cada 2 semanas

$X \sim Pois(\lambda = 5.4)$

$$P(X=0) = \frac{e^{-5.4}\, 5.4^0}{0!} = e^{-5.4}$$

```
> exp(-5.4)
[1] 0.004516581
> dpois(0, lambda = 5.4)
[1] 0.004516581
```